

一、对于下列各组函数，确定 $f(n) = O(g(n))$ ，或者 $f(n) = \Omega(g(n))$ ，或 $f(n) = \Theta(g(n))$ 。

(1) $f(n) = \log n^2$, $g(n) = \log n + 5$

(2) $f(n) = \log n^2$, $g(n) = \sqrt{n}$

$$(1) \quad f(n)=\log n^2, g(n)=\log n+5$$

$$\begin{aligned}\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{f(n)}{g(n)} &= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\log n^2}{\log n + 5} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2 \log n}{\log n + 5} \\ &= \lim_{n \rightarrow \infty} 2 - \frac{10}{\log n + 5} = 2 > 0\end{aligned}$$

因此： $f(n) = \Theta(g(n))$

$$(2) \quad f(n) = \log n^2, \quad g(n) = \sqrt{n}$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{f(n)}{g(n)} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\log n^2}{\sqrt{n}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{2}{n}}{n^{-\frac{1}{2}}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2}{n^{\frac{1}{2}}} = 0$$

因此： $f(n) = O(g(n))$

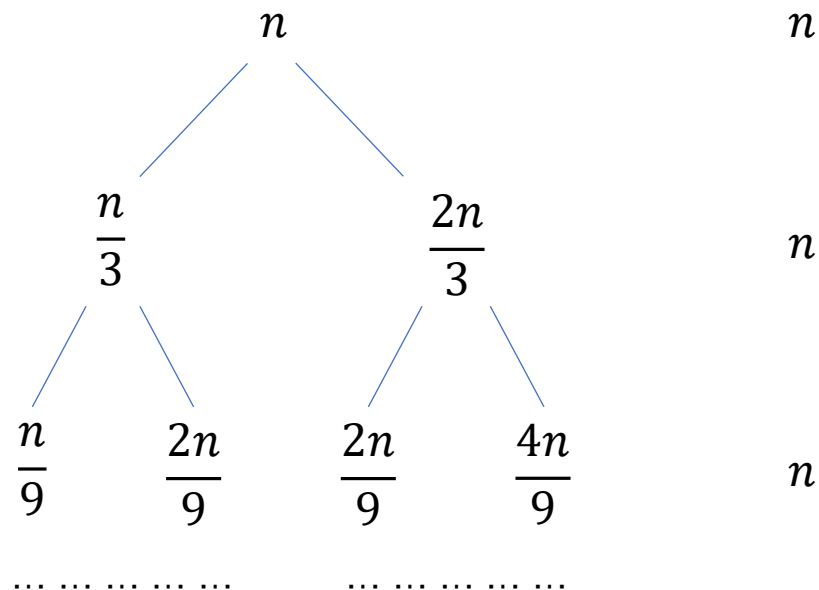
二、求解递推公式：

$$T(n)=T(n/3)+T(2n/3)+n$$

二、求解递推公式：

$$T(n) = T(n/3) + T(2n/3) + n$$

根据递推公式，得到下面的递归树：



二、求解递推公式：

$$T(n)=T(n/3)+T(2n/3)+n$$

在最坏情况下，考虑最长的路径，假设最长路径的长度为 k ，那么有：

$$n\left(\frac{2}{3}\right)^k = 1 \rightarrow n = \left(\frac{3}{2}\right)^k \rightarrow k = \log_{3/2} n$$

因此递归树有 $\log_{3/2} n$ 层。由于每层结点的数值之和都为 $O(n)$ ，所以

$$T(n) = O(n \log_{3/2} n) = O(n \log n)$$

三、采用图解法求解以下线性规划问题

$$\max z = 50x + 30y$$

$$\text{s. t. } 4x + 3y \leq 120$$

$$2x + y \leq 50$$

$$x, y \geq 0$$

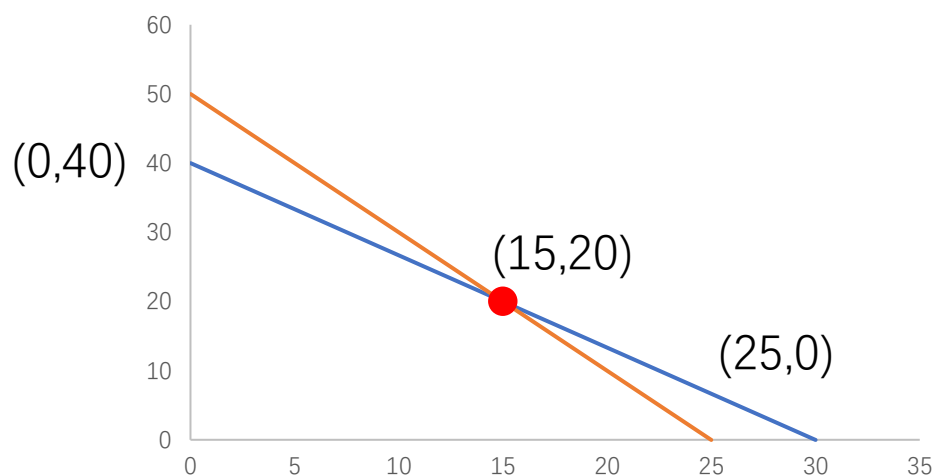
三、采用图解法求解以下线性规划问题

$$\max z = 50x + 30y$$

$$\text{s.t. } 4x + 3y \leq 120$$

$$2x + y \leq 50$$

$$x, y \geq 0$$



画出可行域，找到边界点，计算边界点的值，其中最大的边界值即为线性规划的最优解。

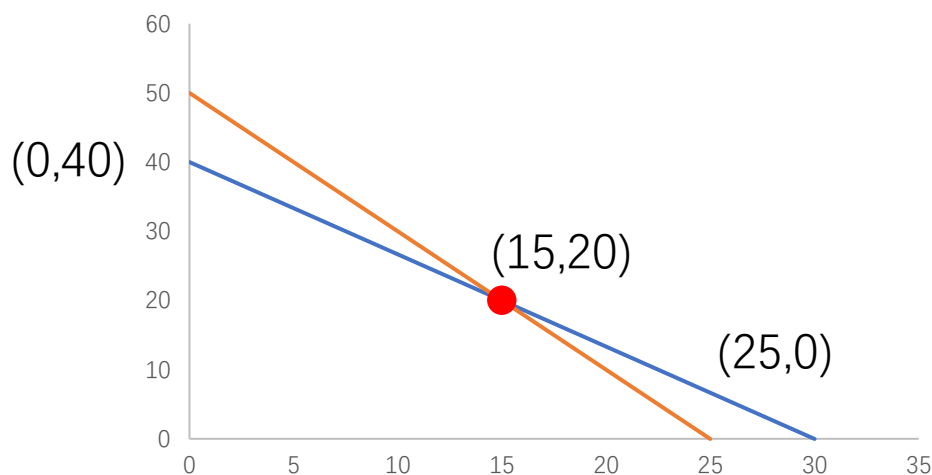
三、采用图解法求解以下线性规划问题

$$\max z = 50x + 30y$$

$$\text{s.t. } 4x + 3y \leq 120$$

$$2x + y \leq 50$$

$$x, y \geq 0$$



$$\max z$$

$$= \max\{0 * 50 + 40 * 30, 15 * 50 + 20 * 30, 25 * 50 + 30 * 0\}$$

$$= 1350$$

当 $x = 15, y = 20$ 时取得最大值

四、已知两个字符串S和T为下：S = “ABAZDC”T = “BACBAD”，求S和T的最长公共子序列。

四、已知两个字符串S和T为下：S = “ABAZDC”T = “BACBAD”，求S和T的最长公共子序列。

采用动态规划，公共子序列长度的递推式如下：

$$L[i, j] = \begin{cases} 0 & \text{if } i = 0 \text{ or } j = 0 \\ L[i-1, j-1] + 1 & \text{if } i > 0, j > 0 \text{ and } s_i = t_j \\ \max\{L[i, j-1], L[i-1, j]\} & \text{if } i > 0, j > 0 \text{ and } s_i \neq t_j \end{cases}$$

四、已知两个字符串S和T为下：S = “ABAZDC” T = “BACBAD”，求S和T的最长公共子序列。

		si		A		B		A		Z		D		C
		0		1		2		3		4		5		6
ti	0	0		0		0		0		0		0		0
			↖		↖									
B	1	0		0		1	←	1	←	1	←	1	←	1
			↖			↑	↖							
A	2	0		1		1		2	←	2	←	2	←	2
				↑		↑		↑		↑		↑	↖	
C	3	0		1		1		2		2		2		3
				↑	↖			↑		↑		↑		↑
B	4	0		1		2		2		2		2		3
			↖			↑	↖							↑
A	5	0		1		2		3	←	3	←	3		3
				↑		↑		↑		↑	↖			
D	6	0		1		2		3		3		4	←	4

由上表可知，S和T的最长公共子序列为ABAD，长度为4。

五、有10项活动在同一天申请使用同一个礼堂，每项活动有一个开始时间 s_i 和一个截止时间 f_i ，如下表所示，任何两个活动不能同时进行。如何选择这些活动，使得被安排的活动数量达到最多？请设计算法实现安排的活动数量最多，并计算最多的活动数量以及对应的活动集合。

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
s_i	1	3	2	5	4	5	6	8	8	2
f_i	4	5	6	7	9	9	10	11	12	13

五、有10项活动在同一天申请使用同一个礼堂，每项活动有一个开始时间 s_i 和一个截止时间 f_i ，如下表所示，任何两个活动不能同时进行。如何选择这些活动，使得被安排的活动数量达到最多？请设计算法实现安排的活动数量最多，并计算最多的活动数量以及对应的活动集合。

算法设计思想:贪心策略。

把活动按照截止时间从小到大排序，使得 $f_1 \leq f_2 \leq \dots \leq f_n$ ，然后从前向后挑选，只要与前面选的活动相容，就把该活动放入两两相容的活动子集。

五、有10项活动在同一天申请使用同一个礼堂，每项活动有一个开始时间 s_i 和一个截止时间 f_i ，如下表所示，任何两个活动不能同时进行。如何选择这些活动，使得被安排的活动数量达到最多？请设计算法实现安排的活动数量最多，并计算最多的活动数量以及对应的活动集合。

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
s_i	1	3	2	5	4	5	6	8	8	2
f_i	4	5	6	7	9	9	10	11	12	13

$$A=\{1\}$$

五、有10项活动在同一天申请使用同一个礼堂，每项活动有一个开始时间 s_i 和一个截止时间 f_i ，如下表所示，任何两个活动不能同时进行。如何选择这些活动，使得被安排的活动数量达到最多？请设计算法实现安排的活动数量最多，并计算最多的活动数量以及对应的活动集合。

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
s_i	1	3	2	5	4	5	6	8	8	2
f_i	4	5	6	7	9	9	10	11	12	13

$$A=\{1\}$$

五、有10项活动在同一天申请使用同一个礼堂，每项活动有一个开始时间 s_i 和一个截止时间 f_i ，如下表所示，任何两个活动不能同时进行。如何选择这些活动，使得被安排的活动数量达到最多？请设计算法实现安排的活动数量最多，并计算最多的活动数量以及对应的活动集合。

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
s_i	1	3	2	5	4	5	6	8	8	2
f_i	4	5	6	7	9	9	10	11	12	13

$$A=\{1, 4\}$$

五、有10项活动在同一天申请使用同一个礼堂，每项活动有一个开始时间 s_i 和一个截止时间 f_i ，如下表所示，任何两个活动不能同时进行。如何选择这些活动，使得被安排的活动数量达到最多？请设计算法实现安排的活动数量最多，并计算最多的活动数量以及对应的活动集合。

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
s_i	1	3	2	5	4	5	6	8	8	2
f_i	4	5	6	7	9	9	10	11	12	13

$$A=\{1, 4, 8\}$$

五、有10项活动在同一天申请使用同一个礼堂，每项活动有一个开始时间 s_i 和一个截止时间 f_i ，如下表所示，任何两个活动不能同时进行。如何选择这些活动，使得被安排的活动数量达到最多？请设计算法实现安排的活动数量最多，并计算最多的活动数量以及对应的活动集合。

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
s_i	1	3	2	5	4	5	6	8	8	2
f_i	4	5	6	7	9	9	10	11	12	13

$$A=\{1, 4, 8\}$$

五、有10项活动在同一天申请使用同一个礼堂，每项活动有一个开始时间 s_i 和一个截止时间 f_i ，如下表所示，任何两个活动不能同时进行。如何选择这些活动，使得被安排的活动数量达到最多？请设计算法实现安排的活动数量最多，并计算最多的活动数量以及对应的活动集合。

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
s_i	1	3	2	5	4	5	6	8	8	2
f_i	4	5	6	7	9	9	10	11	12	13

因此，最多的活动数量为3，对应的活动集合为：

$$A=\{1, 4, 8\}$$