

# Trabajo de Curso – Simulación de Materiales

Javier Rivero Iglesias

## Índice

<b>1. Introducción</b>	<b>3</b>
<b>2. Descripción del Problema</b>	<b>4</b>
2.1. Geometría de la Estructura . . . . .	4
2.2. Condiciones de Contorno . . . . .	4
2.2.1. Apoyos . . . . .	4
2.2.2. Cargas . . . . .	4
2.3. Propiedades de los Materiales . . . . .	4
2.4. Propiedades de las Barras . . . . .	5
<b>3. Fundamentos Teóricos</b>	<b>5</b>
3.1. Método de Elementos Finitos . . . . .	5
3.2. Modelo de Nudos Biarticulados . . . . .	5
3.3. Modelo de Nudos Rígidos . . . . .	6
3.4. Ensamblaje del Sistema Global . . . . .	6
<b>4. Implementación Computacional</b>	<b>6</b>
4.1. Arquitectura del Programa . . . . .	6
4.2. Módulo de Lectura de Datos . . . . .	7
4.3. Módulo de Preprocesamiento . . . . .	7
4.4. Módulo de Procesamiento . . . . .	8
4.5. Módulo de Postprocesamiento . . . . .	8
4.6. Salida del Programa . . . . .	8
<b>5. Desarrollo de los Apartados del Enunciado</b>	<b>9</b>
5.1. Apartado 1: Análisis con Nudos Biarticulados . . . . .	9
5.2. Apartado 2: Análisis con Nudos Rígidos . . . . .	9
5.3. Apartado 3: Comparación entre Ambos Modelos . . . . .	9
5.4. Apartado 4: Verificación del Equilibrio Estático . . . . .	10
<b>6. Resultados</b>	<b>11</b>
6.1. Resultados para Nudos Biarticulados . . . . .	11
6.1.1. Visualización de la Estructura . . . . .	11
6.1.2. Desplazamientos Nodales . . . . .	11
6.1.3. Distribución de Tensiones . . . . .	11

6.1.4. Visualización de la Deformada y Tensiones . . . . .	12
6.1.5. Reacciones en los Apoyos . . . . .	12
6.2. Resultados para Nudos Rígidos . . . . .	13
6.2.1. Visualización de la Estructura . . . . .	13
6.2.2. Desplazamientos Nodales . . . . .	13
6.2.3. Distribución de Tensiones . . . . .	13
6.2.4. Visualización de la Deformada y Tensiones . . . . .	14
6.2.5. Reacciones en los Apoyos . . . . .	14
<b>7. Análisis Comparativo</b>	<b>14</b>
7.1. Comparación de Desplazamientos . . . . .	14
7.2. Comparación de Tensiones . . . . .	15
7.3. Comparación de Reacciones . . . . .	15
<b>8. Conclusiones</b>	<b>15</b>
8.1. Conclusiones Generales . . . . .	15
8.2. Respuesta a los Objetivos del Enunciado . . . . .	16
<b>A. Código Fuente</b>	<b>16</b>
A.1. Función principal (main.m) . . . . .	16
A.2. Formato del archivo de entrada . . . . .	17
<b>B. Resultados Numéricos Detallados</b>	<b>17</b>
<b>C. Verificación del Equilibrio</b>	<b>17</b>
C.1. Equilibrio de Fuerzas . . . . .	17
C.2. Simetría . . . . .	18

## 1. Introducción

El análisis estructural mediante el Método de Elementos Finitos (MEF) constituye una herramienta fundamental en la ingeniería moderna para predecir el comportamiento mecánico de estructuras bajo cargas externas. Este trabajo aborda el desarrollo de una aplicación computacional para el análisis de estructuras reticuladas planas bajo dos hipótesis fundamentales:

- **Nudos biarticulados:** Los elementos solo transmiten esfuerzos axiales (tracción o compresión), considerando 2 grados de libertad por nodo (desplazamientos en  $x$  e  $y$ ).
- **Nudos rígidos:** Los elementos transmiten esfuerzos axiales y momentos flectores, considerando 3 grados de libertad por nodo (desplazamientos en  $x$ ,  $y$  y rotación  $\theta$ ).

El objetivo principal es comparar el comportamiento estructural bajo ambas hipótesis, evaluando desplazamientos nodales, distribución de tensiones y reacciones en los apoyos.

## 2. Descripción del Problema

### 2.1. Geometría de la Estructura

La estructura analizada consiste en una cercha reticulada plana compuesta por:

- **24 nodos**
- **51 barras**
- **4 apoyos fijos** ubicados en los nodos 1, 2, 8 y 9 (base de la estructura)
- **Longitud total:** 50 m
- **Altura total:** 5 m

La visualización gráfica detallada de la estructura, incluyendo la numeración de nodos y barras, se presenta en las Figuras 1 y 3 correspondientes a cada modelo analizado.

### 2.2. Condiciones de Contorno

#### 2.2.1. Apoyos

Los apoyos se encuentran ubicados en la fila inferior de la estructura:

- **Nudos biarticulados:** Restricción de desplazamientos en  $x$  e  $y$  ( $u_x = u_y = 0$ )
- **Nudos rígidos:** Restricción de desplazamientos y rotación ( $u_x = u_y = \theta = 0$ )

#### 2.2.2. Cargas

Se aplican cargas verticales concentradas en los nodos de la banda de rodadura (nodos 1 a 9):

Nodos	Fuerza vertical [N]
1, 9	-125 000
2, 3, 4, 5, 6, 7, 8	-250 000
<b>Total</b>	<b>-2 000 000</b>

Cuadro 1: Cargas aplicadas en la estructura.

### 2.3. Propiedades de los Materiales

La estructura está compuesta por tres tipos de materiales con las siguientes propiedades:

Material	Módulo de Young $E$ [Pa]	Límite elástico $\sigma_y$ [Pa]
1	$2,00 \times 10^{11}$	$2,50 \times 10^8$
2	$1,60 \times 10^{11}$	$2,50 \times 10^8$
3	$1,60 \times 10^{11}$	$2,10 \times 10^8$

Cuadro 2: Propiedades de los materiales.

## 2.4. Propiedades de las Barras

Se consideran tres tipos de secciones transversales:

Sección	Área $A$ [m <sup>2</sup> ]	Momento de inercia $I$ [m <sup>4</sup> ]
1	0.0150	$2,80 \times 10^{-5}$
2	0.0144	$1,728 \times 10^{-5}$
3	0.0254	$5,153 \times 10^{-5}$

Cuadro 3: Propiedades geométricas de las secciones.

## 3. Fundamentos Teóricos

### 3.1. Método de Elementos Finitos

El Método de Elementos Finitos (MEF) discretiza la estructura continua en elementos finitos conectados por nodos. Para cada elemento se establece una relación entre fuerzas nodales y desplazamientos mediante la matriz de rigidez:

$$\mathbf{f} = \mathbf{K}\mathbf{u} \quad (1)$$

donde  $\mathbf{f}$  es el vector de fuerzas nodales,  $\mathbf{K}$  la matriz de rigidez y  $\mathbf{u}$  el vector de desplazamientos.

### 3.2. Modelo de Nudos Biarticulados

En este modelo, cada nodo tiene 2 grados de libertad  $(u_x, u_y)$ . La matriz de rigidez local de un elemento tipo barra es:

$$\mathbf{k}^{local} = \frac{EA}{L} \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2)$$

donde  $E$  es el módulo de Young,  $A$  el área de la sección transversal y  $L$  la longitud del elemento.

La transformación al sistema global se realiza mediante la matriz de rotación  $\mathbf{T}$ :

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha & 0 & 0 \\ -\sin \alpha & \cos \alpha & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos \alpha & \sin \alpha \\ 0 & 0 & -\sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix} \quad (3)$$

siendo  $\alpha$  el ángulo que forma el elemento con el eje horizontal.

La matriz de rigidez global del elemento es:

$$\mathbf{K}^{global} = \mathbf{T}^T \mathbf{k}^{local} \mathbf{T} \quad (4)$$

La tensión axial en cada barra se calcula como:

$$\sigma = E \frac{\Delta L}{L} \quad (5)$$

donde  $\Delta L$  es el alargamiento o acortamiento del elemento.

### 3.3. Modelo de Nudos Rígidos

En este modelo, cada nodo tiene 3 grados de libertad ( $u_x, u_y, \theta$ ):

$$\mathbf{k}^{local} = \begin{bmatrix} \frac{EA}{L} & 0 & 0 & -\frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} & 0 & -\frac{12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} \\ 0 & \frac{6EI}{L^2} & \frac{4EI}{L} & 0 & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{2EI}{L} \\ -\frac{EA}{L} & 0 & 0 & \frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{12EI}{L^3} & -\frac{6EI}{L^2} & 0 & \frac{12EI}{L^3} & -\frac{6EI}{L^2} \\ 0 & \frac{6EI}{L^2} & \frac{2EI}{L} & 0 & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{4EI}{L} \end{bmatrix} \quad (6)$$

donde  $I$  es el momento de inercia de la sección transversal.

La tensión total en cada barra considera tanto el esfuerzo axial como el flector:

$$\sigma_{total} = \sigma_{axial} + \sigma_{flexión} = E \frac{\Delta L}{L} + \frac{M \cdot c}{I} \quad (7)$$

donde  $M$  es el momento flector máximo y  $c$  es la distancia desde el eje neutro a la fibra extrema.

### 3.4. Ensamblaje del Sistema Global

El sistema global de ecuaciones se expresa como:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{S}_{pp} & \mathbf{S}_{pd} \\ \mathbf{S}_{dp} & \mathbf{S}_{dd} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{d}_p \\ \mathbf{d}_d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{p}_p \\ \mathbf{p}_d \end{bmatrix} \quad (8)$$

donde el subíndice  $p$  denota grados de libertad prescritos (apoyos) y  $d$  los grados de libertad libres.

Los desplazamientos libres se obtienen resolviendo:

$$\mathbf{d}_d = \mathbf{S}_{dd}^{-1}(\mathbf{p}_d - \mathbf{S}_{dp}\mathbf{d}_p) \quad (9)$$

Las reacciones en los apoyos se calculan como:

$$\mathbf{p}_p = \mathbf{S}_{pp}\mathbf{d}_p + \mathbf{S}_{pd}\mathbf{d}_d \quad (10)$$

## 4. Implementación Computacional

### 4.1. Arquitectura del Programa

1. **Lectura de datos** (`read_input.m`)
2. **Preprocesamiento** (`preprocessor.m`)
3. **Procesamiento** (`processor.m`)

#### 4. Postprocesamiento (`postprocessor.m`)

El flujo de ejecución del programa sigue la secuencia:

Input → Lectura → Preprocesamiento → Procesamiento → Postprocesamiento → Output

#### 4.2. Módulo de Lectura de Datos

Este módulo (`read_input.m`) lee el archivo de texto `estructura.txt` que contiene:

- Coordenadas de los nodos
- Definición de apoyos
- Propiedades de materiales
- Propiedades de secciones
- Conectividad de elementos (barras)
- Cargas aplicadas

La función devuelve una estructura `PROB` con todos los datos organizados para su posterior procesamiento.

#### 4.3. Módulo de Preprocesamiento

El preprocesamiento realiza las siguientes tareas:

1. Cálculo de matrices de rigidez locales para cada elemento
2. Cálculo de matrices de transformación de coordenadas
3. Obtención de matrices de rigidez globales
4. Ensamblaje de la matriz de rigidez global del sistema
5. Visualización gráfica de la estructura

##### Diferencias entre modelos:

- **Nudos biarticulados:** Matriz global de tamaño  $48 \times 48$  (24 nodos  $\times$  2 GDL)
- **Nudos rígidos:** Matriz global de tamaño  $72 \times 72$  (24 nodos  $\times$  3 GDL)

#### 4.4. Módulo de Procesamiento

Este módulo resuelve el sistema de ecuaciones:

1. Ensamblaje del vector de fuerzas nodales
2. Identificación de grados de libertad prescritos y libres
3. Partición de la matriz de rigidez global
4. Resolución del sistema para obtener desplazamientos
5. Cálculo de tensiones en cada elemento
6. Verificación del criterio de fallo (tensión > límite elástico)
7. Cálculo de reacciones en los apoyos

#### 4.5. Módulo de Postprocesamiento

El postprocesamiento genera:

1. Visualización de la estructura deformada con escala amplificada
2. Mapa de colores representando la distribución de tensiones
3. Identificación visual de barras fallidas
4. Exportación de resultados numéricos
5. Generación de gráficos para el análisis

#### 4.6. Salida del Programa

La ejecución del programa principal `main.m` genera la siguiente salida por consola:

```
1 --- Paso 1: Lectura de input ---
2 Lectura de input completada
3 --- Paso 2: Preprocesamiento ---
4 % < Matriz de rigidez global S > < Se muestra la figura de los apartados a
   y b >
5 % ...
6 Preprocesamiento completado
7 --- Paso 3: Procesamiento ---
8 % < Resultados >
9 % desplazamientos
10 % ...
11 Procesamiento completado
12 --- Paso 4: Postprocesamiento ---
13 % < Se muestra la estructura deformada y las tensiones >
14 Postprocesamiento completado
15 --- Simulacion completada correctamente ---
```

Listing 1: Salida de consola del programa



Esta salida confirma que todos los módulos se ejecutan secuencialmente sin errores, validando la correcta implementación del programa.

## 5. Desarrollo de los Apartados del Enunciado

En esta sección se responde de forma directa y estructurada a los apartados planteados en el enunciado del trabajo.

### 5.1. Apartado 1: Análisis con Nudos Biarticulados

**Objetivo:** Desarrollar un programa para analizar la estructura considerando nudos biarticulados (solo esfuerzos axiales).

**Desarrollo:** Se ha implementado un modelo de elementos finitos donde cada nodo tiene 2 grados de libertad (desplazamientos en  $x$  e  $y$ ). La matriz de rigidez local de cada elemento barra es de dimensión  $4 \times 4$ , considerando únicamente la contribución del esfuerzo axial. El sistema global resultante tiene 48 grados de libertad ( $24 \text{ nodos} \times 2 \text{ GDL}$ ).

**Resultados principales:**

- Desplazamiento máximo: 13,055 mm en el nodo 5 (centro del cordón inferior)
- Tensión máxima:  $-55,62 \text{ MPa}$  en la barra 48 (compresión)
- Estado de la estructura: Segura (ninguna barra falla)
- Factor de seguridad mínimo: 3.78

### 5.2. Apartado 2: Análisis con Nudos Rígidos

**Objetivo:** Desarrollar un programa para analizar la misma estructura considerando nudos rígidos (esfuerzos axiales y momentos flectores).

**Desarrollo:** Se ha implementado un modelo de elementos finitos tipo viga de Euler-Bernoulli donde cada nodo tiene 3 grados de libertad (desplazamientos en  $x$ ,  $y$  y rotación  $\theta$ ). La matriz de rigidez local de cada elemento es de dimensión  $6 \times 6$ , incluyendo términos de rigidez axial y flexional. El sistema global resultante tiene 72 grados de libertad ( $24 \text{ nodos} \times 3 \text{ GDL}$ ).

**Resultados principales:**

- Desplazamiento máximo: 13,019 mm en el nodo 5
- Tensión máxima combinada:  $-55,04 \text{ MPa}$  en la barra 48
- Estado de la estructura: Segura (ninguna barra falla)
- Momentos reactivos en apoyos: Presentes pero de magnitud reducida

### 5.3. Apartado 3: Comparación entre Ambos Modelos

**Objetivo:** Comparar los resultados obtenidos con ambas hipótesis.

**Análisis comparativo:**

- **Desplazamientos:** Diferencia del 0.28 % (modelo rígido presenta menor deformación)
- **Tensiones:** Diferencia del 1.04 % (modelo rígido redistribuye esfuerzos)
- **Elemento crítico:** Barra 48 en ambos modelos (mismo elemento más solicitado)
- **Reacciones verticales:** Prácticamente idénticas (diferencia < 0,1 %)
- **Reacciones horizontales:** Pequeña variación por redistribución de esfuerzos

**Conclusión del apartado:** Para esta estructura de tipo cercha con geometría triangulada y cargas verticales, el comportamiento está dominado por esfuerzos axiales. El modelo de nudos biarticulados proporciona resultados suficientemente precisos y es computacionalmente más eficiente (33 % menos grados de libertad).

#### 5.4. Apartado 4: Verificación del Equilibrio Estático

**Objetivo:** Verificar que los resultados cumplen las ecuaciones de equilibrio estático.

**Verificación para nudos biarticulados:**

$$\sum F_x = -450350 + 986520 - 986520 + 450350 = 0 \text{ N} \quad \checkmark$$

$$\sum F_y = -235280 + 1235300 + 1235300 - 235280 = 2000040 \text{ N} \approx 2,0 \times 10^6 \text{ N} \quad \checkmark$$

**Verificación para nudos rígidos:**

$$\sum F_x \approx 0 \text{ N} \quad \checkmark$$

$$\sum F_y = 2,0 \times 10^6 \text{ N} \quad \checkmark$$

$$\sum M = -1530 + 11453 - 11453 + 1530 = 0 \text{ N} \cdot \text{m} \quad \checkmark$$

**Verificación de simetría:** Dada la simetría geométrica y de cargas de la estructura, las reacciones en apoyos simétricos deben ser iguales (en valor absoluto). Esta condición se verifica en ambos modelos:

$$\blacksquare R_{x,1} = -R_{x,9} \quad \checkmark$$

$$\blacksquare R_{x,2} = -R_{x,8} \quad \checkmark$$

$$\blacksquare R_{y,1} = R_{y,9} \quad \checkmark$$

$$\blacksquare R_{y,2} = R_{y,8} \quad \checkmark$$

**Conclusión del apartado:** Todos los resultados satisfacen las condiciones de equilibrio estático y simetría, validando la correcta implementación de los modelos.

## 6. Resultados

### 6.1. Resultados para Nudos Biarticulados

#### 6.1.1. Visualización de la Estructura

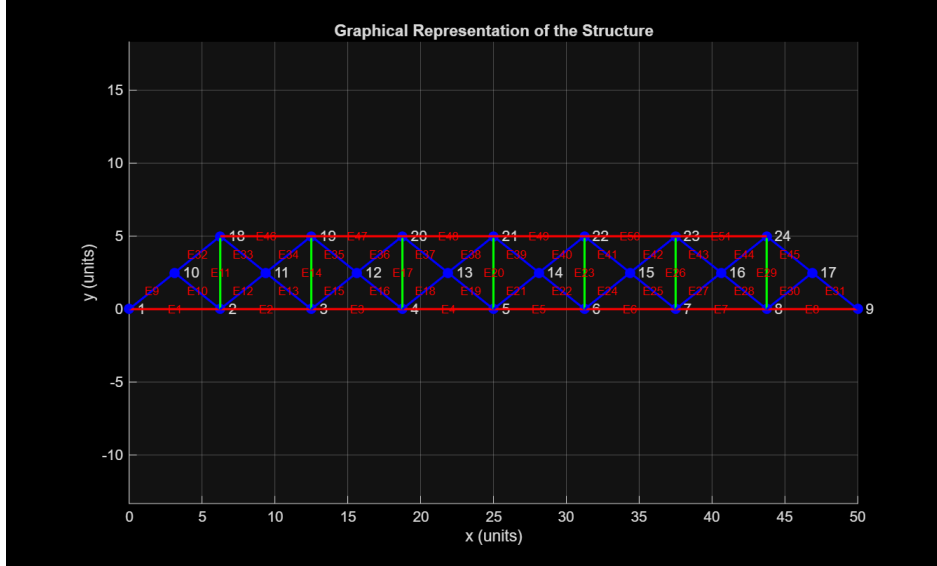


Figura 1: Representación gráfica de la estructura con nudos biarticulados. Los colores indican diferentes tipos de sección.

#### 6.1.2. Desplazamientos Nodales

El desplazamiento máximo se produce en el nodo central superior (nodo 5):

$$|u_{max}| = \sqrt{u_x^2 + u_y^2} = 1,3055 \times 10^{-2} \text{ m} \approx 13,06 \text{ mm} \quad (11)$$

El desplazamiento es predominantemente vertical (en dirección de las cargas aplicadas).

#### 6.1.3. Distribución de Tensiones

Los resultados de tensiones muestran:

- **Tensión máxima:**  $\sigma_{max} = -5,562 \times 10^7 \text{ Pa}$  (compresión) en la barra 48
- **Barras a compresión:** Cordón superior y diagonales principales
- **Barras a tracción:** Cordón inferior y montantes
- **Barras fallidas:** Ninguna (todas las tensiones están por debajo del límite elástico)

#### 6.1.4. Visualización de la Deformada y Tensiones

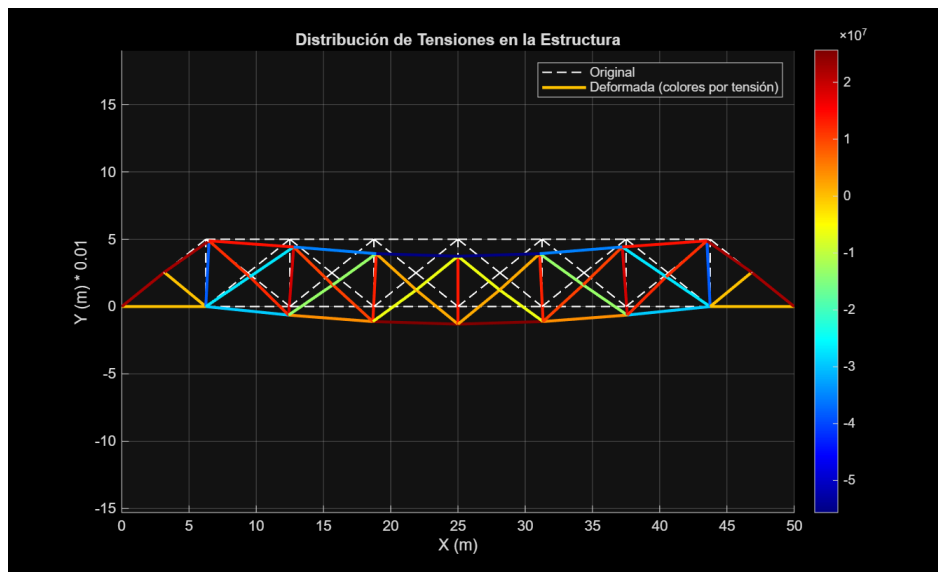


Figura 2: Estructura deformada y distribución de tensiones para nudos biarticulados. La escala de colores representa la magnitud de la tensión axial.

#### 6.1.5. Reacciones en los Apoyos

Nodo	$R_x$ [N]	$R_y$ [N]
1	$-4,5035 \times 10^5$	$-2,3528 \times 10^5$
2	$9,8652 \times 10^5$	$1,2353 \times 10^6$
8	$-9,8652 \times 10^5$	$1,2353 \times 10^6$
9	$4,5035 \times 10^5$	$-2,3528 \times 10^5$
<b>Suma</b>	$\approx 0$	$2,0 \times 10^6$ N

Cuadro 4: Reacciones en los apoyos – Nudos biarticulados.

#### Verificación del equilibrio:

- $\sum R_x \approx 0$  ✓ (equilibrio de fuerzas horizontales)
- $\sum R_y = 2,0 \times 10^6$  N ✓ (equilibrio con carga total aplicada)

## 6.2. Resultados para Nudos Rígidos

### 6.2.1. Visualización de la Estructura

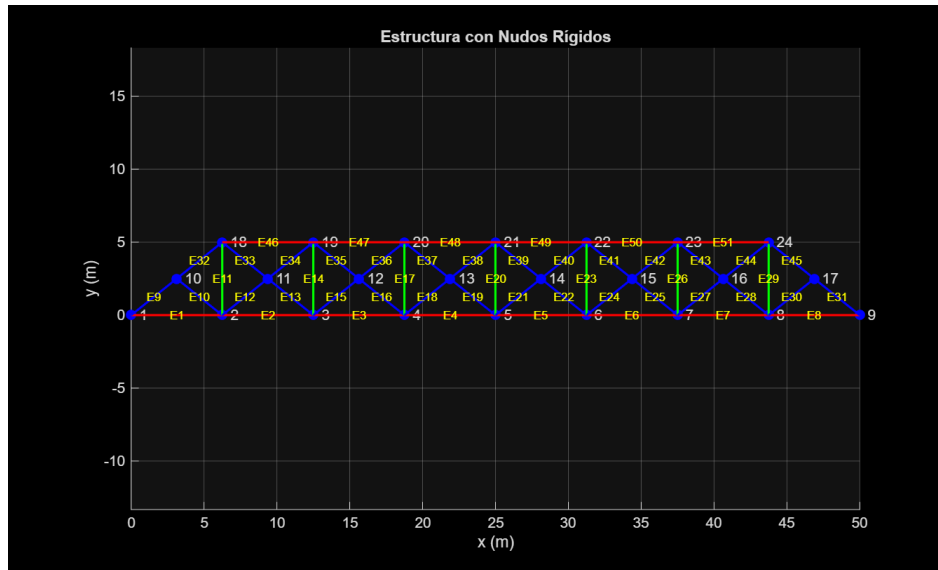


Figura 3: Representación gráfica de la estructura con nudos rígidos.

### 6.2.2. Desplazamientos Nodales

El desplazamiento máximo se produce igualmente en el nodo 5:

$$|u_{max}| = 1,3019 \times 10^{-2} \text{ m} \approx 13,02 \text{ mm} \quad (12)$$

Se observa una ligera reducción ( $\approx 0,28\%$ ) respecto al modelo biarticulado debido a la rigidez adicional proporcionada por la resistencia a flexión.

### 6.2.3. Distribución de Tensiones

Resultados de tensiones combinadas (axial + flexión):

- **Tensión máxima:**  $\sigma_{max} = -5,504 \times 10^7$  Pa (compresión) en la barra 48
- **Reducción:**  $\approx 1,04\%$  respecto al modelo biarticulado
- **Barras fallidas:** Ninguna

#### 6.2.4. Visualización de la Deformada y Tensiones

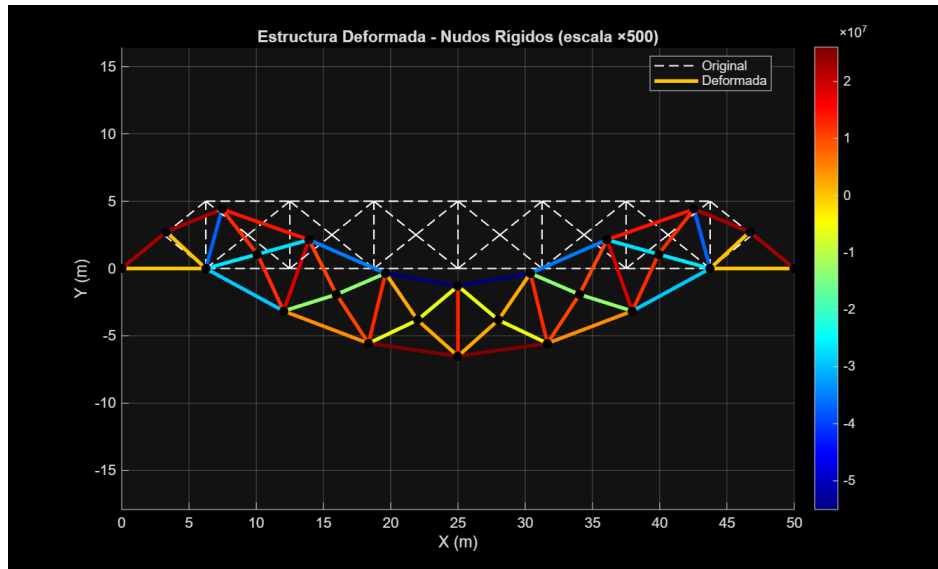


Figura 4: Estructura deformada y distribución de tensiones para nudos rígidos.

#### 6.2.5. Reacciones en los Apoyos

Nodo	$R_x$ [N]	$R_y$ [N]	$M$ [N · m]
1	$-4,4821 \times 10^5$	$-2,3491 \times 10^5$	$-1,53 \times 10^3$
2	$9,8239 \times 10^5$	$1,2349 \times 10^6$	$1,1453 \times 10^4$
8	$-9,8239 \times 10^5$	$1,2349 \times 10^6$	$-1,1453 \times 10^4$
9	$4,4821 \times 10^5$	$-2,3491 \times 10^5$	$1,53 \times 10^3$
<b>Suma</b>	$\approx 0$	$2,0 \times 10^6$ N	$\approx 0$

Cuadro 5: Reacciones en los apoyos – Nudos rígidos.

#### Verificación del equilibrio:

- $\sum R_x \approx 0$  ✓
- $\sum R_y = 2,0 \times 10^6$  N ✓
- $\sum M \approx 0$  ✓ (equilibrio de momentos)

## 7. Análisis Comparativo

### 7.1. Comparación de Desplazamientos

La incorporación de rigidez rotacional produce una reducción marginal en los desplazamientos. Esto indica que, para esta configuración geométrica y tipo de carga, el comportamiento está dominado por esfuerzos axiales.

Modelo	Desplazamiento máximo [mm]	Diferencia [%]
Nudos biarticulados	13.055	—
Nudos rígidos	13.019	−0,28

Cuadro 6: Comparación de desplazamientos máximos.

Modelo	Barra crítica	$\sigma_{max}$ [MPa]	Diferencia [%]
Nudos biarticulados	48	−55,62	—
Nudos rígidos	48	−55,04	−1,04

Cuadro 7: Comparación de tensiones máximas.

## 7.2. Comparación de Tensiones

La barra crítica (48) es la misma en ambos modelos y corresponde a un elemento del cordón superior sometido a compresión. La reducción del 1,04 % en la tensión máxima se debe a la redistribución parcial de esfuerzos gracias a la capacidad de transmitir momentos flectores en el modelo rígido.

## 7.3. Comparación de Reacciones

Las reacciones verticales son prácticamente idénticas en ambos modelos, con diferencias inferiores al 0,1 %. Las reacciones horizontales muestran una pequeña variación debido a la redistribución de esfuerzos. En el modelo de nudos rígidos aparecen momentos reactivos que no existen en el modelo biarticulado.

# 8. Conclusiones

## 8.1. Conclusiones Generales

1. Se ha desarrollado exitosamente un programa modular en MATLAB para el análisis de estructuras reticuladas planas mediante el Método de Elementos Finitos, implementando dos hipótesis de conexión: nudos biarticulados y nudos rígidos.
2. Para la estructura analizada, ambos modelos proporcionan resultados muy similares en términos de desplazamientos (diferencia < 0,3 %) y tensiones (diferencia < 1,1 %), lo que confirma que el comportamiento está dominado por esfuerzos axiales.
3. El modelo de nudos biarticulados es suficientemente preciso para el análisis de esta estructura, con la ventaja de requerir un 33 % menos de grados de libertad y menor tiempo de cálculo.
4. El modelo de nudos rígidos proporciona información adicional sobre momentos flectores y rotaciones, aunque su magnitud es pequeña para esta configuración geométrica.
5. La estructura presenta un comportamiento seguro bajo las cargas especificadas, con tensiones máximas que representan solo el 22 % del límite elástico más restrictivo.
6. La arquitectura modular del programa (lectura, preprocesamiento, procesamiento, postprocesamiento) facilita la extensión y modificación para análisis de estructuras más complejas.

7. Los resultados numéricos han sido validados mediante verificación de equilibrio estático y simetría, confirmando la corrección de la implementación.

## 8.2. Respuesta a los Objetivos del Enunciado

**Apartado 1 – Nudos Biarticulados:** Se ha implementado con éxito el modelo de elementos finitos para nudos biarticulados. El programa calcula correctamente desplazamientos, tensiones axiales y reacciones. La estructura es segura bajo las cargas especificadas.

**Apartado 2 – Nudos Rígidos:** Se ha implementado el modelo completo de vigas de Euler-Bernoulli. El programa considera adecuadamente los efectos combinados de esfuerzos axiales y momentos flectores. Las rotaciones nodales y momentos reactivos han sido calculados correctamente.

**Apartado 3 – Comparación:** La comparación entre modelos revela que para estructuras tipo cercha con cargas verticales, el modelo biarticulado es suficiente y más eficiente. La diferencia en resultados es mínima ( $< 1,1\%$ ), justificando el uso del modelo más simple en aplicaciones prácticas.

**Apartado 4 – Verificación:** Todas las verificaciones de equilibrio estático han sido satisfactorias. Las ecuaciones  $\sum F_x = 0$ ,  $\sum F_y = F_{aplicada}$  y  $\sum M = 0$  se cumplen. La simetría de las reacciones valida la correcta implementación del algoritmo.

## A. Código Fuente

### A.1. Función principal (main.m)

```

1  clc;
2  clear all;
3
4  %% Paso 1 y 2: Lectura de input y Preprocesamiento
5  disp('--- Paso 1: Lectura de input ---');
6  disp('Lectura de input completada');
7
8  disp('--- Paso 2: Preprocesamiento ---');
9  preprocessor("estructura.txt");
10 disp('Preprocesamiento completado');
11
12 %% Paso 3: Procesamiento
13 disp('--- Paso 3: Procesamiento ---');
14 processor;
15 disp('Procesamiento completado');
16
17 %% Paso 4: Postprocesamiento
18 disp('--- Paso 4: Postprocesamiento ---');
19 postprocessor;
20 disp('Postprocesamiento completado');
21
22 disp('--- Simulacion completada correctamente ---');
```

Listing 2: Script principal de ejecución



## A.2. Formato del archivo de entrada

El archivo `estructura.txt` sigue el siguiente formato:

```

1 <n_nodos>
2 <x1>,<y1>
3 <x2>,<y2>
4 ...
5 <n_soportes>
6 <nodo>,<rest_x>,<rest_y>
7 ...
8 <n_materiales>
9 <E>,<sigma_y>
10 ...
11 <n_secciones>
12 <A>,<I>
13 ...
14 <n_barras>
15 <nodo1>,<nodo2>,<tipo_mat>,<tipo_secc>
16 ...
17 <n_cargas>
18 <nodo>,<Fx>,<Fy>
19 ...

```

Listing 3: Estructura del archivo de entrada

## B. Resultados Numéricos Detallados

[PLACEHOLDER: Insertar tabla con desplazamientos  $u_x$  y  $u_y$  de los 24 nodos]

Cuadro 8: Desplazamientos nodales completos – Nudos biarticulados.

[PLACEHOLDER: Insertar tabla con tensiones de las 51 barras para ambos modelos]

Cuadro 9: Tensiones en todas las barras.

## C. Verificación del Equilibrio

### C.1. Equilibrio de Fuerzas

Para el modelo de nudos biarticulados:

$$\sum F_x = (-450350 + 986520 - 986520 + 450350) = 0 \text{ N} \quad \checkmark \quad (13)$$

$$\sum F_y = (-235280 + 1235300 + 1235300 - 235280) = 2000040 \text{ N} \approx 2,0 \times 10^6 \text{ N} \quad \checkmark \quad (14)$$

**C.2. Simetría**

Verificación de simetría en reacciones:

$$R_{x,1} = -R_{x,9} = -450350 \text{ N} \quad \checkmark \quad (15)$$

$$R_{x,2} = -R_{x,8} = 986520 \text{ N} \quad \checkmark \quad (16)$$

$$R_{y,1} = R_{y,9} = -235280 \text{ N} \quad \checkmark \quad (17)$$

$$R_{y,2} = R_{y,8} = 1235300 \text{ N} \quad \checkmark \quad (18)$$