

Trabajo de curso: Puente biarticulado (pequeños desplazamientos)

Nombre Apellidos

Simulación de Materiales y Estructuras

Escuela Técnica Superior de Ingeniería, Universidad Loyola Andalucía

7 de enero de 2026

Índice

1. Introducción	1
2. Datos del problema	1
2.1. Tipos de barra	1
2.2. Apoyos y cargas	2
3. Representación inicial	2
4. Barras biarticuladas y pequeños desplazamientos	2
4.1. Metodología de cálculo (resumen)	2
5. Conclusiones (parte biarticulada)	5
A. Conectividad de elementos	5

1. Introducción

En este trabajo se analiza la estructura asignada (modelo de un puente) mediante el *método matricial de la rigidez*. La geometría global está definida por $L = 50$ m y $H = 5$ m, y la carga total aplicada es una fuerza vertical descendente de 2 MN repartida sobre los nodos de la banda de rodadura. En esta primera parte se considera que **todas las barras son biarticuladas** y se asume la **hipótesis de pequeños desplazamientos**.

2. Datos del problema

2.1. Tipos de barra

La estructura utiliza tres tipos de barra (material y sección), de acuerdo con el enunciado. En el modelo de nudos biarticulados solo se emplean E y el área A (los momentos de inercia I quedan reservados para el caso de nudos rígidos).

Cuadro 1: Propiedades de los tres tipos de barra.

Tipo	Sección	A [m ²]	E [GPa]	S_y [MPa]
1	Rectangular 15×10 cm	0.0150	200	250
2	Cuadrada 12×12 cm	0.0144	160	250
3	Circular $D = 180$ mm	0.0254	160	210

2.2. Apoyos y cargas

Los apoyos se sitúan en los nodos 1, 2, 8 y 9, restringiendo los dos grados de libertad (u_x, u_y) en dichos nodos, de forma coherente con el archivo de entrada. La carga total es -2 MN en dirección vertical, aplicada en los nodos de la banda de rodadura (nodos 1–9) con el reparto:

$$F_{y,1} = F_{y,9} = -125 \text{ kN}, \quad F_{y,2} = \dots = F_{y,8} = -250 \text{ kN}.$$

3. Representación inicial

(a) Representar la estructura indicando los tres tipos de barra

(b) Identificar los nodos de la estructura

En la Figura 1 se representa la estructura con los tres tipos de barra (colores) y se numeran los nodos. Para identificar los elementos de forma no ambigua, se incluye la tabla de conectividad en el Apéndice A.

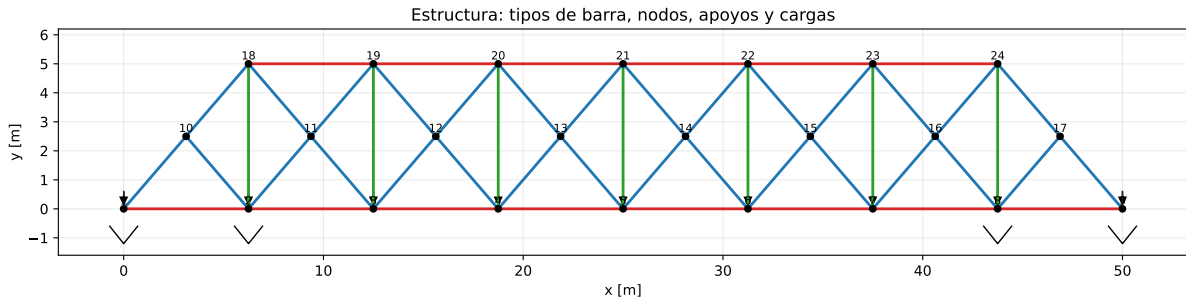


Figura 1: Estructura inicial: tipos de barra (colores), numeración de nodos, apoyos y cargas aplicadas.

4. Barras biarticuladas y pequeños desplazamientos

4.1. Metodología de cálculo (resumen)

Se ha implementado un flujo de cálculo modular (lectura de datos, preprocesado, procesado y postprocesado) basado en el método matricial:

- Para cada barra e se calcula su longitud L_e y su orientación ($c = \cos \theta$, $s = \sin \theta$).

- Se construye la matriz de rigidez local axial $k_e = \frac{E_e A_e}{L_e} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$ y se transforma a coordenadas globales mediante una matriz de giro T_e .
- Se ensambla la matriz global S en los grados de libertad (u_x, u_y) de cada nodo.
- Se aplican las condiciones de contorno particionando en GDL libres y restringidos, y se resuelve el sistema $S_{dd} \mathbf{d}_d = \mathbf{p}_d$.

(c) Desplazamientos nodales

En la Tabla 2 se muestran los desplazamientos nodales resultantes. El máximo desplazamiento vertical se obtiene en el nodo 5, con $u_y = -13,055 \text{ mm}$ (descenso). El máximo desplazamiento horizontal en valor absoluto aparece en los nodos 19, 23, con $|u_x| = 2,852 \text{ mm}$.

Cuadro 2: Coordenadas y desplazamientos nodales (modelo biarticulado).

Nodo	x [m]	y [m]	u_x [mm]	u_y [mm]
1	0.000	0.000	0.000	0.000
2	6.250	0.000	0.000	0.000
3	12.500	0.000	-0.927	-6.339
4	18.750	0.000	-0.802	-11.141
5	25.000	0.000	-0.000	-13.055
6	31.250	0.000	0.802	-11.141
7	37.500	0.000	0.927	-6.339
8	43.750	0.000	0.000	0.000
9	50.000	0.000	0.000	0.000
10	3.125	2.500	0.364	0.455
11	9.375	2.500	1.441	-2.895
12	15.625	2.500	0.678	-8.880
13	21.875	2.500	0.239	-12.687
14	28.125	2.500	-0.239	-12.687
15	34.375	2.500	-0.678	-8.880
16	40.625	2.500	-1.441	-2.895
17	46.875	2.500	-0.364	0.455
18	6.250	5.000	2.413	-1.198
19	12.500	5.000	2.852	-5.752
20	18.750	5.000	1.739	-10.741
21	25.000	5.000	0.000	-12.634
22	31.250	5.000	-1.739	-10.741
23	37.500	5.000	-2.852	-5.752
24	43.750	5.000	-2.413	-1.198

(d) Reacciones en los apoyos y comprobación de equilibrio

Las reacciones se calculan como $r = Sd - p$. En la Tabla 3 se recogen las reacciones en los apoyos. La comprobación global de equilibrio (suma de fuerzas externas más

reacciones) conduce a un residuo numérico del orden de 10^{-8} N, atribuible a redondeo.

Cuadro 3: Reacciones en los apoyos (signo según ejes globales).

Nodo	R_x [kN]	R_y [kN]
1	-450.353	-235.283
2	986.517	1235.283
8	-986.517	1235.283
9	450.353	-235.283

(e) Estructura deformada con escala de colores para la tensión

Las tensiones axiales se obtienen a partir de la deformación unitaria $\varepsilon_e \approx \Delta L_e / L_e$ y $\sigma_e = E_e \varepsilon_e$. La Figura 2 representa la estructura deformada (escala 100 para visualización) coloreada según σ .

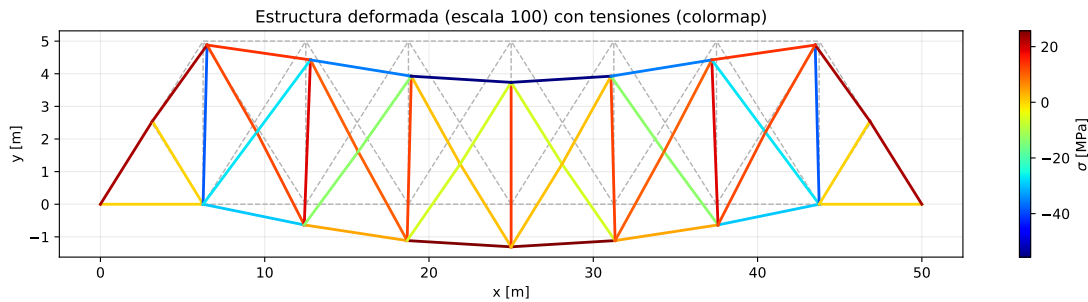


Figura 2: Estructura deformada (escala 100) y distribución de tensiones.

(f) Barra con mayor tensión y comprobación de fallo

La máxima tensión en valor absoluto es $|\sigma_{\text{máx}}| = 55,624$ MPa, y se localiza en los elementos 48, 49 (compresión). Dado que $|\sigma_{\text{máx}}| < S_y$ para los tres tipos de barra, **no se detecta fallo** según el criterio elástico ($|\sigma| > S_y$). A modo de resumen, la Tabla 4 muestra los diez elementos más solicitados (por $|\sigma|$).

Cuadro 4: Elementos más solicitados (ordenados por $|\sigma|$).

Elem.	i	j	Tipo	L [m]	σ [MPa]	N [kN]
49	21	22	1	6.250	-55.624	-834.358
48	20	21	1	6.250	-55.624	-834.358
11	2	18	2	5.000	-38.309	-551.644
29	8	24	2	5.000	-38.309	-551.644
50	22	23	1	6.250	-35.567	-533.502
47	19	20	1	6.250	-35.567	-533.502
7	7	8	1	6.250	-29.551	-443.261
2	2	3	1	6.250	-29.551	-443.261
34	11	19	3	4.002	-27.264	-692.502
43	16	23	3	4.002	-27.264	-692.502

5. Conclusiones (parte biarticulada)

El modelo biarticulado predice un descenso máximo del tablero del orden de 13,06 mm bajo la carga distribuida de 2 MN. Las tensiones permanecen por debajo de los límites elásticos indicados, por lo que la estructura no presenta fallo en régimen elástico para este caso de carga.

A. Conectividad de elementos

La Tabla 5 define la conectividad nodal y el tipo de barra de cada elemento (Tipo = 1, 2, 3).

Cuadro 5: Conectividad de elementos y tipo de barra.

Elemento	i	j	Tipo	L [m]
1	1	2	1	6.250
2	2	3	1	6.250
3	3	4	1	6.250
4	4	5	1	6.250
5	5	6	1	6.250
6	6	7	1	6.250
7	7	8	1	6.250
8	8	9	1	6.250
9	1	10	3	4.002
10	2	10	3	4.002
11	2	18	2	5.000
12	2	11	3	4.002
13	3	11	3	4.002
14	3	19	2	5.000
15	3	12	3	4.002
16	4	12	3	4.002
17	4	20	2	5.000
18	4	13	3	4.002
19	5	13	3	4.002
20	5	21	2	5.000
21	5	14	3	4.002
22	6	14	3	4.002
23	6	22	2	5.000
24	6	15	3	4.002
25	7	15	3	4.002
26	7	23	2	5.000
27	7	16	3	4.002
28	8	16	3	4.002
29	8	24	2	5.000
30	8	17	3	4.002
31	9	17	3	4.002
32	10	18	3	4.002

Elemento	i	j	Tipo	L [m]
33	11	18	3	4.002
34	11	19	3	4.002
35	12	19	3	4.002
36	12	20	3	4.002
37	13	20	3	4.002
38	13	21	3	4.002
39	14	21	3	4.002
40	14	22	3	4.002
41	15	22	3	4.002
42	15	23	3	4.002
43	16	23	3	4.002
44	16	24	3	4.002
45	17	24	3	4.002
46	18	19	1	6.250
47	19	20	1	6.250
48	20	21	1	6.250
49	21	22	1	6.250
50	22	23	1	6.250
51	23	24	1	6.250