

Trabajo de curso: Puente biarticulado (pequeños desplazamientos)

Nombre Apellidos

Simulación de Materiales y Estructuras

Escuela Técnica Superior de Ingeniería, Universidad Loyola Andalucía

7 de enero de 2026

Índice

1. Introducción

En este trabajo se analiza la estructura asignada (modelo de un puente) mediante el *método matricial de la rigidez*. La geometría global está definida por $L = 50$ m y $H = 5$ m, y la carga total aplicada es una fuerza vertical descendente de 2 MN repartida sobre los nodos de la banda de rodadura. En esta primera parte se considera que **todas las barras son biarticuladas** y se asume la **hipótesis de pequeños desplazamientos**.

2. Datos del problema

2.1. Tipos de barra

La estructura utiliza tres tipos de barra (material y sección), de acuerdo con el enunciado. En el modelo de nudos biarticulados solo se emplean E y el área A (los momentos de inercia I quedan reservados para el caso de nudos rígidos).

Cuadro 1: Propiedades de los tres tipos de barra.

| Tipo | Sección | A [m ²] | E [GPa] | S_y [MPa] |
|------|-------------------------------|-----------------------|-----------|-------------|
| 1 | Rectangular 15×10 cm | 0.0150 | 200 | 250 |
| 2 | Cuadrada 12×12 cm | 0.0144 | 160 | 250 |
| 3 | Circular $D = 180$ mm | 0.0254 | 160 | 210 |

2.2. Apoyos y cargas

Los apoyos se sitúan en los nodos 1, 2, 8 y 9, restringiendo los dos grados de libertad (u_x, u_y) en dichos nodos, de forma coherente con el archivo de entrada. La carga total es

−2 MN en dirección vertical, aplicada en los nodos de la banda de rodadura (nodos 1–9) con el reparto:

$$F_{y,1} = F_{y,9} = -125 \text{ kN}, \quad F_{y,2} = \dots = F_{y,8} = -250 \text{ kN}.$$

3. Representación inicial

(a) Representar la estructura indicando los tres tipos de barra

(b) Identificar los nodos de la estructura

En la Figura ?? se representa la estructura con los tres tipos de barra (colores) y se numeran los nodos. Para identificar los elementos de forma no ambigua, se incluye la tabla de conectividad en el Apéndice ??.

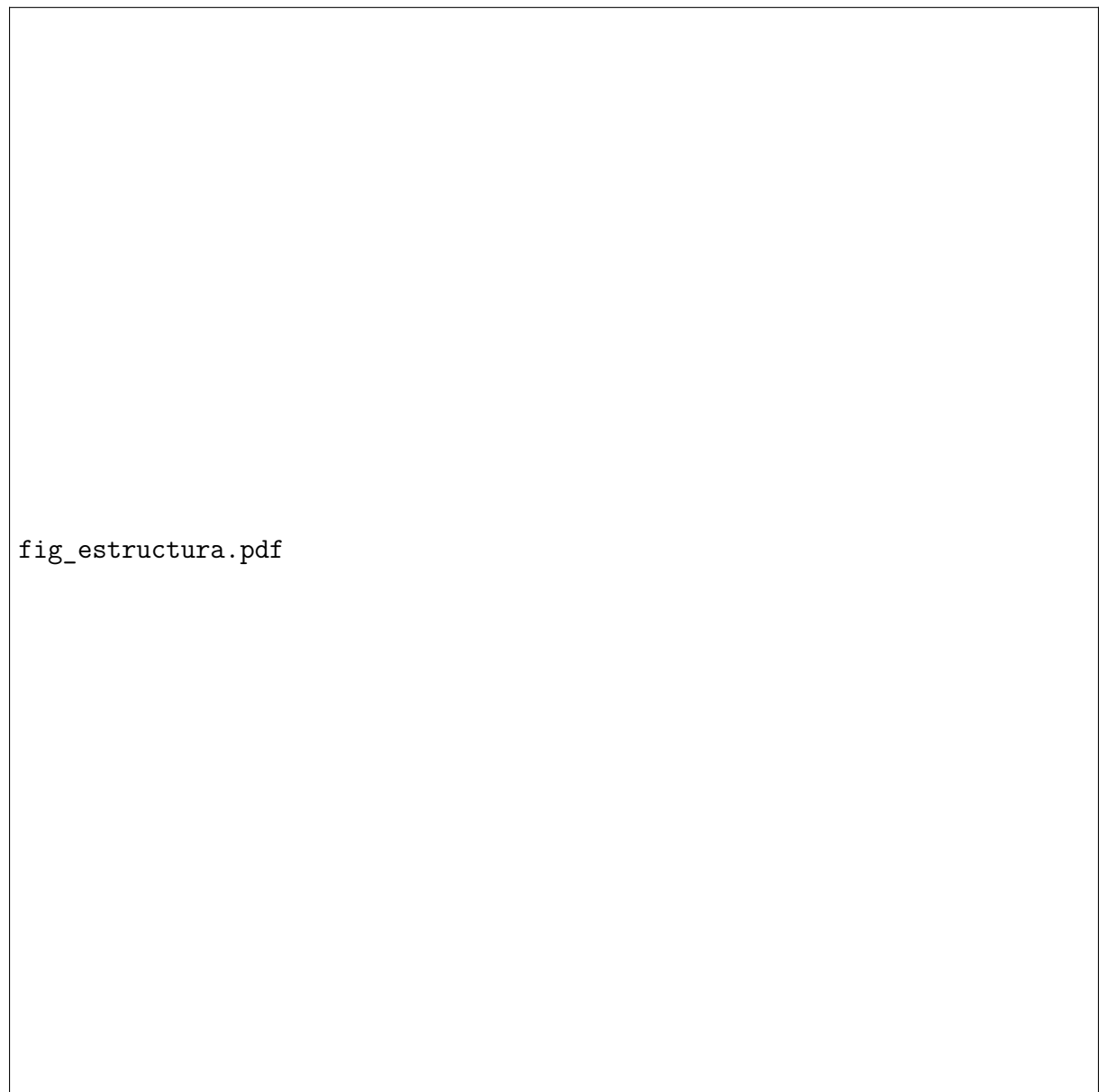


Figura 1: Estructura inicial: tipos de barra (colores), numeración de nodos, apoyos y cargas aplicadas.

4. Barras biarticuladas y pequeños desplazamientos

4.1. Metodología de cálculo (resumen)

Se ha implementado un flujo de cálculo modular (lectura de datos, preprocesado, procesado y postprocesado) basado en el método matricial:

- Para cada barra e se calcula su longitud L_e y su orientación ($c = \cos \theta$, $s = \sin \theta$).
- Se construye la matriz de rigidez local axial $k_e = \frac{E_e A_e}{L_e} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$ y se transforma a coordenadas globales mediante una matriz de giro T_e .
- Se ensambla la matriz global S en los grados de libertad (u_x, u_y) de cada nodo.
- Se aplican las condiciones de contorno particionando en GDL libres y restringidos, y se resuelve el sistema $S_{dd} \mathbf{d}_d = \mathbf{p}_d$.

(c) Desplazamientos nodales

En la Tabla ?? se muestran los desplazamientos nodales resultantes. El máximo desplazamiento vertical se obtiene en el nodo 5, con $u_y = -13,055$ mm (descenso). El máximo desplazamiento horizontal en valor absoluto aparece en los nodos 19, 23, con $|u_x| = 2,852$ mm.

Cuadro 2: Coordenadas y desplazamientos nodales (modelo biarticulado).

| Nodo | x [m] | y [m] | u_x [mm] | u_y [mm] |
|------|---------|---------|------------|------------|
| 1 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 |
| 2 | 6.250 | 0.000 | 0.000 | 0.000 |
| 3 | 12.500 | 0.000 | -0.927 | -6.339 |
| 4 | 18.750 | 0.000 | -0.802 | -11.141 |
| 5 | 25.000 | 0.000 | -0.000 | -13.055 |
| 6 | 31.250 | 0.000 | 0.802 | -11.141 |
| 7 | 37.500 | 0.000 | 0.927 | -6.339 |
| 8 | 43.750 | 0.000 | 0.000 | 0.000 |
| 9 | 50.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 |
| 10 | 3.125 | 2.500 | 0.364 | 0.455 |
| 11 | 9.375 | 2.500 | 1.441 | -2.895 |
| 12 | 15.625 | 2.500 | 0.678 | -8.880 |
| 13 | 21.875 | 2.500 | 0.239 | -12.687 |
| 14 | 28.125 | 2.500 | -0.239 | -12.687 |
| 15 | 34.375 | 2.500 | -0.678 | -8.880 |
| 16 | 40.625 | 2.500 | -1.441 | -2.895 |
| 17 | 46.875 | 2.500 | -0.364 | 0.455 |
| 18 | 6.250 | 5.000 | 2.413 | -1.198 |
| 19 | 12.500 | 5.000 | 2.852 | -5.752 |
| 20 | 18.750 | 5.000 | 1.739 | -10.741 |
| 21 | 25.000 | 5.000 | 0.000 | -12.634 |

| Nodo | x [m] | y [m] | u_x [mm] | u_y [mm] |
|------|---------|---------|------------|------------|
| 22 | 31.250 | 5.000 | -1.739 | -10.741 |
| 23 | 37.500 | 5.000 | -2.852 | -5.752 |
| 24 | 43.750 | 5.000 | -2.413 | -1.198 |

(d) Reacciones en los apoyos y comprobación de equilibrio

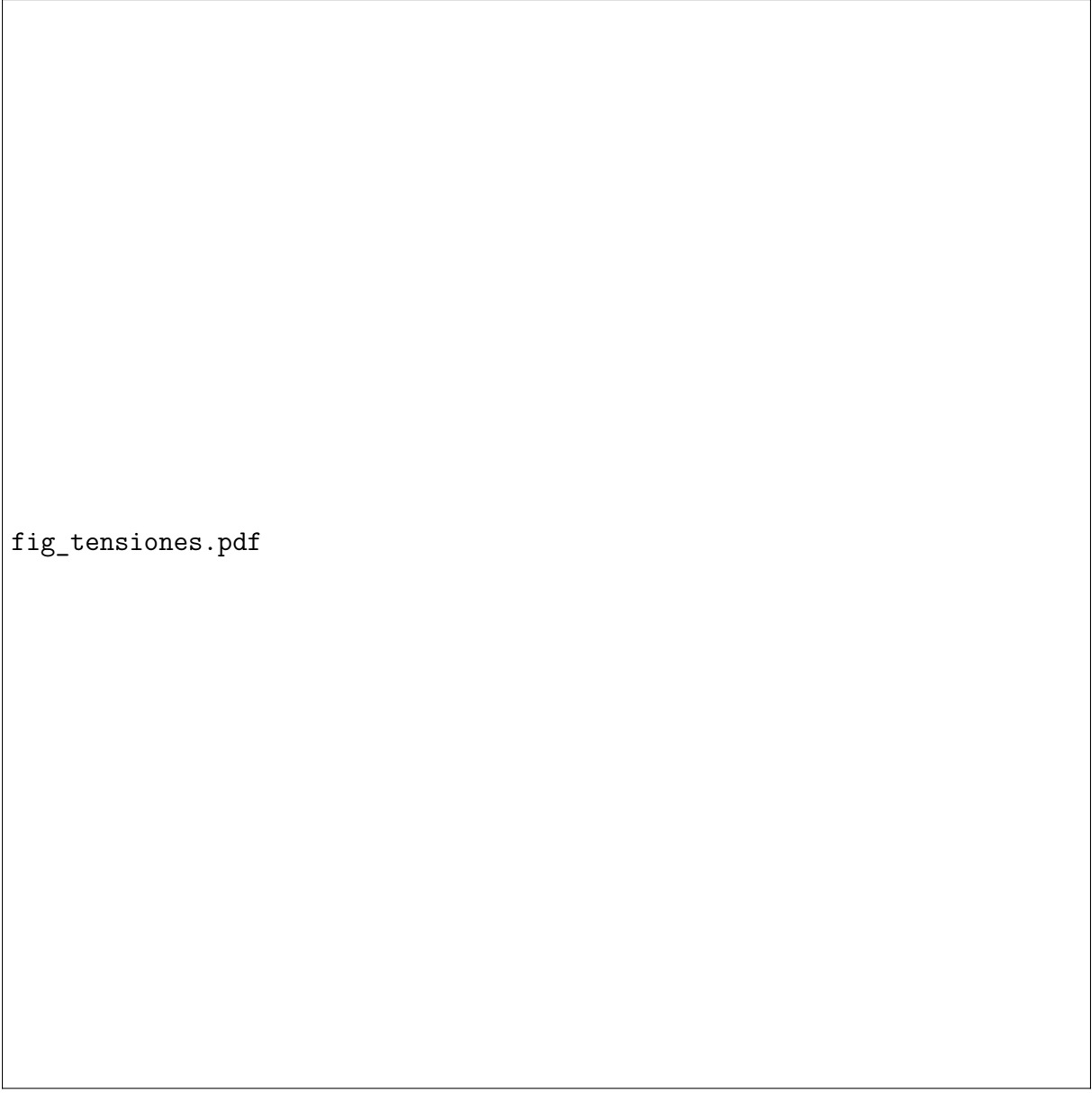
Las reacciones se calculan como $r = S d - p$. En la Tabla ?? se recogen las reacciones en los apoyos. La comprobación global de equilibrio (suma de fuerzas externas más reacciones) conduce a un residuo numérico del orden de 10^{-8} N, atribuible a redondeo.

Cuadro 3: Reacciones en los apoyos (signo según ejes globales).

| Nodo | R_x [kN] | R_y [kN] |
|------|------------|------------|
| 1 | -450.353 | -235.283 |
| 2 | 986.517 | 1235.283 |
| 8 | -986.517 | 1235.283 |
| 9 | 450.353 | -235.283 |

(e) Estructura deformada con escala de colores para la tensión

Las tensiones axiales se obtienen a partir de la deformación unitaria $\varepsilon_e \approx \Delta L_e / L_e$ y $\sigma_e = E_e \varepsilon_e$. La Figura ?? representa la estructura deformada (escala 100 para visualización) coloreada según σ .



fig_tensiones.pdf

Figura 2: Estructura deformada (escala 100) y distribución de tensiones.

(f) Barra con mayor tensión y comprobación de fallo

La máxima tensión en valor absoluto es $|\sigma_{\text{máx}}| = 55,624 \text{ MPa}$, y se localiza en los elementos 48, 49 (compresión). Dado que $|\sigma_{\text{máx}}| < S_y$ para los tres tipos de barra, **no se detecta fallo** según el criterio elástico ($|\sigma| > S_y$). A modo de resumen, la Tabla ?? muestra los diez elementos más solicitados (por $|\sigma|$).

Cuadro 4: Elementos más solicitados (ordenados por $|\sigma|$).

| Elem. | i | j | Tipo | L [m] | σ [MPa] | N [kN] |
|-------|-----|-----|------|---------|----------------|----------|
| 49 | 21 | 22 | 1 | 6.250 | -55.624 | -834.358 |
| 48 | 20 | 21 | 1 | 6.250 | -55.624 | -834.358 |
| 11 | 2 | 18 | 2 | 5.000 | -38.309 | -551.644 |
| 29 | 8 | 24 | 2 | 5.000 | -38.309 | -551.644 |
| 50 | 22 | 23 | 1 | 6.250 | -35.567 | -533.502 |
| 47 | 19 | 20 | 1 | 6.250 | -35.567 | -533.502 |
| 7 | 7 | 8 | 1 | 6.250 | -29.551 | -443.261 |
| 2 | 2 | 3 | 1 | 6.250 | -29.551 | -443.261 |
| 34 | 11 | 19 | 3 | 4.002 | -27.264 | -692.502 |
| 43 | 16 | 23 | 3 | 4.002 | -27.264 | -692.502 |

5. Conclusiones (parte biarticulada)

El modelo biarticulado predice un descenso máximo del tablero del orden de 13,06 mm bajo la carga distribuida de 2 MN. Las tensiones permanecen por debajo de los límites elásticos indicados, por lo que la estructura no presenta fallo en régimen elástico para este caso de carga.

A. Conectividad de elementos

La Tabla ?? define la conectividad nodal y el tipo de barra de cada elemento (Tipo = 1, 2, 3).

Cuadro 5: Conectividad de elementos y tipo de barra.

| Elemento | i | j | Tipo | L [m] |
|----------|-----|-----|------|---------|
| 1 | 1 | 2 | 1 | 6.250 |
| 2 | 2 | 3 | 1 | 6.250 |
| 3 | 3 | 4 | 1 | 6.250 |
| 4 | 4 | 5 | 1 | 6.250 |
| 5 | 5 | 6 | 1 | 6.250 |
| 6 | 6 | 7 | 1 | 6.250 |
| 7 | 7 | 8 | 1 | 6.250 |
| 8 | 8 | 9 | 1 | 6.250 |
| 9 | 1 | 10 | 3 | 4.002 |
| 10 | 2 | 10 | 3 | 4.002 |
| 11 | 2 | 18 | 2 | 5.000 |
| 12 | 2 | 11 | 3 | 4.002 |
| 13 | 3 | 11 | 3 | 4.002 |
| 14 | 3 | 19 | 2 | 5.000 |
| 15 | 3 | 12 | 3 | 4.002 |
| 16 | 4 | 12 | 3 | 4.002 |
| 17 | 4 | 20 | 2 | 5.000 |

| Elemento | i | j | Tipo | L [m] |
|----------|-----|-----|------|---------|
| 18 | 4 | 13 | 3 | 4.002 |
| 19 | 5 | 13 | 3 | 4.002 |
| 20 | 5 | 21 | 2 | 5.000 |
| 21 | 5 | 14 | 3 | 4.002 |
| 22 | 6 | 14 | 3 | 4.002 |
| 23 | 6 | 22 | 2 | 5.000 |
| 24 | 6 | 15 | 3 | 4.002 |
| 25 | 7 | 15 | 3 | 4.002 |
| 26 | 7 | 23 | 2 | 5.000 |
| 27 | 7 | 16 | 3 | 4.002 |
| 28 | 8 | 16 | 3 | 4.002 |
| 29 | 8 | 24 | 2 | 5.000 |
| 30 | 8 | 17 | 3 | 4.002 |
| 31 | 9 | 17 | 3 | 4.002 |
| 32 | 10 | 18 | 3 | 4.002 |
| 33 | 11 | 18 | 3 | 4.002 |
| 34 | 11 | 19 | 3 | 4.002 |
| 35 | 12 | 19 | 3 | 4.002 |
| 36 | 12 | 20 | 3 | 4.002 |
| 37 | 13 | 20 | 3 | 4.002 |
| 38 | 13 | 21 | 3 | 4.002 |
| 39 | 14 | 21 | 3 | 4.002 |
| 40 | 14 | 22 | 3 | 4.002 |
| 41 | 15 | 22 | 3 | 4.002 |
| 42 | 15 | 23 | 3 | 4.002 |
| 43 | 16 | 23 | 3 | 4.002 |
| 44 | 16 | 24 | 3 | 4.002 |
| 45 | 17 | 24 | 3 | 4.002 |
| 46 | 18 | 19 | 1 | 6.250 |
| 47 | 19 | 20 | 1 | 6.250 |
| 48 | 20 | 21 | 1 | 6.250 |
| 49 | 21 | 22 | 1 | 6.250 |
| 50 | 22 | 23 | 1 | 6.250 |
| 51 | 23 | 24 | 1 | 6.250 |