שאלה: כמה קודי הופמן אפשר לכתוב לקבוצה שלושה סימנים ולקבוצה עם ארבעה סימנים. הסבירו את תשובתכם.

תשובה:

קוד הופמן נקבע על פי ווקטור ההסתברויות של המקור. הקוד נקבע לפי סידור ההסתברויות וצרופיהם.
לכל וקטור הסתברויות נקבל קוד.
ההתאמה בין מרחב הווקטורי של ההסתברויות והקוד המתאים איננה חד חד ערכית.
ההתאמה תלויה ביחסים בין ההסתברויות בווקטור.

עבור קבוצה עם סימבול אחד יש קוד אחד

עבור קבוצה עם שני סימבולים יש סימבול אחד שהסתברותו גדולה או שווה לסימבול השני ולכן יש קוד הופמן יחיד.

עבור קבוצה עם 3 סימבולים. לאחר סידור וקטור ההסתברויות, קיימות שתי אפשרויות:
אחוד המופעים של שני הסימבולים בעלי ההסתברויות הקטנות גדול מהסתברות המופע של הסמבול בעל ההסתברות הגדולה או ההיפך.
לכל אחת מהאפשרויות מתאים קוד. סה"כ שני קודים אפשריים.
0,10,11   1,00,01

לדוגמא שני וקטורי הסתברויות אפשריים נקבל שני קודים :

0.65	0.45
0.3	0.35
0.25	0.2

$$\begin{array}{l} p_1 \\ p_2 \\ p_3 \end{array} \to \begin{array}{c} p_1 \\ \{p_2,p_3\} \end{array} \to \{p_1,\{p_2,p_3\}\}$$

$$\begin{array}{l} p_1 \\ p_2 \\ p_3 \end{array} \to \begin{array}{c} p_1 \\ \{p_2,p_3\} \end{array} \to \{\{p_2,p_3\},p_1\}$$

עבור 4 סימבולים. נתבונן בוקטור ההסתברויות (מסודר מהגדול לקטן).
לשני הסימבולים עם הסתברות הופעה קטנה ביותר קיים סידור יחיד. נותרנו בשלב השני עם 3 הסתברויות (שני הסימבולים בעלי הסתברות גבוהה וסימבול שהוא איחוד שני הסמבולים בעלי הסתברות קטנה) . לשלושת בהסתברויות אפשר למצא 5 סידורים אפשריים . בטבלא דוגמא להסתברויות שונות שיתנו את הקודים השונים.

<u>דוגמא לטבלאת הסתברויות:</u>

0.55	0.45	0.55	0.45	0.3
0.25	0.35	0.2	0.25	0.25
0.15	0.15	0.18	0.18	0.23
0.05	0.05	0.07	0.12	0.22

אפשר לסדר 3 איברים ב $3!$ דרכים. ז"א יש אפשרויות $3!$ אפשרויות. אבל אחת מהן לא יכולה לקרות :

$$x_1 \quad x_2 \quad x_3 \quad x_4 : \quad (x_1 \ge x_2 \ge x_3 \ge x_4 > 0) \wedge (x_1 + x_2 \le x_3 + x_4)$$

ולכן יש רק 5 אפשרויות.

נקבל את הקודים: 0,10,110,111   1,00,010,011   0,11,01,00   1,01,000,001

00,01,10,11

$$\begin{array}{c} p_1 \\ p_2 \\ p_3 \\ p_4 \end{array} \rightarrow \begin{array}{c} p_1 \\ p_2 \\ \{p_3, p_4\} \end{array} \rightarrow \begin{array}{c} p_1 \\ \{p_2, \{p_3, p_4\}\} \end{array}$$

$$\begin{array}{c} p_1 \\ p_2 \\ p_3 \\ p_4 \end{array} \rightarrow \begin{array}{c} p_1 \\ p_2 \\ \{p_3, p_4\} \end{array} \rightarrow \begin{array}{c} p_1 \\ \{\{p_3, p_4\}, p_2\} \end{array}$$

$$\begin{array}{c} p_1 \\ p_2 \\ p_3 \\ p_4 \end{array} \rightarrow \begin{array}{c} p_1 \\ p_2 \\ \{p_3, p_4\} \end{array} \rightarrow \begin{array}{c} \{p_2, \{p_3, p_4\}\} \\ p_1 \end{array}$$

$$\begin{array}{c} p_1 \\ p_2 \\ p_3 \\ p_4 \end{array} \rightarrow \begin{array}{c} p_1 \\ p_2 \\ \{p_3, p_4\} \end{array} \rightarrow \begin{array}{c} \{\{p_3, p_4\}, p_2\} \\ p_1 \end{array}$$

$$\begin{array}{c} p_1 \\ p_2 \\ p_3 \\ p_4 \end{array} \rightarrow \begin{array}{c} p_1 \\ p_2 \\ \{p_3, p_4\} \end{array} \rightarrow \begin{array}{c} \{\{p_3, p_4\}, p_2\} \\ p_1 \end{array}$$