



西安交通大学励志書院

励志学辅

# 重难点突破

《光学》复习资料

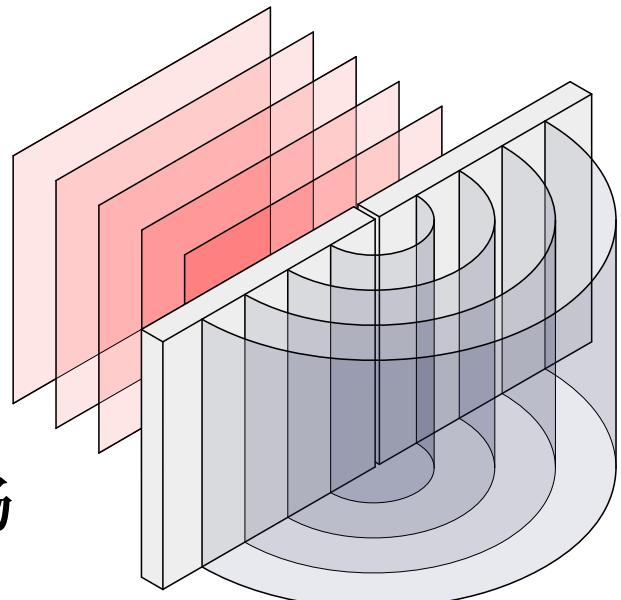


# 光 学

期末资料

编写：刘润钦

审核：李艺洋 秦健博 刘浩畅



▶ 几何光学

▶ 光与物质相互作用

▶ 干涉

▶ 量子光学

▶ 衍射

▶ Fourier光学

▶ 偏振

▶ 光全息术

西安交通大学励志书院学业辅导中心出品

## 前言

本提纲聚焦光学课程核心，涵盖几何光学、干涉、衍射、偏振、光与物质相互作用、量子光学等章节，总结概念与公式，适作复习资料使用。

课程考试难度适中，几何光学与现代光学技术占比较低，计算题型较经典，选择填空侧重考查基础概念，亦兼顾知识细节。本提纲仅为辅助材料，跟随课堂、潜心钻研教材习题才可把握备考要领。

张老所著教材<sup>1</sup>内容覆盖面极广，文笔凝练。为适配不同学习需求，这里另推荐几本佳作，各有千秋：钟锡华先生《现代光学基础》兼具广度与深度，将复杂概念剖析得清晰透彻、趣味盎然，搭配授课视频及科普文章《光，你这个精灵》学习效果更佳；赵凯华先生毕生深耕物理教育，著作惠泽数代学子，其《新概念物理 2 光学》通俗易懂，几何光学讲得尤为明白，与张老教材也更加契合；波恩或尤金·赫克特所著光学可作为百科随时查阅，以解疑难。<sup>2</sup>此外如姚启钧、钱列加等老师的著作也可作为参考补充。

文末引钟锡华先生<sup>3</sup>寄语与诸君共勉：“拟将此书比游子，我当送行予勉励，莫愁前路无知己，天下谁人不识君。”愿诸位笃行不怠，学有所成。

---

<sup>1</sup>段内所引公式标号，均对应张老教材公式编号，方便对照查阅；非重点内容使用 \* 标记。

<sup>2</sup>大多图片即来自这些教材并经过 AI 重绘，已尽力呈现最佳效果。

<sup>3</sup>《钟锡华：我在西安交大十年》

# 目录

<b>第一章 几何光学</b>	<b>1</b>
1.1 光的传播规律 . . . . .	1
1.1.1 几何光学三大基本定律 . . . . .	1
1.1.2 全反射定律 . . . . .	2
1.1.3 光的色散: 棱镜光谱仪 . . . . .	3
1.2 费马原理 . . . . .	3
1.3 几何光学成像规律 . . . . .	4
1.3.1 成像基本概念 . . . . .	4
1.3.2 球面反射镜成像 . . . . .	4
1.3.3 透镜成像 . . . . .	5
1.3.4 多透镜的逐次成像 . . . . .	6
1.3.5 薄透镜及透镜组成像 . . . . .	6
1.3.6 光学系统放大率 . . . . .	8
1.4 光学仪器 . . . . .	8
1.4.1 投影仪 . . . . .	8
1.4.2 照相机 . . . . .	9
1.4.3 人眼 . . . . .	9
1.4.4 放大镜 . . . . .	10
1.4.5 目镜 . . . . .	10
1.4.6 物镜 . . . . .	11
1.4.7 显微镜 . . . . .	12
1.4.8 望远镜 . . . . .	13
<b>第二章 干涉</b>	<b>14</b>
2.1 波的叠加与干涉 . . . . .	14
2.1.1 定态波 (按时间尺寸衡量) . . . . .	14
2.1.2 定态光波的标量表示 . . . . .	14
2.1.3 定态光波的复数表示 . . . . .	14
2.1.4 波的叠加 . . . . .	15
2.1.5 双光束干涉强度公式 . . . . .	15
2.1.6 干涉条纹的衬比度 . . . . .	16
2.2 杨氏干涉光场的空间相干性 . . . . .	16
2.2.1 相位差稳定性的保证 . . . . .	16
2.2.2 杨氏干涉 . . . . .	17
2.2.3 两束平行光的干涉场 . . . . .	19
2.2.4 干涉条纹的变动 . . . . .	19

2.2.5 空间相干性问题 . . . . .	20
2.3 分振幅: 薄膜干涉 . . . . .	21
2.3.1 厚度不均匀薄膜: 膜附近的等厚干涉 . . . . .	21
2.3.2 厚度均匀薄膜: 无穷远处的等倾干涉 . . . . .	23
2.4 迈克尔逊干涉仪 . . . . .	24
2.4.1 用于精密测长 (利用等厚干涉) . . . . .	24
2.4.2 光源的非单色性对干涉条纹的影响 . . . . .	25
2.4.3 时间相干性 . . . . .	25
2.5 多光束干涉: F-P 干涉仪 . . . . .	26
2.5.1 多光束干涉的强度分布 . . . . .	26
2.5.2 法布里-珀罗干涉仪 . . . . .	27
2.5.3 F-P 干涉仪在光谱学中的应用 . . . . .	27
2.5.4 F-P 谐振腔的选频功能 . . . . .	28
2.5.5 激光器中的 F-P 谐振腔 . . . . .	29
<b>第三章 衍射</b>	<b>30</b>
3.1 光的衍射 . . . . .	30
3.1.1 光的衍射现象 . . . . .	30
3.1.2 惠更斯-菲涅尔原理 . . . . .	30
3.1.3 衍射的分类 . . . . .	30
3.1.4 巴比涅原理 . . . . .	31
3.2 菲涅尔衍射 . . . . .	31
3.2.1 实验现象 . . . . .	31
3.2.2 半波带法 . . . . .	31
3.3 夫琅禾费衍射 . . . . .	33
3.3.1 单缝夫琅禾费衍射 . . . . .	33
3.3.2 矩孔夫琅禾费衍射 . . . . .	34
3.3.3 圆孔夫琅禾费衍射 . . . . .	34
3.3.4 成像仪器分辨本领 . . . . .	35
3.4 多缝夫琅禾费衍射 . . . . .	36
3.4.1 强度分布 . . . . .	36
3.5 光谱仪、三维光栅 . . . . .	37
3.5.1 角分散本领 . . . . .	37
3.5.2 线分散本领 . . . . .	37
3.5.3 由瑞利判据, 得最小波长差 . . . . .	38
3.5.4 色分辨本领: 与级数 $k$ 和衍射单元数 $N$ 成正比 . . . . .	38
3.5.5 量程 . . . . .	38
3.5.6 自由光谱范围 . . . . .	38
3.5.7 X 射线在晶体上的衍射 . . . . .	39

<b>第四章 偏振</b>	<b>41</b>
4.1 偏振光引论 . . . . .	41
4.1.1 光的宏观偏振态 . . . . .	41
4.1.2 马吕斯定律 . . . . .	42
4.1.3 偏振光通过偏振片 . . . . .	42
4.2 介质界面光学 . . . . .	42
4.2.1 菲涅耳公式 . . . . .	42
4.2.2 反射率及相位变化 . . . . .	43
4.2.3 反射、折射时的偏振现象 . . . . .	44
4.3 双折射 . . . . .	45
4.3.1 双折射现象和基本规律 . . . . .	45
4.3.2 波晶片 . . . . .	46
4.3.3 偏光棱镜 . . . . .	47
4.3.4 偏振光干涉 . . . . .	47
4.3.5 旋光性 * . . . . .	48
4.3.6 菲涅尔公式详细总结 * . . . . .	49
<b>第五章 光与物质相互作用</b>	<b>50</b>
5.1 吸收 . . . . .	50
5.2 色散 . . . . .	50
5.3 散射 . . . . .	50
<b>第六章 量子光学</b>	<b>51</b>
6.1 黑体辐射 . . . . .	51
6.2 光的量子性 . . . . .	51
6.3 波尔氢原子理论 . . . . .	52
6.3.1 里德伯-里兹并合原则 . . . . .	52
6.3.2 波尔的氢原子理论 . . . . .	52
6.4 激光 . . . . .	52
<b>第七章 变换光学与全息照相</b>	<b>54</b>
7.1 透镜的波前变换与傅里叶性质 . . . . .	54
7.1.1 透镜的相位变换 . . . . .	54
7.1.2 透镜的傅里叶变换性质 . . . . .	54
7.2 阿贝成像原理与光信息处理 . . . . .	54
7.2.1 阿贝成像原理 . . . . .	54
7.2.2 空间滤波与阿贝-波特实验 . . . . .	55
7.2.3 相衬显微镜 . . . . .	55
7.3 全息照相 . . . . .	55
7.3.1 基本原理 . . . . .	55
7.3.2 全息图的分类与特点 . . . . .	55

---

7.3.3 计算全息和数字全息 . . . . .	56
<b>第八章 成像光谱偏振技术 *</b>	<b>57</b>
8.1 成像光谱技术 . . . . .	57
8.1.1 基本概念 . . . . .	57
8.1.2 成像光谱仪分类 . . . . .	57
8.2 干涉成像光谱技术 . . . . .	57
8.2.1 干涉成像光谱仪分类 . . . . .	57
8.2.2 基本原理 . . . . .	57
8.3 成像光谱偏振技术 . . . . .	58
8.4 干涉成像大气探测（四强度法） . . . . .	58
8.4.1 基础公式 . . . . .	58
8.4.2 相位步进解算（四强度法） . . . . .	58

# 第一章 几何光学

## 内容提要

- 光的传播规律与三大基本定律
- 全反射与色散现象
- 费马原理及其应用
- 几何光学成像规律（球面、透镜）
- 常见光学仪器原理（显微镜、望远镜等）

## 1.1 光的传播规律

### 1.1.1 几何光学三大基本定律

1. 光的直线传播定律：在各向同性均匀透明介质中，光沿直线传播。

#### 讨论 1.1

点光源照射出现影子；小孔成像。



2. 光的独立传播定律：自不同方向或由不同物体发出的光线在空间独立传播而相遇时互不影响。

3. 光的反射和折射定律：

(a). 反射定律：当光线从一种介质入射到两种介质的界面上时，入射光线、反射光线与法线位于同一平面内，且入射角等于反射角，即  $\theta_i = \theta_r$ 。

#### 讨论 1.2

光路可逆；漫反射。



(b). 折射定律（Snell 定律）：同样地，入射光线、折射光线与法线在同一平面内，且满足

$$\frac{\sin i_1}{\sin i_2} = \frac{v_1}{v_2} = n_{12} \text{ (常数)} \quad (1.1)$$

介质折射率常数（绝对折射率）： $n = \frac{c}{v}$ 。又光在介质中传播频率  $\nu$  不变，定义介质 2 相对介质 1 的折射率：

$$\frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{n_2}{n_1} = n_{12}$$

#### 讨论 1.3

- 色散现象： $\sin i_2 = \frac{n_1}{n_2} \sin i_1 = f(n) = f(\lambda)$
- 光疏介质：折射率较小的介质；光密介质：折射率较大的介质



例题 1.1 小角近似，求折射光线的高度  $y'$

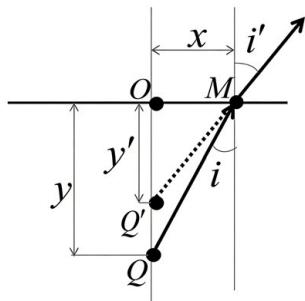


图 1.1: 例 1 图

$$n \sin i = \sin i'$$

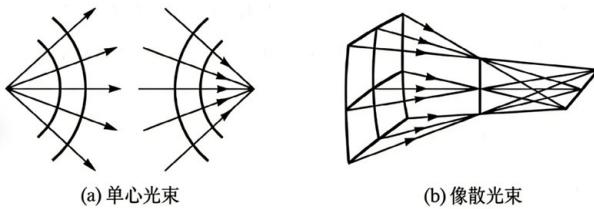
$$y = \frac{x}{\tan i}, \quad y' = \frac{x}{\tan i'}$$

$$y' = y \frac{\tan i}{\tan i'} = y \frac{\sin i \cos i'}{\sin i' \cos i} = y \frac{\cos i'}{n \cos i} = y \frac{\sqrt{1 - n^2 \sin^2 i}}{n \cos i}$$

$$\text{当 } i \approx 0 \text{ 时, } y' \approx \frac{y}{n}$$

#### 讨论 1.4

启示: 光接近法线方向入射, 近似保持单心性; 单心光束经折射后变成像散光束。



而平面反射镜不改变光束单心性 (所成的像与原物同大小, 像与物镜面对称)。

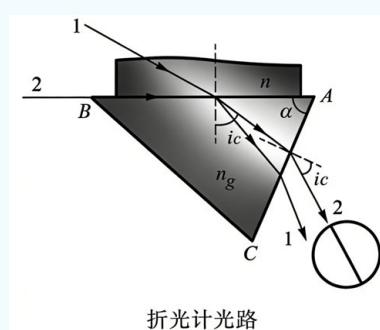


### 1.1.2 全反射定律

- 条件: 光从光密介质射向光疏介质, 入射角超过临界角。
- 全反射临界角:  $\sin \theta_c = \frac{n'}{n}$  ( $n$  为光密介质的折射率)

#### 讨论 1.5 (全反射的应用)

##### 1. 折光计 (测量介质折射率)

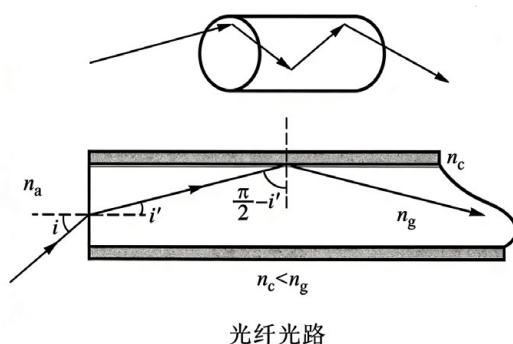


折光计光路

$$n = \sin \alpha \sqrt{n_g^2 - \sin^2 i'} - \sin i' \cos \alpha$$

例如阿贝折射计(棱镜),  $\alpha = 45^\circ$ ; 浦耳弗里许折射计(棱镜),  $\alpha = 90^\circ, n = \sqrt{n_g^2 - \sin^2 i'}$ . 总之,  $n$  必须小于  $n_g$ .

## 2. 光纤

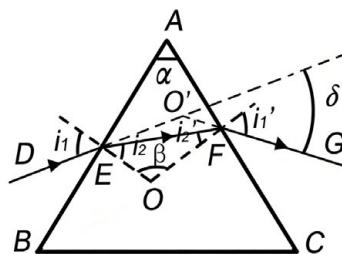


全反射要求入射角

$$i \leq i_0 = \arcsin\left(\frac{1}{n_a} \sqrt{n_g^2 - n_c^2}\right)$$



### 1.1.3 光的色散: 棱镜光谱仪



当  $EF \parallel BC$  时,  $\delta = \delta_{\min}$

图 1.2: 三棱镜的折射

偏向角  $\delta = i_1 + i_1' - \alpha$  最小的条件为  $i_1 = i_1'$ , 此时,

$$n = \frac{\sin\left(\frac{\delta_{\min} + \alpha}{2}\right)}{\sin\left(\frac{\alpha}{2}\right)} \quad (1.2)$$

如果棱镜的棱角  $\alpha$  已知, 测出最小偏向角  $\delta_{\min}$ , 即可推算出棱镜对某种光的折射率  $n$ .

棱角  $\alpha$  很小的棱镜称为光楔。光通过光楔的偏向角可由上式得到:

$$\delta = (n - 1)\alpha \quad (1.3)$$

## 1.2 费马原理

1. 光程: 光行径的几何路径的长度  $l$  与光在该介质中的折射率  $n$  的乘积。

$$L(QP) = \int_Q^P n(l) dl$$

2. 费马原理的表述为:  $QQ'$  两点间光线的实际路径, 是光程  $QQ'$  最为平稳的路径, 即光沿着所需时间为极值的路径传播.

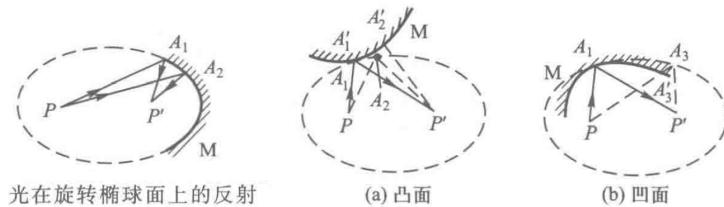


图 1.3: 费马原理的应用

### 讨论 1.6

1. 平面镜光程为极小值, 旋转椭球镜光程为常量, 半球镜面在中心处反射.
2. 可导出几何光学三大定律.



## 1.3 几何光学成像规律

### 1.3.1 成像基本概念

1. 物方(物空间): 物点组成的空间。入射光束发散为实像，入射光束汇聚为虚像。
2. 像方: 像点组成的空间。出射光束汇聚为实物，出射光束发散为虚物。物像空间可重叠。
3. 共轭点: 物方和像方一一对应的点。
4. 等光程性: 物点和像点之间各光线的光程都相等。
5. 理想光具组: 能使任何同心光束保持同心性的光具组。
6. 实际透镜
  - (a). 焦点、焦平面: 无穷远物点的共轭为焦点; 过焦点垂直于光轴的平面称为焦平面。
  - (b). 主点、主平面: 横向放大率  $M = 1$ 。
  - (c). 节点、节平面: 角放大率  $\gamma = 1$ 。
7. 薄透镜((定义: 当透镜的厚度  $d$  比它的焦距或者曲率半径小得多时, 可以当作薄透镜处理))
  - (a). 光心: 主平面与光轴的交点。
  - (b). 光焦度  $\Phi$ : 焦距的倒数, 单位: 屈光度 ( $D/m^{-1}$ )。
8. 符号约定(对透镜):
  - (a). 物像: 实正虚负
  - (b). 物像: 上正下负
  - (c). 界面: 凸(球心在顶点右侧)正凹负
  - (d). 距离: 增正减负
  - (e). 角度: 从光轴转到光线算起, 逆时针正, 顺时针负

### 1.3.2 球面反射镜成像

$$\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{2}{R} = \frac{1}{f} = \frac{1'}{f} \quad (1.4)$$

$$M = -\frac{s'}{s} \quad (1.5)$$

符号说明：曲率中心在镜前（凹面镜）， $f$  和  $R$  取正（凹面镜），反之为负； $M$  为正像正立，否则倒立。

光线作图：平行光轴入射则出射过焦点、入射过焦点则出射平行光轴、过曲率中心原路返回。

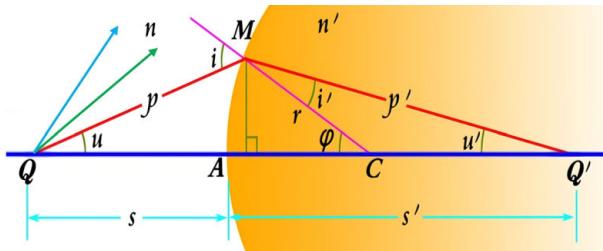
### 1.3.3 透镜成像

#### 宽光束成像

推导有：

$$\frac{s^2}{n^2(s+r)^2} - \frac{s'^2}{n'^2(s'-r)^2} = -4 \sin^2 \frac{\varphi}{2} \left[ \frac{r}{n^2(s+r)} + \frac{r}{n'^2(s'-r)} \right]$$

对一般球面，折射光束丧失同心性，除非在齐明点。



齐明点条件：

1. 实物成实像 ( $s$  与  $s'$  分别为物距像距)：

$$n^2 s^2 = n'^2 s'^2$$

2. 实物成虚像：

$$s = -(1 + \frac{n'}{n})r, \quad s' = (1 + \frac{n}{n'})r$$

#### 窄光束傍轴成像 ( $\phi \rightarrow 0$ )

$$\frac{n}{s} + \frac{n'}{s'} = \frac{n' - n}{R} = \Phi \quad (1.6)$$

$\Phi$  的单位称为屈光度，有时也称为光焦度。单位： $R$  以米 (m) 计。由上式可知， $\Phi$  只由两种介质的折射率和球面曲率半径决定，表征折射球面的聚光能力。

$$M = -\frac{ns'}{n's} \quad (1.7)$$

符号说明：曲率中心在顶点右方， $R$  取正，反之为负。

1. 物方焦距  $f_1$  和像方焦距  $f_2$ ：

$$f = \frac{nR}{n' - n}, \quad f' = \frac{n'R}{n' - n} \quad (1.8)$$

2. 焦距关系：

$$\frac{f}{f'} = \frac{n}{n'} \quad (1.9)$$

3. 高斯公式:

$$\frac{f}{s} + \frac{f'}{s'} = 1 \quad (1.10)$$

4. 特别的, 对单平面折射成像,  $R \rightarrow \infty$ , 有

$$s' = -\frac{n'}{n}s \quad (1.11)$$

5. 拉格朗日-亥姆霍兹定理: 近轴成像时物高  $y$ 、孔径角  $u$  和介质折射率  $n$  的乘积为一常数:

$$ynu = y'n'u' = J \quad (1.12)$$

### 1.3.4 多透镜的逐次成像

1. 采用物象公式:

$$\frac{n_1}{u_1} + \frac{n_2}{v_1} = \frac{n_2 - n_1}{R_1}, \quad \frac{n_2}{u_2} + \frac{n_3}{v_2} = \frac{n_3 - n_2}{R_2} \dots \quad (1.13)$$

$$M = M_1 \cdot M_2 \dots \quad (1.14)$$

2. 采用拉赫不变量:

$$ynu = y'n'u' = \dots \quad (1.15)$$

### 1.3.5 薄透镜及透镜组成像

#### 薄透镜

假设物方、像方介质均为空气.

$$\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = (n - 1) \left( \frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) \quad (1.16)$$

若不为空气:

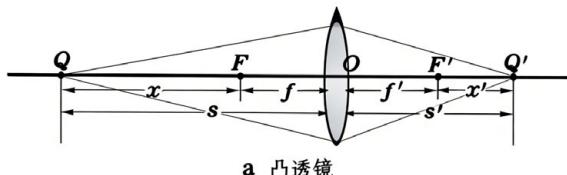
$$\frac{n}{s} + \frac{n}{s'} = (n_L - n) \left( \frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) \quad (1.17)$$

磨镜者公式:

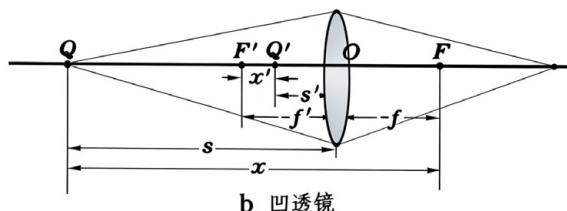
$$(n - 1) \left( \frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) = \frac{1}{f} = \frac{1}{f'} \quad (1.18)$$

亦有高斯公式:

$$\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{f} \quad (1.19)$$



a 凸透镜



b 凹透镜

而当物方、像方、透镜折射率分别为  $n, n', n_L$  时，

$$f = \frac{n}{\frac{n_L - n}{r_1} + \frac{n' - n_L}{r_2}}, \quad f' = \frac{n'}{\frac{n_L - n}{r_1} + \frac{n' - n_L}{r_2}} \quad (1.20)$$

若定义  $x, x'$  为从焦点算起的物距、像距，则由高斯公式，可得牛顿公式：

$$xx' = ff' \quad (1.21)$$

横向放大率：

$$M = M_1 M_2 = -\frac{ns'}{n's} = -\frac{fs'}{f's} \quad (1.22)$$

亦有

$$M = -\frac{f}{x} = -\frac{x'}{f'} \quad (1.23)$$

当物方、像方折射率相等时，

$$M = -\frac{s'}{s} \quad (1.24)$$

### 密接薄透镜组

$$\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2}, \quad \frac{1}{f} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2}, \quad \Phi = \Phi_1 + \Phi_2 \quad (1.25)$$

注：当  $f$  单位为 m 时，光焦度  $\Phi$  单位为屈光度 D，所谓眼镜度数 =  $D \times 100$ .

### 作图法

1. 通过光心的光线，经透镜后，方向不变；
2. 通过物方焦点的光线，经透镜后，平行光轴；
3. 平行光轴的光线，经透镜后，通过像方焦点

### 理想光具组理论 \*

1. **焦面：**通过物方焦点  $F$  与光轴垂直的平面叫物方焦面，又称第一焦面；通过像方焦点  $F'$  与光轴垂直的平面叫像方焦面，又称第二焦面。
2. **副光轴：**轴外物\像点  $P'$  与光心  $O$  的连线。
3. **理想光具组：**在傍轴条件下近似地满足理想成像要求的共轴球面组。
4. **理想成像与共线变换：**
  - 理想光具组的性质——共线变换——普遍：
    - (a). 物方每个点对应像方一个点（共轭点）；
    - (b). 物方每条直线对应像方一条直线（共轭线）；
    - (c). 物方每个平面对应像方一个平面（共轭平面）；
  - 理想光具组的性质——轴对称系统：
    - (a). 光轴上任何一点的共轭点仍然在光轴上；
    - (b). 任何垂直于光轴的平面，其共轭面仍与光轴垂直；
    - (c). 在垂直于光轴的同一平面内的横向放大率相同；

(d). 在垂直于光轴的不同平面内的横向放大率一般不相同; 特例: 望远系统。

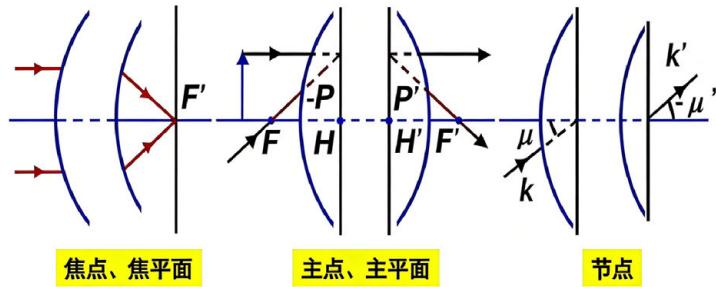
### 5. 共轴理想光具组的基点 (cardinal point) 与基面 \*

(a). 基点和基面: 焦点、焦面; 主点、主面; 节点。

(b). 焦面: 与无穷远平面共轭的平面, 物方焦面和像方焦面。

(c). 主面: 横向放大率等于 1 的一对共轭面, 物方主面和像方主面; 两主面与光轴的交点分别为物方主点和像方主点。

(d). 节点: 轴上角放大率等于 1 的一对共轭点, 物方节点和像方节点; 过节点的平面称为节平面。



### 6. 联合光具组的焦距:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} - \frac{d}{f_1 f_2} \quad (1.26)$$

对薄透镜,  $d$  为两光心距离. 注意, 此时物距、像距均从主面计起! 计算略复杂.

## 1.3.6 光学系统放大率

### 1. 横向放大率:

$$M = -\frac{h'}{h} = -\frac{ns'}{n's} = -\frac{fs'}{f's} = -\frac{f}{x} = -\frac{x'}{f'} \quad (1.27)$$

### 2. 轴向放大率 (负号表示物平面沿光轴正向移动, 相平面也沿光轴正向移动):

$$\alpha = \frac{ds'}{ds} = -\frac{ns'^2}{n's^2} = -\frac{fs'^2}{f's^2} \quad (1.28)$$

### 3. 角放大率:

$$\gamma = -\frac{u'}{u} = -\frac{s}{s'} \quad (1.29)$$

### 4. 关系 (在空气中):

$$\alpha = -M^2 \frac{n'}{n}, \quad \gamma M = \frac{n}{n'}, \quad M = -\alpha \gamma \quad (1.30)$$

## 1.4 光学仪器

### 1.4.1 投影仪

相当于单凸透镜成放大的实像.

$$s \approx f; \quad s' \gg f; \quad V = -s'/s \approx -s'/f \quad (1.31)$$

$V$  即横向放大率。

### 1.4.2 照相机

相当于单凸透镜成缩小的实像.

$$s \gg f; \quad s' \approx f'; \quad V = -s'/s \approx -f'/s \quad (1.32)$$

照相物镜的景深: 物镜能够成清晰像的物距范围.

$$\begin{aligned} xx' &= f^2 \Rightarrow x' = \frac{f^2}{x} \Rightarrow \delta x' = -\frac{f^2}{x^2} \delta x \\ \frac{\delta x'}{\delta x} &= -\frac{f^2}{x^2} \end{aligned} \quad (1.33)$$

$\delta x'$  越小越利于景深加大。故在给定  $f$  时，物距大，景深大。

#### 讨论 1.7

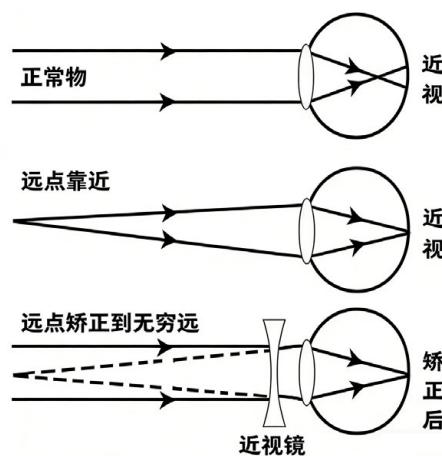
拍摄近物背景模糊，拍摄远物背景稍清晰的原因.



### 1.4.3 人眼

$$\text{人眼的视场角 : } \left\{ \begin{array}{l} \text{水平视场角约: 160} \\ \text{垂直视场角约: 130} \\ \text{最清晰范围约: 6 \sim 7} \end{array} \right.$$

正常眼睛: 远点  $S_{FO}$  在无限远; 近点  $S_{NO}$  在 25cm 左右, 又称明视距离  $s_0$ 。故眼睛的调节范围:  $S_{FO} - S_{NO}$ 。远点变近称为近视眼，近点变远称为远视眼。



例题 1.2 近视眼计算 远点为 2m 的近视眼，求近视镜度数.

$$\Phi = \frac{1}{f} = \frac{1}{\infty} + \frac{1}{-2} = -0.5D$$

即 -50 度。

例题 1.3 远视眼计算 近点为 125cm 的远视眼，求远视镜度数.

$$\Phi = \frac{1}{f} = \frac{1}{-1.25} + \frac{1}{0.25} = 3.2D$$

即 320 度。

散光眼: 点光源在视网膜成线状图像. 可用在两个相互垂直方向具有不同曲率的镜片来矫正。

#### 1.4.4 放大镜

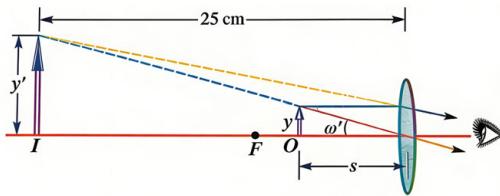


图 1.4: 透镜增加了视角

#### 视角放大率

定义为使用透镜得到的虚像对光心的张角  $\omega'$  与物体放在明视距离处对眼睛的张角  $\omega$  之比，即

$$m = \frac{\omega'}{\omega} \quad (1.34)$$

只有当像成在无穷远到明视距离之间时，才和眼睛的调焦范围相适应。与此相应地，物体就应放在焦点  $F$  内侧附近。这时它对光心所张的视角近似等于  $w' = \frac{y}{f}$ 。由于此时物位于焦点，故其光线过光心延长到  $P'Q'$  如图所示。

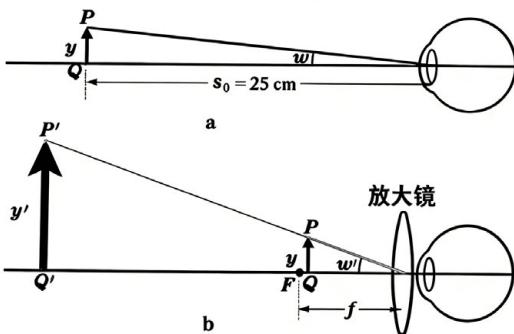


图 1.5: 放大镜的视角放大率

即物体  $QP$  与像  $Q'P'$  对光心所张视角是一样的。

- 当物体在透镜焦点、虚像在无穷远时，放大镜角放大率最小，我们将其定义为放大镜的视角放大率：

$$m = \frac{\omega'}{\omega} = \frac{25\text{cm}}{f} \quad (1.35)$$

- 当虚像在眼睛的近点时，放大镜角放大率最大：

$$m = \frac{s_0}{s} = 1 + \frac{25\text{cm}}{f} \quad (1.36)$$

#### 1.4.5 目镜

与放大镜类似。特点：高放大率，大视场角，像差小。

参数：(视角) 放大倍数标识 ( $5\times, 10\times, 15\times$ , 等等)。

类似于放大镜，我们定义：

人眼最佳观测位置是明视距离 25 cm. 当物体位于放大镜物方焦点上时，虚像位于无穷远处，目镜的视角放大倍数为

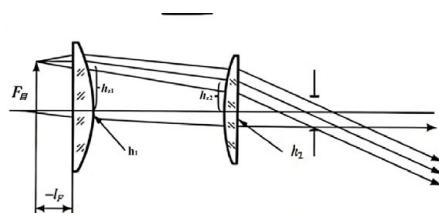
$$m_0 = \frac{25 \text{ cm}}{f} \quad (1.37)$$

$m_0$  称为目镜的视觉放大率，也称为标称视角放大率，常称为放大倍率。而对正常眼，把物体的虚像成在明视距离上时，目镜放大倍数为

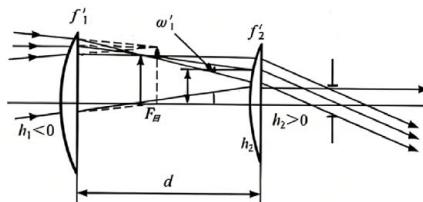
$$m = 1 + \frac{25 \text{ cm}}{f} \quad (1.38)$$

目镜实际是一类较为复杂的透镜组合而成的放大镜，整体离眼睛最近，整体内部细分为近眼睛的接目镜和远离眼睛的场镜。调节目镜有时是调节场镜。目镜离眼睛距离不能小于 6 毫米。

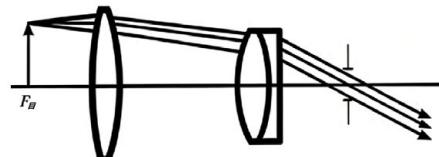
常见的目镜有：



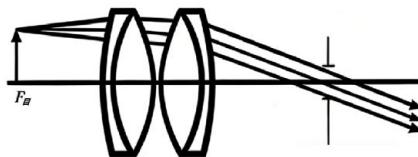
冉斯登目镜：消慧差和像散，可放分划板



惠更斯目镜：消垂轴色差，不可放分划板



凯涅尔目镜：消慧差像散、垂轴色差，可放分划板



对称式目镜：消慧差、像散、色差

#### 1.4.6 物镜

实验室中广泛使用一种测量微小距离的显微镜，它们的目镜中装有标尺或叉丝，物镜的倍率一般都较低。特别是在工作距离较大的场合下使用的显微镜中，物镜的焦距较长，它的作用主要是将物体成像于目镜物方焦面附近，放大的作用基本靠目镜。

## 油浸物镜 \*

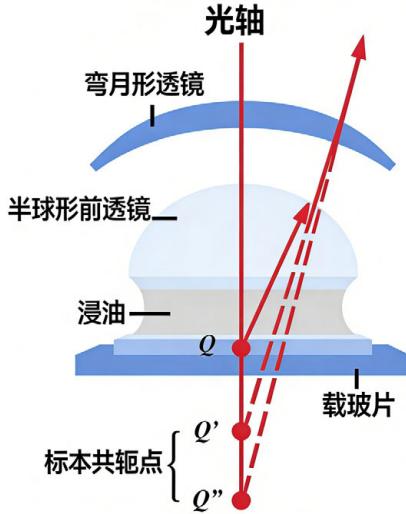


图 1.6: 油浸显微镜物镜

$Q$  调到齐明点, 宽光束成像于共轭点  $Q'$ , 弯月透镜的前折射面的中心位于  $Q'$ , 并使  $Q'$  成为后折射面的齐明点, 则在第一折射面不折射, 在第二折射面成虚像于  $Q''$ 。像逐级放大, 孔径角逐级减小。用更多的凹凸透镜本可使这种过程继续下去, 但由于存在色散, 折射次数过多将会引起较大的色差, 故实际中为利用齐明点而设置的透镜不超过两个。

## 1.4.7 显微镜

裸眼的视角:  $\omega = y/s_0 = y/25\text{cm}$

终像的视角:  $-\omega' = -y_1/f_E$

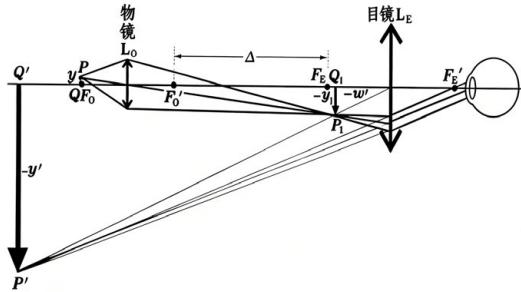


图 1.7: 显微镜光路

总视角放大率:

$$M = \frac{\omega'}{\omega} = \frac{y_1/f_E}{y/s_0} = \frac{y_1}{y} \frac{s_0}{f_E} = V_O M_E \quad (1.39)$$

式中  $M_E = s_0/f_E$  是目镜的视角放大率,  $V_O = y_1/y$  是物镜的横向放大率. 其中:

$$V_O = \frac{y_1}{y} = -\frac{x'}{f_O'} \approx -\frac{\Delta}{f_O}$$

用到牛顿公式。因此

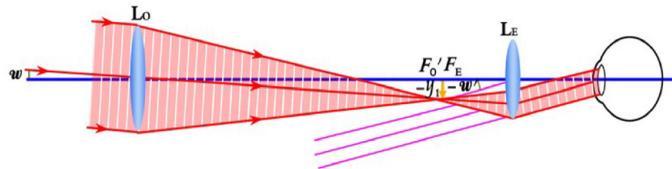
$$M = -\frac{s_0 \Delta}{f_O f_E} \quad (1.40)$$

式中负号表示像是倒立的。上式表明，物镜、目镜的焦距愈短，光学筒长愈大，显微镜的放大倍率愈高。

### 1.4.8 望远镜

不同于显微镜，物镜的物位于无穷远，中间像成在物镜的像方焦面上，且物镜的像方焦点与目镜的物方焦点几乎重合。

物镜 (Objective), 长焦距的透镜；目镜 (Eyepiece ), 短焦距的放大镜。



物镜的视角:  $\omega = -y_1/f_O$  终像的视角:  $-\omega' = -y_1/f_E$  总视角放大率:

$$M = \frac{\omega'}{\omega} = -\frac{y_1/f_E}{y_1/f_O} = -\frac{f_O}{f_E} \quad (1.41)$$

物镜的焦距越长，望远镜的放大倍率越高。

## 第二章 干涉

### 内容提要

- 波的叠加原理与相干条件
- 杨氏双缝干涉与空间相干性
- 薄膜干涉（等厚、等倾）
- 迈克尔逊干涉仪与时间相干性
- 多光束干涉与法布里-珀罗（F-P）干涉仪

## 2.1 波的叠加与干涉

### 2.1.1 定态波 (按时间尺寸衡量)

**定态波：**在观测时间内，光源持续且稳定地发光，波场中各点皆以同一频率作简谐振动，在空间形成稳定的振幅分布。在定态波场中，光波可近似看成无限长单色波列处理。

可见光的扰动周期： $T \approx 10^{-14}s = 10fs$ (飞秒)

普通光源一次发光持续时间： $\tau_0 \approx 10^{-8}s = 10ns$ (纳秒), 近似  $10^6$  个周期;

皮秒激光一次发光持续时间： $\tau_{0p} \approx 10^{-12}s = 1ps$ (皮秒), 近似  $10^2$  个周期;

飞秒激光一次发光持续时间： $\tau_{0f} \approx 10^{-13}s = 100fs$ (飞秒), 近似 10 个周期.

**例题 2.1** 自发辐射的定态性判断一般自发辐射的光是否可以看成定态波?

**分析：**一次发光时间量级  $\tau \approx 10^{-8}s$ , 而可见光的周期  $T \sim 10^{-14}s = 10fs$ ,

$$\frac{\tau}{T} \sim 10^6$$

一个波列包含  $10^6$  个周期，可看成定态波。

**特点：**频率单一，振幅稳定.

### 2.1.2 定态光波的标量表示

**光矢量：**通常选择电场矢量  $E$  作为光矢量，因为光与物质的相互作用中光频极高，介质的磁化机制几乎冻结，电场起主要作用。

定态标量波函数:

$$U(P, t) = A(P) \cos[\omega t - \varphi(P)] \quad (2.1)$$

### 2.1.3 定态光波的复数表示

复数表示:

$$\tilde{U}(P, t) = A(P)e^{-i[\omega t - \varphi(P)]} = \tilde{U}(P)e^{-i\omega t} \quad (2.2)$$

复振幅:

$$\tilde{U}(P) = A(P)e^{i\varphi(P)} \quad (2.3)$$

$A(p)$  代表振幅的空间分布, 辐角  $\varphi(p)$  代表位相的空间分布.

(1) 平面波复振幅:

$$\tilde{U}(P, t) = A e^{i(k \cdot r + \varphi_0)} \quad (2.4)$$

(2) 球面波复振幅:

$$\tilde{U}(P, t) = \frac{a}{r} e^{i(kr + \varphi_0)} \quad (2.5)$$

(3) 柱面波复振幅:

$$\tilde{U}(P, t) = \frac{b}{\sqrt{r}} e^{i(kr + \varphi_0)} \quad (2.6)$$

光强与复振幅的关系:

$$I(P) = \tilde{U}(P) \tilde{U}^*(P) = A^2(P) \quad (2.7)$$

#### 2.1.4 波的叠加

两列波同时存在时，在它们的交叠区内每点的总振动都是各列波单独存在于每点产生振动的线性叠加或合成。(光/波的独立传播原理)

##### 叠加条件

适用条件：线性介质，光强不太大。

$$U(P, t) = U_1(P, t) + U_2(P, t) \text{ 对于同频波，时间因子可略去: } U(P) = U_1(P) + U_2(P)$$

##### 两种线性叠加情况

非相干叠加：在观测时间内总光强是各分光强的直接相加，

$$I(P) = I_1(P) + I_2(P)$$

相干叠加：在观测时间内总光强不等于各分光强的直接相加，光场出现强弱相交替的稳定分布

$$I(P) = I_1(P) + I_2(P) + \Delta I(P)$$

$\Delta I(P)$  称干涉项。

##### 讨论 2.1

相干叠加的三个必要条件：

1. 有同向平行振动分量（振动方向不正交）。
2. 频率相同。
3. 有稳定的相位差。



#### 2.1.5 双光束干涉强度公式

光强表示法:

$$I(P) = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos \delta(P) \quad (2.8)$$

振幅表示法:

$$I(P) = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1 A_2 \cos \delta(P) \quad (2.9)$$

复振幅表示法:

$$I(P) = (\tilde{U}_1 + \tilde{U}_2)(\tilde{U}_1 + \tilde{U}_2)^* \quad (2.10)$$

### 2.1.6 干涉条纹的衬比度

$$\gamma = \frac{I_{Max} - I_{Min}}{I_{Max} + I_{Min}} \quad (2.11)$$

双光束干涉场的衬比度:

$$\gamma = \frac{2(A_1/A_2)}{1 + (A_1/A_2)^2} = \frac{2\sqrt{I_1 I_2}}{I_1 + I_2} \quad (2.12)$$

双光束干涉强度公式可改写为:

$$I(P) = I_0(1 + \gamma \cos \delta(P)) \quad (2.13)$$

由此分析得出

#### 讨论 2.2

相干叠加的两个充分条件 (现代光学基础 P.51):

1. 振幅相差不悬殊。
2. 光程差不能太大。
3. \* 两列波的传输方向之夹角不要太大。 (仅适用于自然光情形) 参考现代光学基础:  $\gamma = \frac{1}{2}(1 + \cos \alpha)$



## 2.2 杨氏干涉光场的空间相干性

### 2.2.1 相位差稳定性的保证

由普通光源获得相干光的方法:

1. 分波前: 从同一波面上的不同部分产生次级相干波, 如杨氏双孔干涉。
2. 分振幅: 利用光的反射和折射将同一光束分割成振幅较小的两束相干光, 如薄膜干涉、迈克尔逊干涉仪。

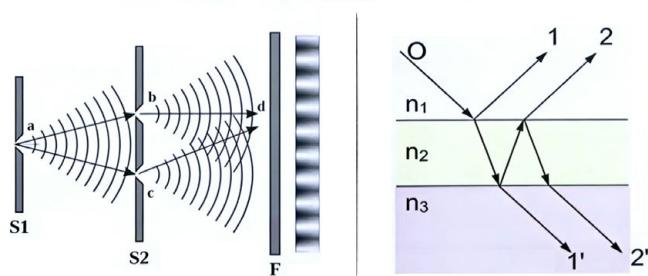


图 2.1: 分波前与分振幅

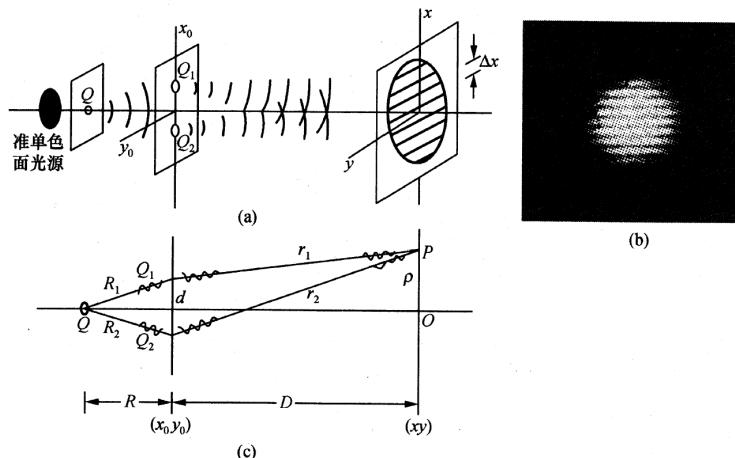


图 2.2: 杨氏双缝干涉装置,(a) 装置,(b) 干涉图样,(c) 光程差分析

## 2.2.2 杨氏干涉

干涉强度公式:

$$I(P) = I_1(P) + I_2(P) + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos \delta(P)$$

$$\delta(P) = \frac{2\pi}{\lambda} \frac{d}{D} x \quad (2.14)$$

令  $\Delta\delta = 2\pi$ , 推得条纹宽度公式:

$$\Delta x = \frac{D}{d} \lambda \quad (2.15)$$

### (1) 亮纹 (相干相长)

$$\begin{aligned} x &= \pm m\lambda \frac{D}{d}, (m = 0, 1, 2, \dots) \\ \left( \delta = \pm 2m\pi \text{ 即 } \Delta L = r_2 - r_1 = d \frac{x}{D} = \pm m\lambda \right) \end{aligned}$$

### (2) 暗纹 (相干相消):

$$\begin{aligned} x &= \pm (2m-1) \frac{\lambda}{2} \frac{D}{d} \\ \left( \Delta L = r_2 - r_1 = d \frac{x}{D} = \pm (2m-1) \frac{\lambda}{2} \right) \end{aligned}$$

**$x$  越大, 光程差越大, 级次  $m$  也越大**

#### 亮纹中心位置&级次

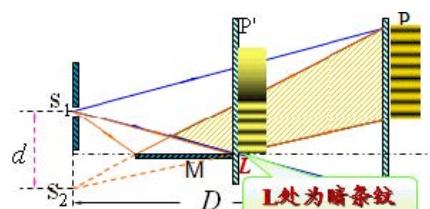
$$\left\{ \begin{array}{l} m = 0, x_0 = 0 \dots \dots \text{称0级中央亮纹} \\ m = 1, x_{\pm 1} = \pm \frac{D\lambda}{d} \dots \text{称}\pm 1\text{级亮纹} \\ m = 2, x_{\pm 2} = \pm \frac{2D\lambda}{d} \dots \text{称}\pm 2\text{级亮纹} \end{array} \right.$$

#### 暗纹中心位置&级次

$$\left\{ \begin{array}{l} m = 1, x_{\pm 1} = \pm \frac{D\lambda}{2d} \dots \text{称}\pm 1\text{级暗纹} \\ m = 2, x_{\pm 2} = \pm \frac{3D\lambda}{2d} \dots \text{称}\pm 2\text{级暗纹} \end{array} \right.$$

## 一些其他干涉装置

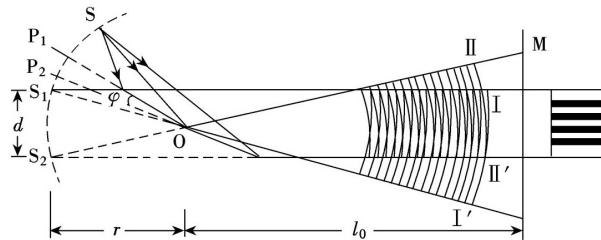
### 1. 劳埃德镜



$$\Delta x' = \frac{D}{d} \lambda \quad (2.16)$$

由于镜面反射半波损失，接触点 L 为暗条纹。

## 2. 菲涅尔双面镜



由图，

$$l_{S_1 O} = l_{S_2 O}, \quad D = r + l_0, \quad d = r2\varphi$$

代入得

$$\Delta x' = \frac{\lambda(r + l_0)}{2r\varphi} \quad (2.17)$$

## 3. 菲涅尔双棱镜

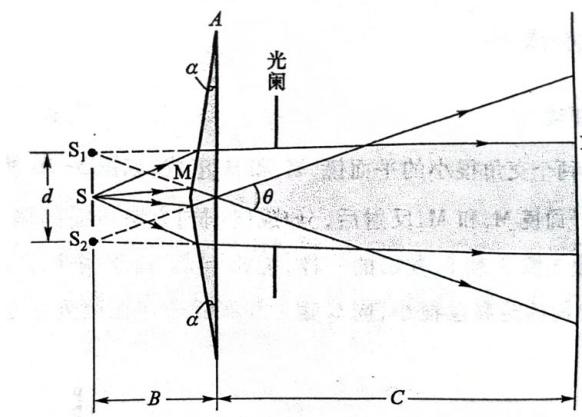


图 3-17 菲涅耳双棱镜实验原理简图

由图，

$$D = B + C$$

$$\delta = (n - 1)\alpha \quad (\text{光楔偏向角公式})$$

$$d = B\theta = B2\delta = 2(n - 1)\alpha B$$

代入得

$$\Delta x' = \frac{\lambda(B + C)}{2B(n - 1)\alpha} \quad (2.18)$$

### 2.2.3 两束平行光的干涉场

1. 条纹间距:

$$\Delta x = \frac{\lambda}{\sin \theta_1 + \sin \theta_2} \xrightarrow{\text{小角近似}} \frac{\lambda}{\theta_1 + \theta_2} \quad (2.19)$$

2. 空间频率:

$$f = \frac{1}{\Delta x} = \frac{\sin \theta_1 + \sin \theta_2}{\lambda} \quad (2.20)$$

3. 光强分布:

$$I(x, y) = I_0(1 + \gamma \cos(2\pi f x + \varphi_0)) \quad (2.21)$$

### 2.2.4 干涉条纹的变动

点源位移  $x_0$  导致条纹移动

条纹位移量:

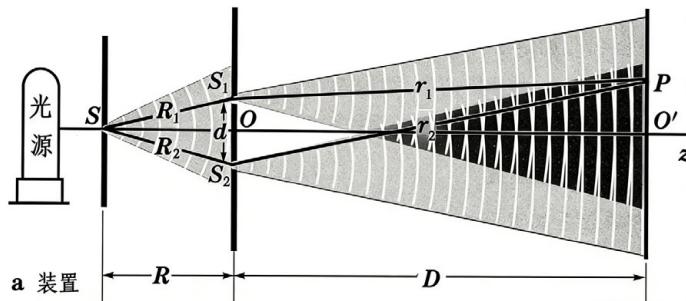
$$\delta x = -\frac{D}{R}x_0 \quad (2.22)$$

负号表示点源下移，则条纹上移

移动条纹数（参照 0 级宽）:

$$N = \frac{\delta x}{\Delta x} = \frac{d}{R\lambda}x_0 \quad (2.23)$$

光源宽度对干涉场衬比度的影响



两相距  $x_0$  的点源，产生的干涉强度分别为:

$$I_Q(x, y) = I_0 \left( 1 + \cos \left( \frac{2\pi}{\Delta x} x \right) \right), \quad \gamma_Q = 1;$$

$$I_Q(x, y) = I_0 \left( 1 + \cos \left( \frac{2\pi}{\Delta x} x + \varphi_0 \right) \right), \quad \gamma_Q = 1;$$

其中  $\varphi_0$ :

$$\varphi_0 = \frac{2\pi}{\Delta x} \delta x = 2\pi \frac{d}{R\lambda} x_0 = 2\pi f_0 x_0, \quad f_0 = \frac{d}{R\lambda}$$

两相距  $x_0$  的非相干点源

$$I(x, y) = I_Q + I_A = 2I_0 \left( 1 + \cos \frac{\varphi_0}{2} \cdot \cos \left( 2\pi f x + \frac{\varphi_0}{2} \right) \right) \quad (2.24)$$

衬比度为：

$$\gamma = \left| \cos \frac{\varphi_0}{2} \right| \leqslant 1 \quad (2.25)$$

可看出错位半条纹即导致衬比度变为 0.

### 宽为 $b$ 的非相干线光源

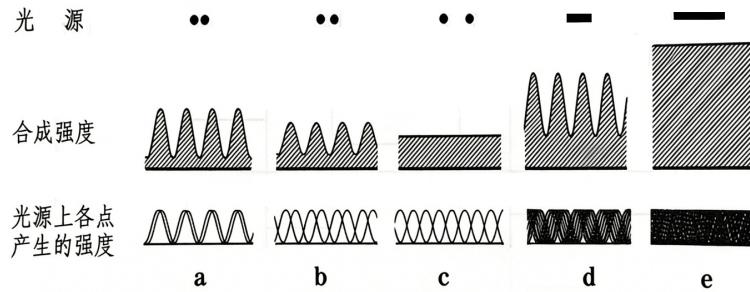
$$\begin{aligned} I(x, y) &= \int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} B(1 + \cos(2\pi f x + 2\pi f_0 x_0)) dx_0 \\ &= Bb \left( 1 + \frac{\sin \pi f_0 b}{\pi f_0 b} \cos 2\pi f x \right) \end{aligned} \quad (2.26)$$

衬比度为：

$$\gamma = \left| \frac{\sin \pi f_0 b}{\pi f_0 b} \right| = \left| \frac{\sin u}{u} \right| \quad (2.27)$$

可看出错位一个条纹导致衬比度变为 0. 令  $u = \pi$ , 得到光源极限宽度  $b_0$

$$b_0 = \frac{R\lambda}{d} \quad (2.28)$$



(面光源情况略)

### 2.2.5 空间相干性问题

1. 给定  $b$ , 求相干范围 (相干的横向线度):

$$d_0 = \frac{R}{b} \lambda \quad (2.29)$$

2. 相干孔径角:

$$\Delta\theta_0 \approx d/R \quad (2.30)$$

相干面积:  $S \propto d^2$

3. 空间相干性反比公式:

$$b \cdot d/R = b \cdot \Delta\theta_0 \approx \lambda \quad (2.31)$$

4. 衬比度函数的另一形式

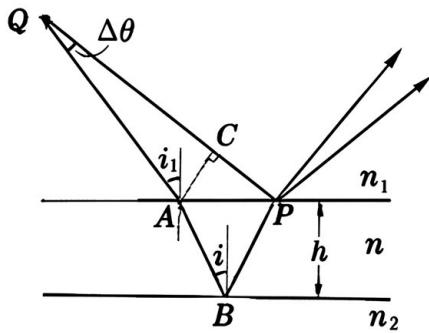
$$\gamma(\Delta\theta) = \left| \frac{\sin \pi \frac{\Delta\theta}{\Delta\theta_0}}{\pi \frac{\Delta\theta}{\Delta\theta_0}} \right| \quad (2.32)$$

## 2.3 分振幅：薄膜干涉

### 2.3.1 厚度不均匀薄膜：膜附近的等厚干涉

“薄”的含义：

1. 膜越薄， $\Delta\theta$  方能很小，光程差近似度才越好；2. 膜厚  $h$  越小，允许的光源线度则越大（扩展光源降低衬比度）。



### 光程差

$$\Delta L(P) \approx L(AP) - L(CP) \approx \frac{2nh}{\cos i} - 2h \tan i \cdot n_1 \sin i_1 = \frac{2nh}{\cos i} \left(1 - \frac{\sin i}{n} n \sin i\right) = 2nh \cos i \quad (2.33)$$

考虑半波损，

$$\Delta L = 2nh \cos i + \frac{\lambda_0}{2} = \begin{cases} 2k \frac{\lambda_0}{2} & \text{明纹} \\ (2k+1) \frac{\lambda_0}{2} & \text{暗纹} \end{cases} \quad (2.34)$$

突出  $h$  的影响，应近乎垂直照明，此时

$$\Delta L(P) \approx 2nh \quad (2.35)$$

### 相邻条纹的光程差相差

$$\Delta h = \frac{\lambda_0}{2n} = \frac{\lambda}{2} \quad (2.36)$$

#### 讨论 2.3

无半波损情况： $n_1 > n > n_2$  或  $n_1 < n < n_2$

有半波损情况： $n_1 < n > n_2$  或  $n_1 > n < n_2$



### 劈尖

1. 厚度间距：

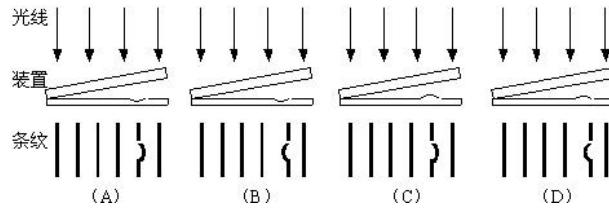
$$\Delta d = \frac{\lambda_0}{2n} = \frac{\lambda}{2} \quad (2.37)$$

## 2. 条纹间距

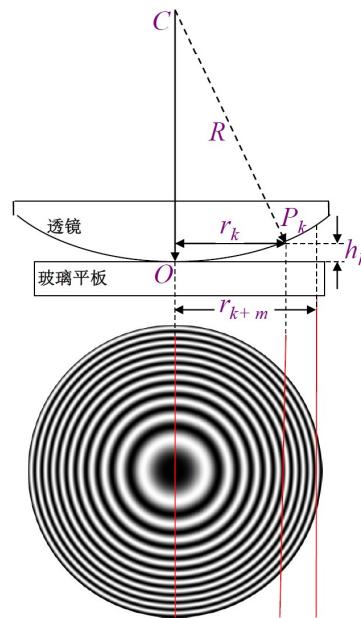
$$\Delta x = \frac{\lambda}{2\alpha} \quad (2.38)$$

$\alpha$  为劈尖角。

## 3. 表面缺陷判断



## 牛顿环



1. 存在半波损，光程差：

$$\Delta L = 2nh + \lambda_0/2 \quad (2.39)$$

2. 条纹半径（第  $k$  个暗环）：

$$2nh_k + \lambda_0/2 = (k + \frac{1}{2})\lambda_0 \Rightarrow h_k = k\frac{\lambda_0}{2n} = k\frac{\lambda}{2}$$

$$r_k^2 = R^2 - (R - h_k)^2 = 2Rh_k - h_k^2 \approx 2Rh_k = Rk\lambda \quad (2.40)$$

$$r_k = \sqrt{Rk\lambda} \quad (2.41)$$

外密内疏： $r_1 : r_2 : r_3 : \dots = 1 : \sqrt{2} : \sqrt{3} : \dots$

3. 用于测曲率半径：

$$R = \frac{r_{k+m}^2 - r_k^2}{m\lambda} \quad (2.42)$$

4. 增透膜和增反膜：

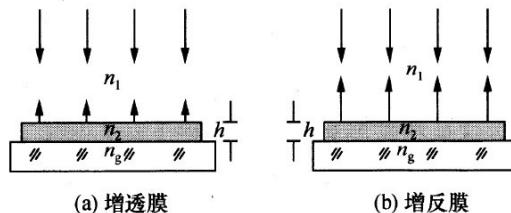
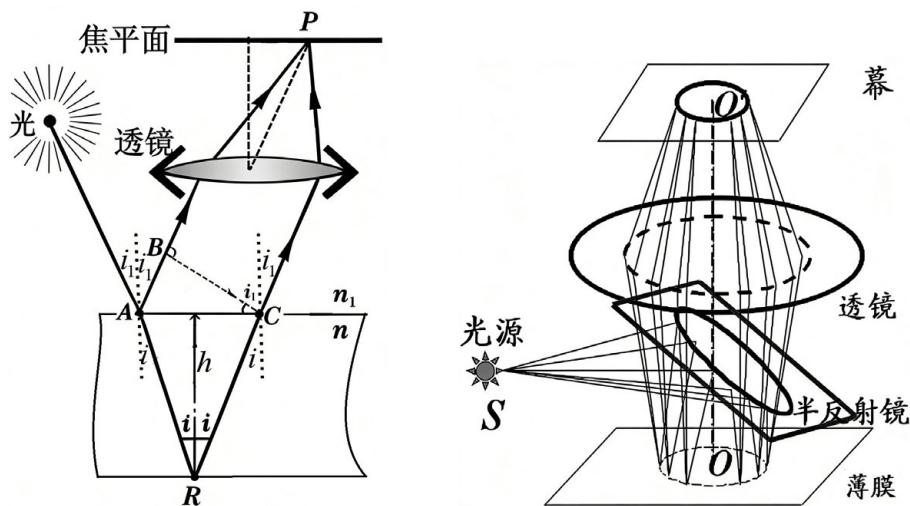


表 比较增透膜与增反膜

	增透膜	增反膜
原理	如图(a)	如图(b)
膜的选择	低膜(L), $n_1 < n_2 < n_g$	高膜(H), $n_1 < n_2 > n_g$
膜层光学厚度	$n_2 h = \lambda_0 / 4$	$n_2 h = \lambda_0 / 4$
半波损	无	有
反射双光束光程差	$\Delta L = \Delta L_0 = \lambda_0 / 2$	$\Delta L = \Delta L_0 + \lambda_0 / 2 = \lambda_0$
在光路中的效果	相干相消, 消反射、增透射	相干相长, 增反射

### 2.3.2 厚度均匀薄膜：无穷远处的等倾干涉



#### 光程差

$$\Delta L = 2nh \cos i + \frac{\lambda_0}{2} = \begin{cases} 2k \frac{\lambda_0}{2} & \text{明纹} \\ (2k+1) \frac{\lambda_0}{2} & \text{暗纹} \end{cases} \quad (2.43)$$

#### 相邻条纹半径差

$$\Delta r = (r_{k+1} - r_k) \propto (i_{k+1} - i_k) = -\frac{\lambda_0}{2nh \sin i_k} \quad (2.44)$$

## 条纹特点

### 讨论 2.4

1. 中心条纹级次最高，条纹里疏外密，膜越厚条纹越密。
2. 若膜厚连续增大，则干涉条纹连续从中心向外冒出；若膜厚连续减小，则干涉条纹不断向中心会聚；
3.  $h$  改变  $\lambda_0 / 2n$ ,  $\Delta L$  改变  $\lambda_0$ , 中心条纹的级数改变 1
4. (对比图)

	牛顿环	等倾干涉
干涉图像		
条纹形状	为一组同心圆环，环纹间距从中心到边缘逐渐变密，级次从中心到边缘越来越高。	为一组同心圆环，环纹间距从中心到边缘逐渐变密，级次从中心到边缘越来越低。
图像特点	若膜厚度增加，则环纹向中心移动；若膜厚减少，则环纹向边缘移动。	若膜厚增加，则环纹向旁边移动；若膜厚减少，则环纹向中心移动。

5. 扩展光源照明有利于观察等倾条纹。
6. 透射光图样与反射光图样互补；
7. 白光照射，牛顿环是外红内紫，而等倾圆环是内红外紫。



## 2.4 迈克尔逊干涉仪

### 2.4.1 用于精密测长（利用等厚干涉）

干涉条纹移动  $N$  次，则待测长度

$$l = N\lambda/2 \quad (2.45)$$

### 讨论 2.5

实质：以光波长为尺度去计量空间长度。故要求：

1. 波长要稳；
2. 计数要准，测长精度  $\delta l$  取决于条纹计数精度  $\delta N$ :  $\delta l = \delta N \cdot \lambda/2$
3. 非单色性限制测长量程：

$$l_M \leq \Delta L_M/2 = \lambda^2/2\Delta\lambda \quad (2.46)$$

(大约 20cm 以内)



### 2.4.2 光源的非单色性对干涉条纹的影响

对于光谱为双线结构的情况，衬比度变化周期(清晰- $N_1$ -模糊- $N_1$ -清晰)：

$$\Delta L = 2\Delta L_0 = 2N_1\lambda_1 \quad (2.47)$$

$$N_1 = \frac{\lambda_2}{2(\lambda_2 - \lambda_1)}$$

$$\Delta L = \frac{\lambda_1\lambda_2}{(\lambda_2 - \lambda_1)} \approx \frac{\bar{\lambda}^2}{\Delta\lambda} \quad (2.48)$$

先粗测出  $\bar{\lambda}$ ，再用迈克尔逊干涉仪计量  $N_0$ ，则可得出

$$\Delta\lambda \approx \frac{\bar{\lambda}}{2N_1} \quad (2.49)$$

$$\lambda_1 = \left( \bar{\lambda} - \frac{\Delta\lambda}{2} \right), \quad \lambda_2 = \left( \bar{\lambda} + \frac{\Delta\lambda}{2} \right) \quad (2.50)$$

### 2.4.3 时间相干性

1. 准单色光源的波列长度： $l_0 = v\tau_0 \Rightarrow$  相应光程： $L_0 = nl_0 = c\tau_0$  光程差为  $\Delta L$ ，则

$$\begin{cases} \Delta L > L_0, & \text{即 } \tau > \tau_0, (S_1, S_2) \text{ 非相干} \\ \Delta L < L_0, & \text{即 } \tau < \tau_0, (S_1, S_2) \text{ 部分相干} \\ \Delta L \approx 0, & \text{即 } \tau \approx 0, (S_1, S_2) \text{ 近乎完全相干} \end{cases} \quad (2.51)$$

普通气体光源： $\tau_0 \approx 10^{-9}\text{s}, 10^{-8}\text{s}, \Rightarrow L_0 \approx 30\text{cm}, 300\text{cm}$ ，激光的更大。 $L_0$  为相干长度， $\tau_0$  为相干时间。

2. 波列长度与谱线宽度互为表里：

由谱线宽度决定的最大相干长度： $\Delta L_M \approx \lambda^2 / \Delta\lambda$  波列长度  $\Delta L_0 \approx L_M$ ，故  $L_0 \approx \frac{\lambda^2}{\Delta\lambda}$ 。或写成反比形式：

$$L_0 \cdot \frac{\Delta\lambda}{\lambda} \approx \lambda \quad (2.52)$$

物理含义：波列长度  $L_0$  越长，则非单色性  $\frac{\Delta\lambda}{\lambda}$  越小。

若使用光频宽度  $\Delta\nu$  表征单色性： $\frac{\Delta\nu}{\nu} \approx \frac{\Delta\lambda}{\lambda}$ ，则不难得得到

$$\tau_0 \cdot \Delta\nu \approx 1 \quad (2.53)$$

3. 衬比度函数的另一形式

$$\gamma(\Delta L) = \left| \frac{\sin \pi \frac{\Delta L}{\Delta L_0}}{\pi \frac{\Delta L}{\Delta L_0}} \right| \quad (2.54)$$

$$\gamma(\tau) = \left| \frac{\sin (\pi\tau/\tau_0)}{\pi\tau/\tau_0} \right| \quad (2.55)$$

4. 在杨氏双缝中，光程差  $\Delta L < d \ll L_0$ ，时间相干性不明显。而迈克尔逊干涉仪中  $\Delta L \rightarrow (\text{cm}, \text{m})$ ，时间相干性十分突出。

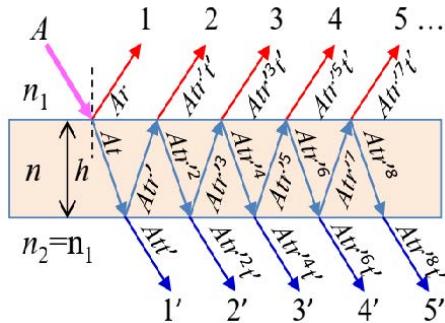
#### 讨论 2.6

影响干涉条纹对比度的因素是什么？

- ① 两相干光束的振幅比；② 光源的大小；③ 光源的非单色性。



## 2.5 多光束干涉：F-P 干涉仪



反射光线 1, 2 有半波损; 之后都没有; 透射光线之间均无半波损.

### 2.5.1 多光束干涉的强度分布

#### 相邻两光束相位差

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta L = \frac{2\pi}{\lambda} 2nh \cos i \quad (2.56)$$

#### 透射干涉场

光强反射率  $R = r^2$ , 则

$$\tilde{U}_T(\delta) = \frac{tt'}{1 - r^2 e^{i\delta}} A = \frac{1 - R}{1 - Re^{i\delta}} A \quad (2.57)$$

#### 透射光强

$$I_T(\delta) = \tilde{U}_T \tilde{U}_T^* = \frac{I_0}{1 + \frac{4R}{(1-R)^2} \sin^2 \frac{\delta}{2}}$$

当  $R \ll 1$ , 退化为普通双光束干涉

$$\begin{cases} I_T = I_0 [1 - 2R(1 - \cos \delta)], \\ I_R = 2RI_0(1 - \cos \delta) \end{cases} \quad (2.58)$$

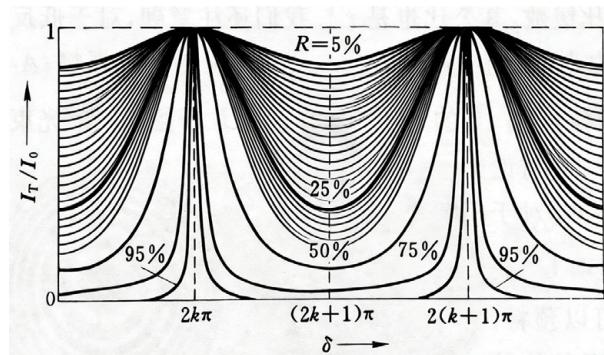
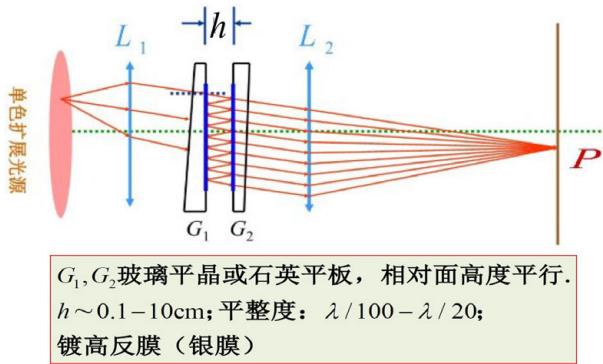


图 4.70 透射多光束干涉的光强分布曲线

## 2.5.2 法布里-珀罗干涉仪



## 强度峰的半值宽度

宗变量  $\delta$  中含有  $\lambda, h, R$  三个光学因素，一一考察：

- 相位差形式的半峰宽度：任意因素所致干涉峰值线宽增加假定： $\delta = \delta_k \pm \varepsilon/2$  时  $I_T = I_0/2$

$$\varepsilon = \frac{2(1-R)}{\sqrt{R}} \text{ rad} \quad (2.59)$$

结论：反射率  $R$  越高  $\rightarrow 1$ ，条纹越细锐。

- 半值角宽度

$$\Delta\theta_k = \frac{\lambda}{2\pi nh \sin\theta_k} \cdot \frac{1-R}{\sqrt{R}} \text{ rad} \quad (2.60)$$

结论：反射率越高，腔长越大，方向性越好，条纹越细锐。

- 半值谱线宽度

$$\Delta\lambda_k = \frac{\lambda_k^2}{2\pi nh \cos\theta_k} \cdot \frac{1-R}{\sqrt{R}} \text{ nm} \quad (2.61)$$

结论：反射率越高，腔长越大，波长越短，条纹越细锐。

## 2.5.3 F-P 干涉仪在光谱学中的应用

### 光谱分辨本领

- 先估算  $k$  值：

$$2nh \cos i_k = k\lambda \quad (2.62)$$

- 角间隔（瑞利判据：角间隔 = 半角宽）：

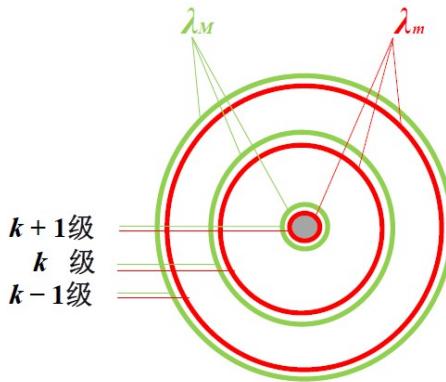
$$\delta\lambda = \frac{\lambda}{\pi k} \frac{(1-R)}{\sqrt{R}} \rightarrow 10^{-5} \text{ nm} \quad (2.63)$$

结论：FP 条纹非常细锐，可做精细光谱分析。

- 色分辨本领：

$$R_c = \frac{\lambda}{\delta\lambda} = \pi k \frac{\sqrt{R}}{(1-R)} \quad (2.64)$$

## 自由光谱范围

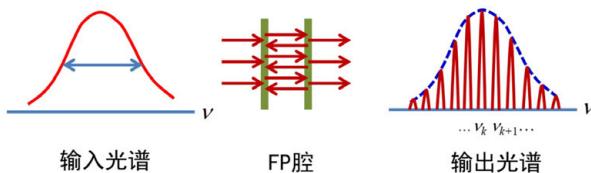


恰不重叠:  $k\lambda_M = (k+1)\lambda_m$

F-P 仪自由光谱范围:

$$\lambda_M - \lambda_m = \frac{\lambda_m}{k} \approx \frac{\bar{\lambda}}{k} \approx \frac{\bar{\lambda}^2}{2nh} \rightarrow 10^{-2} \text{ nm} \quad (2.65)$$

### 2.5.4 F-P 谐振腔的选频功能



1. 光频(纵模):

$$\nu_k = \frac{c}{\lambda_k} = k \frac{c}{2nh} \quad (2.66)$$

2. 纵模间隔:

$$\Delta\nu = \nu_{K+1} - \nu_K = \frac{c}{2nh} \quad (2.67)$$

3. 由换算公式  $\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{\Delta\nu}{\nu}$  及单值谱线宽度, 得单模线宽(频宽):

$$\Delta\nu_k = \frac{c}{\lambda_k^2} \Delta\lambda_k = \frac{c}{2\pi nh} \frac{(1-R)}{\sqrt{R}} (\text{MHz}) \quad (2.68)$$

**例题 2.2** — FP 谐振腔, 腔长 10 cm, 腔面反射率 0.95; 入射光谱中心波长  $\lambda_0$  为 600 nm, 谱宽  $\Delta\lambda_0$  为 1 nm. 试估算该 FP 腔输出的透射光谱中含有多少个纵模频率及其单模线宽.

纵模间隔为

$$\Delta\nu = \frac{c}{2nh} \approx \frac{3 \times 10^{10}}{2 \times 10} \text{ Hz} \approx 1.5 \times 10^3 \text{ MHz.}$$

为了求得输出的纵模个数, 先将波长  $\lambda_0$ , 谱宽  $\Delta\lambda_0$  换算到频率坐标上的  $\nu_0$  和  $\Delta\nu_0$ ,

$$\nu_0 = \frac{c}{\lambda_0} = \frac{3 \times 10^{10}}{600 \times 10^{-7}} \text{ Hz} \approx 5 \times 10^8 \text{ MHz,}$$

$$\Delta\nu_0 \approx \frac{\Delta\lambda_0}{\lambda_0} \nu_0 \approx \frac{1}{600} \times (5 \times 10^8) \text{ MHz} \approx 8.3 \times 10^5 \text{ MHz.}$$

于是, 得输出的纵模个数,

$$N = \frac{\Delta\nu_0}{\Delta\nu} \approx \frac{8.3 \times 10^5}{1.5 \times 10^3} \approx 5 \times 10^2.$$

估算出单模线宽,

$$\Delta\nu_K = \frac{c}{2\pi nh} \cdot \frac{1-R}{\sqrt{R}} \approx \frac{3 \times 10^{10}}{2\pi \times 10} \cdot \frac{1-0.95}{1} \text{Hz} \approx 24 \text{MHz},$$

$$\Delta\lambda_K = \frac{\Delta\nu_K}{\nu_K} \cdot \lambda_K \approx \frac{24}{5 \times 10^8} \times 600 \text{nm} \approx 3 \times 10^{-5} \text{nm}.$$

### 2.5.5 激光器中的 F-P 谐振腔

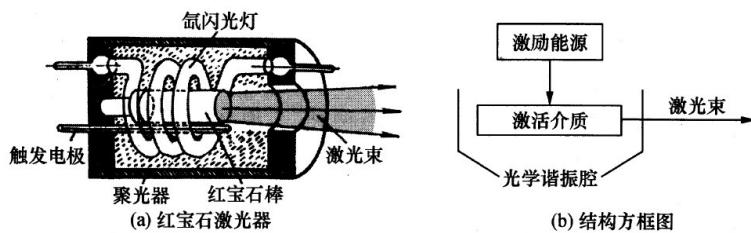


图 激光器的基本结构

激光器的基本组成部分  $\left\{ \begin{array}{l} \text{增益介质} \\ \text{光学谐振腔} \\ \text{激励能源} \end{array} \right.$

激光特点: 高亮度、高定向、高单色性、高相干性。

实现激光的条件: 粒子数反转、光放大。

# 第三章 衍射

## 内容提要

- |                      |                   |
|----------------------|-------------------|
| □ 惠更斯-菲涅尔原理与基尔霍夫衍射公式 | □ 光学仪器的分辨本领（瑞利判据） |
| □ 菲涅尔衍射与半波带法         | □ 多缝衍射与光栅光谱仪      |
| □ 夫琅禾费衍射（单缝、矩孔、圆孔）   | □ X射线晶体衍射         |

## 3.1 光的衍射

### 3.1.1 光的衍射现象

光波在传播过程中遇到障碍物时，会绕过障碍物，偏离几何光学直线而绕行的传播现象。

特点：

1. 光束在衍射物的什么地方受到限制，衍射图样就沿该方向扩展；
2. 光孔或障碍物线度越小，对光束的限制越厉害，则衍射图样越扩展，即衍射效应越强。

### 3.1.2 惠更斯-菲涅尔原理

1. 文字表述 \*：波前上每个面元都可视为新的波源，各自向四周发出次波；波场中任一点的扰动是所有次波扰动的相干叠加。

2. 菲涅尔-基尔霍夫衍射积分公式

$$\tilde{U}(P) = \frac{-i}{\lambda} \iint_{\Sigma_0} \frac{1}{2} (\cos \theta_0 + \cos \theta) \tilde{U}_0(Q) \frac{1}{r} e^{ikr} dS \quad (3.1)$$

式中  $\Sigma_0$  为透光部分， $\tilde{U}_0(Q)$  取为自由传播光场时 Q 点的复振幅。（包含基尔霍夫边界条件）

3. 基尔霍夫的贡献：

1. 明确倾斜因子： $F(\theta_0, \theta) = \frac{1}{2} (\cos \theta_0 + \cos \theta)$ ，即闭合波面上的各次波源均对场点扰动有贡献；
2. 给出比例系数： $K = -\frac{i}{\lambda}$
3. 指出波前面 ( $\Sigma$ ) 并不限于等相面，凡是隔离在点源与场点的任意闭合面，都可以作为衍射积分式中的积分面。
4. 基尔霍夫傍轴衍射积分公式 ( $\theta, \theta_0 \rightarrow 0$ )：

$$\tilde{U}(P) = \frac{-i}{\lambda r_0} \oint_{(\Sigma_0)} \tilde{U}_0(Q) e^{ikr} d \sum \quad (3.2)$$

5. 近似条件：衍射体比波长大得多；源点和场点离衍射体比较远，远大于波长。

### 3.1.3 衍射的分类

1. 衍射屏：凡能使波前上的复振幅分布发生改变的物结构，分为透射和反射两类。
2. 衍射的分类依据：光源、衍射屏、观察屏三者之间的距离关系。近是波长量级。
  1. 菲涅耳衍射：光源和接收屏（或两者之一）距离衍射屏有限远，又称为近场衍射；
  2. 夫琅禾费衍射：光源和接收屏距离衍射屏均无限远，又称为远场衍射。

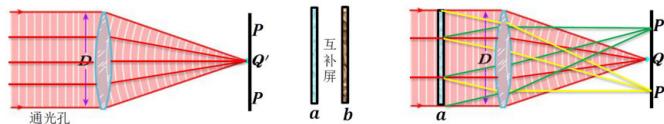
### 3.1.4 巴比涅原理

两互补屏造成的衍射场的复振幅之和等于自由波场的复振幅.

$$\tilde{U}_a(P) + \tilde{U}_b(P) = \tilde{U}_0(P) \quad (3.3)$$

应用于夫琅禾费衍射:

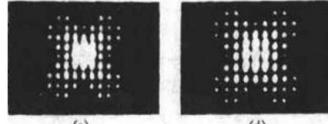
□ 几何成像: 除像点之外的复振幅恒等于零。



$$\tilde{U}_0(Q) \neq 0 \quad \tilde{U}_0(P) = 0$$

$$\Rightarrow \tilde{U}_a(P) = -\tilde{U}_b(P)$$

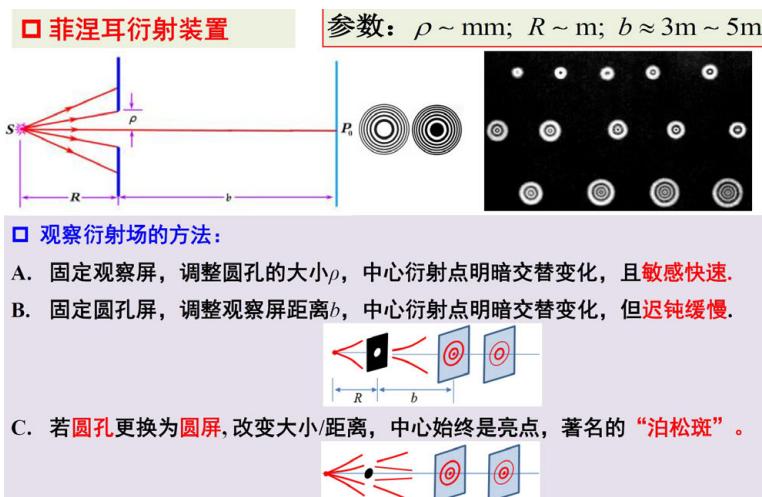
$$\Rightarrow I_a(P) = I_b(P)$$



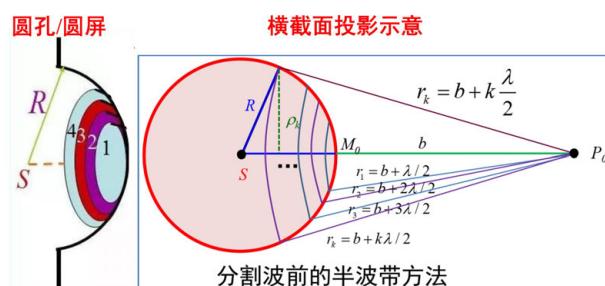
● 除几何像点外，两互补屏在像面上的衍射图样完全一样。

## 3.2 菲涅尔衍射

### 3.2.1 实验现象



### 3.2.2 半波带法



$P_0$  点的合成振幅:

$$A(P_0) = |\tilde{U}(P_0)| = \left| \sum_{k=1}^n \Delta \tilde{U}_k \right| = \sum_{k=1}^n (-1)^{k+1} A_k = A_1 - A_2 + A_3 - \cdots + (-1)^{n+1} A_n \quad (3.4)$$

其中  $A_k$  随  $k$  慢变。

### 半波带矢量振幅的合成图解

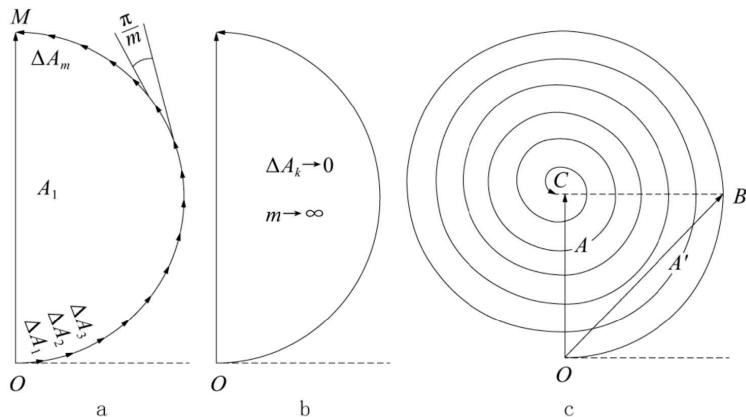
$$A(P_0) = A_1 - A_2 + A_3 - \cdots + (-1)^{n-1} A_n \approx [A_1 + (-1)^{n+1} A_n]/2$$

**(1) 自由传播情形:** 整个波前裸露, 最后一个波带的  $f(\theta_n) \rightarrow 0, A_n \rightarrow 0$ ,  
 $A(P_0) = A_1 / 2 \Rightarrow A_i = 2A(P_0)$   
 即自由传播时整个波前在  $P_0$  产生的振幅是第一个半波带的效果之半。

**(2) 圆孔衍射情形:** 部分波前裸露,  
 若露第一个波带:  $A(P_0) = A_1$   
 若露前两个波带:  $A(P_0) = A_1 - A_2 \approx 0$

圆孔 若露奇数个波带时: 中心亮  
若露偶数个波带时: 中心暗

**(3) 圆盘衍射情形:** 部分波前裸露,  
 若遮住前  $k$  个波带时:  $A(P_0) = A_{k+1} - A_{k+2} + \cdots + (-1)^{n+1} A_n = [A_{k+1} + (-1)^{n+1} A_n]/2$   
 $= A_{k+1} / 2$ , 故中心总是亮的“泊松斑”



### 半波带半径

$$\rho_k = \sqrt{k \frac{Rb\lambda}{R+b}} = \sqrt{k} \rho_1 \quad (3.5)$$

若给定  $\rho$ , 可求出包含半波带数  $k$ .

$$k = \left( \frac{1}{R} + \frac{1}{b} \right) \bullet \frac{\rho^2}{\lambda}, \quad (3.6)$$

或对称形式:

$$\frac{1}{R} + \frac{1}{b} = k \frac{\lambda}{\rho^2}. \quad (3.7)$$

$b \rightarrow \infty$ , 求得最少包含的半波带数  $k$ ; 根据  $b$  的大小判断该处亮/暗。

## 菲涅尔波带片

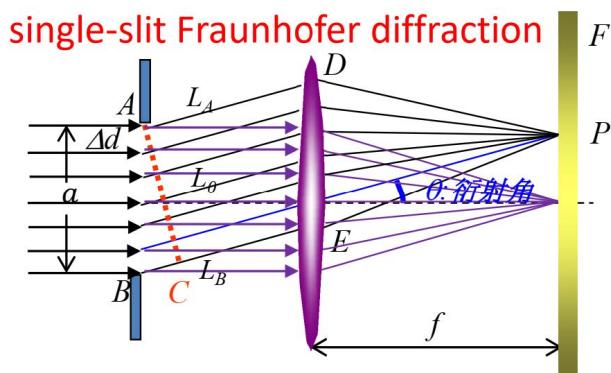
1. 设一波带片，可以划分成 20 个半波带。求挡去奇数带或偶数带时透射光强度，与自由传播时的光强度之比。

- 自由传播时振幅:  $A = A_1/2 \approx A_2/2$
- 只挡偶数带:  $A' = A_1 + A_3 + \dots + A_{19} \approx 10A_1 = 20A$
- 只挡奇数带:  $A'' = A_2 + A_4 + \dots + A_{20} \approx 10A_2 = 20A$ , 衍射强度  $I = 400A^2$

2. 波带片的作用犹如透镜，可以使入射光会聚起来，产生极大光强。实焦点:  $f, f/3, f/5, f/7, \dots$   
虚焦点:  $-f, -f/3, -f/5, -f/7, \dots$  (参考现代光学基础 P77)

## 3.3 夫琅禾费衍射

### 3.3.1 单缝夫琅禾费衍射



### 复振幅

$$A_\theta = A_0(\sin \alpha / \alpha), \quad \alpha = \pi a \sin \theta / \lambda \quad (3.8)$$

### 衍射强度

$$I(\theta) = \tilde{U}^* \tilde{U} = I_0 \operatorname{sinc}^2(\alpha) \quad (3.9)$$

$$I_0 = \tilde{c}^* \tilde{c} = (Aab/\lambda f)^2 \quad (3.10)$$

### 图样特征

1. 中央零级主极大:  $I(0) = I_0$

2. 暗纹位置:

$$a \sin \theta = k\lambda \quad (3.11)$$

( $k=\pm 1, \pm 2, \dots$ ,  $k$  不能为 0)

3. 次极大  $\tan \alpha = \alpha$ :

$$\begin{array}{llll} x & \pm 1.43\pi & \pm 2.46\pi & \pm 3.47\pi \\ \sin \theta & \pm 1.43\frac{\lambda}{a} & \pm 2.46\frac{\lambda}{a} & \pm 3.47\frac{\lambda}{a} \\ I(\theta)/I_0 & 4.7\% & 1.7\% & 0.8\% \end{array}$$

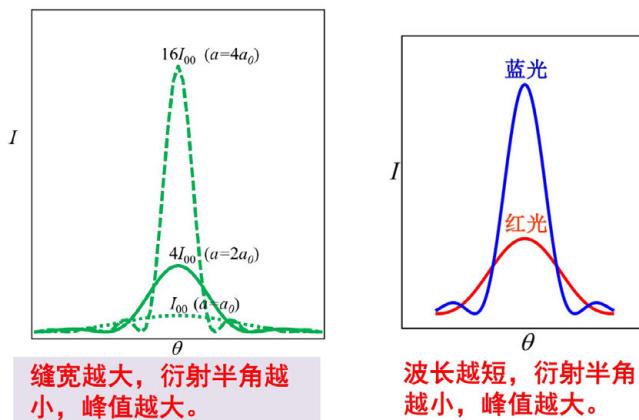
4. 零级衍射斑的半角宽 = 其它高级衍射斑的全角宽:

$$\Delta\theta_0 = \frac{\lambda}{a} \quad (3.12)$$

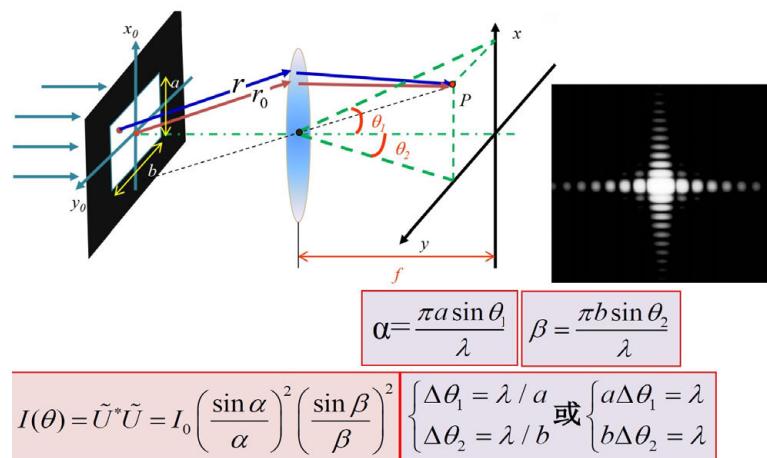
5. 相应几何宽度:

$$\Delta l = f \Delta\theta_0 = f \frac{\lambda}{a} \quad (3.13)$$

6. 缝宽、波长的影响



### 3.3.2 矩孔夫琅禾费衍射



$I_0$  同单缝。

### 3.3.3 圆孔夫琅禾费衍射

$$\text{宗量 } x = \frac{2\pi a \sin \theta}{\lambda}$$

衍射强度:

$$I(\theta) = \tilde{U} \tilde{U}^* = I_0 \left( \frac{2J_1(x)}{x} \right)^2 \quad (3.14)$$

$$I_0 = \overline{c\bar{c}}^* = \frac{(\pi a^2)^2}{(\lambda f)^2} A^2 \quad (3.15)$$

艾里斑的半角宽度:

$$\Delta\theta_0 = 1.22 \frac{\lambda}{D} \quad (3.16)$$

瑞利判据:

$$\delta\theta_m = \Delta\theta_0 \quad (3.17)$$

**例题 3.1** 氦氖激光器沿管轴发射定向光束, 其出射窗口的直径约为 1mm, 求激光束的衍射发散角。

解: 氦氖激光器的波长为 632.8nm, 由于光束被出射窗口限制, 它必然会有一定的衍射发散角:

$$\Delta\theta \approx 1.22 \frac{\lambda}{D} = 7.7 \times 10^{-4} \text{ rad} \approx 2.7'.$$

如果在 100km 外接收的话, 此定向光束的光斑可达 7.7m, 相当大的面积。

说明: 由于衍射效应, 截面有限而又绝对平行的光束是不可能存在的。

### 3.3.4 成像仪器分辨本领

#### 眼睛

最小分辨角与分辨本领:

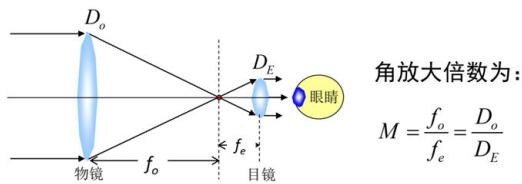
$$\Delta\theta \approx 1.22 \frac{\lambda}{D_e} = 1.22 \times \frac{550\text{nm}}{2\text{mm}} = 3.4 \times 10^{-4} \text{ rad} \approx 1' \approx \frac{0.08\text{mm}}{25\text{cm}(明视距离)} \approx \frac{3.3\text{mm}}{10\text{m}} \quad (3.18)$$

也有人眼最小分辨角、最小分辨长度:

$$\delta\theta_e = 1' = 2.9 \times 10^{-4} \text{ rad} \quad (3.19)$$

$$\delta y_e = 0.1\text{mm} \quad (3.20)$$

#### 望远镜



望远镜的角分辨本领决定于物镜的口径  $D_o$ ,

因为望远镜的孔径光阑是物镜: 凡是被物镜接受的正入射宽光束总能全部通过目镜而进入人眼睛

$$\text{最小分辨率: } \delta\theta_m \approx 1.22 \frac{\lambda}{D_o} \quad \text{有效放大率: } M_{eff} = \frac{\delta\theta_e}{\delta\theta_m}$$

最小分辨率  $\delta\theta_m$  经  $M_{eff}$  倍放大后恰好等于人眼的分辨率。

#### 显微镜

1. 最小分辨率度:

$$\delta y_m = 0.61 \frac{\lambda_0}{n_0 \sin u_0} = 0.61 \frac{\lambda_0}{\text{N.A.}} \quad (3.21)$$

2. 物镜的数值孔径

$$\text{N.A.} = n_0 \sin u_0 \leq 1.5 \quad (3.22)$$

## 3. 有效放大率

$$M_{\text{eff}} = \frac{\delta y_e}{\delta y_m} \quad (3.23)$$

4. 提高分辨率：油浸物镜提高  $N.A.$ , 最大达到 1.5, 此时达到阿贝光学衍射极限：

$$\delta y_{0m} \approx \frac{\lambda_0}{2} \quad (3.24)$$

选择短波长光照明是提高显微镜分辨本领的另一途径。

## 电子显微镜

电子的德布罗意波长极短，因此电子显微镜具有极高的空间分辨本领。

电子束发散角较小,  $u_0 \sim 0.16\text{rad}$ ;

$$\delta y_m^E \approx 0.61 \frac{\lambda_e}{N.A.} \approx 0.61 \frac{\lambda_e}{0.16} \approx 4\lambda_e \quad (3.25)$$

电子波长取决于电子的加速电压：

$$\frac{1}{2} \frac{p^2}{m} = eV, \quad \lambda_e = \frac{h}{p} = \frac{h}{\sqrt{2meV}}$$

加速电压	电子波长	分辨本领	有效放大率
$10^4\text{V}$	$1.2 \times 10^{-2}\text{nm}$	$5 \times 10^{-2}\text{nm}$	$2 \times 10^6$
$10^5\text{V}$	$3.7 \times 10^{-3}\text{nm}$	$1.5 \times 10^{-2}\text{nm}$	$6 \times 10^6$

## 3.4 多缝夫琅禾费衍射

## 3.4.1 强度分布

$$I_\theta = A_0^2 \left( \frac{\sin \alpha}{\alpha} \right)^2 \left( \frac{\sin N\beta}{\sin \beta} \right)^2 \quad (3.26)$$

$\left( \frac{\sin \alpha}{\alpha} \right)^2$  为单缝衍射因子,  $\left( \frac{\sin N\beta}{\sin \beta} \right)^2$  为缝间干涉因子。

$$\alpha = \frac{\pi a \sin \theta}{\lambda}, \quad \beta = \frac{\pi d \sin \theta}{\lambda} \quad (3.27)$$

## 主极大

$$\beta = k\pi \Rightarrow d \sin \theta_k = k\lambda \quad (3.28)$$

衍射级次  $k$  受限于衍射角  $\theta$  的大小。

$$|\theta| < 90^\circ, |\sin \theta| = |k(\lambda/d)| < 1 \Rightarrow |k| < d/\lambda \quad (3.29)$$

## 零点位置

$$\begin{cases} \sin N\beta = 0, \\ \sin \beta \neq 0, \end{cases} \Rightarrow \frac{\sin N\beta}{\sin \beta} = 0 \quad (3.30)$$

$$\beta = \left(k + \frac{m}{N}\right)\pi, \quad m = 1, 2, \dots, N-1 \quad (3.31)$$

相邻主极大间有  $N - 1$  个零值点; 相邻主极大间有  $N - 2$  个次极大.

## 半角宽度

中央附近主极大半角宽度:

$$\Delta\theta = \frac{\lambda}{Nd} = \frac{\lambda}{D} \quad (3.32)$$

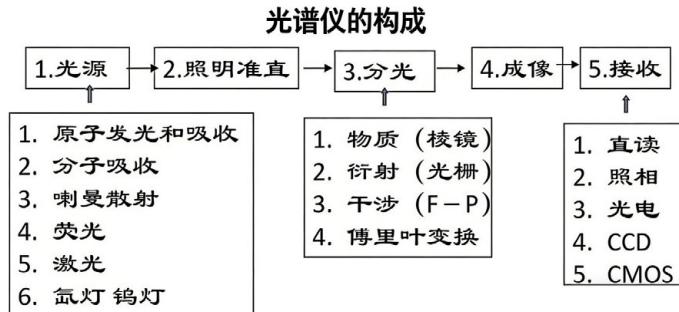
偏离幕中央的主极大的普遍半角宽度:

$$\Delta\theta = \frac{\lambda}{Nd \cos \theta_k} = \frac{\lambda}{D \cos \theta_k} \quad (3.33)$$

缝间距  $d$  决定主极大的位置, 缝数  $N$  和  $d$  共同决定半角宽度, 单缝衍射因子不会改变主极大位置和半角宽度, 会造成缺级.

$$\begin{aligned} d \sin \theta_k &= k\lambda \\ a \sin \theta'_k &= k'\lambda \end{aligned}, \quad \theta_k = \theta'_k \Rightarrow \frac{d}{a} = \frac{k}{k'} \quad (3.34)$$

## 3.5 光谱仪、三维光栅



### 3.5.1 角分散本领

$$D_\theta = \frac{\delta\theta}{\delta\lambda} = \frac{k}{d \cos \theta_k} \quad (3.35)$$

### 3.5.2 线分散本领

$$D_l = \frac{\delta l}{\delta\theta} = f D_\theta = \frac{fk}{d \cos \theta_k} \quad (3.36)$$

### 3.5.3 由瑞利判据，得最小波长差

$$\delta\lambda = \frac{\lambda}{kN} \quad (3.37)$$

### 3.5.4 色分辨本领：与级数 $k$ 和衍射单元数 $N$ 成正比

$$R = \frac{\lambda}{\delta\lambda_m} = kN \quad (3.38)$$

分辨率为  $R$  倒数。

### 3.5.5 量程

$$d \sin \theta = k\lambda, \theta < 90^\circ \implies \lambda_{\max} = d/k < d \quad (3.39)$$

### 3.5.6 自由光谱范围

$$\left. \begin{array}{l} d \sin \theta = k\lambda_{\max} \\ d \sin \theta = (k+1)\lambda_{\min} \end{array} \right\} \Rightarrow \lambda_{\min} = \frac{k}{(k+1)}\lambda_{\max} \quad (3.40)$$

对于第 1 级光谱，要求： $\lambda_{\min} > \frac{\lambda_{\max}}{2}$ 。透射光栅缺陷：0 级光谱无色散，但占总光能的很大一部分。

### 闪耀光栅

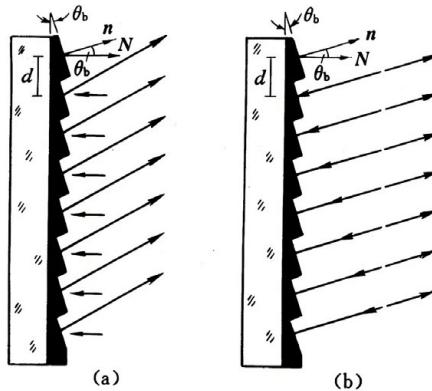


图 反射式闪耀光栅

1. 沿光栅宏观平面法线  $N$  入射（图左）相邻槽面间的光程差：

$$\Delta L = d \sin 2\theta_b \quad (3.41)$$

$k$  级闪耀波长：

$$d \sin 2\theta_b = k\lambda_{kb} \quad (3.42)$$

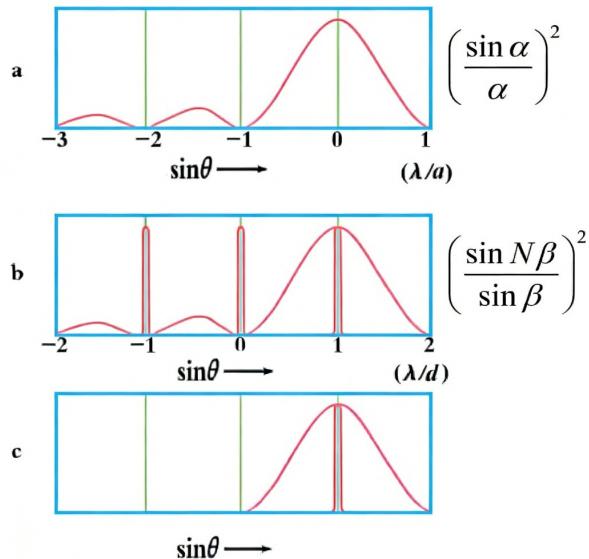
2. 沿单元槽面法线  $n$  入射 (图右) 相邻槽面间的光程差:

$$\Delta L = 2d \sin \theta_b \quad (3.43)$$

$k$  级闪耀波长:

$$2d \sin \theta_b = k\lambda_{kb} \quad (3.44)$$

3. 衍射效果



单元槽的 0 级衍射方向 (0 相位差方向) 变成槽间干涉非 0 级衍射方向 (0 相位差方向)，产生高衍射效率的色散。

克服了透射光栅的单元衍射和缝间干涉 0 级重合无色散的问题。

### 3.5.7 X 射线在晶体上的衍射

1. 线内点间干涉的零级衍射方向: 与波前正交的方向
2. 面内线间干涉的零级衍射方向: 反射定理
3. 体内外间干涉的非零级衍射方向: 布拉格条件

$$2d \sin \theta = k\lambda \quad (3.45)$$

## 讨论 3.1 (分光仪器性能小结)

表 3.1: F-P 干涉仪、光栅和棱镜光谱仪的分光特性比较

仪器名称	色散本领 ( $D = \frac{\delta\theta}{\delta\lambda}$ )	色分辨本领 ( $R = \frac{\lambda}{\Delta\lambda}$ )	自由光谱范围
光栅光谱仪	$\frac{K}{d \cos \theta}$ $K$ 为级数, $d$ 为光栅常数, $\theta$ 为衍射角	$KN$ $N$ 为总缝数	$\lambda_{\min} = \frac{k}{k+1} \lambda_{\max}$
棱镜光谱仪	$\frac{2 \sin \frac{\alpha}{2}}{\sqrt{1 - n^2 \sin^2 \frac{\alpha}{2}}} \cdot \frac{dn}{d\lambda}$ $\alpha$ 为顶角, $\frac{dn}{d\lambda}$ 为色散率	$t \cdot \frac{dn}{d\lambda}$ $t$ 为底边长度	无级次重叠, 范围取决于材料吸收
F-P 干涉仪	$\frac{1}{\lambda \tan \theta_k}$ 只取决于角度	$\pi k \frac{\sqrt{R}}{1-R}$ $R$ 为反射率	$\lambda_M - \lambda_m = \frac{\lambda_m}{k} \approx \frac{\bar{\lambda}}{k}$

# 第四章 偏振

## 内容提要

- 光的偏振态（线、圆、椭圆）与马吕斯定律
- 介质界面的反射与折射（菲涅尔公式、布儒斯特角）
- 双折射现象与波晶片（ $1/4$  波片、 $1/2$  波片）
- 偏光棱镜（尼科尔棱镜等）与偏振光干涉
- 旋光性与磁致旋光（法拉第效应）

## 4.1 偏振光引论

### 4.1.1 光的宏观偏振态

1. **自然光**: 具有轴对称性。
2. **部分偏振光**: 无轴对称性。
3. **线偏振光**:

$$E_x(t) = A_x \cos \omega t, \quad E_y(t) = A_y \cos(\omega t + \delta) \quad (4.1)$$

当  $\delta = \pm\pi/2, A_x \neq A_y \rightarrow$  正椭圆偏振光;  
当  $\delta = -\pi/2$  (左旋);  $\delta = +\pi/2$  (右旋), 且  $A_x = A_y \rightarrow$  圆偏振光;  
当  $\delta = 0, \pi \rightarrow$  线偏振光。

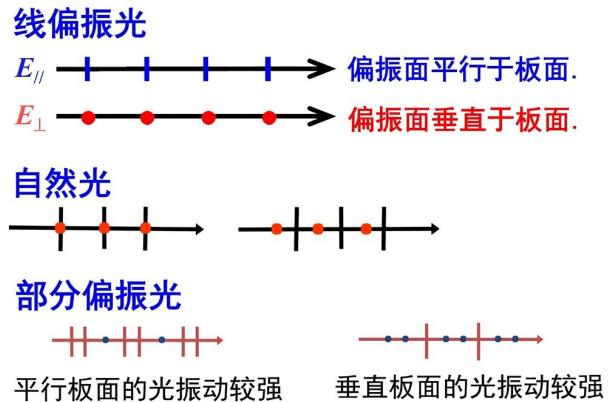


图 4.1: 一般的图形表示法

4. 圆偏振光:

$$E_x(t) = A \cos \omega t, \quad E_y(t) = A \cos(\omega t \pm \frac{\pi}{2}) \quad (4.2)$$

5. 椭圆偏振光:

$$E_x(t) = A_x \cos \omega t, \quad E_y(t) = A_y \cos(\omega t + \delta) \quad (4.3)$$

轨道方程:

$$\frac{E_x^2}{A_x^2} + \frac{E_y^2}{A_y^2} - 2 \frac{E_x E_y}{A_x A_y} \cos \delta = \sin^2 \delta \quad (4.4)$$

### 4.1.2 马吕斯定律

$$I_P(\alpha) = I_0 \cos^2 \alpha \quad (4.5)$$

### 4.1.3 偏振光通过偏振片

1. 自然光通过偏振片：光强始终不变

$$I_P(\alpha) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \cos^2 \theta \, d\theta \cdot I_0 = \frac{1}{2} I_0 \quad (4.6)$$

2. 部分偏振光通过偏振片：依次出现极大、极小，相隔  $\frac{\pi}{2}$  (极小不为 0)

$$I_P(\alpha) = I_m \cos^2 \alpha + I_M \sin^2 \alpha = I_m + (I_M - I_m) \sin^2 \alpha \quad (4.7)$$

可看作自然光与线偏振光的混合：

$$I_P(\beta) = I_m + (I_M - I_m) \cos^2 \beta \quad (4.8)$$

3. 椭圆偏振光通过偏振片：依次出现极大、极小，相隔  $\frac{\pi}{2}$  (极小不为 0)。

4. 偏振度：

$$p = \frac{I_M - I_m}{I_M + I_m} \quad (4.9)$$

- $p = 1$  : 线偏振光
- $0 < p < 1$  : 部分偏振光、椭圆偏振光
- $p = 0$  : 自然光、圆偏振光

## 4.2 介质界面光学

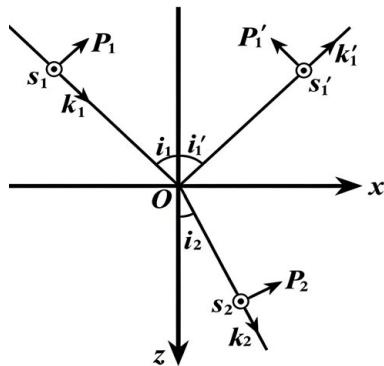


图 4.2: 介质界面光学

### 4.2.1 菲涅耳公式

(公式略去, 见本章末尾详细推导)

**成立条件：**绝缘介质、各向同性介质、弱场或线性介质、光频段 (磁化机制冻结)。

**特点：**反射、折射光中的  $p, s$  分量分别只与入射光中的  $p, s$  分量有关。

### 4.2.2 反射率及相位变化

1. 透射光总是没有相位变化；

2. 振幅反射系数：

$$r_p = \frac{\tan(i_1 - i_2)}{\tan(i_1 + i_2)} \quad r_s = \frac{\sin(i_2 - i_1)}{\sin(i_1 + i_2)} \quad (4.10)$$

3. 一般的斜入射情况：

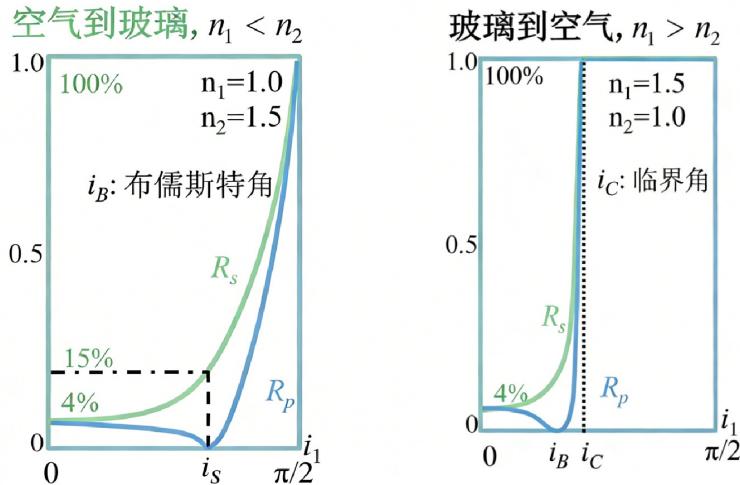


图 4.3: 反射光的反射率随入射角的变化

4. 布儒斯特角  $i_B$ : 当  $i_1 + i_2 = \pi/2$  时, 反射光仅有  $s$  分量。

$$i_B = \arctan \frac{n_2}{n_1} \quad (4.11)$$

5. 关于半波损失 (见现代光学基础):

(1) 正入射时.  $n_1 < n_2$ , 界面反射相位突变  $\pi$ , 有半波损;  $n_1 > n_2$ , 界面反射无相位突变, 没有半波损.

(2) 掠入射时.  $n_1 < n_2$  或  $n_1 > n_2$ , 界面反射均有半波损.

(3) 斜入射时.  $i_1 < i_B$  条件下

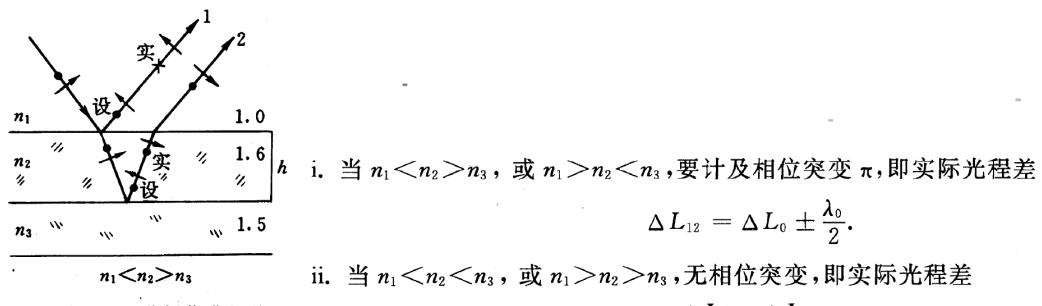


图 3.10 分析薄膜上下界面反射的相位变化

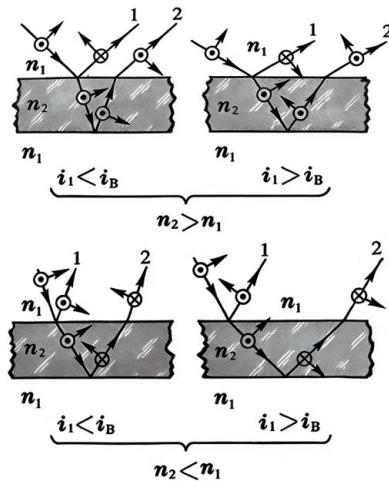
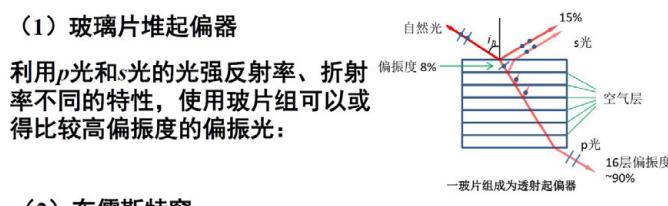


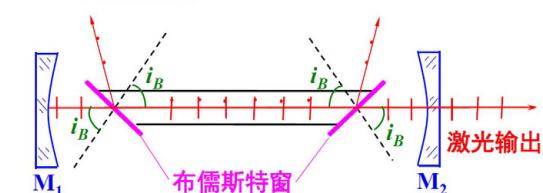
图 6-20 介质层上下表面反射光  
之间的半波损失

#### 4.2.3 反射、折射时的偏振现象

- 自然光入射时，反射光和折射光一般是部分偏振光。
- 入射光是圆偏振光时，反射光和折射光一般是椭圆偏振光。
- 入射光是线偏振光时，反射光和折射光一般仍然是线偏振光，但偏振方向可能发生改变；全反射时，反射光一般是椭圆偏振光。
- 无论什么偏振光入射，当以布儒斯特角入射时，反射光都为  $s$  分量的线偏振光，振动方向垂直于入射面。



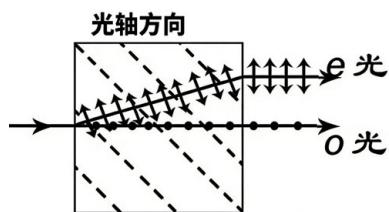
#### (2) 布儒斯特窗



外腔式激光管加上布儒斯特窗，可使出射光为线偏振光，并减少反射损失

## 4.3 双折射

### 4.3.1 双折射现象和基本规律



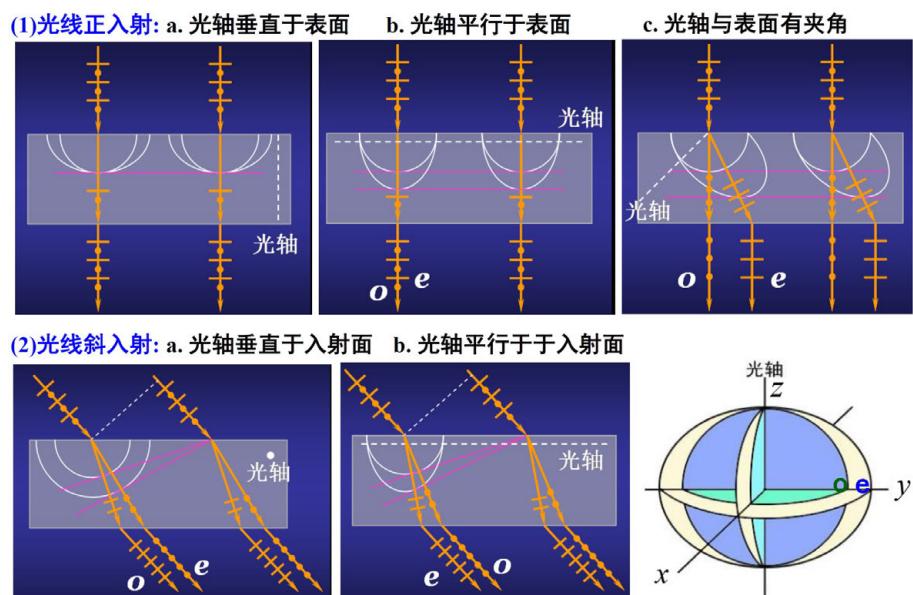
1. o光（寻常光）遵守折射定律；e光（非常光）不遵守折射定律；用检偏器分析两束光时，会发现它们都是线偏振光。
2. 光线在晶体中沿某一特殊方向传播时不发生双折射现象，这一方向称为晶体的光轴。
3. 当光线入射到晶体的某界面点时，在界面点的法线与晶体的光轴组成的平面称为晶体的主截面。当入射面与主截面重合时o光和e光皆在主截面内偏折；否则e光可能不在主截面内偏折。
4. 晶体中o光线与光轴组成的平面叫o光主平面；o光的电矢量振动方向垂直于o光主平面。晶体中e光线与光轴组成的平面叫e光主平面，e光的电矢量振动方向平行于e光主平面。
5. o光沿各个方向折射率相同( $n_o$ )，传播速度相同( $v_o$ )；e光沿不同的方向折射率不同，传播速度不同( $v_{e\theta}$ )。沿光轴的方向折射率为 $n_o$ ，与o光相同；沿垂直于光轴的方向的折射率为 $n_e$ ，速度 $v_e$ 。
6. 单轴晶体的两个主折射率：

$$n_o = \frac{c}{v_o}, \quad n_e = \frac{c}{v_e} \quad (4.12)$$

7.  $v_o < v_e$ ,  $n_o > n_e$  的晶体，叫做负晶体，如方解石。

$v_o > v_e$ ,  $n_o < n_e$  的晶体，叫做正晶体，如石英。

8. 几种特殊情况的惠更斯作图法（方解石中）：



### 4.3.2 波晶片

1. 四分之一波片 (Quarter-wave plate):

$$|n_o - n_e|d = (2k + 1)\frac{\lambda}{4}, \quad |\delta| = (2k + 1)\frac{\pi}{2} \quad (4.13)$$

有效相位差为:  $|\delta| = \pi/2$

2. 二分之一波片 (Half-wave plate):

$$|n_o - n_e|d = (2k + 1)\frac{\lambda}{2}, \quad |\delta| = (2k + 1)\pi \quad (4.14)$$

有效相位差为:  $|\delta| = \pi$

3. 全波片 (One-wave plate):

$$|n_o - n_e|d = k\lambda, \quad |\delta| = 2k\pi \quad (4.15)$$

有效相位差为:  $\delta = 0$

表 4.1: 各种偏振光经过 1/4 波片后偏振态之变化

入射光	1/4 波片光轴取向	出射光
线偏振光	光轴 $\perp$ 或 $\parallel$ 振动方向	线偏振光
	光轴与振动方向成 $45^\circ$ 角	圆偏振光
	其他取向	椭圆偏振光
圆偏振光	任何取向	线偏振光
	光轴与椭圆主轴一致	线偏振光
椭圆偏振光	其他方位	椭圆偏振光
	任何取向	部分偏振光
部分偏振光	任何取向	部分偏振光
自然光	任何取向	自然光

圆偏振光和椭圆偏振光的检验

第一步	令入射光通过偏振片 I, 改变偏振片 I 的透振方向 P1, 观察透射光强度的变化		
现象	有消光	强度无变化	强度有变化, 无消光
结论	线偏振	自然光 或 圆偏振	部分偏振 或 椭圆偏振
第二步	(a) 令入射光依次通过 1/4 波片和偏振片 II, 改变偏振片 II 的透振方向 P2, 观察透射光的强度变化		
现象		有消光	无消光
结论		圆偏振	自然光
		椭圆偏振	部分偏振

### 4.3.3 偏光棱镜

#### 1. 洛匈棱镜:

(1) o 光沿直线透射; (2) e 光向棱镜顶角方向偏折,  $n_o \sin \theta = n_e \sin \theta_e$

#### 2. 沃拉斯顿棱镜:

(1)  $\uparrow$  振动:  $e \rightarrow o, n_e \rightarrow n_o$ , 光疏  $\rightarrow$  光密;  $\cdot$  振动:  $o \rightarrow e, n_o \rightarrow n_e$ , 光密  $\rightarrow$  光疏

(2) 角剪切量:  $\Delta\theta = 2\Delta n \tan \alpha$

(3) 光程差:  $\Delta L = 2\Delta n y \tan \alpha = y\Delta\theta$

#### 3. 萨瓦偏光镜:

(1) 横向剪切量:  $d = \sqrt{2}t \left( \frac{n_o^2 - n_e^2}{n_o^2 + n_e^2} \right)$

(2) 光程差:  $\Delta L = t \left[ \frac{n_o^2 - n_e^2}{n_o^2 + n_e^2} (\cos \omega + \sin \omega) \sin \theta \right]$

#### 4. 尼科尔棱镜:

$n_e = 1.4864, n_o = 1.6584, n_B = 1.55$

(1) e 光沿直线透射; (2) o 光全反射  $\theta_o = \arcsin \frac{n_B}{n_o} = 69^\circ$

### 4.3.4 偏振光干涉

晶体厚度不均匀时 (石英劈尖), 将出现干涉条纹。相位差由  $\delta_\lambda, \delta_W, \delta'$  构成。

#### 1. 入射在波片上的 o、e 分量间的相位差:

入射线偏振光:  $\delta_\lambda = 0$  或  $\pi$ ; 入射圆偏振光:  $\delta_\lambda = \pm\pi/2$ ; 入射椭圆偏振光:  $\delta_\lambda =$  任意值.

#### 2. 线偏振光经波片后引入的附加相位差:

$$\delta_W = \frac{2\pi}{\lambda} (n_o - n_e)d \quad (4.16)$$

#### 3. 坐标投影引起的相位差:

$$\delta' = \begin{cases} \pi, & \text{当 } P_1 \perp P_2; \\ 0, & \text{当 } P_1 \parallel P_2. \end{cases} \quad (4.17)$$

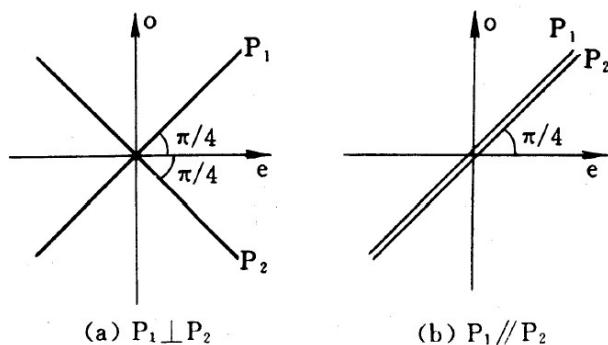
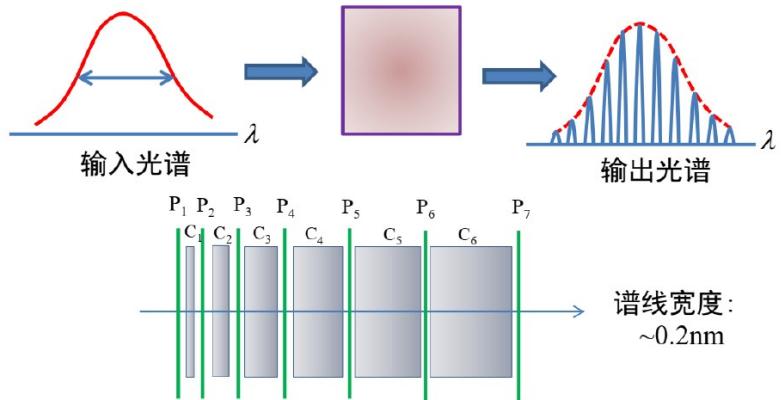


图 8.31 例题 1——求偏振光干涉系统输出光强

4. (显) 色偏振: 用白光入射时, 某种波长干涉相消而呈现它的互补色。

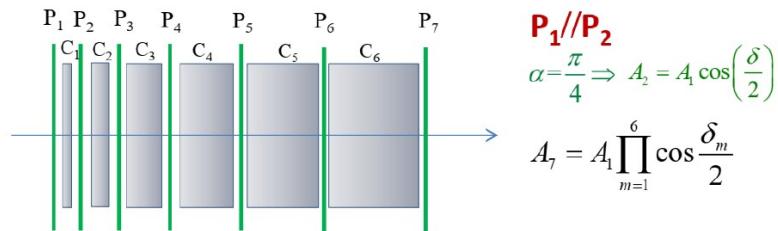
5. 偏光滤光器:

## 偏光滤光器—利奥滤光器 (Lyot filter)



$C_1$ 至 $C_6$ : 石英晶片, 光轴方向相互平行; 厚度 $d_m=2^{m-1}d_1$

$P_1$ 至 $P_7$ : 偏振片, 透振方向相互平行, 且与晶片光轴方向成45度角



只有对特定 $\lambda_0$ , 石英晶片成为全波片,  $I_7=I_1$   
其它波长的光迅速衰减, 谱线宽度非常窄

厚度 $d_m=2^{m-1}d_1$ , 余弦函数一次次倍频,  
“零点”越来越多, 极大峰越来越尖锐

如果希望可见光波段出现13条谱线, 试求 $d_1=?$

设峰值波长为 $\lambda_0$ ,  $\Delta n \cdot d_1 = k \lambda_{0k}$ ,  $k = 1, 2, 3, \dots$ ,  $N = 13$

取 $\lambda_m = 380nm$ ,  $\lambda_M = 760nm$ ,  $\Delta n \cdot d_1 = k \lambda_0 = k_m \lambda_m = k_M \lambda_M$

$$k_m = \frac{\lambda_M}{\lambda_m} k_M = 2k_M, k_M - k_m = (N-1) \Rightarrow k_m = 24, k_M = 12$$

$$d_1 = \frac{k_m \lambda_m}{\Delta n} = \frac{24 \times 380nm}{1.55336 - 1.54425} \approx 1.01mm \quad \lambda_{0k} = \frac{k_m \lambda_m}{k}, k = 24, 23, \dots, 13, 12 \text{ 间隔越来越宽}$$

## 4.3.5 旋光性 \*

## 1. 旋转角:

- 旋光晶体:  $\psi = \alpha d$ ,  $\alpha (\text{°}/\text{mm})$
- 旋光溶液:  $\psi = [\alpha] N d$ ,  $[\alpha] (\text{°}/(\text{dm} \cdot \text{g} \cdot \text{cm}^{-3}))$

## 2. 旋光色散:

$$\alpha = A + \frac{B}{\lambda^2} \quad (4.18)$$

## 3. 法拉第效应: 磁致旋光

$$\psi = VBl \quad (4.19)$$

### 4.3.6 菲涅尔公式详细总结 \*

1. 振幅反射折射系数:

$$r_{s,p} = \frac{E_{s,p}^r}{E_{s,p}}, \quad t_{s,p} = \frac{E_{s,p}^t}{E_{s,p}} \quad (4.20)$$

2. 介质折射率表达:

$$n = \frac{c}{v} = \sqrt{\frac{\epsilon\mu}{\epsilon_0\mu_0}} = \sqrt{\epsilon_r\mu_r} \approx \sqrt{\epsilon_r} \quad (4.21)$$

3. 电磁场表达:

$$D = \epsilon E = n^2 \epsilon_0 E \propto n^2 E, \quad B = \sqrt{\epsilon\mu} E = \frac{n}{c} E \propto n E, \quad H = \frac{1}{\mu_0} B \propto n E \quad (4.22)$$

4. 边界条件:

- $E_s$  切向连续:  $E_s + E_s^r = E_s^t$
- $H_s$  切向连续:  $nE_s \cos \theta - nE_s^r \cos \theta = n'E_s^t \cos \theta'$
- $E_p$  切向连续:  $E_p \cos \theta - E_p^r \cos \theta = E_p^t \cos \theta'$
- $D_p$  法向连续:  $n^2(E_p \sin \theta + E_p^r \sin \theta) = n'^2 E_p^t \sin \theta'$

5. 菲涅尔公式:

$$r_p = \frac{n' \cos \theta - n \cos \theta'}{n' \cos \theta + n \cos \theta'}, \quad t_p = \frac{2n \cos \theta}{n' \cos \theta + n \cos \theta'}, \quad \frac{n'}{n} t_p - r_p = 1 \quad (4.23)$$

$$r_s = \frac{n \cos \theta - n' \cos \theta'}{n \cos \theta + n' \cos \theta'}, \quad t_s = \frac{2n \cos \theta}{n \cos \theta + n' \cos \theta'}, \quad t_s - r_s = 1 \quad (4.24)$$

6. 光功率反射折射率:

$$R_{s,p} = \frac{W_{s,p}^r}{W_{s,p}} = |r_{s,p}|^2, \quad T_{s,p} = \frac{W_{s,p}^t}{W_{s,p}} = \frac{n' \cos \theta'}{n \cos \theta} |t_{s,p}|^2, \quad R_{s,p} + T_{s,p} = 1 \quad (4.25)$$

7. 布儒斯特角:

$$r_p = 0 \Rightarrow \theta + \theta' = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \tan \theta_B = \frac{n'}{n} \quad (4.26)$$

8. 斯托克斯倒逆关系:

$$r + r' = 0, \quad r^2 + tt' = 1 \quad (4.27)$$

# 第五章 光与物质相互作用

## 内容提要

- 吸收：线性吸收规律与复数折射率
- 色散：正常色散与反常色散公式

- 散射：瑞利散射与米氏散射

## 5.1 吸收

1. 线性吸收规律：

$$dI = -\alpha_a I dx \Rightarrow I(l) = I_0 e^{-\alpha_a l}$$

2. 复数折射率：

$$\tilde{n} = n(1 + i\kappa), \quad \kappa = \frac{c\alpha}{2n\omega} = \frac{\lambda_0\alpha}{4\pi n}$$

## 5.2 色散

1. 正常色散的柯西公式：

$$n = A + \frac{B}{\lambda^2} + \frac{C}{\lambda^4} + \dots, \quad \frac{dn}{d\lambda} = -\frac{2B}{\lambda^3}$$

2. 反常色散的塞耳迈耶尔公式

$$n^2 = 1 + \frac{B\lambda^2}{\lambda^2 - \lambda_0^2}$$

## 5.3 散射

1. 散射定律：

$$I(l) = I_0 e^{-(\alpha_a + \alpha_s)l} = I_0 e^{-\alpha l}$$

2. 散射光的偏振态：(1) 平行于入射光方向上，散射光为自然光。(2) 垂直于入射光方向上，散射光为线偏振光。(3) 二者之间的方向上，散射光为部分偏振光。

3. 瑞利散射：

$$I(\omega) \propto \omega^4 \propto \frac{1}{\lambda^4}, \quad I(\theta) = I\left(\frac{\pi}{2}\right)(1 + \cos^2 \theta)$$

4. 米氏散射：

$$ka < 0.3 \Rightarrow \text{瑞利散射}; \quad ka > 0.3 \Rightarrow \text{与波长关系不大}$$

5. 拉曼散射

6. 布里渊散射

# 第六章 量子光学

## 内容提要

- 黑体辐射三定律与普朗克公式
- 玻尔氢原子理论与能级跃迁
- 光的波粒二象性(光电效应、康普顿效应)
- 激光原理(粒子数反转、谐振腔、纵模)

## 6.1 黑体辐射

1. 斯忒藩-玻耳兹曼定律

$$M_0(T) = \sigma T^4, \quad \sigma = 5.67 \times 10^{-8} \text{W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-4}$$

2. 维恩位移定律:

$$\lambda_m T = b, \quad b = 2.897 \times 10^{-3} \text{m} \cdot \text{K}$$

3. 黑体辐射能谱曲线: (1) 维恩公式: 短波符合

$$M_0(\lambda, T) = \frac{2\pi hc^2}{\lambda^5} e^{-\frac{hc}{\lambda kT}}$$

(2) 瑞利-金斯公式: 长波符合

$$M_0(\lambda, T) = 2\pi c \frac{kT}{\lambda^4}$$

(3) 普朗克公式:

$$M_0(\lambda, T) = \frac{2\pi hc^2}{\lambda^5} \frac{1}{e^{hc/\lambda kT} - 1}$$

## 6.2 光的量子性

1. 光电效应方程:

$$h\nu = W + \frac{1}{2}mv^2 = W + eU$$

2. 康普顿效应:

$$\Delta\lambda = \frac{h}{m_0 c}(1 - \cos\theta) = \frac{2h}{m_0 c} \sin^2\theta$$

3. 德布罗意物质波公式

$$p = mv = \frac{h}{\lambda}, \quad E = mc^2 = h\nu$$

4. 不确定关系:

$$\Delta x \Delta p_x \leq h, \quad \Delta x \Delta p_x \leq \frac{\hbar}{2}$$

### 讨论 6.1

验证光的波动性的两个经典实验

1. 杨氏双缝干涉实验
2. 泊松亮斑实验(菲涅尔衍射实验)

验证光的粒子性的两个经典实验

1. 光电效应实验。
2. 康普顿散射实验



## 6.3 波尔氢原子理论

### 6.3.1 里德伯-里兹并合原则

$$\tilde{\sigma} = \frac{1}{\lambda} = R_H \left( \frac{1}{k^2} + \frac{1}{n^2} \right)$$

### 6.3.2 波尔的氢原子理论

(1) 定态假设

(2) 跃迁准则

$$h\nu_{nk} = E_n - E_k$$

(3) 角动量量子化理论

$$\begin{aligned} L &= mvr = n \frac{h}{2\pi} \\ m \frac{v^2}{r} &= \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{e^2}{r^2} \\ r_n &= n^2 \left( \frac{\varepsilon_0 h^2}{\pi me^2} \right) = n^2 r_1, \quad n = 1, 2, 3, \dots \\ E_n &= \frac{1}{2} mv^2 - \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{e^2}{r_n} = -\frac{1}{8\pi\varepsilon_0} \frac{e^2}{r_n} = \frac{E_1}{n^2} \\ \tilde{\sigma}_{nk} &= \frac{1}{\lambda_{nk}} = \frac{\nu_{nk}}{c} = \frac{1}{hc} (E_n - E_k) = \frac{E_1}{hc} \left( \frac{1}{k^2} - \frac{1}{n^2} \right) = R_H \left( \frac{1}{k^2} - \frac{1}{n^2} \right) \end{aligned}$$

## 6.4 激光

1. 光的吸收与辐射：自发辐射、受激辐射、受激吸收
2. 产生激光的条件：粒子数反转、光放大
3. 增益介质：

$$I = I_0 e^{Gt}$$

4. 激光器的构成：光学谐振腔、增益介质、激励能源
5. 光学谐振腔的作用：

- (1) 控制振荡光束: a. 限定光的方向; b. 选择光的振荡频率:  $L = k \frac{\lambda_k}{2}$
- (2) 延长增益介质

6. 产生激光的阈值条件:

$$r_1 r_2 e^{2GL} \geq 1 \Rightarrow G_m = -\frac{1}{2L} \ln(r_1 r_2)$$

7. 激光的纵模: 振荡频率

- (1) 纵模:

$$\nu_k = \frac{c}{\lambda_k} = k \frac{c}{2nL}$$

- (2) 纵模间隔:

$$\Delta\nu_k = \nu_{k+1} - \nu_k = \frac{c}{2nL}$$

- (3) 纵模个数:

$$N = \frac{\Delta\nu}{\Delta\nu_k}$$

8. 激光的横模: 光束横截面上的光强稳定分布

9. 激光的特性: 高定向性、高单色性、高相干性、高亮度

10. 激光器的种类: 气体、固体、液体、半导体激光器

# 第七章 变换光学与全息照相

## 内容提要

- 透镜的相位变换作用与傅里叶变换性质
- 相衬显微镜原理 (Zernike)
- 阿贝成像原理 (频谱分析与综合)
- 全息照相的物理原理 (干涉记录、衍射再现)
- 空间滤波与阿贝-波特实验

## 7.1 透镜的波前变换与傅里叶性质

### 7.1.1 透镜的相位变换

薄透镜在光学信息处理中相当于一个相位调制器。光波通过薄透镜时，振幅基本不变，但引入了一个与位置相关的二次相位因子。设透镜焦距为  $f$ ，则透镜的复振幅透过率函数为：

$$t_L(x, y) = e^{-i\frac{k}{2f}(x^2+y^2)} \quad (7.1)$$

这表明透镜将入射的平面波 ( $k_x = k_y = 0$ ) 转换为会聚球面波。

### 7.1.2 透镜的傅里叶变换性质

当物体位于凸透镜的前焦面时，在透镜的后焦面（频谱面）上，光场的复振幅分布精确地正比于物函数  $g(x_0, y_0)$  的傅里叶变换  $G(f_x, f_y)$ 。

$$U_f(x, y) = \frac{1}{i\lambda f} G\left(\frac{x}{\lambda f}, \frac{y}{\lambda f}\right) \quad (7.2)$$

其中空间频率与后焦面坐标的关系为：

$$f_x = \frac{x}{\lambda f}, \quad f_y = \frac{y}{\lambda f} \quad (7.3)$$

这构成了光学信息处理（如 4f 系统）的基础。（需了解一个 4f 系统的光路！）

## 7.2 阿贝成像原理与光信息处理

### 7.2.1 阿贝成像原理

阿贝 (Abbe) 从波动光学的角度将显微镜的成像过程分解为两个步骤：

1. 分频 (衍射)：物平面发出的光波在透镜后焦面上形成夫琅禾费衍射图样（即“初级谱”或“频谱”）。这是把信息由空间域变换到频率域的过程。
2. 合成 (干涉)：后焦面上的各级衍射光波作为次级波源，发出球面子波在像平面上相干叠加形成像（即“次级谱”）。这是由频率域逆变换回空间域的过程。

#### 讨论 7.1 (阿贝成像的物理内涵)

物体成像的相似程度取决于参与成像的频谱成分的多少。

- 参与成像的衍射级次越多，像越清晰逼真。



- 若孔径光阑限制了高频分量通过，像的细节（锐度）将丢失。
- 若只允许零级衍射斑通过，像平面只能得到均匀背景，物体结构消失。

## 7.2.2 空间滤波与阿贝-波特实验

在频谱面（后焦面）上放置各种光阑或相位板，改变频谱各分量的振幅或相位，从而改变像的结构，这种技术称为空间滤波。

- **低通滤波：**滤除高频，保留低频（只让中心斑通过）。结果：图像边缘模糊，细节消失。
- **高通滤波：**阻挡零级和低频，通过高频。结果：图像背景变暗，边缘突出（边缘增强）。
- **方向滤波：**滤除特定方向的频谱。结果：消除图像中该方向的条纹结构（如去除网格）。

## 7.2.3 相衬显微镜

**问题：**对于透明生物标本（相位物体），光强分布均匀，人眼或底片无法分辨。

$$t(x, y) = e^{i\varphi(x, y)} \approx 1 + i\varphi(x, y) \quad (\text{当 } \varphi \ll 1)$$

频谱中包含强的零频分量（1）和弱的高频分量（ $i\varphi$ ），两者相位差为  $\pi/2$ 。

**原理（泽尔尼克 Zernike）：**在频谱面上放置一块相板，使零频分量（背景光）发生  $\pm\pi/2$  的相移，使其与高频衍射光发生干涉。

- 移相后，相位信息转化为振幅（光强）变化： $I \approx 1 \mp 2\varphi$ 。
- 从而使人眼能看见透明物体的内部结构。

## 7.3 全息照相

### 7.3.1 基本原理

全息照相利用光的干涉记录波前的全部信息（振幅和相位），利用光的衍射再现物光波。

1. **记录过程（干涉）：**物光波  $O$  与参考光波  $R$  在全息干板上叠加。记录的是干涉条纹的光强分布：

$$\begin{aligned} I &= |O + R|^2 = (O + R)(O^* + R^*) \\ &= |O|^2 + |R|^2 + OR^* + O^*R \end{aligned} \quad (7.4)$$

其中  $OR^*$  和  $O^*R$  项包含了物波  $O$  的振幅和相位信息。

2. **再现过程（衍射）：**用原参考光  $R$  照射显影后的全息图（透过率  $t \propto I$ ）。透射场为：

$$U = tR \propto (|O|^2 + |R|^2)R + \underbrace{RR^*O}_{\text{物波再现}} + \underbrace{R^2O^*}_{\text{共轭波}} \quad (7.5)$$

- $RR^*O = |R|^2O$ ：正比于原物波  $O$ ，产生位于原位置的虚像。
- $R^2O^*$ ：产生位于全息图另一侧的实像（共轭像），通常具有畸变。

3. 应了解全息照相光路图（见教材）

### 7.3.2 全息图的分类与特点

- **伽柏（Gabor）全息图：**同轴全息。缺点是直透光、原始像和共轭像重叠，干扰观察。

- 离轴全息图（Leith-Upatnieks）：引入离轴参考光。利用载波频率将直透光、虚像和实像在空间上分离开来。

#### 讨论 7.2 (全息照相与普通照相的区别)

1. 记录方式：全息记录干涉条纹（振幅 + 相位）；普通照相记录像的光强（仅振幅）。
2. 成像方式：全息是衍射成像，无透镜；普通照相是透镜成像。
3. 信息冗余性：全息图的碎片仍能再现完整像（但这会降低分辨率）；普通底片碎片只能显示局部。
4. 立体感：全息再现像具有三维视差；普通照片是二维平面。



### 7.3.3 计算全息和数字全息

计算全息术和数字全息术建立在现代高性能数字计算、图像显示及处理技术的基础上，在技术上突破了光学全息的某些限制和不足，有利于实现光学技术与计算机技术、电子技术的有机结合，改善了光学技术的处理精度、可靠性、技术复杂性等，是对光学全息的重要发展和未来全息技术重要的发展方向。

#### 计算全息

##### 1. 定义：

计算全息是建立在计算机科学与现代光学的基础上，不需要物体的实际存在，而是把物波的数学描述输入计算机进行处理后，控制绘图仪输出或 CRT 或 LCD 显示而制成的全息图。

##### 2. 优点：

**设计灵活：** 可产生物理上不存在的物体的全息图，适于产生干涉计量的特殊波面。

**设备需求少：** 需计算机、绘图仪等，不须购买昂贵的激光器、全息防震台等。

**抗外界干扰能力强，易复制：** 大部分作成二元的，仅黑和白（透过率 0 和 1）。

**应用波段宽：** 可设计声波、微波、可见光、X 射线等波段的全息图。

#### 数字全息

##### 特点：

用 CCD 记录全息图，数字再现物体的三维图像。不需要全息记录介质，可数字化快速记录及再现，消除了普通光学全息图再现时的零级衍射光及其轭像的干扰。

# 第八章 成像光谱偏振技术 \*

## 内容提要

- 成像光谱技术的基本概念与分类
- 干涉成像光谱技术的原理与优势

- 成像光谱偏振技术的构成
- 干涉成像大气探测中的四强度法反演

## 8.1 成像光谱技术

### 8.1.1 基本概念

成像光谱技术是一种“图谱合一”的探测技术，其获取的成像光谱信息包含了目标的二维空间成像信息与一维光谱信息，构成了一个三维的数据立方体  $(x, y, \lambda)$ 。

### 8.1.2 成像光谱仪分类

1. 按光谱波段数分类：
  - 多光谱型 (Multispectral)：约 10 个波段；
  - 高光谱型 (Hyperspectral)：约  $10^2$  个波段，光谱分辨率较高；
  - 超光谱型 (Ultraspectral)：约  $10^3$  个波段，能够进行精细的光谱分析。
2. 按分光手段分类：常见的技术路线包括色散型、干涉型、滤光片型、计算层析型、编码孔径型以及三维成像型等。

## 8.2 干涉成像光谱技术

### 8.2.1 干涉成像光谱仪分类

干涉成像光谱仪利用干涉图与光谱图的傅里叶变换关系工作，根据调制方式的不同可分为：

1. 时间调制型：如动态的迈克尔逊干涉仪，通过动镜移动实现光程差扫描；
2. 空间调制型：如静态的萨格纳克 (Sagnac) 干涉仪，利用横向剪切产生光程差；
3. 时空调制型：如基于萨瓦偏光镜的干涉装置。

### 8.2.2 基本原理

干涉强度  $I(\Delta)$  与光源光谱分布  $B(\sigma)$  之间满足傅里叶变换关系：

$$I(\Delta) = \int_{-\infty}^{+\infty} B(\sigma) e^{i2\pi\sigma\Delta} d\sigma \quad (8.1)$$

反之，通过对测得的干涉图进行逆变换即可复原光谱：

$$B(\sigma) = \int_{-\infty}^{+\infty} I(\Delta) e^{-i2\pi\sigma\Delta} d\Delta \quad (8.2)$$

### 讨论 8.1 (干涉成像光谱仪的优点)

相比于传统色散型光谱仪，干涉型仪器具有显著优势：

1. 高通量 (**Jacquinot** 优势)：在相同分辨率下，干涉仪的光通量远大于色散仪。

$$\Omega_F R = 2\pi \quad (8.3)$$

2. 多通道 (**Fellgett** 优势)：所有波长的光同时到达探测器。

3. 高信噪比：

$$\frac{(S/N)_I}{(S/N)_G} = \frac{\sqrt{T}}{\sqrt{T/M}} = \sqrt{M} \quad (8.4)$$

其中  $M$  为光谱元数。



## 8.3 成像光谱偏振技术

成像光谱偏振信息是在成像光谱的基础上增加了偏振维度的信息，即能够同时获取二维成像、一维光谱和全偏振信息。

新型成像光谱偏振仪的典型结构通常包含三个核心模块：

- **成像镜模块**：负责收集目标光线并成像；
- **调制模块**：对光的偏振态或相位进行调制；
- **干涉模块**：产生干涉条纹以解析光谱信息。

## 8.4 干涉成像大气探测（四强度法）

在风场探测等应用中，利用干涉图的相位变化来反演多普勒频移是一种常用方法。

### 8.4.1 基础公式

1. 干涉图强度模型为：

$$I(\Delta) = I_0(1 + V \cos 2\pi\sigma\Delta) \quad (8.5)$$

2. 衬比度（条纹可见度） $V$  定义为：

$$V = e^{-QT\Delta^2} = \frac{I_M - I_m}{I_M + I_m} \quad (8.6)$$

3. 多普勒效应引起的光谱中心波数变化：

$$\sigma = \left(1 + \frac{v}{c} \cos \theta\right) \sigma_0 \quad (8.7)$$

### 8.4.2 相位步进解算（四强度法）

为了解出风速等参数，需选择特定的光程差  $\Delta_0$  使得  $\sigma_0\Delta_0 = k$  (整数)，此时干涉强度可写为：

$$I(\Delta) = I_0(1 + V \cos(\Phi_i + \Phi)) \quad (8.8)$$

其中相位项定义为：

$$\Phi_i = 2\pi\sigma_0\Delta', \quad \Phi = 2\pi\sigma_0\Delta_0 \frac{v}{c} \cos \theta = 2k\pi \frac{v}{c} \cos \theta \quad (8.9)$$

此处  $\Phi$  包含了待测的风速信息  $v$ 。

通过控制附加光程差  $\Delta'$  从 0 开始，以间隔  $\frac{\lambda}{4}$  依次取值（即相位步进  $\pi/2$ ），可获得四个强度方程：

$$I_1 = I_0(1 + V \cos \Phi) \quad (8.10)$$

$$I_2 = I_0(1 - V \sin \Phi) \quad (8.11)$$

$$I_3 = I_0(1 - V \cos \Phi) \quad (8.12)$$

$$I_4 = I_0(1 + V \sin \Phi) \quad (8.13)$$

### 讨论 8.2 (参数反演)

联立上述 4 个方程，可以唯一解出 3 个未知物理量（背景强度  $I_0$ 、衬比度  $V$  和相位  $\Phi$ ）：

$$I_0 = \frac{I_1 + I_3}{2} = \frac{I_2 + I_4}{2} \quad (8.14)$$

$$V = \frac{1}{2I_0} \sqrt{(I_1 - I_3)^2 + (I_2 - I_4)^2} \quad (8.15)$$

$$\tan \Phi = \frac{I_4 - I_2}{I_1 - I_3} \quad (8.16)$$

解出  $\Phi$  后，即可根据式 (8.9) 反演风速  $v$ 。

