

发旗信息工程智能 Anhui Institute of Information Technology

通识教育与外国语学院



熟悉基本内容、结构

应用 分析

应用中思考、学习

笔 概括、整理、理解 记

9.3.2020

加强理解、应用





根据瞬时速度矢量的定义,及其用直角坐标和自然坐标的表示形式,它的大小的可 表示为[BDFH]

 $(A)\frac{dr}{dt}$ X

 $(A) \frac{dr}{dt}$ X $(B) \left| \frac{d\vec{r}}{dt} \right|$ $\left| \frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{v} \right|$ $\left| \frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{v} \right|$

$$(C)\frac{ds}{dt}$$
 X 速率 $\frac{ds}{dt} = v$,有正负

$$(E)\frac{dx}{dt} + \frac{dy}{dt} + \frac{dz}{dt} \qquad \frac{X}{dt}$$

$$\frac{dx}{dt} + \frac{dy}{dt} + \frac{dz}{dt} = v_x + v_y + v_z$$

$$(G)\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dz}{dt}\right)^2$$

$$\frac{\mathbf{X}}{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2} + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dz}{dt}\right)^2 = v^2$$

$$(B) \left| \frac{d\vec{r}}{dt} \right| \qquad \frac{\sqrt{}}{\left| \frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{v} \right|}$$

(D)
$$\left| \frac{ds}{dt} \right| \sqrt{\left| \frac{ds}{dt} \right|} = v \left| = |\vec{v}| \right|$$

$$(F)\left|\frac{dx}{dt}\vec{i} + \frac{dy}{dt}\vec{j} + \frac{dz}{dt}\vec{k}\right| : \quad \checkmark$$

$$(H)\left[\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dz}{dt}\right)^2\right]^{\frac{1}{2}} \quad \checkmark$$



 $(A) \left| \frac{d\vec{v}}{dt} \right| \qquad (B) \frac{dv}{dt}$ $(C) \left| \frac{d^2\vec{r}}{dt^2} \right| \qquad (D) \frac{d^2r}{dt^2}$ $(E) \frac{d^2s}{dt^2} \qquad (F) \frac{d^2x}{dt^2} + \frac{d^2y}{dt^2} + \frac{d^2z}{dt^2}$ $(G) \left[\left(\frac{v^2}{\rho} \right)^2 + \left(\frac{dv}{dt} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \qquad (H) \left[\left(\frac{v^2}{\rho} \right)^2 + \left(\frac{d^2s}{dt^2} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}}$

解析: AC均表示加速度的绝对值, BE为切向加速度, GH均为向心加速度和切向加速度的合成得到总的速度大小。



以下说法中,正确的是[BCDF]

- (A)质点具有恒定的速度,但仍可能具有变化的速率
- (B)质点具有恒定的速率, 但仍可能具有变化的速度
- (C)质点加速度方向恒定, 但速度方向仍可能在不断变化着
- (D)质点速度方向恒定, 但加速度方向仍可能在不断变化着
- (E)某时刻质点加速度的值很大,则该时刻质点速度的值也必定很大
- (F)质点作曲线运动时, 其法向加速度一般并不为零, 但也有可能在某时刻法向加速度 为零

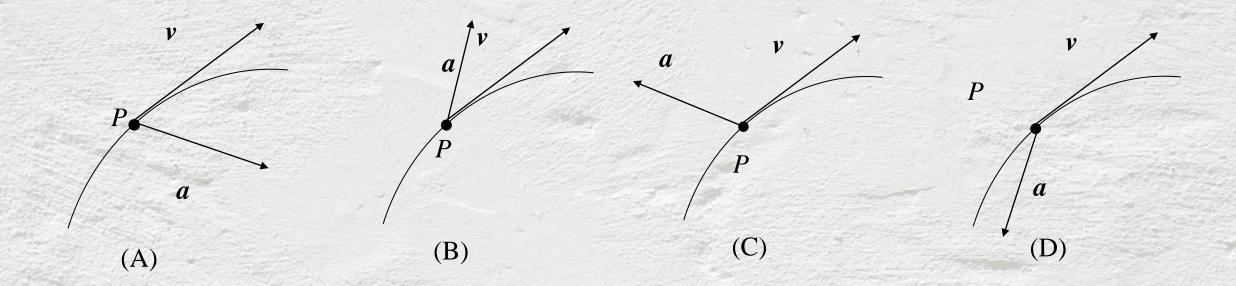
解析: 速度和加速度均为矢量, 速度对时间的一阶导数 (即变化率) 为加速度。



1.1.(4)

能正确表示质点在曲线轨迹上P点的运动为减速的图是[D]





解析:对于轨迹已知的运动,速度方向必定沿切向,加速度方向可以任意。

由题可知,要做减速运动,则必须有切向加速度为负的分量,又因为曲线运动,一定有向心加速度,则总的加速度方向只能如D项所示。



质点以速度 $v = 4 + t^2 \text{m/s}$ 作直线运动,沿质点运动直线作Ox轴,并已知t = 3s时质点位于x = 9 m处,则该质点的运动学方程为[C]



- (A) x = 2t
- (B) $x = 4t + \frac{1}{2}t^2$
- (C) $x = 4t + \frac{1}{3}t^3 12$
- (D) $x = 4t + \frac{1}{3}t^3 + 12$

解: 速度定义 $v = \frac{dx}{dt}$ 可得vdt = dx, 等式两边同时积分 $\int vdt = \int dx$ 可得 $\int (4 + t^2)dt = \int dx$, $x = \frac{1}{3}t^3 + 4t + C$ 已知t = 3s时质点位于t = 9 m, 带入上式可得t = -12; 质点的运动学方程为 $t = \frac{1}{3}t^3 + 4t - 12$



一质点的运动学方程为 $x = t^2$, $y = (t-1)^2$, x, y的单位均为m, t以s为单位,试求:

- **★★★★★** (1)质点的轨迹方程;
 - (2)在t=2s时,质点的速度 \bar{v} 和加速度 \bar{a}

解析:

- (1)由运动学方程<mark>消去时间t</mark>可得质点的轨迹方程,将 $t = \sqrt{x}$ 代入有 $y = \sqrt{x}$ $(\sqrt{x} - 1)^2$
- (2)对运动学方程微分求速度和加速度,即

$$v_{x} = \frac{dx}{dt} = 2t;$$

$$v_{y} = \frac{dy}{dt} v_{y} = \frac{dy}{dt} = 2(t-1);$$

$$\vec{v} = \vec{v}_{x} + \vec{v}_{y} = 2t\vec{i} + 2(t-1)\vec{j}$$

$$a_{x} = \frac{dv_{x}}{dt} = 2; a_{y} = \frac{dv_{y}}{dt} = 2$$

$$\vec{a} = \vec{a}_{x} + \vec{a}_{y} = 2\vec{i} + 2\vec{j}$$

当t=2s时,代入即可

$$\vec{v} = 4\vec{i} + 2\vec{j}$$
m/s; $\vec{a} = 2\vec{i} + 2\vec{j}$ m/s²

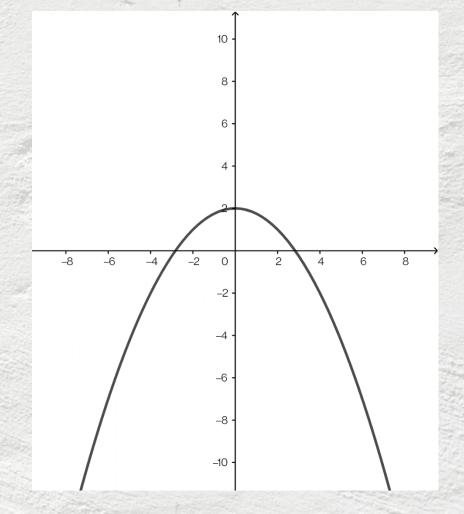


已知一质点运动方程 $\vec{r} = 2t\vec{i} + (2 - t^2)\vec{j}$, 其中r、t分别以m和s为单位, 试求:

- **★★★★★** (1)t = 1s到t = 2s质点的位移;
 - (2)t = 2s时,质点的 \vec{v} , \vec{a} ;
 - (3)质点的轨迹方程。

解析:

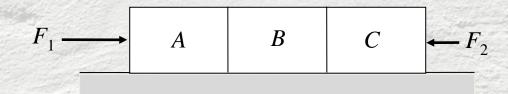
$$(1)\vec{r}_1 = 2\vec{\imath} + \vec{\jmath}, \quad \vec{r}_2 = 4\vec{\imath} - 2\vec{\jmath},$$
 $\Delta \vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1 = 2\vec{\imath} - 3\vec{\jmath}$
 $(2)\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt},$
 $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$
 $\vec{v} = 2\vec{\imath} - 2t\vec{\jmath}, \quad \vec{a} = -2\vec{\jmath};$
 $t = 2s$ 时, $\vec{v} = 2\vec{\imath} - 4\vec{\jmath}$ m/s, $\vec{a} = -2\vec{\jmath}$ m/s²
 $(3)\vec{r} = x\vec{\imath} + y\vec{\jmath};$
 $x = 2t, \quad y = 2 - t^2;$
轨迹方程为 $y = 2 - \frac{x^2}{4}$





三个质量相等的物体 $A \setminus B \setminus C$ 紧靠在一起,置于光滑水平面上,如图 $A \setminus C$ 分别受 到水平力 \vec{F}_1 、 \vec{F}_2 ($F_1 > F_2$)的作用,则A对B的作用力大小为[\mathbb{C}]

(A)
$$F_1$$
 (B) $F_1 - F_2$ (C) $\frac{2}{3}F_1 + \frac{1}{3}F_2$ (D) $\frac{2}{3}F_1 - \frac{1}{3}F_2$ (E) $\frac{1}{3}F_1 + \frac{2}{3}F_2$ (F) $\frac{1}{3}F_1 - \frac{2}{3}F_2$



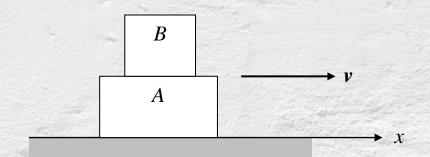
解析: 水平方向合力大小为 $F_1 - F_2$, 整体分析和隔离分析相结合。 整体分析:设A、B、C质量均为m,一起运动的加速度为a,由牛顿第二定律 有, $3ma = F_1 - F_2$ 假设A对B的作用力大小为x,则A对B的反作用力大小也为x

对A运用牛顿第二定律有, $ma=F_1-x$ 联立两式可得 $x = \frac{2}{3}F_1 + \frac{1}{3}F_2$



如图示两个质量分别为 m_A 和 m_B 的物体A和B,一起在水平面上沿x轴正向做匀减速直线运动,加速度大小为a,A与B的最大静摩擦系数为 μ ,则A作用于B的静摩擦力 \bar{F} 的大小和方向分别为[D]

- $(A)\mu m_B g$,与x轴正向相反
- $(B)\mu m_B g$,与x轴正向相同
- $(C)m_Ba$,与x轴正向相同
- $(D)m_Ba$, 与x轴正向相反



解析:

AB之间保持相对静止,因此相互之间的摩擦力为静摩擦力静摩擦力的大小只能间接从运动状态来求由于水平方向上,B只受到A的静摩擦力,也就是合外力,根据牛顿第二定律,合外力等于 $m_B a$,方向根据减速可判断与运动方向相反。



质量为m的物体,放在纬度为 φ 处的地面上,设地球质量为Me,半径为Re,自转角速度为 ω 。若考虑到地球自转的影响,则该物体收到的重力近似为[D]

(A)
$$G \frac{M_e m}{R_e^2}$$

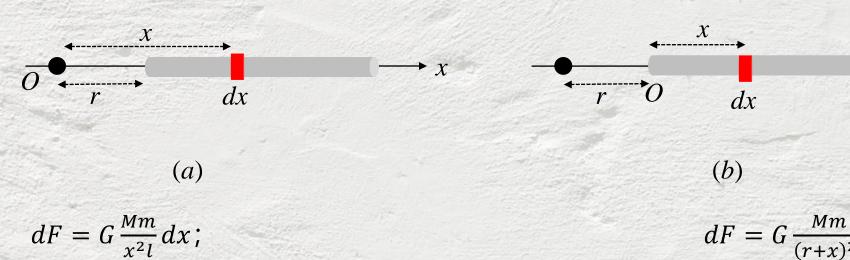
(B) $m \omega^2 R_e \cos \varphi$
(C) $m \left(G \frac{M_e}{R_e^2} + \omega^2 R_e \cos \varphi \right)$
(D) $m \left(G \frac{M_e}{R_e^2} - \omega^2 R_e \cos^2 \varphi \right)$

解析: 如图,红色为万有引力 $\vec{F}_{\mathcal{D}}$,大小由A项描述,B项为向心力 \vec{F}_n ,黄色描述,两者之间夹角为维度角,根据矢量关系,白色矢量为重力 \vec{G} , $\vec{G} = \vec{F}_{\mathcal{D}} - \vec{F}_n$,由于向心力较小,因此 $G \approx F_{\mathcal{D}} - F_n \cos \varphi$





(1)质量为m的质点,置于长为l、质量为M的均质细杆的延长线上,质点与细杆近端距 离为r, 选图(a)所示坐标系, 则细杆上长度为dx的一段与质点之间万有引力的大小为 与质点之间万有引力的大小为F=



$$dF = G \frac{Mn}{x^{2}l} dx;$$

$$F = \int_{r}^{r+l} G \frac{Mm}{x^{2}l} dx$$

$$= G \frac{Mm}{r(r+l)}$$

$$dF = G \frac{Mm}{(r+x)^2 l} dx;$$

$$F = \int_0^l G \frac{Mm}{(r+x)^2 l} dx$$

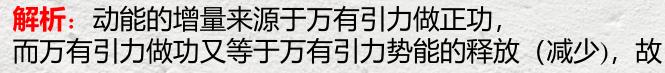
$$= G \frac{Mm}{r(r+l)}$$



• 3.1.(2)

宇宙飞船关闭发动机返回地球的过程,可以认为是仅在地球万有引力作用下运动。若用m表示飞船质量,M表示地球质量,G表示引力常量,则飞船从距地球中心 r_1 处下降到 r_2 处的过程中,动能的增量为[C]

(A) $\frac{GmM}{r_2}$ (B) $\frac{GmM}{r_2^2}$ (C) $GmM \frac{r_1 - r_2}{r_1 r_2}$ (D) $GmM \frac{r_1 - r_2}{r_1^2 r_2^2}$



$$\Delta E_{\rm k} = -\Delta E_{p}$$

$$E_{p} = -\frac{GMm}{r}$$

$$\Delta E_{k} = -\Delta E_{p} = -\frac{GMm}{r_{1}} + \frac{GMm}{r_{2}}$$







• 3.1.(3)



质点M与一固定的轻弹簧相连接,并沿椭圆轨道运动,如图,已知椭圆的长半轴和短半轴分别为a和b,弹簧原长为 l_0 ($a>l_0>b$),劲度系数为k,则质点由A运动到B的过程中弹性力所做的功为[B]

$$(A)\frac{1}{2}ka^{2} - \frac{1}{2}kb^{2}$$

$$(B)\frac{1}{2}k(a - l_{0})^{2} - \frac{1}{2}k(l_{0} - b)^{2}$$

$$(C)\frac{1}{2}k(a - b)^{2}$$

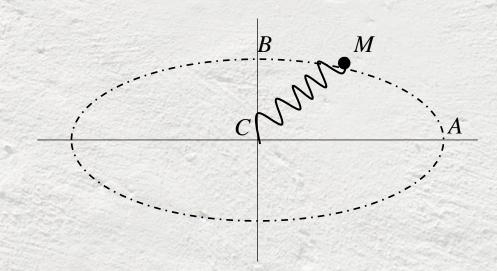
$$(D)\frac{1}{2}k(l_{0} - b)^{2} - \frac{1}{2}k(a - l_{0})^{2}$$

解析: 弹力为保守力, 其做功等于弹性势能的减少, 故

$$A = -\Delta E_p$$

$$E_p = \frac{1}{2}kx^2$$

$$A = \frac{1}{2}k(a - l_0)^2 - \frac{1}{2}k(l_0 - b)^2$$





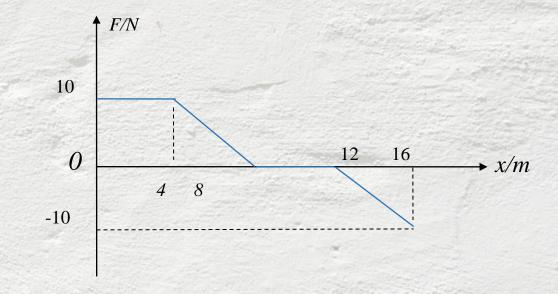
• 3.1.(4)

)

质量为10kg的物体,在变力F作用下沿x轴作直线运动,力随坐标x的变化如图。物体在x=0处,速度为1m/s,则物体运动到x=16m处,速度大小为[B]

(4) (A) $2\sqrt{2}$ m/s (B) 3 m/s (C) 4m/s (D) $\sqrt{17}$ m/s

解析: 图为F-x曲线,围成面积为F的功,由题可知,即合力的功,运动到x=16m处, $A=4\times 10+\frac{1}{2}\times 4\times 10-\frac{1}{2}\times 4\times 10=40$ J由动能定理 $\frac{1}{2}mv_2^2-\frac{1}{2}mv_1^2=40$ 得 $v_2=3$ m/s



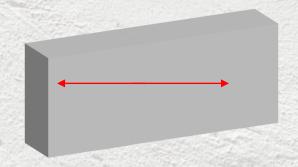


• 3.1.(5)

关于质点系内各质点间相互作用的内力做功问题,以下说法中,正确的是[C]

- (A)一对内力所做的功之和一定为零
- (B)一对内力所做的功之和一定不为零
- (C)一对内力所做的功之和一般不为零,但不排斥为零的情况
- (D)一对内力所做的功之和是否为零取决于参考系的选择

解析:内力可以做功,比如爆炸 因为内力是相互作用,作用于两个物体,作用力的大小相等,方向相反,但位 移不一定相等,故当施力物体和受力物体有相对位移发生时就会做功。



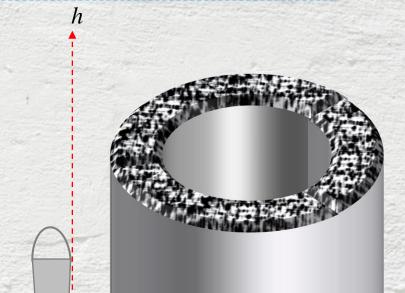


解析:

$$A = \int_{a}^{b} \vec{F} d\vec{r}$$

$$= \int_{0}^{10} (10 - 0.2h)gdh$$

$$= 900J$$



第三章

质点在力 $\vec{F} = 2y^2\vec{\iota} + 3x\vec{j}$ 作用下沿图示路径运动。若F的单位为N, x和y的单位为m, 则 力 \vec{F} 在路径Oa上的功 $A_{Oa}=$ ______,在ab上的功 $A_{ab}=$ ______,Ob上的功 $A_{Ob}=$ ______,OcbO上的功 $A_{OcbO} =$ ______•

解析:
$$A = \int_a^b \vec{F} d\vec{r} = \int_{x_a}^{x_b} F_x dx + \int_{y_a}^{y_b} F_y dy = \int_{x_a}^{x_b} 2y^2 dx + \int_{y_a}^{y_b} 3x dy$$

Oa: y=0;

$$A_{Oa} = \int_{x_a}^{x_b} 2 \cdot 0^2 dx + \int_{y_a}^{y_b} 3x d0 = 0 \text{ J}$$

ab: x=3;

$$A_{ab} = \int_{x_a}^{x_b} 2y^2 d3 + \int_{y_a}^{y_b} 3 \cdot 3 dy = 0 + 9 \int_0^2 dy = 18 \text{ J}$$

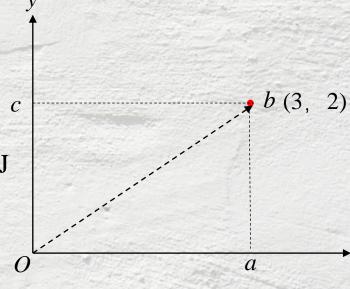
Ob:
$$y = \frac{2}{3}x$$
, $dy = \frac{2}{3}dx$, $\frac{3}{2}dy = dx$;

$$A_{Ob} = \int_{y_a}^{y_b} 2y^2 \frac{3}{2} dy + \int_{x_a}^{x_b} 3x \frac{2}{3} dx = \int_0^2 3y^2 dy + \int_0^3 2x dx = 8 + 9 = 17 \text{ J}$$

$$A_{Ocbo} = A_{Oc} + A_{cb} + A_{bo} = A_{Oc} + A_{cb} - A_{ob}$$

Oc:
$$x=0$$
; $A_{Oc} = \int_{x_a}^{x_b} 2y^2 d0 + \int_{y_a}^{y_b} 3 \cdot 0 dy = 0$ J

cb:
$$y=2$$
; $A_{cb} = \int_{x_a}^{x_b} 2 \cdot 2^2 dx + \int_{y_a}^{y_b} 3x d2 = 8 \int_0^3 dx + 0 = 24 \text{ J}$
 $A_{Ocbo} = A_{Oc} + A_{cb} - A_{ob} = 0 + 24 - 17 = 7 \text{ J}$





一沿x轴正向的力作用在一质量为3.0kg的质点上。已知质点的运动学方程为x = 3t - 1 $4t^2 + t^3$ m, 时间t单位为s, 求:

- (1)力在最初4.0s内做的功;
- (2)在t=1s时,力的瞬时功率。

解析:

$$(1)v = \frac{dx}{dt} = 3 - 8t + 3t^{2};$$

$$E_{k}(t) = \frac{1}{2}mv^{2} = \frac{1}{2} \times 3.0 \times (3 - 8t + 3t^{2})^{2}$$

$$E_{k}(t) = \frac{1}{2}mv^{2} = \frac{1}{2} \times 3.0 \times (3 - 8t + 3t^{2})^{2}$$

根据质点的动能定理,

$$A = \Delta E_k(t) = E_k(4) - E_k(0) = 528J$$

$$(2)a = \frac{dv}{dt} = -8 + 6t;$$

$$F = ma = 3 \times (-8 + 6t)$$

$$P(t) = Fv = 3 \times (-8 + 6t) \times (3 - 8t + 3t^2);$$

$$P(1) = 12W$$



• **4.1.**(1)

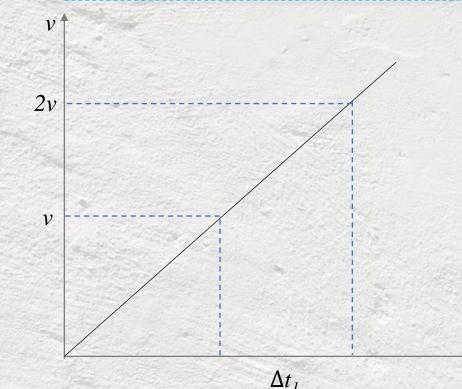
质点在恒力F作用下由静止开始作直线运动。已知在时间 Δt_1 内,速率由0增加到v,在 Δt_2 内,由v增加到2v。设该力在 Δt_1 内,冲量大小为 I_1 ,所做的功为 A_1 ,在 Δt_1 内,冲量大小为 I_2 ,所做的功为 A_2 ,则[D]。

(A)
$$A_1 = A_2$$
 $I_1 < I_2$

(B)
$$A_1 = A_2$$
 $I_1 > I_2$

(C)
$$A_1 > A_2$$
 $I_1 = I_2$

(D)
$$A_1 < A_2$$
 $I_1 = I_2$



解析:

由题可知,恒力作用,故根据牛顿第二定律,加速度恒定。

两段时间速度变化均为 ν ,故需要时间相同,即 $\Delta t_1 = \Delta t_2$,故冲量 $I_1 = I_2$

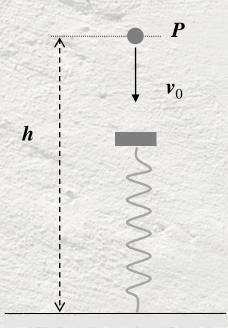
又由于 Δt_2 平均速度较大,故位移较多,故做功更多,即 $A_1 < A_2$



• **4.1.**(2)

一轻弹簧, 竖直固定于水平桌面上,如图。弹簧正上方离桌面高度为h的P点的一小球 以初速度 v_0 竖直落下,小球与弹簧碰撞后又跳回P点时,速度大小仍为 v_0 ,以小球为系统,则小球从P点下落到又跳回P点的整个运动过程中,系统的[]。

- (A) 动能不守恒, 动量不守恒
- (B) 动能守恒, 动量不守恒
- (C) 机械能不守恒, 动量守恒
- (D) 机械能守恒, 动量守恒



解析:

小球自由下落, 速度变化, 故动量和动能均不 守恒,但小球最终能回到初始位置,由能量守 恒可知,系统机械能守恒,即小球与木板间的 碰撞为完全弹性碰撞,没有机械能损失。



• 4.1.(3)

质量分别为 m_1 和 m_2 的两个小球,连接在劲度系数为k的轻质弹簧两端,并置于光滑的水平面上,如图。今以等值反向的水平力 \bar{F}_1 、 \bar{F}_2 分别同时作用于两个小球上,若把两个小球和弹簧看作一个系统,则系统在运动过程中[B]

- (A)动量守恒, 机械能守恒
- (B)动量守恒, 机械能不守恒
- (C)动量不守恒, 机械能守恒
- (D)动量不守恒, 机械能不守恒



解析:

由质点系的动量定理可知, 质点系的总动量与合外力有关,与内力无关; 由题可知,合外力为零,故动量守恒。 系统机械能与非保守力有关, F_1 和 F_2 均为非保 守力,且做正功,故机械能增加,不守恒。



• **4.1.(4)**

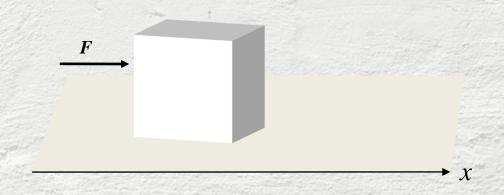
对质点系有以下几种说法

- ①质点系总动量的改变与内力无关;
- ②质点系总动能的改变与内力无关;
- ③质点系机械能的改变与保守内力无关;
- ④质点系总势能的改变与保守内力无关。
- 以上说法中[B]
- (A)只有①是正确的 (B)①和③是正确的 (C)①和④是正确的 (D)②和③是正确的

解析:

由动能定理、动量定理、"势能定理"、"机械能定理"可知, 质点系的总动能与合外力有关,包括系统的内力; 质点系的总动量与合外力有关,与内力无关; 质点系的总势能只与保守内力有关,保守力做功改变势能; 质点系的机械能与非保守力做功有关,与保守力做功无关。





解析: ①
$$\vec{I} = \int_0^3 12t \vec{i} dt = 54\vec{i}$$

② 根据动量定理,合外力的冲量等于动量的增量,即 $\vec{l} = m\vec{v}_2 - m\vec{v}_1 = m\vec{v}(3) - m\vec{v}(0) = 54\vec{i}$ $\vec{v}(3) = 27\vec{i}$ m/s



质量m = 1 kg 的质点,以速度 $\vec{v} = \left(-3 \sin \frac{\pi}{2} t \vec{i} + 3 \cos \frac{\pi}{2} t \vec{j}\right) \text{m/s运动,该质点在从} t=0$ 到 t=4 s 这段时间内所受到的合力的冲量大小为____,在t=1 s 到t=2 s 这一运动过程中,动量的增量大小为____。

解析:

根据动量定理,合外力的冲量等于动量的增量,即

①
$$\vec{I} = m\vec{v}_2 - m\vec{v}_1 = m\vec{v}(4) - m\vec{v}(0) = 0$$

②
$$\vec{I} = m\vec{v}_2 - m\vec{v}_1 = m\vec{v}(2) - m\vec{v}(1) = -3\vec{j} + 3\vec{i}$$

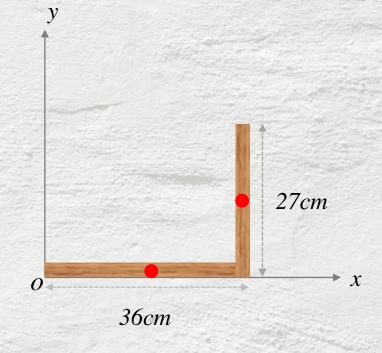
$$|\vec{I}| = 3\sqrt{2}$$



解析:建立坐标系如图,设细棒的总质量为63,即x 轴上质量为36, y轴上为27

- ① 利用质量连续分布的质心公式 $\vec{r}_c = \frac{\int \vec{r} dm}{M}$ $x_c = \frac{36 \cdot 27 + \int_0^{36} x dm}{63} = \frac{36 \cdot 27 + \int_0^{36} x dx}{63}$ =25.71cm $y_c = \frac{\int_0^{27} y dm}{63} = \frac{\int_0^{27} y dy}{63}$ =5.79cm
- ② 利用质量离散分布的质心公式 $\vec{r}_c = \frac{\sum m_i \vec{r}_i}{M}$ 由于细棒分成规则的两部分, 故质心均在几何中心 $\vec{r}_c = \frac{36 \times 18\vec{i} + 27 \times (36\vec{i} + \frac{27}{2}\vec{j})}{63}$

 $=25.71\vec{i} + 5.79\vec{j}$





• 5.1.(1)

下列说法正确的是[CE]

- (A)作用在定轴转动刚体上的力越大, 刚体转动的角加速度越大
- (B)作用在定轴转动刚体上的合力矩越大, 刚体转动的角速度越大
- (C)作用在定轴转动刚体上的合力矩越大, 刚体转动的角加速度越大
- (D)作用在定轴转动刚体上的合力矩为零, 刚体转动的角速度为零
- (E)作用在定轴转动刚体上的合力矩为零, 刚体转动的角加速度为零



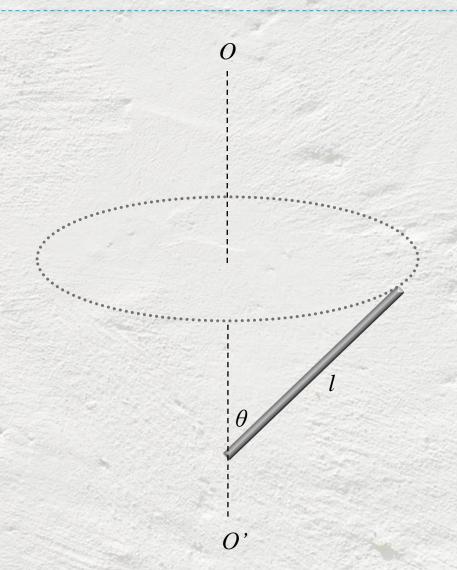
解析: 由刚体定轴转动定律,

 $M_{\rm z} = J_{\rm z} \alpha$

作用在定轴转动刚体上的合力矩越大,刚体转动的角加速度越大 作用在定轴转动刚体上的合力矩为零,刚体转动的角加速度为零



*** (A) $\frac{1}{12}ml^2$ (B) $\frac{1}{4}ml^2 sin^2 \theta$ (C) $\frac{1}{3}ml^2 sin^2 \theta$ (D) $\frac{1}{3}ml^2$



解析:
$$J = \int_V r^2 dm$$

$$= \int_0^l (x \sin \theta)^2 \cdot \frac{m}{l} dx$$

$$= \frac{1}{3} m l^2 \sin^2 \theta$$





质量为m的均质细杆,长为l,以角速度 ω 绕过杆端点,垂直于杆的水平轴转动,细杆的动量大小为____,绕转动轴的动能是____,动量矩大小是____。

解析:

动量: $p = mv = mv_c = \frac{1}{2}ml\omega$

动能: $E_k = \frac{1}{2}J\omega^2 = \frac{1}{2}(\frac{1}{3}ml^2)\omega^2 = \frac{1}{6}ml^2\omega^2$

动量矩: $L = J\omega = \frac{1}{3}ml^2\omega$



图示一轻绳绕于半径r=20cm的飞轮边缘,在绳端施以F=98N的拉力,飞轮的转动惯量J=0.5kg·m²,飞轮于转轴间的摩擦力不计。求:

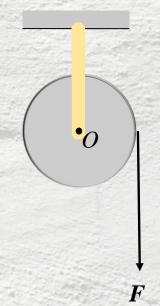
- (1)飞轮的角加速度;
- (2)当绳端下降5m时飞轮所获得的动能:
- (3)如以质量m=10kg的物体挂在绳端,试计算飞轮的角加速度。

解析:

- (1)根据转动定律 $M = J\alpha$, 又M = rF 可知 $\alpha = \frac{rF}{J}$,代入数据得 $\alpha = 39.2 \text{rad/s}^2$
- (2)根据动能定理, 力F对飞轮所做的功等于飞轮所获得的动能 $\Delta E_k = Fd$ =490J。
- (3)根据牛顿运动定律和转动定律,有

$$mg - T = ma$$
 $rT = J\alpha$
 $a = r\alpha$

可得 $\alpha = \frac{mrg}{J+mr^2}$,代入数据得 $\alpha = 21.8 \text{rad/s}^2$





第五金

一均细杆,质量为0.5kg,长为0.4m,可绕杆一端的水平轴转动。若将此杆放在水平位置,然后从静止开始释放,试求细杆转动到铅直位置时的动能和角速度。

解析: 由机械能守恒定律可知

$$mg\frac{l}{2} = \frac{1}{2}J\omega^2$$
$$J = \frac{1}{3}ml^2$$

杆转动到铅直位置时的动能和角速度分别为

$$E_k = \frac{1}{2}J\omega^2 = mg\frac{l}{2} = 0.98J$$

$$\omega = \sqrt{\frac{mgl}{J}} = \sqrt{\frac{mgl}{\frac{1}{3}ml^2}} = \sqrt{\frac{3g}{l}} = 8.57 \text{ rad/s}$$



长为1m,质量为2.5kg的一均质棒,垂直悬挂在转轴O点上,用F=100N的水平力撞击棒的下端,该力的作用时间为0.02s,如图所示。试求:

- (1)棒所获得的动量矩;
- (2)棒的端点上升的高度。

解析: (1)根据动量矩定理, 力F作用于棒的冲量矩等于棒的动量 矩的增量, 依题意棒的初始动量矩为零, 有

$$L_0 = J\omega$$

$$L_O - 0 = \int_0^{0.02s} M dt$$
,可知 $L_O = \int_0^{0.02s} l F dt$,

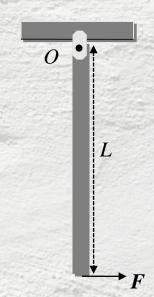
代入数据可得 $L_0 = J\omega = 2 \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}$

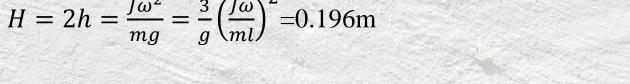
(2)撞击后的运动过程中机械能守恒,有

$$\frac{1}{2}J\omega^2 = \frac{1}{2}mgh$$

且 $J = \frac{1}{3}ml^2$, h为棒的质心能够上升的最大高度 棒的端点上升的距离应为2h, 故有

$$H = 2h = \frac{J\omega^2}{mg} = \frac{3}{g} \left(\frac{J\omega}{ml}\right)^2 = 0.196$$
m







一均质细杆,长L=1m,可绕通过一端的水平光滑轴O在铅直面内自由转动,如图所示。 开始时杆处于铅直位置位置,今有一子弹沿水平方向以v=10m/s 的速度射入细杆。设入 射点离O点的距离为3L/4,子弹的质量为杆质量的1/9。试求:

(1)子弹与杆开始共同运动的角速度;

解析:

(1) 子弹射入细杆的过程中,子弹和细杆组成的系统满足动量矩守恒,

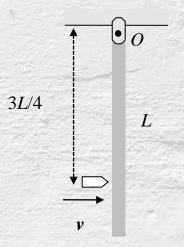
$$L_{o} = rmv = J\omega$$

$$\frac{3}{4}L \cdot \frac{1}{9}Mv = J\omega$$

$$J = \frac{1}{9}M\left(\frac{3}{4}L\right)^{2} + \frac{1}{3}ML^{2}$$

$$\frac{3}{4}L \cdot \frac{1}{9}Mv = \left[\frac{1}{9}M\left(\frac{3}{4}L\right)^{2} + \frac{1}{3}ML^{2}\right]\omega$$

$$\omega = \frac{\frac{3}{4}L \cdot \frac{1}{9}Mv}{\frac{1}{9}M\left(\frac{3}{4}L\right)^{2} + \frac{1}{3}ML^{2}}$$



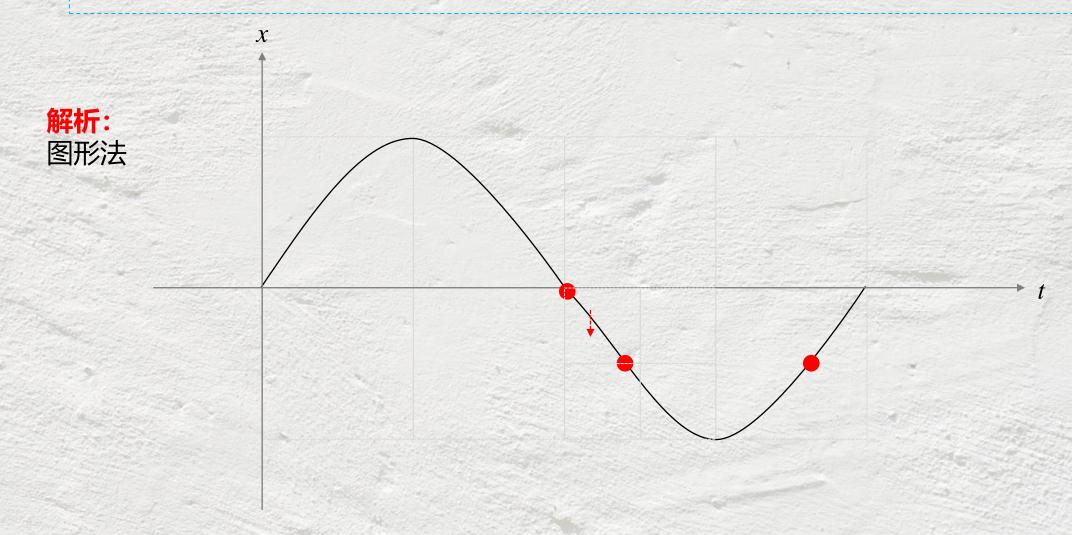
一质点作谐振动,周期为T,它由平衡位置沿x轴负方向运动到离最大负位移1/2处所需要的最短时间为[]

(A)T/4

(B)T/12

(C)T/6

(D)T/8







六

一单摆周期恰好为1s,它的摆长为[B]

(A)0.99 m (B)0.25 m (C)0.78 m (D)0.50 m

已知弹簧的劲度系数为1.3N/cm,振幅为2.4cm,这一弹簧振子的机械能为[C] $(A)7.48 \times 10^{-2} J$ $(B)1.87 \times 10^{-2} J$ $(C)3.74 \times 10^{-2} J$ $(D)5.23 \times 10^{-2} J$

一质点作谐振动,频率为v,则其振动动能变化频率为[D]

(A) 0.5v (B) 0.25v (C) v (D) 2v

解析: 利用基本公式

① 单摆周期公式

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$$

② 弹簧振子机械能:

$$E = \frac{1}{2}kA^2$$

简谐振动动能:

$$E_k = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m\dot{x}^2$$



当谐振子的振幅增大两倍时,它的周期____,劲度系数____,机械能____,速度最大值 $v_{\rm max}$ ____,加速度最大值 $a_{\rm max}$ ____。(填增大、减小、不变或变几倍)

一弹簧振子振动频率为 v_0 ,若将弹簧剪去一半,则此弹簧振子振动频率v于原有频率 v_0 间的关系___。

解析: 利用弹簧振子的简谐振动规律

$$x = A\cos(\omega t + \varphi)$$

$$v = -A\omega\sin(\omega t + \varphi)$$

$$a = -A\omega^2\cos(\omega t + \varphi)$$

$$\sqrt{\frac{k}{m}} = \omega$$

$$E = \frac{1}{2}kA^2$$

- (1) 不变;不变;增大4倍;增大2倍;增大2倍
- $(2) \quad \nu = \sqrt{2}\nu_0$





两个谐振动,振动方向为 $x_1 = 5\cos\left(10t + \frac{3}{4}\pi\right)$ 和 $x_2 = 6\cos\left(10t + \frac{1}{4}\pi\right)$,单位均为cm, 试求其合成运动的振幅及初相。

解析:

6.16

6.16
$$x_{1} = A_{1}\cos(\omega t + \varphi_{1}), \quad x_{2} = A_{2}\cos(\omega t + \varphi_{2})$$

$$A^{2} = A_{1}^{2} + A_{2}^{2} + 2A_{1}A_{2}\cos(\varphi_{2} - \varphi_{1})$$

$$A = \sqrt{A_{1}^{2} + A_{2}^{2} + 2A_{1}A_{2}\cos(\varphi_{2} - \varphi_{1})} = 2$$

$$\tan \varphi = \frac{A_{1}\sin \varphi_{1} + A_{2}\sin \varphi_{2}}{A_{1}\cos \varphi_{1} + A_{2}\cos \varphi_{2}} = \frac{1\sin \theta + \sqrt{3}\sin\frac{\pi}{2}}{1\cos \theta + \sqrt{3}\cos\frac{\pi}{2}} = \sqrt{3}$$

$$\varphi = \frac{\pi}{3}$$

6.21 $x_1 = A_1 \cos(\omega t + \varphi_1), \quad x_2 = A_2 \cos(\omega t + \varphi_2)$ $x = x_1 + x_2 = A\cos(\omega t + \varphi)$ $A^{2} = A_{1}^{2} + A_{2}^{2} + 2A_{1}A_{2}\cos(\varphi_{2} - \varphi_{1})$ $= 5^2 + 6^2 + 2 \times 5 \times 6 \times \cos \frac{\pi}{2} = 61$ $\tan \varphi = \frac{A_1 \sin \varphi_1 + A_2 \sin \varphi_2}{A_1 \cos \varphi_1 + A_2 \cos \varphi_2} = \frac{5 \sin \frac{3\pi}{4} + 6 \sin \frac{\pi}{4}}{5 \cos \frac{3\pi}{4} + 6 \cos \frac{\pi}{4}} = 11$ $A \approx 7.8102496759$ cm $\varphi = arctan11$



已知一平面简谐波的波函数为 $y = A \cos(at - bx)$, 其中 α 、b为正值, 则[] (A)波的频率为a (B)波的传播速度为 $\frac{b}{a}$ (C)波长为 $\frac{\pi}{b}$ (D)波的周期为 $\frac{2\pi}{a}$

解析:

波函数的标准方程
$$y = A \cos \left[\omega \left(t - \frac{x}{u} \right) + \varphi \right]$$

 $y = A \cos a \left(t - \frac{b}{a} x \right) = A \cos a \left(t - \frac{x}{\frac{a}{b}} \right) = A \cos \left[a \left(t - \frac{x}{\frac{a}{b}} \right) + 0 \right]$

通过对比可得

角频率为a; 传播速度为a/b; 初相位为0

由
$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi\nu$$
 可得频率 $\frac{a}{2\pi}$, 周期 $\frac{2\pi}{a}$, 波长 $\lambda = u \cdot T = \frac{a}{b} \frac{2\pi}{a} = \frac{2\pi}{b}$





传播速度为100m/s、频率为50Hz的平面简谐波,在波线上相距为0.5m的两点之间的相

位差是[]

(A) $\pi/3$

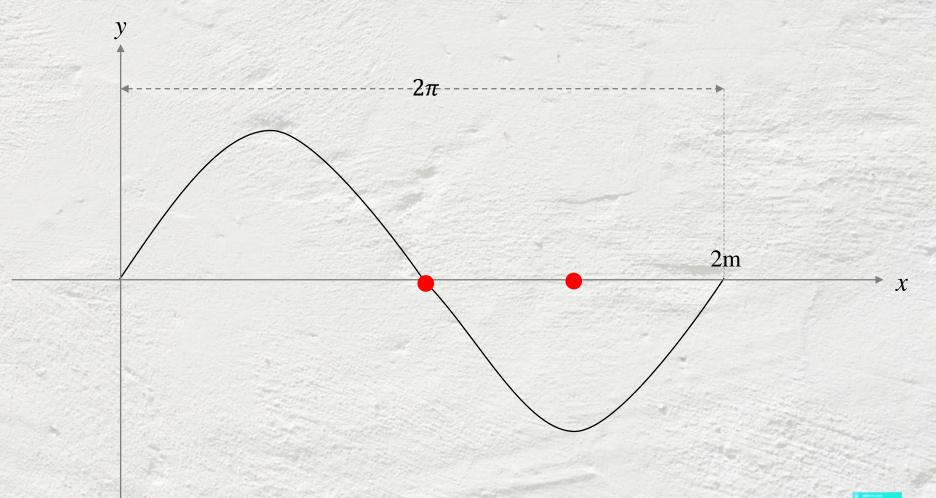
(B) $\pi/6$

(C) $\pi/2$

(D $\pi/4$

解析:

由题可知,波长 为100/50=2m, 一个周期 (时间 T或空间λ)相 位为2π, 0.5m 占¹4个周期,因 此相位差为π/2



一平面简谐波沿x轴负方向传播,其振幅A=0.01m,频率v=550Hz,波速u=330m/s。若 t=0时,坐标原点处的质点达到负的最大位移,则此波的波函数为[]

解析:

负向传播的标准方程
$$y = A \cos[\omega(t + x/u) + \varphi];$$
 $\omega = 2\pi \cdot \nu = 1100\pi;$ 且 $t = 0$ 时, $y_0 = -A$,得 $\cos \varphi = -1$ $\varphi = \pi$ $y = 0.01 \cos[1100\pi(t + x/330) + \pi]$





• 7.2.(1)

已知波源在坐标原点(x=0)的平面简谐波的波函数为y = Acos(Bt - Cx),其中 $A \setminus B \setminus C$ 、为正值常数,则此波的振幅为______,波速为_____,周期为_____,波长为_____,在任意时刻,在波传播方向上相距为D的两点的相位差为_____。

解析: 对比平面简谐波的标准形式 $y = Acos\left[\omega(t - \frac{x}{u}) + \varphi\right]$, 有规律

$$B = \omega = 2\pi v = \frac{2\pi}{T}$$

$$\frac{B}{C} = u$$

$$C = \frac{\omega}{T} = \frac{2\pi}{T}$$

然后利用一个周期(时间T或空间λ)对应相位为2π可求相位差CD



解析: 由题可知, 波长为

 $\lambda = 350/500 = 0.7 \text{m}$ 一个周期(时间T或空间 λ)相位为 2π , $\frac{2\pi}{3}$ 占 $\frac{1}{3}$ 个周期,因此距离为 $\frac{\lambda}{3} = \frac{7}{30} \text{m}$





已知一波的波函数为 $y = 5sin(10\pi t - 0.6x)$ cm, 求

- (1)波长、频率、波速和周期;
- (2)说明x = 0时波函数的意义

解析:

(1)由题可知,
$$\omega = 10\pi = 2\pi\nu = \frac{2\pi}{T}$$

$$\frac{\omega}{u} = \frac{2\pi}{\lambda} = 0.6$$

$$(2)$$
 $x = 0$ 质点的简谐振动

已知某一维平面简谐波的周期 $T = 2.5 \times 10^{-3}$ s,振幅 $A = 1.0 \times 10^{-2}$ m,波长 $\lambda = 1.0$ m,沿x正 向传播。试写出此一维平面简谐波的波函数。(设t = 0时,x = 0处质点在正的最大位移处)

解析:一维正向传播的平面简谐波的标准形式为

$$y = A\cos\left[\omega(t - \frac{x}{u}) + \varphi\right]$$
其中 $\omega = 2\pi v = \frac{2\pi}{T} = 800\pi$

$$\frac{\omega}{u} = \frac{2\pi}{\lambda}$$

$$u = \frac{\lambda}{T} = 400 \text{m/s}$$
然后利用初始条件
$$A = A\cos\varphi$$

$$\varphi = 0$$
故波函数为,
$$y = 1.0 \times 10^{-2}\cos\left[800\pi(t - \frac{x}{400})\right]$$

波源的振动方程为 $y = 6 \times 10^{-2} cos \frac{\pi}{5} tm$,它所激起的波以2.0 m/s的速度在一直线上传播,求:

- (1)距波源6.0 m处一点的振动方程;
- (2)该点与波源的相位差。

解析:

(1)由题可知,波函数为

$$y = 6 \times 10^{-2} \cos \frac{\pi}{5} (t - \frac{x}{2})$$

距波源6.0 m处一点的振动方程

$$y = 6 \times 10^{-2} \cos \frac{\pi}{5} (t - 3)$$

(2)
$$\frac{-3\pi}{5}$$