⟨ Decision Boundary ⟩

Logistic Regression : $f_{\vec{w},b}(\vec{x}) = g(\underbrace{\vec{w}\cdot\vec{x}+b}_{=z}) = \dfrac{1}{1+e^{-(\vec{w}\cdot\vec{x}+b)}} = P(y=1|\vec{x};\vec{w},b)$
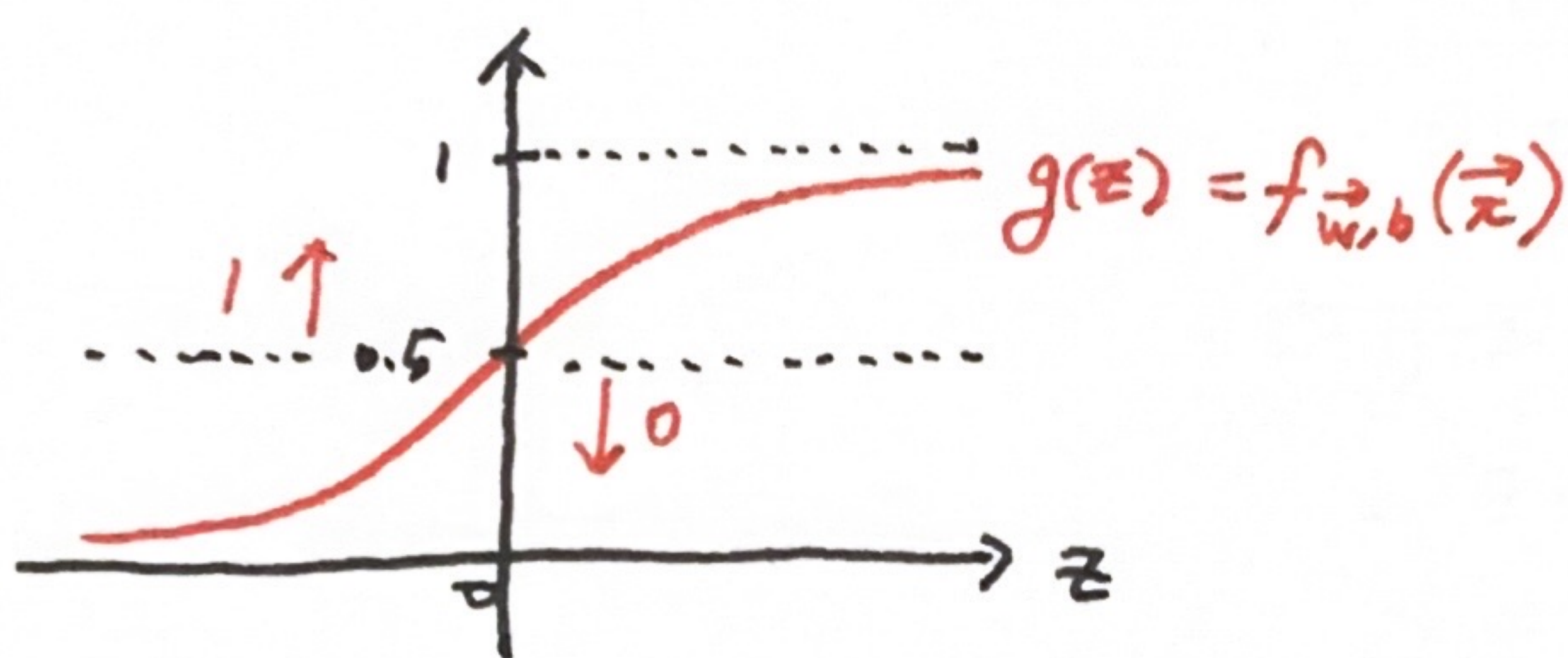
$\Downarrow$

input feature x가 어떤 값을 가지면 logistic regression model의 output이 0 혹은 1이 될까?

$\Rightarrow$ sigmoid function의 값이 0.5 이상이면 1, 0.5 미만이면 0 이라는 rule set

Is $f_{\vec{w},b}(\vec{z}) \geq 0.5$?

$\Rightarrow$ Yes : $\hat{y}=1$ / No : $\hat{y}=0$ $\Big)$ $\Rightarrow y=\{1 \text{ if } f_{\vec{w},b}(\vec{z})\geq 0.5 \quad 0 \text{ if } f_{\vec{w},b}(\vec{z})<0.5\}$

$g(z) = f_{\vec{w},b}(\vec{x})$

When is $f_{\vec{w},b}(\vec{x}) \geq 0.5$?

it means $\Rightarrow$ $g(z) \geq 0.5$

it means $\Rightarrow$ $z \geq 0$

$\Rightarrow$ $\vec{w}\cdot\vec{x}+b \geq 0$ $(\because z = \vec{w}\cdot\vec{x}+b)$

When is $f_{\vec{w},b}(\vec{x}) < 0.5$?

$\Rightarrow$ $g(z) < 0.5$

$\Rightarrow$ $z < 0$

$\Rightarrow$ $\vec{w}\cdot\vec{x}+b < 0$

$\Downarrow$

*$y = \{1 \text{ if } \vec{w}\cdot\vec{x}+b \geq 0 \quad 0 \text{ if } \vec{w}\cdot\vec{x}+b < 0\}$

$=$ sigmoid function의 z에 대입되는 input feature x에 관한 식이 ($\leftarrow$ 식 $= z$)
0 이상이면 class 1, 0 미만이면 class 0

$=$ 또한 input feature x에 관한 식 z $(\vec{w}\cdot\vec{x}+b)$이 0일 때를 기준으로
class 1 혹은 class 0 을 분류하므로 $z=0$ 즉 $y=0$ 혹은 $y=1$ 을 가르는 경계선
                                                                          $=$ Decision
                                                                             boundary

$\therefore$ Decision Boundary $\Rightarrow$ $y=0$ 혹은 $y=1$ 을 가르는 경계선

$= z = \vec{w}\cdot\vec{x}+b = 0$