

שאלה 2 (25%)

א (15%) תהא $X(\omega)$ התמרת פורייה של הסדרה $\{x(n)\}_{n=0}^{N-1}$. הוכחו כי טרנספורם פורייה של

$$y(n) = (-1)^n x(n) \quad \text{הוא} \quad Y(\omega) = X\left(\omega + \frac{N}{2}\right)$$

ב (10%) במדריך הלימוד יש דוגמא שבה בעזרת התמרת DKLT מוצאים את צירי הסימטריה של אליפסה. בספר הלימוד מופיעה דוגמא דומה (עמוד 683) של סיבוב דמות מטוס כך שהצירי הסימטריה יתלכדו עם צרי המערכת. הסבירו מדוע שורות מטריצת התמרת DKLT הם הוקטורים שמיצגים את צירי הסימטריה.

תשובה לסעיף א'

הוכחה:

$$X(\omega) = \sum_{n=0}^{N-1} x(n) \exp(-j2\pi\omega n / N)$$

$$Y(\omega) = \sum_{n=0}^{N-1} x(n)(-1)^n \exp(-j2\pi\omega n / N) =$$

$$\sum_{n=0}^{N-1} x(n) \exp(-j\pi n N / N) \exp(-j2\pi\omega n / N) =$$

$$\sum_{n=0}^{N-1} x(n) \exp(-j2\pi n(\omega + N/2) / N) = X(\omega + N/2)$$

תשובה לסעיף ב'

תוצאת הטרנספורם הוא וקטור של משתנים אקראיים בלתי מתואמים. פעולת חיסור הממוצע מזיזה את מרכז הכובד של הגוף לראשית כך שצירי הסימטריה עוברים דרכה. מטריצת הטרנספורם הינה מטריצת סיבוב כי וקטורי השורה אורתונורמליים. רק כאשר צירי הסימטריה מתלכדים עם צירי המערכת מידע על ערך באחד הצירים התוחלת המותנה של ערך המשתנה השני היא אפס. זה הפרוש הגאומטרי שהמשתנים בלתי מתואמים.