CHAP 6 – Autocorrelation

1. 만개의 OLSE-GLSE를 구하여 다음과 같은 표로 작성 한 후 비교 설명하시오. (a-g 구해서 채워넣어라)

	β	추정치의 평균과 표준편차				표준오차의 평균		
		OLSE, b		GLSE, $\widehat{\beta}_G$		OLSE		GLSE, GLS SE
		평균,	표준편차	평균,	표준편차	Incorrect, OLS SE	Correct, HAC SE	
	1	a,1.002	b,0.172	c,1.001	d,0.101	e,0.121	f, 0.149	g, 0.099

의미설명:

(1) a 은 얼마인가? 이것이 의미하는바는: OLSE 는 불편이다.

(2) e 과 b 을 비교하면 어느것이 더 큰가? 그 의미는?

b가더크다. OLS SE 는 실제보다작게추정된다.

(3) f 과 b 이 비슷한가? 그 의미는? 약간비슷. HAC SE 는 OLS SE 보다 좀더좋다.

(4) d 과 b 어느것이 더 작나? 그의미는? b 가 더작다. GLSE 가 OLSE 보다 분산이작다.

t-검정을 하여 다음과 같이 기각확률을 구하고 결과를 해석하시오.

β	10000개 중 $\lvert t(\hat{\beta}-1)\rvert > 1.96$ 인 개수		
	OLSE		GLSE
	Incorrect	Correct	
β-1	a, 1709	b, 1069	c, 557

의미설명:

(1) a 이 0.05 보다 큰가? 그 의미는? 크다. OLS SE 에 근거한 t 검정은 유의수준이과장됨

(2) b 이 0.05 보다 비슷한가? 그 의미는?

HAC SE 에 근거한 t 검정은 OLS SE dp 근거한 t 검정보다는 유의수준이 덜과장됨.

(3) c 이 0.05 보다 비슷한가? 그 의미는?

GLSE 와 GLS SE 에 근거한 검정은 유의수준이 타당하다.

시뮬레이션 – 가급적이면 코드 보지말고 스스로 작성해보시기바랍니다. 코드는 잘안될 경우만 참조하세요.

DGP:

$$y_t = \alpha + \beta x_t + u_t, \text{ t = 1, ..., n, n = 100, } \alpha = 1, \beta = 1$$

$$x_t = \phi_x x_{t-1} + e_t, \quad e_t : iid\ N(0,1), \quad \phi_x = 0.5$$

$$u_t = \phi_u u_{t-1} + a_t, \quad a_t : iid\ N(0,1), \quad \phi_u = 0.7$$

1. data $\{(\mathrm{x_t}, \mathrm{y_t}), \mathrm{t} = 1, \ldots \mathrm{n}\}$ 을 위 DGP에서 발생시킴

set.seed(1); x=c(); y=c(); u=c(); x[1]=0; u[1]=0; e=rnorm(n); a=rnorm(n); u=rnorm(n); y[1]=1+x[1]+u[1]; for (t in 2:n) {x[t]=phi_x*x[t-1]+e[t]; u[t]=phi_u*u[t-1]+a[t]; y[t]=1+x[t]+u[t]}

2. β 의 OLSE b 를 구함. b 의 OLS standard error $se_{OLS}(b)$와 HAC standard error $se_{HAC}(b)$ 를 구함. ols.fit = lm(y~x); b=ols.fit$coef[2]; ols.se = summary(ols.fit)$coef[2,2]; library(sandwich); hac.se = sqrt(vcovHAC(ols.fit)[2,2])

3. β 의 FGLSE (Cochrane Orcutt's estimator) $\widehat{\beta_G}$ 를 구하고 이의 표준 오차 GLS SE= $se(\widehat{\beta_G})$ 를 구함. ols.res.0=ols.fit$residual[2:n]; ols.res.1=ols.fit$residual[1:(n-1)]; phi_u.hat=lm(ols.res.0~ols.res.1 -1)$coef[1]; x_s = c(); y_s = c(); for (t in 2:n) {x_s[t]=x[t]-phi_u.hat*x[t-1]; y_s[t]=y[t]-phi_u.hat*y[t-1]}; gls.fit = lm(y_s ~ x_s); b.gls = gls.fit$coef[2]; gls.se=summary(gls.fit)$coef[2,2]

4. t-검정 $t_1 = (b-1)/se_{OLS}(b), t_2 = (b-1)/se_{HAC}(b), t_3 = (\widehat{\beta_G} - 1)/se_{OLS}(\widehat{\beta_G})$, 의 기각여부를 판단한다. 기각 지시변수 $I_1 = 1 \quad \text{if } |t_1| > 1.96;\ I_1 = 0\ otherwise$ 를 구함. 마찬가지로 I_2, I_3 구함. t1=b/ols.se; t2=b/hac.se; t3=b.gls/gls.se; I1=ifelse(abs(t1)>1.96,1,0); I2=ifelse(abs(t2)>1.96,1,0); I3=ifelse(abs(t3)>1.96,1,0);

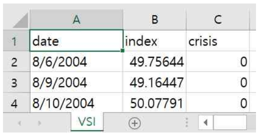
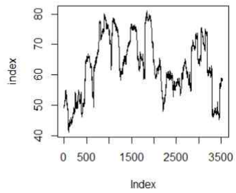
위 1-4를 10000 번 반복하여 표를 완성한다. 표에는 2,3,4에서 구한 것의 평균 또는 표준편차가 들어감.

```
set.seed(1);     #Seed 설정은  for 구문 밖에서 해야함.
n=100; phi_x=0.5; phi_u=0.7; n_sim=10000
b_=c(); ols.se_=c(); hac.se_=c(); b.gls_=c(); gls.se_=c(); I1_=c(); I2_=c(); I3_=c()
for (i in 1:n_sim) {
x=c(); y=c(); u=c(); x[1]=0; u[1]=0; e=rnorm(n); a=rnorm(n); u=rnorm(n); y[1]=1+x[1]+u[1]; for (t in 2:n) {x[t]=phi_x*x[t-1]+e[t]; u[t]=phi_u*u[t-1]+a[t]; y[t]=1+x[t]+u[t]}
ols.fit=lm(y~x); b=ols.fit$coef[2]; ols.se = summary(ols.fit)$coef[2,2];  hac.se = sqrt(vcovHAC(ols.fit)[2,2])
ols.res.0=ols.fit$residual[2:n];  ols.res.1=ols.fit$residual[1:(n-1)];  phi_u.hat=lm(ols.res.0~ols.res.1 -1)$coef[1]; x_s = c(); y_s = c(); for (t in 2:n) {x_s[t]=x[t]-phi_u.hat*x[t-1];
y_s[t]=y[t]-phi_u.hat*y[t-1]}; gls.fit = lm(y_s ~ x_s); b.gls = gls.fit$coef[2]; gls.se=summary(gls.fit)$coef[2,2]
t1=(b-1)/ols.se; t2=(b-1)/hac.se; t3=(b.gls-1)/gls.se; I1=ifelse(abs(t1)>1.96,1,0);  I2=ifelse(abs(t2)>1.96,1,0); I3=ifelse(abs(t3)>1.96,1,0);
b_[i]=b; ols.se_[i]=ols.se; hac.se_[i]=hac.se; b.gls_[i]=b.gls; gls.se_[i]=gls.se;
I1_[i]=I1; I2_[i]=I2; I3_[i]=I3}
mean(b_); sd(b_); mean(b.gls_); sd(b.gls_)
mean(ols.se_); mean(hac.se_); mean(gls.se_)
mean(I1_); mean(I2_); mean(I3_)
```

2. Volatility Spillover Index data

Volatility Spillover Index (VSI) 는 주가등 각나라의 금융자산의 변동성이 다른나라로 얼마나 전이 되는지를 나타내는 지수이다. 아래 데이터는 2004/8/6-2018/8/6 사이 일별 VSI 데이터이다. 금융위기기간 (07/03/2007–05/15/2009) 동안 VSI 가 증가하는지 알아보려고 한다.

엑셀파일에서 변수 Index 는 일별 VSI 값이고 변수 crisis 는 금융위기기간에는 1 그 외기간에는 0 의 값을 갖는 더미변수이다.

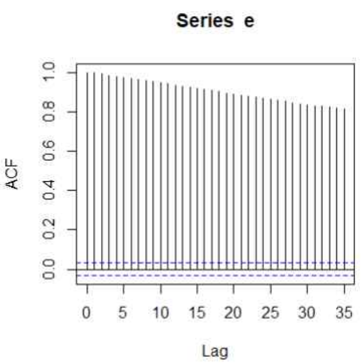
<table>
<tr>
<td>
<table><tr><th></th><th>A</th><th>B</th><th>C</th></tr><tr><td>1</td><td>date</td><td>index</td><td>crisis</td></tr><tr><td>2</td><td>8/6/2004</td><td>49.75644</td><td>0</td></tr><tr><td>3</td><td>8/9/2004</td><td>49.16447</td><td>0</td></tr><tr><td>4</td><td>8/10/2004</td><td>50.07791</td><td>0</td></tr></table>
VSI</td>
<td>
</td>
<td>전체기간
2004/8/6-2018/8/6
위기기간
07/03/2007-05/15/2009</td>
<td>vsi=read.csv("VSI.csv", head=T)
attach(vsi)
plot(index,type“l”)</td>
</tr>
</table>

1. index를 y, crisis를 D 로 나타내고 단순 회귀 $y_t = \alpha + \delta D_t + u_t$를 추정하고 추정 회귀계수 $\hat{\delta}$ 와 이의 OLS 표준 오차 $se_{OLS}(\hat{\delta})$를 구하여라.

```
y=index; D=crisis; ols.fit=lm(y ~ D) # 13.18 (0.416)
```

2. 위 1 의 회귀에서 오차항이 자기 상관을 갖는지를 OLS 잔차의 자기상관, 더빈와트슨 검정을 통해 살펴보고 결론을 쓰시오.

```
e = ols.fit$residual; acf(e); library(lmtest); dwtest(ols.fit)
```

<table>
<tr>
<td>

잔차의 ACF</td>
<td>$\hat{\rho}_1^{e} = 0.995$
잔차에 매우 강한 자기상관있음</td>
</tr>
</table>

#DW=0.009 (p<0.000) 오차항이 매우 강한 양의 자기상관가짐

3. 위 2 의 분석을 통해 왜 $se_{OLS}(\hat{\delta})$ 이 타당치 못하는지 설명하고 타당한 표준오차인 HAC se = $se_{HAC}(\hat{\delta})$ 를 구하시오.

오차항이 매우 강한 양의자기상관가지므로 OLS SE 는 타당치 못함

```
hac.se = sqrt(vcovHAC(ols.fit)[2,2])        #2.15
```

hac.se = 2.15. OLS se 0.416 보다 매우작음. 이는 오차항의 매우 강한 양의자기상관때문.

4. 위 1 의 회귀에서 오차항 u_t에 AR(1) 구조 $u_t = \phi u_{t-1} + a_t$ 를 부과한후 δ 의 feasible GLSE 를 구하고 이의 GLS SE를 구하시오.

```
n=length(y); ols.res.0=ols.fit$residual[2:n]; ols.res.1=ols.fit$residual[1:(n-1)]; phi_u.hat=lm(ols.res.0~ols.res.1 -1)$coef[1]; D_s = c(); y_s = c(); for (t in 2:n) {D_s[t]=D[t]-phi_u.hat*D[t-1]; y_s[t]=y[t]-phi_u.hat*y[t-1]}; gls.fit = lm(y_s ~ D_s); delta.gls = gls.fit$coef[2]; gls.se=summary(gls.fit)$coef[2,2]
```

$\hat{\delta}_{GLS} = 1.058(0.525)$

5. δ 의 95% 신뢰구간을 구하시오

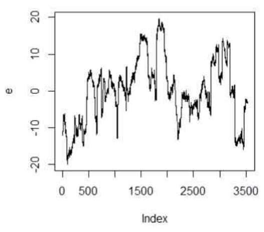
(1) OLS + HAC SE 에 의한 방법: 13.18 ± 1.96*2.15

(2) GLSE + GLS SE 에 의한 방법: 1.058 ± 1.96*0.525

(OLSE 와 GLSE 가 많이 차이나는 이유는 오차항의 자기 상관이 너무 강하기때문)

6. 위 1 의 회귀모형에서 오차항 u_t 가 조건부 이분산성을 갖는지를 살펴보자.

(6-1) 회귀분석 1 의 잔차 $\hat{u}_t$ 의 시도표를 그려보고 조건부 이분산성을 따져보시오

<table>
<tr>
<td>
</td>
<td>잔차의 자기상관성이 너무 강해 (1차 ACF=0.995) 조건부이분산성이 시각적으로 잘파악안됨</td>
</tr>
</table>

(6-2) 잔차 $\hat{u}_t$ 에 GARCH(1,1) 모형을 추정하고 추정결과를 쓰시오.

```
library(fGarch)
garch.fit = garchFit(~garch(1,1), data = e, trace = F, include.mean = F)
garch.fit
```

<table>
<tr>
<td>Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
omega 0.28791 0.04643 6.201 5.61e-10 ***
alpha1 0.87101 0.05716 15.239 < 2e-16 ***
beta1 0.14036 0.05176 2.712 0.00669 **</td>
<td>매우 강한 조건부 이분산성</td>
</tr>
</table>