

诚信应考, 考试作弊将带来严重后果!

## 华南理工大学本科生期中考试

### 《工科数学分析(二)》2018—2019学年第二学期期中考试

注意事项: 1. 考前请将密封线内填写清楚;

2. 考试形式: 闭卷;

3. 请用蓝色或黑色水笔答题, 不要用铅笔或者其他颜色的笔答题;

4. 交卷时除了草稿纸不用交之外, 每页试卷都要交;

5. 本试卷共 7 大题, 满分 100 分, 考试时间 120 分钟。

题号	一	二	三	四	五	六	七	总分
得分								

一、填空题(共6小题, 每小题5分, 共30分)。

1. 设函数  $f(u, v)$  具有二阶连续偏导数,  $z = f(x, xy)$ , 则  $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} =$  \_\_\_\_\_。

2. 设函数  $f(u, v)$  可微,  $z = z(x, y)$  由方程  $(x+1)z - y^2 = x^2 f(x-z, y)$  确定, 则  $dz|_{(0,1)} =$  \_\_\_\_\_。

3. 曲面  $z = x^2 + y^2$  与平面  $2x + 4y - z = 0$  平行的切平面方程为\_\_\_\_\_。

4. 设  $\Omega$  是由平面  $x + y + z = 1$  与三个坐标平面所围成的空间区域, 则  $\iiint_{\Omega} (x + 2y + 3z) dx dy dz =$  \_\_\_\_\_。

5. 设  $L$  是柱面  $x^2 + y^2 = 1$  与平面  $y + z = 1$  的交线, 从  $z$  轴正向往  $z$  轴负向看去为逆时针方向, 则曲线积分  $\oint_L x dx + y dz =$  \_\_\_\_\_。

6.  $\nabla(xy + \frac{z}{y})|_{(2,1,1)} =$  \_\_\_\_\_。

二、(15分) 设函数  $u = f(x, y)$  具有二阶连续偏导数, 且满足等式

$$4 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + 12 \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + 5 \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0,$$

确定  $a, b$  的值, 使等式在变换  $\xi = x + ay, \eta = x + by$  下化简为  $\frac{\partial^2 u}{\partial \xi \partial \eta} = 0$ 。

三、(10分) 设  $D = \{(x, y) | x^2 + y^2 \leq \sqrt{2}, x \geq 0, y \geq 0\}$ ,  $[1 + x^2 + y^2]$  表示不超过  $1 + x^2 + y^2$  的最大整数。计算二重积分

$$\iint_D xy[1 + x^2 + y^2] dx dy$$

四、（10分）已知曲线 $L$ 的方程为

$$\begin{cases} z = \sqrt{2 - x^2 - y^2} \\ z = x, \end{cases}$$

起点为 $A(0, \sqrt{2}, 0)$ ，终点为 $B(0, -\sqrt{2}, 0)$ ，计算曲线积分

$$I = \int_L (y + z)dx + (z^2 - x^2 + y)dy + x^2y^2dz$$

五、（15分）设 $P$ 为椭球面 $S: x^2 + y^2 + z^2 - yz = 1$ 上的动点，若 $S$ 在点 $P$ 处的切平面与 $XOY$ 面垂直，求点 $P$ 的轨迹 $C$ ，并计算曲面积分

$$I = \iint_{\Sigma} \frac{(x + \sqrt{3})|y - 2z|}{\sqrt{4 + y^2 + z^2 - 4yz}} dS,$$

其中 $\Sigma$ 是椭球面 $S$ 位于曲线 $C$ 上方的部分。

六、（10分）设 $\Sigma$ 是锥面 $z = \sqrt{x^2 + y^2}$  ( $0 \leq z \leq 1$ )的下侧，求

$$I = \iint_{\Sigma} xdydz + 2ydzdx + 3(z - 1)dxdy$$

七、（10分）在变力 $\vec{F} = yz\vec{i} + xz\vec{j} + xy\vec{k}$ 的作用下，质点由原点沿直线运动到椭球面 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$ 上第一卦限点 $(\xi, \eta, \zeta)$ ，问 $\xi, \eta, \zeta$ 取何值时，力 $\vec{F}$ 所做的功 $W$ 最大？并求 $W$ 的最大值。

八、（0分）对本课程接下来的教学，你有什么建议？