一、给定线性规划问题如下：

$$
\begin{aligned}
&\max\ z = 3x_1 + 2x_2 \\
&s.t.\ \ 2x_1 + x_2 \le 4 \\
&\qquad\ \ 2x_1 + 3x_2 \le 6 \\
&\qquad\ \ x_i \ge 0\ (i = 1,2)
\end{aligned}
$$

（1）把上述形式转成标准型的线性规划问题。

（2）用单纯型法求解z的最大值，并且给出z最大时各个变量的值。

一、给定线性规划问题如下：

$$\max\ z = 3x_1 + 2x_2$$
$$s.t.\ \ 2x_1 + x_2 \le 4$$
$$2x_1 + 3x_2 \le 6$$
$$x_i \ge 0\ (i = 1,2)$$

（1）把上述形式转成标准型的线性规划问题。

$$\max\ z = 3x_1 + 2x_2$$
$$s.t.\ \ 2x_1 + x_2 + x_3 = 4$$
$$2x_1 + 3x_2 + x_4 = 6$$
$$x_i \ge 0\ (i = 1,2,3,4)$$

一、给定线性规划问题如下：

$$\max\ z = 3x_1 + 2x_2$$
$$s.t.\ \ 2x_1 + x_2 \le 4$$
$$2x_1 + 3x_2 \le 6$$
$$x_i \ge 0\ (i = 1,2)$$

（2）用单纯型法求解z的最大值，并且给出z最大时各个变量的值。

		1	3	0	0		
		x1	x2	x3	x4	RHS	Ratio
0	x3	2	1	1	0	4	4/2
0	x4	2	3	0	1	6	6/2
检验数		3	2	0	0		

当前基本可行解：(0, 0, 4, 6)，z=0

一、给定线性规划问题如下：

$$\max\ z = 3x_1 + 2x_2$$
$$s.t.\ \ 2x_1 + x_2 \le 4$$
$$2x_1 + 3x_2 \le 6$$
$$x_i \ge 0\ (i = 1,2)$$

（2）用单纯型法求解z的最大值，并且给出z最大时各个变量的值。

		1	3	0	0		
		x1	x2	x3	x4	RHS	Ratio
0	x1	1	1/2	1/2	0	2	2/(1/2)
0	x4	0	2	-1	1	2	2/2
检验数		0	1/2	-3/2	0		

当前基本可行解：(2, 0, 0, 2)，z=6

一、给定线性规划问题如下：

$$\max\ z = 3x_1 + 2x_2$$
$$s.t.\ \ 2x_1 + x_2 \le 4$$
$$2x_1 + 3x_2 \le 6$$
$$x_i \ge 0\ (i = 1,2)$$

（2）用单纯型法求解z的最大值，并且给出z最大时各个变量的值。

		1	3	0	0		
		x1	x2	x3	x4	RHS	Ratio
0	x1	1	0	3/4	-1/4	3/2	
0	x2	0	1	-1/2	1/2	1	
检验数		0	0	-5/4	-1/4		

当前基本可行解：(3/2, 1, 0, 0)，z=13/2

二、使用递推法求解递推方程:

$$\begin{cases} T(n) = T(n-1) + n^2 \\ T(1) = 1 \end{cases}$$

二、使用递推法求解递推方程:

$$\begin{cases} T(n) = T(n-1) + n^2 \\ T(1) = 1 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} T(n) &= T(n-1) + n^2 \\ &= T(n-2) + (n-1)^2 + n^2 \\ &= T(n-3) + (n-2)^2 + (n-1)^2 + n^2 \\ &= \cdots \\ &= 1^2 + 2^2 + \cdots + (n-1)^2 + n^2 \\ &= n \times (n+1) \times (2n+1)/6 \end{aligned}$$

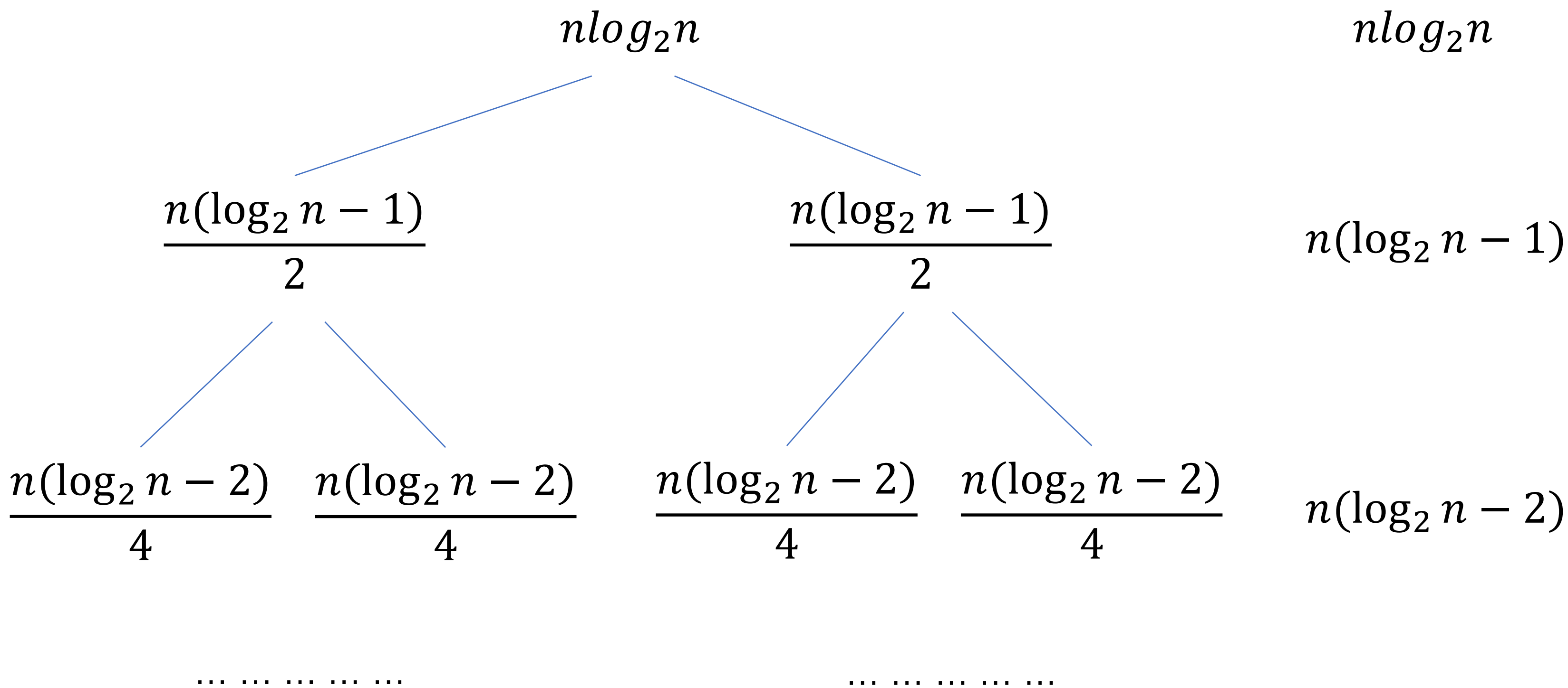
三、使用递归树求解递推方程:

$$T(n) = 2T(n/2) + nlog_2(n)$$

三、使用递归树求解递推方程:

$$T(n) = 2T(n/2) + nlog_2(n)$$

递推方程对应的递归树如下



三、使用递归树求解递推方程:

$$T(n) = 2T(n/2) + nlog_2(n)$$

设递归树的层数为k，则有

$$n\left(\frac{1}{2}\right)^k = 1$$

于是

$$\mathrm{k} = \log_2 n$$

三、使用递归树求解递推方程:

$$T(n) = 2T(n/2) + nlog_2(n)$$

根据递归树，得到方程的解为:

$$\begin{aligned} T(n) &= nlog_2 n + n(\log_2 n - 1) + \cdots + n(\log_2 n - (k-1)) \\ &= (nlog_2 n)\log_2 n - n(1 + 2 + \cdots k - 1) \\ &= nlog^2 n - nk(k-1)/2 \\ &= O\left(nlog^2 n\right) \end{aligned}$$

四、使用动态规划算法求解矩阵连乘问题的最优计算次序及最优值：

M1:5×10, M2:10×5, M3:5×25, M4:25×8, M5:8×8

四、使用动态规划算法求解矩阵连乘问题的最优计算次序及最优值：

M1:5×10, M2:10×5, M3:5×25, M4:25×8, M5:8×8

$$M_1 \cdot M_2 \cdot M_3 \cdots M_n$$

$$r_1, r_2, r_3, \cdots r_n, r_{n+1}$$

$$(M_i)_{r_i \times r_{i+1}} \quad 1 \le i \le n$$

$$M_{i,j} = M_i \cdot M_{i+1} \cdots M_{j-1} \cdot M_j$$

$C[i, j]$：计算 $M_{i,j}$ 所需的最小乘法次数。

$i=1, j=n$ 时，原问题得解。

$$\underbrace{M_{i,j}}_{C[i,j]} = \underbrace{(M_i \cdot M_{i+1} \cdots M_{k-1})}_{C[i,k-1]} \underbrace{(M_k \cdot M_{k+1} \cdots M_{j-1} \cdot M_j)}_{C[k,j]}$$

$$\leftarrow k \rightarrow$$

$$C[i, j] = C[i, k-1] + C[k, j] + r_i \cdot r_k \cdot r_{j+1}$$

$$\Downarrow$$

$$C[i, j] = \min_{i<k\le j}\{C[i, k-1] + C[k, j] + r_i \cdot r_k \cdot r_{j+1}\}$$

四、使用动态规划算法求解矩阵连乘问题的最优计算次序及最优值：

M1:5×10, M2:10×5, M3:5×25, M4:25×8, M5:8×8

	1	2	3	4	5
1	0	250(2)			
2	-	0	1250(3)		
3	-	-	0	1000(4)	
4	-	-	-	0	1600(5)
5	-	-	-	-	0

四、使用动态规划算法求解矩阵连乘问题的最优计算次序及最优值:

M1:5×10, M2:10×5, M3:5×25, M4:25×8, M5:8×8

	1	2	3	4	5
1	0	250(2)	875(3)		
2	-	0	1250(3)	1400(3)	
3	-	-	0	1000(4)	1320(5)
4	-	-	-	0	1600(5)
5	-	-	-	-	0

四、使用动态规划算法求解矩阵连乘问题的最优计算次序及最优值：

M1:5×10, M2:10×5, M3:5×25, M4:25×8, M5:8×8

	1	2	3	4	5
1	0	250(2)	875(3)	1450(3)	
2	-	0	1250(3)	1400(3)	1720(3)
3	-	-	0	1000(4)	1320(5)
4	-	-	-	0	1600(5)
5	-	-	-	-	0

四、使用动态规划算法求解矩阵连乘问题的最优计算次序及最优值：

M1:5×10, M2:10×5, M3:5×25, M4:25×8, M5:8×8

	1	2	3	4	5
1	0	250(2)	875(3)	1450(3)	1770(3)
2	-	0	1250(3)	1400(3)	1720(3)
3	-	-	0	1000(4)	1320(5)
4	-	-	-	0	1600(5)
5	-	-	-	-	0

最优计算次序：((M1 ×M2)×(M3 ×M4 ×M5))

最优值：1770

四、使用动态规划算法求解矩阵连乘问题的最优计算次序及最优值：

M1:5×10, M2:10×5, M3:5×25, M4:25×8, M5:8×8

	1	2	3	4	5
1	0	250(2)	875(3)	1450(3)	1770(5)
2	-	0	1250(3)	1400(3)	1720(3)
3	-	-	0	1000(4)	1320(5)
4	-	-	-	0	1600(5)
5	-	-	-	-	0

最优计算次序：((M1 ×M2 ×M3 ×M4) ×M5)

最优值：1770