APEE Association pour la Promotion de l'Enseignement d'Excellence	Contrôle continue : N°2 Semestre 2 Matière : Mathématiques Niveau/Classe : T C S Durée : 2h Date : 8/04/2023	LYCEE D'EXCELLENCE Année scolaire 2022/23

$\mathscr{N}\mathscr{B}$: l'utilisation de la calculatrice n'est pas autorisée

Exercice 1 — 8 points

Les questions 1) , 2) , 3) et 4) sont indépendantes

2 pts **1)** Déterminer l'abscisse curviligne principale du point $A\left(\frac{40\pi}{12}\right)$ et représenter le sur le cercle trigonométrique

1 pt **2)** Soit $x \in \mathbb{R}$ simplifier $\cos(5\pi + x) + \cos\left(\frac{5\pi}{2} + x\right) - \cos(3\pi + x) + 2\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$

2 pts **3)** En utilisant le cercle trigonométrique résoudre dans l'intervalle $]-\pi, \pi]$ l'inéquation : $\cos x \leq \frac{1}{2}$

4) Soit x un nombre réel tel que $x \neq \frac{\pi}{2} + \frac{k}{2}\pi / k \in \mathbb{Z}$

1 pt a) Montrer que $\frac{1+\tan^2(x)}{\tan^2(x)} = \frac{1}{\sin^2(x)}$

2 pts b) En déduire que $\frac{1}{1-\cos(x)} + \frac{1}{1+\cos(x)} = 2\left(\frac{1+\tan^2(x)}{\tan^2(x)}\right)$

Exercice 2 — 5 points

Pour tout $x \in \mathbb{R}$ on pose $A(x) = 2\cos^2 x + \cos x - 1$

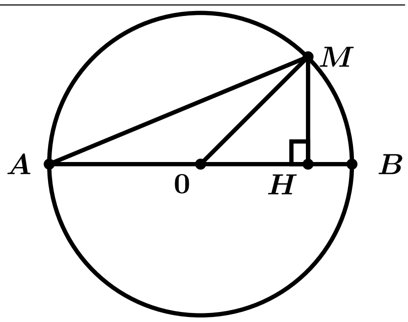
2 pts **1)** Calculer $A(2023\pi)$ et $A\left(\frac{\pi}{4}\right)$

1 pt **2)** a) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $2t^2 + t - 1 = 0$

2 pts b) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $A(x) = 0$

Exercice 3 — 7 points

Soit $(\mathscr{C})$ le cercle de contre O et de rayon 2 et de diametre $[AB]$
Soit M un point du cercle $(\mathscr{C})$ tel que $\widehat{BAM} = \frac{\pi}{8}$
Soit H le projete orthogonale de M sur $[AB]$ (Voir figure)



1 pt **1)** a) Montrer que $\widehat{BOM} = \frac{\pi}{4}$

2 pts b) En déduire que $OH = \sqrt{2}$ et $MH = \sqrt{2}$

2 pts **2)** a) Démontrer que $AM = 2\sqrt{2+\sqrt{2}}$

1 pt b) Déduire que $\sin\left(\frac{\pi}{8}\right) = \frac{\sqrt{4+2\sqrt{2}}}{4+2\sqrt{2}}$

1 pt **3)** Montrer que l'aire du triangle OAM est $S = 2\sqrt{2}$