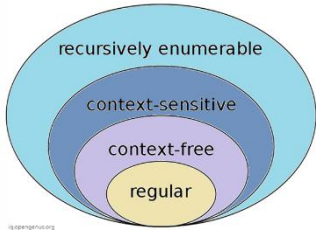


תזכורות



- ראינו קבוצות שונות של שפות, ואוטומטים שונים "חזקים" יותר שמתאימים לקבוצות של שפות.
- מבנה של מ"ט – ראינו בהרצאות.
- מ"ט שמקבלת או מכריעה שפה.

תרגיל 1

נבנה מ"ט שמקבלת את השפה: $L := \{w \in \Sigma^* \mid w \text{ starts with } 101\}$, $\Sigma := \{0,1\}$.

זה מזכיר אס"ד. נצטרך רק מצבים ל-101 הראשונים, ואז שאר המילה לא משנה ואפשר לקבל.

$$(q_S, \text{start}) \rightarrow (q_0, \text{start}, R)$$

	0	1	blank	start
q_0		$q_1, 1, R$		
q_1	$q_2, 0, R$			
q_2		q_Y		

כל המקומות הריקים – עובר למצב q_N .

תרגיל 2

נבנה מ"ט שמקבלת את השפה: $L := \{x \in \Sigma^* \mid \exists w \in \Sigma^*: x = ww^r\}$, $\Sigma := \{0,1\}$.

פלינדרום זוגי. ראינו בהרצאה 1. בגדול, נתחיל מהמקום הראשון, נקרא את התו ונכתוב $blank$. אם יש 0, ניכנס למצב "מחפשים את הסוף ורוצים 0". כשמוצאים את הסוף, נכנסים למצב "הולכים אחד אחורה (כדי לבדוק את התו האחרון) ורוצים 0". אם יש 0, חוזרים להתחלה (עד $blank$). אחרת, q_N . ובאופן דומה אם ראינו 1 בהתחלה. בגלל שכל 0 או 1 דורש זוג, נקבל רק פלינדרומים זוגיים.

	0	1	blank	start
q_S	$q_0, blank, R$	$q_1, blank, R$	q_Y	$q_S, start, R$
q_0	$q_0, 0, R$	$q_0, 1, R$	$q_{0?}, blank, L$	
q_1	$q_1, 0, R$	$q_1, 1, R$	$q_{1?}, blank, L$	
$q_{0?}$	$q_{res}, blank, L$			
$q_{1?}$		$q_{res}, blank, L$		
q_{res}	$q_{res}, 0, L$	$q_{res}, 1, L$		$q_S, start, R$

תרגיל 3

מ"ט לבדיקה אם מילה היא באורך זוגי: אפשר כמו המ"ט הקודם, רק בלי הדרישה לתו ספציפי. אפשר גם: שני מצבים, q_0, q_1 . כל פעם מחליפים ביניהם. אם ראינו $blank$ ב- q_1 , אז q_N . אחרת, q_Y .

תרגיל 4

$$L := \{w \in \{0,1\}^* \mid \#_0(w) = \#_1(w)\}$$

ניזכר איך עשינו את זה באוטומטים – עם אוטומט מחסנית. אפשר להשתמש בסרט נוסף בתור מחסנית.

עוד דרך: נוסף תווים $\hat{0}, \hat{1}$ שמסמנים "0 שראינו, 1 שראינו".

מתחילים ב- q_S . אם ראינו 0, מסמנים אותו ונכנסים למצב q_0 "מחפשים את ה-1 הבא שלא מסומן". כנ"ל עבור 1. אם רואים מקום ריק, סיימנו ונקבל.

$$\delta(q_S, \text{start}) := (q_S, \text{start}, R), \quad \forall \sigma \in \{0,1\}: \delta(q_S, \sigma) := (q_\sigma, \hat{\sigma}, R), \quad (q_S, \text{blank}) := q_Y$$

ב- q_σ , אם רואים σ , ממשיכים. אם רואים את $1 - \sigma$, נסמן אותו ונעבור למצב אתחול. אם רואים מקום ריק, דוחים.

$$\delta(q_\sigma, \text{blank}) := q_N, \quad \delta(q_\sigma, (1 - \sigma)) := (q_{res}, (\widehat{1 - \sigma}), L), \quad \delta(q_\sigma, \sigma) := (q_\sigma, \sigma, R)$$

מצב אתחול מחזיר אותנו להתחלה. אם הגענו להתחלה, נעבור למצב q_S .

$$\forall \sigma \in \{0,1\}: \delta(q_{res}, \sigma) := (q_{res}, \sigma, L), \quad \delta(q_{res}, \text{start}) := (q_S, \text{start}, R)$$

תרגיל 5

מכונה שלא עוצרת לאף קלט: אפשר ללכת ימינה עד $blank$ ושמאלה עד $start$. או, אפשר פשוט:

$$\delta(q_S, start) := (q_S, start, S)$$

מכונה מחשבת פלט

פלט של מ"ט מוגדר להיות כל מה שיש על הסרט (בין $start$ ל- $blank$) בסוף הריצה, ללא תלות במיקום הראש.

תרגיל 6

מ"ט שעבור x מחזירה ε :

$$(q_S, start) := (q_S, start, R), \quad (q_S, blank) := (q_Y, blank, S), \quad (q_S, \sigma) := (q_S, blank, R)$$

תרגיל 7

מ"ט שעבור x מחזירה $1x$ (שרשור). נרצה כל פעם לכתוב את התו הקודם במיקום הבא. נצטרך לכל תו σ , מצב "כותבים את σ ".

$$(q_S, start) := (q_S, start, R), \quad (q_S, \sigma) := (q_\sigma, 1, R), \quad (q_\sigma, \sigma') := (q_{\sigma'}, \sigma, R), \quad (q_\sigma, blank) := (q_Y, \sigma, S)$$

תרגיל 8

מ"ט שעבור x מחזירה $x + 1$. כלומר, חיבור $x + 1$ בבינארי. (בניה שהקלט מגיע בצורת $big endian$).

ניזכר בחיבור בינארי: כל עוד רואים 1, הוא הופך ל-0 וממשיכים. ה-0 הראשון הופך ל-1 וסיימו.

אנחנו מתחילים משמאל. נלך עד הסוף ימינה, ואז נתחיל לעבור שמאלה. כשהולכים שמאלה, כל 1 הופך ל-0. אם רואים 0, הופכים אותו ל-1 וסיימו:

$$\delta(q_S, \sigma) := (q_S, \sigma, R), \quad \delta(q_S, blank) := (q_L, blank, L), \quad \delta(q_L, 1) := (q_L, 0, L), \quad \delta(q_L, 0) := (q_Y, 1, S)$$

אם הגענו עד ל- $start$, זה אומר שהכל היה 1 בדרך (והפכנו הכל לאפסים). נשתמש במ"ט הקודם – הוא משרשר 1 בהתחלה.

$$\delta(q_L, start) := (q_{S'}, start, R), \quad \delta(q_{S'}, \sigma) := (q_\sigma, 1, R), \quad (q_\sigma, \sigma') := (q_{\sigma'}, \sigma, R), \quad (q_\sigma, blank) := (q_Y, \sigma, S)$$

אם הקלט מגיע ב- $little endian$: הולכים ימינה, כל 1 הופך ל-0. אם רואים 0 או מקום ריק, הופכים אותו ל-1 וסיימו:

$$\delta(q_S, blank) := (q_Y, 1, S), \quad \delta(q_S, 0) := (q_Y, 1, S), \quad \delta(q_S, 1) := (q_S, 0, R)$$

מכונה עם כמה סרטים

תרגיל 9

שפה שכבר ראינו: $L := \{w \in \{0,1\}^* \mid \#_0(w) = \#_1(w)\}$. נשתמש ב-3 סרטים. סרט קלט, סרט 0, סרט 1. כל פעם שרואים תו σ , נכתוב σ בסרט המתאים. כשנגיע לסוף, נתחיל לחזור שמאלה בשני הסרטים האלה. אם הגענו ל- $start$ בשני הסרטים באותו צעד, נקבל. אחרת, נדחה.

$$\delta(q_S, \triangleright, \triangleright, \triangleright) := (q_S, \triangleright, \triangleright, \triangleright, R, R, R), \quad \delta(q_S, 0, b, b) := (q_S, b, 0, b, R, R, S), \quad \delta(q_S, 1, b, b) := (q_S, b, b, 1, R, S, R)$$

$$\delta(q_S, b, b, b) := (q_C, b, b, b, L, L, L), \quad \delta(q_C, \forall, 0, 1) := (q_C, b, b, b, L, L, L), \quad \delta(q_C, \forall, \triangleright, \triangleright) := q_Y$$

תרגיל 10

מ"ט עבור $L := \{w \in \{0,1\}^* \mid w = w^r\}$.

נשתמש בשני סרטים. נעתיק את כל הקלט מהסוף להתחלה, ואז נעבור על שני הסרטים ונבדוק שהם שווים.

נלך עד הסוף ימינה בסרט 1. כשנגיע לסוף, נתחיל לזוז שמאלה ולהעתיק את הקלט לסרט 2:

$$\delta(q_S, \forall, s) := (q_S, \forall, s, R, S), \quad \delta(q_S, b, s) := (q_C, b, s, L, R), \quad \delta(q_C, \forall, b) := (q_C, \forall, \forall, L, R),$$

כשנגיע לתחילת סרט 1, ניכנס למצב אתחול. נלך שמאלה על סרט 2, עד שנגיע להתחלה. ואז ניכנס למצב בדיקה:

$$\delta(q_C, s, b) := (q_R, s, b, R, L), \quad \delta(q_R, \forall, \forall') := (q_R, \forall, \forall', S, L), \quad \delta(q_R, \forall, s) := (q_V, \forall, s, S, R)$$

במצב בדיקה, אם נראה שני מקומות ריקים, סיימנו ונקבל. אם יש את אותו תו, נמשיך. אם יש תווים שונים, נדחה.

$$\delta(q_V, b, b) := q_Y, \quad \delta(q_V, \forall, \forall') := q_N, \quad \delta(q_V, \forall, \forall) := (q_V, \forall, \forall, R, R)$$

תרגיל 11

מ"ט שעבור קלט x (מספר בייצוג בינארי) מחזירה 0^x .

אפשר להשתמש במ"ט של $x + 1$. בסרט 2 נתחיל עם 0, ובכל פעם נוסיף 1 לסרט 2, ונכתוב 0 בסרט 3. ונבדוק אם סרט 2 שווה לסרט 1. או, שנעשה חיסור במקום, ואז אפשר עם שני סרטים: בכל פעם נחסיר 1 מסרט 1, נכתוב 0 בסרט 2, ונבדוק אם יש משהו גדול מ-0 בסרט 1.

מ"ט לא דטרמיניסטית – NTM

תרגיל 12

נבנה מ"ט שבהינתן $Y \# X$ מקבלת אם קיים W כך ש- $XW = Y$ (שרשור).

נשתמש בשני סרטים. נעתיק את Y לסרט השני ונמחק אותו מהראשון.

כל האופציות של שרשור מילה אחרי X זה בעצם עץ של NTM . אז נוכל לומר שנגיע ל- W מתאים באופן לא דטרמיניסטי.

אחרי שנגיע ל- W , נשווה את שני הסרטים.

תרגיל 13

מ"ט שמקבלת את המספרים הפריקים (לא ראשוניים).

נגיע באופן לא דטרמיניסטי ל- W . נבדוק אם X מתחלק ב- W ללא שארית. אם כן, נקבל. אחרת, נדחה.

נוכיח שזה עובד:

$$x \text{ is composite} \Leftrightarrow \exists w: x \% w = 0 \Rightarrow \exists w: M(x) = 1$$