

שאלה 4 (25%)

(15%) א. נתונות שתי מקביליות A ו-B. האם קיימת טרנספורמציה אפינית המעתיקה את המקבילית A - למקבילית B. הוכח או הפרך.

(10%) ב. באיזו מבין שתי האפשרויות כדאי יותר להשתמש ב-Truncated Huffman Code

1. יש 10000 סמלים אפשריים ול-9900 מהם הסתברות כוללת של 0.05.
2. יש 10000 סמלים אפשריים כולם בהסתברות כמעט שווה.
נמק תשובתך.

תשובה א':

כן, טרנס' אופיינית יכולה להעביר מקבילית כלשהי למקבילית אחרת. תהי ABCD מקבילית כך ש $CD//AB$ ו- $CB//AD$.

טרנס' אופיינית מעבירה ישרים לישרים (הוכחה מידית בעזרת הצגה פרמטרית של ישר והצגה ע"י מטריצה רגולרית של הטרנספורמציה). בעזרת תכונת ההפיכות של המטריצה המתארת טרנס' אופיינית מקבלים שישירים מקבילים עוברים לישרים מקבילים (הוכחה בדרך השלילה).

תשובה ב':

באפשרות א' כדאי להשתמש בקידוד truncated Huffman code. ונקבע את הסף עבור 100 הסימנים הראשונים, עבורם נבצע Huffman code ואילו לשאר הסימנים נקודד בינרית עם prefix שמתאים לאחד מ-101 הסימבולים הראשונים.
עבור המקרה השני, ה- over head – שנשלם בגלל תוספת ה prefix יגרום בסופו של דבר שאורך הממוצע של סימן יהיה גדול מקידוד בינרי למשל.

הראנו בכיתה שכאשר כל המאורעות שווי הסתברות אז האנטרופיה מקסימלית ומקיימת

$$H = \log_r(q)$$

כאשר q מספר הסימבולים ו- r קובע את יחידות האינפורמציה.

ע"פ משפט שנון (שנזכר בספר הלימוד וכן למדנו בשיעור) מתקיים עבור קוד instantaneous

(וקוד הופמן כזה) נקבל $H \leq \frac{L_n}{n}$. ז"א האורך הממוצע הוא גדול מזה שהיה מתקבל עבור קוד בינרי.