פרק 1: קומבינטוריקה (סיכום)

(20425 / 29.9.21)

ניסוי מקרי: תהליך שתוצאתו אינה ודאית. כלומר, שקיימות לו מספר תוצאות אפשריות שונות.

קומבינטוריקה: כללי עזר למניית מספר התוצאות האפשריות של ניסוי מקרי.

כלל המכפלה: עורכים סדרה של r ניסויים בעלי $n_1, n_2, \ldots, n_r$ תוצאות אפשריות בהתאמה. מספר התוצאות האפשריות של הניסוי, המורכב מסדרת r ניסויים אלה, שווה למכפלה: $n_1 \cdot n_2 \cdot \ldots \cdot n_r$.

מדגם מקרי: קבוצת עצמים שנבחרת באופן אקראי מאוכלוסייה מסוימת.

מדגם סדור: מדגם שבו מציינים את סדר בחירת העצמים השייכים אליו.

<u>תבניות כלליות של ניסויים מקריים ומספר התוצאות האפשריות של כל אחד מהם:</u>

1. **סידור n עצמים שונים ב-n מקומות** מספר התוצאות האפשריות: $n\cdot(n-1)\cdot\ldots\cdot 2\cdot 1 = n!$

2. **סידור n עצמים ב- n מקומות, כאשר n_1 מהעצמים זהים, ..., n_r מהעצמים זהים, ומתקיים $n_1 + n_2 + \ldots + n_r = n$**

   מספר התוצאות האפשריות: $\binom{n}{n_1, n_2, \ldots, n_r} = \frac{n!}{n_1!\cdot n_2!\cdot\ldots\cdot n_r!}$ כאשר $n_1 + n_2 + \ldots + n_r = n$

3. **בחירת קבוצה של r עצמים שונים מתוך אוכלוסייה בת n עצמים שונים, כשיש חשיבות לסדר הבחירה**

   מספר התוצאות האפשריות: $\frac{n!}{(n-r)!} = n\cdot(n-1)\cdot\ldots\cdot(n-r+1)$ כאשר $r \le n$

4. **בחירת קבוצה של r עצמים שונים מתוך אוכלוסייה בת n עצמים שונים, כשאין חשיבות לסדר הבחירה**

   מספר התוצאות האפשריות: $\binom{n}{r} = \frac{n!}{r!(n-r)!}$ כאשר $r \le n$

5. **חלוקת n עצמים שונים ל- r קבוצות, שניתן להבחין ביניהן באופן כלשהו**

   מספר התוצאות האפשריות: $\binom{n}{n_1, n_2, \ldots, n_r} = \frac{n!}{n_1!\cdot n_2!\cdot\ldots\cdot n_r!}$ כאשר $n_1 + n_2 + \ldots + n_r = n$

6. **פיזור n עצמים שונים ב- r תאים ממוספרים** מספר התוצאות האפשריות: r^n

7. **פיזור n עצמים זהים ב- r תאים ממוספרים**

   מספר התוצאות האפשריות: $\binom{n+r-1}{r-1} = \binom{n+r-1}{n}$

8. **פיזור n עצמים זהים ב- r תאים ממוספרים, כאשר בכל תא חייב להיות לפחות עצם אחד**

   מספר התוצאות האפשריות: $\binom{n-1}{r-1} = \binom{n-1}{n-r}$ כאשר $r \le n$

9*. **סידור n עצמים שונים במעגל, <u>כאשר המקומות לא מסומנים</u>** מספר התוצאות האפשריות: $(n-1)!$

הערות: **1.** מגדירים $0! = 1$.

2. מהגדרת הביטוי $\binom{n}{r}$ מקבלים כי $\binom{n}{r} = \binom{n}{n-r}$.

לכן: $\binom{n}{0} = \binom{n}{n} = 1$; $\binom{n}{1} = \binom{n}{n-1} = n$; $\binom{n}{2} = \binom{n}{n-2} = \frac{n(n-1)}{2}$