

一、用贪心法求解**部分**背包问题，已知 $n=3$, $C=40$,
 $(w_1, w_2, w_3)=(28, 15, 24)$, $(p_1, p_2, p_3)=(35, 25, 24)$ 。

一、用贪心法求解**部分**背包问题，已知 $n=3$, $C=40$,
 $(w_1, w_2, w_3)=(28, 15, 24)$, $(p_1, p_2, p_3)=(35, 25, 24)$ 。

首先，计算单位重量的价值：

$$r_1 = 35/28 = 1.25;$$

$$r_2 = 25/15 = 1.67;$$

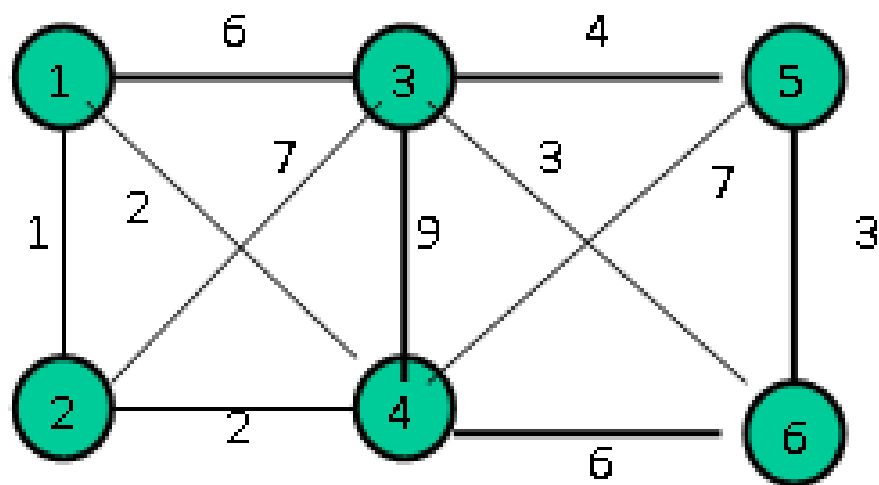
$$r_3 = 24/24 = 1$$

由于 $r_2 > r_1 > r_3$ ，故从第二件物品开始贪心选择

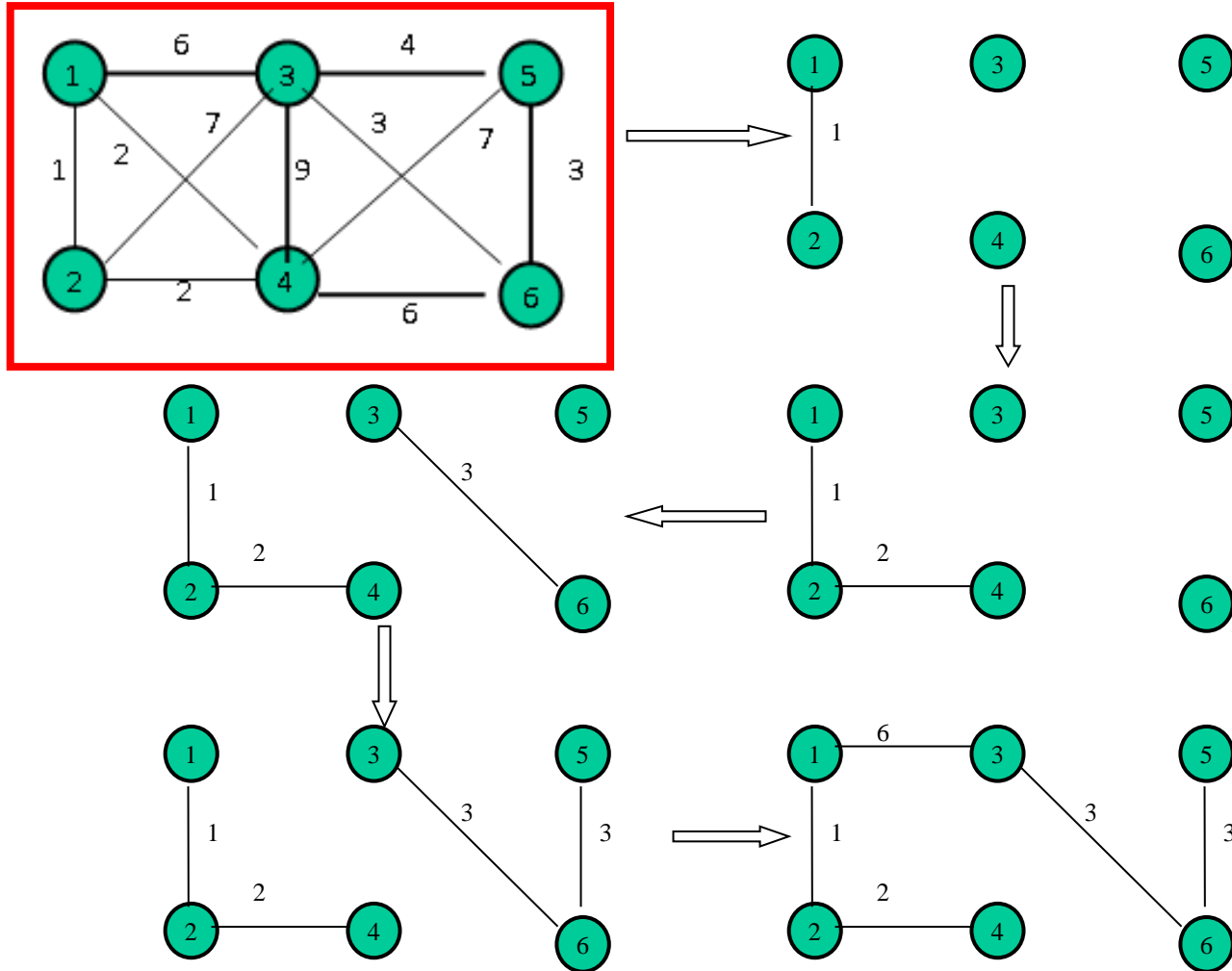
判定条件	背包已用部分	背包剩余部分	背包总价值	物品放入情况
$C > w_2$	15	25	25	(0, 1, 0)
$C - w_2 < w_1$	40	0	$25 + (25/28) * 35$	(0.893, 1, 0)

因此，背包最大价值为56.25，放置情况为(0.893, 1, 0)或
(25/28, 1, 0)

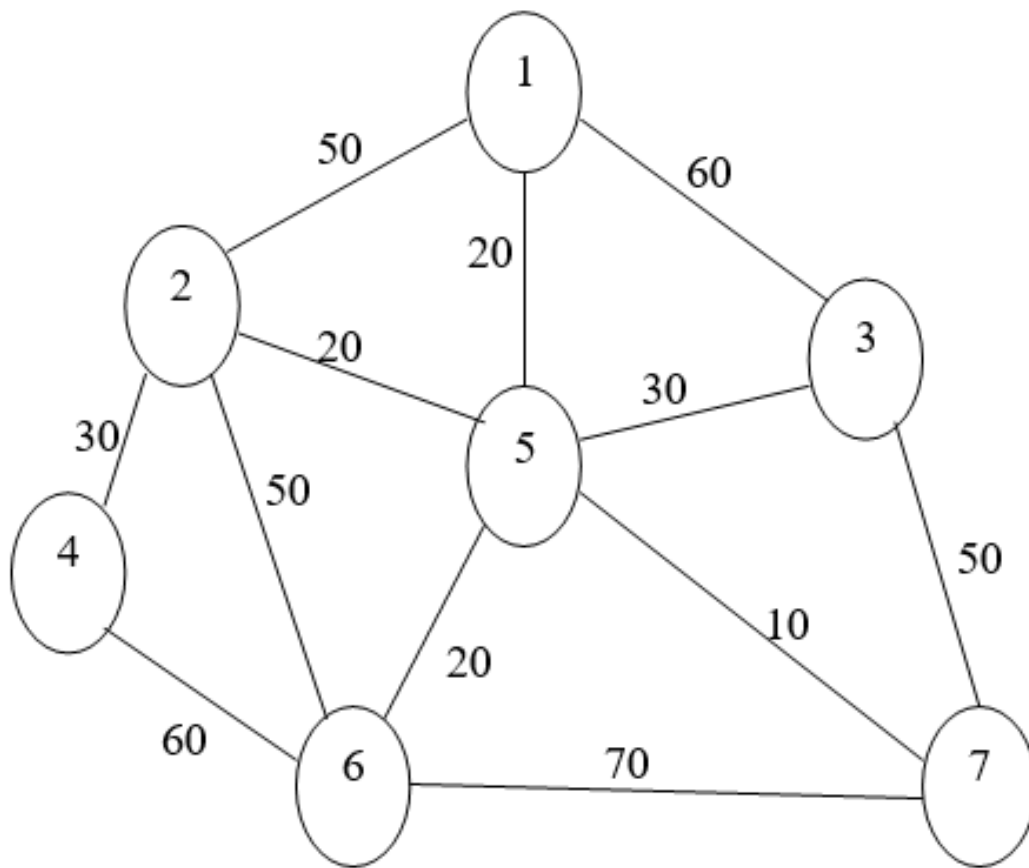
二、用Kruscal方法求下图的最小耗费生成树。



二、用Kruscal方法求下图的最小耗费生成树。

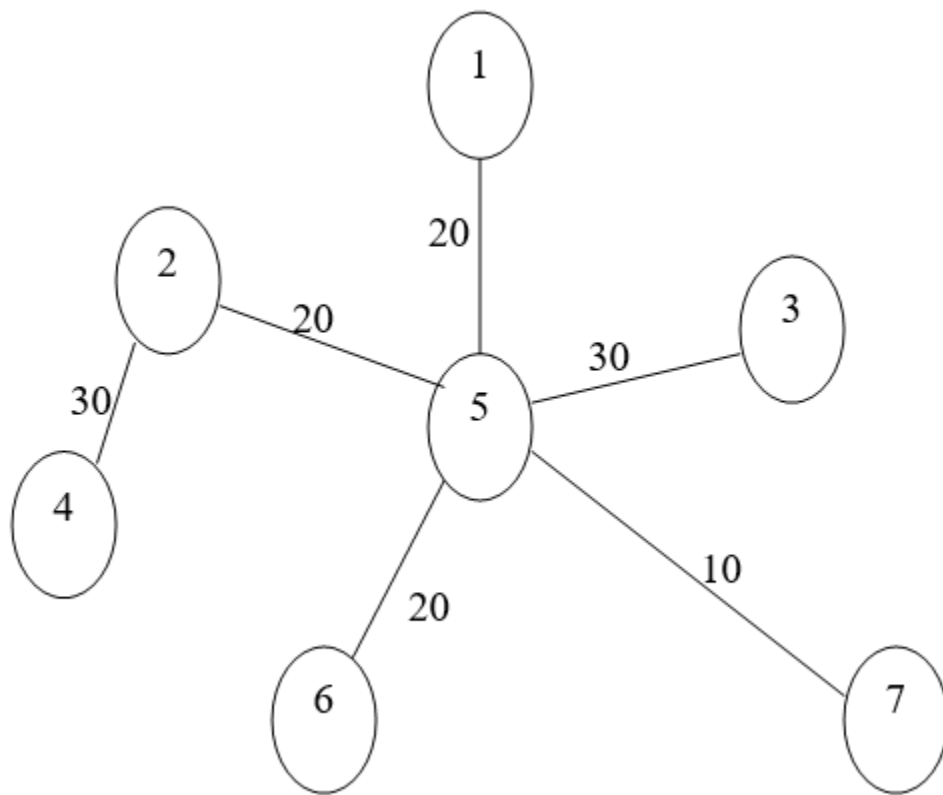


三、给定图如下，求出最小生成树以及以顶点1为源的单源最短路径。



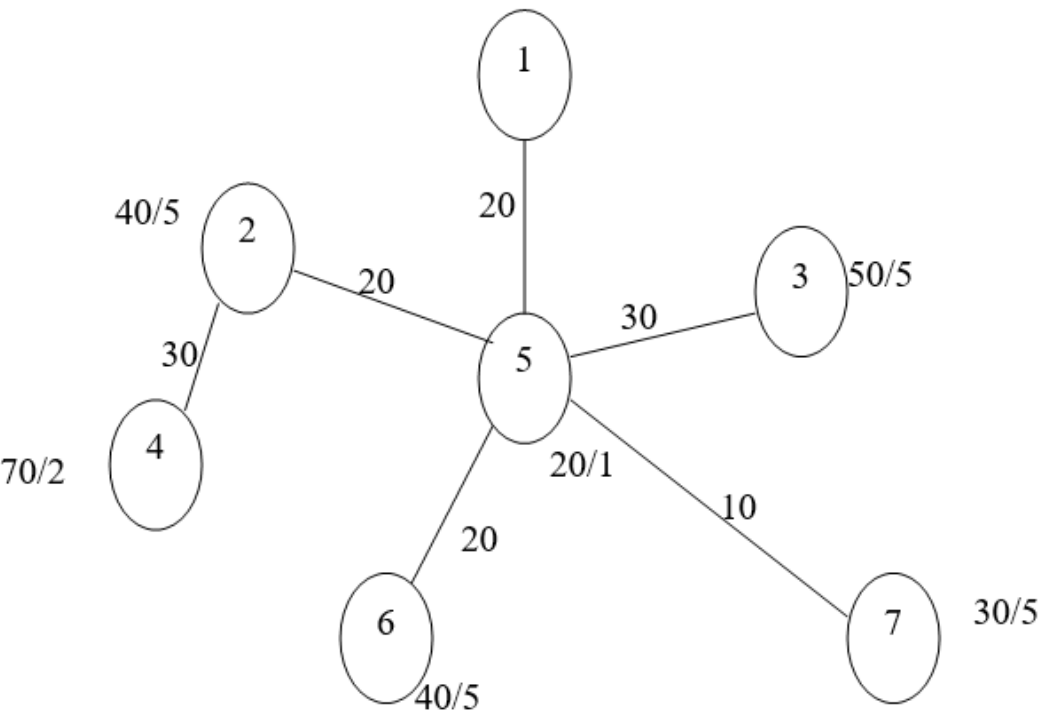
三、给定图如下，求出最小生成树以及以顶点1为源的单源最短路径。

(1) 最小生成树:



三、给定图如下， 求出最小生成树以及以顶点1为源的单源最短路径。

(2) 以顶点1为源的单源最短路径（答案不唯一）：



顶点	路程	路径
1	0	
2	40	1->5->2
3	50	1->5->3
4	70	1->5->2->4
5	20	1->5
6	40	1->5->6
7	30	1->5->7

四、采用动态规划法求下列两个序列的最长公共子序列
 $A = \text{"xzyzzzyx"}$, $B = \text{"zxyyzxz"}$ 。

- (1) 给出递推公式;
- (2) 画出求解过程的表格, 并给出最优解。

四、采用动态规划法求下列两个序列的最长公共子序列
 $A = \text{"xzyzzyx"}$, $B = \text{"zxyyzxz"}$ 。

(1) 给出递推公式;

定义 $L[i, j]$ 为序列 $A_1 \dots i$ 和 $B_1 \dots j$ 的公共子序列长度,
则有递推式:

$$L[i, j] = \begin{cases} 0 & \text{if } i = 0 \text{ or } j = 0 \\ L[i-1, j-1] + 1 & \text{if } i > 0, j > 0 \text{ and } a_i = b_j \\ \max\{L[i, j-1], L[i-1, j]\} & \text{if } i > 0, j > 0 \text{ and } a_i \neq b_j \end{cases}$$

四、采用动态规划法求下列两个序列的最长公共子序列
 $A = \text{"xzyzzzyx"}$, $B = \text{"zxyyzxz"}$ 。

(2) 画出求解过程的表格，并给出最优解。

		y_j		z		x		y		y		z		x		z
		0		1		2		3		4		5		6		7
x_i	0	0		0		0		0		0		0		0		0
				↑	↖								↖			
x	1	0		0		1	←	1	←	1	←	1		1	←	1
			↖								↖					
z	2	0		1	←	1	←	1	←	1		2	←	2	←	2
				↑			↖		↖							
y	3	0		1	←	1		2		2	←	2	←	2	←	2
			↖					↑			↖				↖	
z	4	0		1	←	1		2	←	2		3	←	3		3
			↖					↑			↖				↖	
z	5	0		1	←	1		2	←	2		3	←	3		4
				↑			↖		↖							↑
y	6	0		1	←	1		2		3	←	3	←	3		4
				↑	↖					↑		↑	↖			
x	7	0		1		2	←	2		3		3		4	←	4

其中一个最长公共子序列为：
 $zyyx$ ，长度为4。

五、求对下列4个矩阵连乘：

$A_1(2 \times 10)$, $A_2(10 \times 1)$, $A_3(1 \times 5)$, $A_4(5 \times 4)$ 。

(1) 写出解决上述问题的动态规划实现算法（文字描述或者伪代码）

(2) 写出通过此算法解决上述问题的过程及结果

五、求对下列4个矩阵连乘：

$A_1(2 \times 10)$, $A_2(10 \times 1)$, $A_3(1 \times 5)$, $A_4(5 \times 4)$ 。

(1) 写出解决上述问题的动态规划实现算法（文字描述或者伪代码）

定义矩阵 $M_{i,j} = M_i \cdots M_j$,

$C[i,j]$ 表示计算 $M_{i,j}$ 所需的最小乘法次数。

若依据下标 k 将 $M_{i,j}$ 划分为两部分： $M_{i,k-1}$ 和 $M_{k,j}$

则有递推式：

$$C[i,j] = \min_{i < k \leq j} \{C[i,k-1] + C[k,j] + r_i r_k r_{j+1}\}$$

五、求对下列4个矩阵连乘：

$A_1(2 \times 10)$, $A_2(10 \times 1)$, $A_3(1 \times 5)$, $A_4(5 \times 4)$ 。

(1) 写出解决上述问题的动态规划实现算法（文字描述或者伪代码）

输入： $r[1..n+1]$ ，表示 n 个矩阵规模的 $n+1$ 个整数.

输出： n 个矩阵连乘的最小乘法次数.

```
1. for  $i \leftarrow 1$  to  $n$  {填充对角线  $d_0$ }
2.    $C[i,i] \leftarrow 0$ 
3. end for
4. for  $d \leftarrow 1$  to  $n-1$  {填充对角线  $d_1$  到  $d_{n-1}$ }
5.   for  $i \leftarrow 1$  to  $n-d$  {填充对角线  $d_i$  的每个项目}
6.      $j \leftarrow i+d$  {该对角线上  $j,i$  满足的关系}
7.      $C[i,j] \leftarrow \infty$ 
8.     for  $k \leftarrow i+1$  to  $j$ 
9.        $C[i,j] \leftarrow \min\{ C[i,j], C[i,k-1] + C[k,j] + r_i \times r_k \times r_{j+1} \}$ 
10.    end for
11.  end for
12. end for
13. return  $C[1,n]$ 
```

五、求对下列4个矩阵连乘：

$A_1(2 \times 10)$, $A_2(10 \times 1)$, $A_3(1 \times 5)$, $A_4(5 \times 4)$ 。

(2) 写出通过此算法解决上述问题的过程及结果

	1	2	3	4
1	0	20(2)	30(3)	48(3)
2	-	0	50(3)	60(3)
3	-	-	0	20(4)
4	-	-	-	0

最优计算次序： $((A_1 \times A_2) \times (A_3 \times A_4))$

最优值：48