

תרגיל 10

נמצא סיווג מינימלי מתוך $R, RE, coRE, \overline{RE} \cup coRE$ לשפה:

$$L = \{M : L(M) \text{ is finite}\}$$

כדי להראות ש- $L \notin RE$, נשתמש במשפט רייס החזק:

1. התכונה היא תכונה לא טריוויאלית: המכונה M_{accept} לא מקיימת, והמכונה M_{reject} כן מקיימת.
2. התכונה היא תכונה של שפה: אם יש שתי מכונות שמקבלות את אותה שפה, לא אפשרי שאחת תהיה אינסופית והשנייה לא.
3. השפה הריקה מקיימת את התכונה, אז $L \notin RE$.

כדי להראות ש- $L \notin coRE$, נראה רדוקציה $SHALT \leq L$:

בהינתן $M \in ? SHALT$, נייצר את M' . אנחנו רוצים שיתקיים:

$$M \in SHALT \Leftrightarrow L(M') \text{ is finite}$$

M' על קלט $x \in \{0,1\}^*$:

1. מריצה את $M(\varepsilon)$ למשך x צעדים. (נתייחס לקלט בתור מספר בינארי).
2. אם $M(\varepsilon)$ עצרה בזמן הזה, נדחה.
3. אחרת, נקבל.

אם $M(\varepsilon)$ לא עוצרת, אז לכל x שנבדוק, לא נעצור תוך x צעדים. אז נקבל כל x , כלומר $|L(M')| = \infty$.

ואם $M(\varepsilon)$ כן עוצרת, אז החל ממקום מסוים, כל x שנבדוק, $M(\varepsilon)$ תעצור בזמן הזה אז נדחה. כלומר נקבל רק מספר סופי של x , אז $|L(M')| \neq \infty$.

$$M \notin SHALT \Rightarrow \forall x: M'(x) = 1 \Rightarrow M' \notin L$$

$$M \in SHALT \Rightarrow \exists t: \forall x > t: M'(x) = 0 \Rightarrow M' \in L$$

תרגיל 11

נמצא סיווג מינימלי מתוך $R, RE, coRE, \overline{RE} \cup coRE$ לשפה:

$$L = \{M : L(M) \text{ is infinite}\}$$

כדי להראות ש- $L \notin coRE$, נשתמש במשפט רייס החזק:

1. התכונה היא תכונה לא טריוויאלית: המכונה M_{accept} לא מקיימת, והמכונה M_{reject} כן מקיימת.
2. התכונה היא תכונה של שפה: אם יש שתי מכונות שמקבלות את אותה שפה, לא אפשרי שאחת תהיה אינסופית והשנייה לא.
3. השפה הריקה לא מקיימת את התכונה, אז $L \notin coRE$.

כדי להראות ש- $L \notin RE$, נעשה רדוקציה $\overline{SHALT} \leq L$:

בהינתן $M \in ? \overline{SHALT}$, נייצר את M' . אנחנו רוצים שיתקיים:

$$M \in \overline{SHALT} \Leftrightarrow L(M') \text{ is infinite}$$

M' על קלט $x \in \{0,1\}^*$:

1. מריצה את $M(\varepsilon)$ למשך x צעדים. (נתייחס לקלט בתור מספר בינארי).
2. אם $M(\varepsilon)$ עצרה בזמן הזה, נקבל.
3. אחרת, נדחה.

אם $M(\varepsilon)$ לא עוצרת, אז לכל x שנבדוק, לא נעצור תוך x צעדים. אז נדחה כל x , כלומר $|L(M')| \neq \infty$.

ואם $M(\varepsilon)$ כן עוצרת, אז החל ממקום מסוים, כל x שנבדוק, $M(\varepsilon)$ תעצור בזמן הזה אז נקבל. כלומר נדחה רק מספר סופי של x , אז $|L(M')| \neq \infty$.

$$M \in SHALT \Rightarrow \exists t: \forall x > t: M'(x) = 1 \Rightarrow M' \in L$$

$$M \notin SHALT \Rightarrow \forall x: M'(x) = 0 \Rightarrow M' \notin L$$