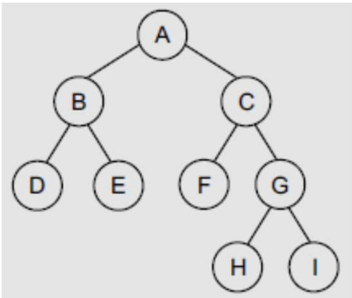
كلية العلوم التطبيقية - أيت ملول
ⵜⴰⵙⴷⴰⵡⵉⵜ ⵏ ⵜⵎⴰⵙⵙⴰⵏⵉⵏ ⵜⵓⵙⵏⴰⵏⵉⵏ – ⴰⵢⵜ ⵎⵍⵍⵓⵍ
FACULTE DES SCIENCES APPLIQUEES – AIT MELLOUL

Structures de données en C
TC-IA – S3
2024/2025

TD5

Exercice 1 :

Considérez l'arbre ci-dessous :



Procédez comme suit :

- **a.** Nommez les nœuds feuilles,
- **b.** Nommez les nœuds non-feuilles,
- **c.** Nommer les ancêtres de E,
- **d.** Nommer les descendants de A,
- **e.** Nommer les frères de C,
- **f.** Trouvez la hauteur de l'arbre,
- **g.** Trouver la hauteur du sous-arbre enraciné en E,
- **h.** Trouver le niveau du nœud E,
- **i.** Trouver le parcours in-ordre, pré-ordre, post-ordre et en largeur.

Exercice 2 :

Considérer l'arbre suivant :

No	contenu	gauche	droite
1	*	2	3
2	+	4	5
3	-	6	7
4	3	0	0
5	/	8	9
6	8	0	0
7	*	10	11
8	4	0	0
9	2	0	0
10	2	0	0
11	3	0	0

a. Dessiner cet arbre.

b. Quelle est la hauteur de l'arbre ?

c. Quel est le type de cet arbre ?

d. Afficher cet arbre binaire de la manière préfix, puis infix, et ensuite postfix.

<u>Exercice 3</u> :

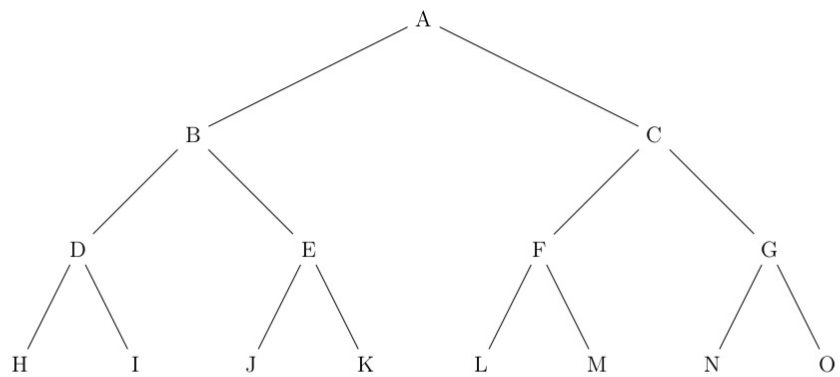
Soit le tableau suivant qui représente un arbre binaire T en triplets (info, gauche, droit) :

23	2	3	5	7	11	13	37	41	19
-1	4	3	-1	-1	9	-1	8	6	-1
-1	5	0	-1	-1	-1	2	1	-1	-1

La première colonne (indice 0) représente le nœud dont le champ info est 23 (valeur du nœud), le champ gauche est -1 (indice du fils gauche) et le champ droit est -1 (indice du fils droit), La seconde colonne (indice 1) représente le nœud dont le champ info est 2, le champ gauche est 5 et le champ droit est 0, et ainsi de suite. La valeur (-1) indique l'absence d'un fils gauche ou droit.

1. Dessiner l'arbre binaire T et donner sa taille.
2. Donner le code C pour représenter l'arbre T de cette manière.
3. Écrire une fonction qui détermine la racine de l'arbre T.
4. Écrire une fonction qui liste toutes les feuilles de l'arbre T.
5. Donner le résultat du parcours de l'arbre T en :
   - (i) Ordre infixe,
   - (ii) Ordre préfixe,
   - (iii) Ordre postfixe.

<u>Exercice 4</u> :



Arbre binaire complet

On décide de représenter un arbre binaire complet par un tableau de taille n + 1, où n est la taille de l'arbre, de la façon suivante :

- **a.** La racine a pour indice 1 ;
- **b.** La taille de l'arbre est placée dans la case d'indice 0.

1. Déterminer le tableau qui représente l'arbre binaire complet de l'exemple précédent.

2. On considère le père du nœud d'indice i avec **i>=2**. Quel est son indice dans le tableau ?

<u>Exercice 5</u> :

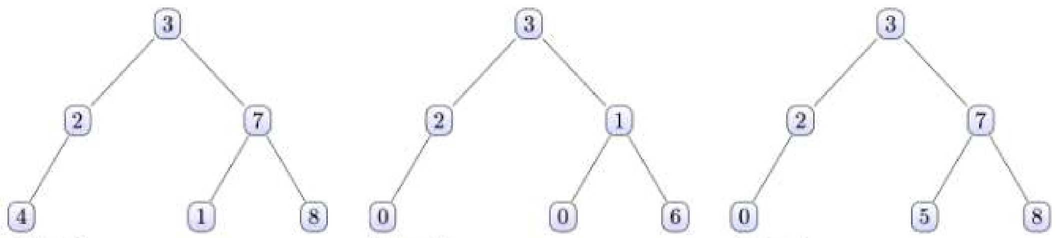
1. Complétez cette définition d´un arbre binaire de recherche :

Un arbre binaire de recherche est un arbre binaire tel que :

- **a.** Les clés (ou valeurs) du sous-arbre gauche sont ……………
- **b.** Les clés du sous-arbre droit sont ……………
- **c.** Les deux sous-arbres sont ……………

<u>NB</u> : Les mots clé, valeur ou étiquette sont équivalents.

2. Parmi les arbres ci-dessous, lesquels ne sont pas des arbres binaires de recherche ?



Arbre 1 Arbre 2 Arbre 3

3. Créez un arbre binaire de recherche avec l'entrée ci-dessous :

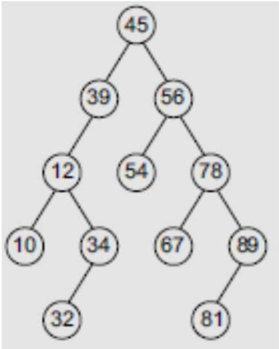
98, 2, 48, 12, 56, 32, 4, 67, 23, 87, 23, 55, 46

- **a.** Insérez dans l'arbre les valeurs suivantes : **21, 39, 45, 54, 63,**
- **b.** Supprimez de l'arbre les valeurs suivantes : **23, 56, 2, 45.**

4. Donner tous les arbres binaires de recherche pouvant contenir les valeurs suivantes :

3, 6, 2, 7

5. Considérez l'arbre binaire de recherche suivant :



Effectuez les opérations suivantes :

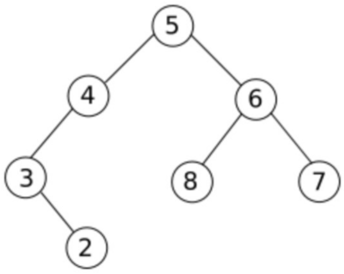
a. Donner le résultat des opérations en ordre, en pré-ordre et traversées post-ordre.

b. Afficher la suppression du nœud racine.

c. Insérez dans l'arbre : **11, 22, 33, 44, 55, 66, 77**.

Exercice 6 :

Soit l'arbre binaire A suivant :



1. A propos de l'arbre A :

   a. Déterminez la profondeur du nœud 6.

   b. Déterminez la hauteur de l'arbre.

2. Parcourir l'arbre A dans l'ordre postfixe

3.

   a. Expliquez pourquoi l'arbre binaire A n'est pas un arbre binaire de recherche.

   b. Modifiez l'arbre binaire A pour qu'il devienne un arbre binaire de recherche (on gardera les mêmes noeuds). On appellera l'arbre binaire obtenu "arbre B"

4. Parcourir l'arbre B dans l'ordre infixe.

Exercice 7 :

Soit la liste de valeurs : **L = {0, 5, 11, 16, 20, 35, 38, 120, 207, 1018}**

1. Construire un arbre binaire de recherche contenant la liste de valeurs L en veillant à minimiser sa hauteur.

2. donner la complexité pour ajouter un élément dans un ABR.

3. Ajouter à l'arbre les valeurs **A = {1, 10, 15, 618, 1011}**.

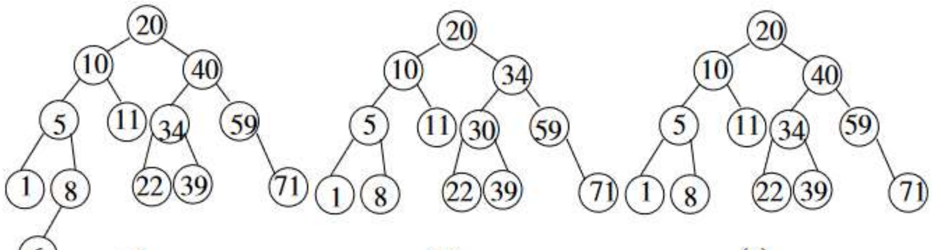
4. Donner la complexité pour rechercher un élément dans un ABR.

5. Combien de comparaisons avec les éléments de l'arbre doivent être effectuées dans la recherche des valeurs **R = {3, 16, 58}** en partant de la racine de l'arbre à chaque fois.

6. Supprimer de l'arbre les valeurs **S = {207, 11, 20, 35}** en partant du nœud qui contient la valeur à chaque fois.

<u>Exercice 8</u> :

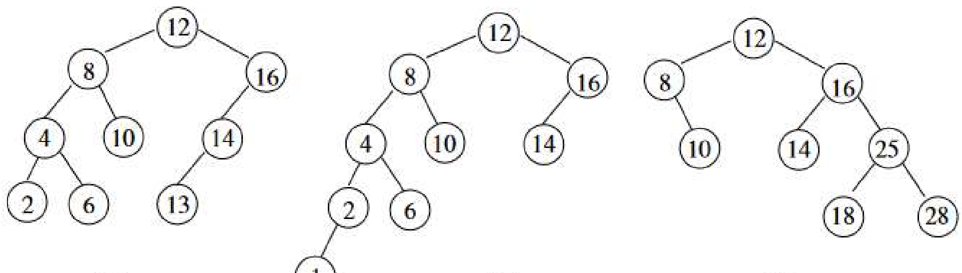
1. Y-a-t-il des arbres AVL parmi les arbres de la figure suivante :



(a) (b) (c)

Justifier votre réponse.

2. Etiqueter les arbres binaires de recherche (ABR) de la figure ci-dessous, puis en déduire si les ABRs sont des arbres AVL.



(a) (b) (c)

Appliquez les rotations nécessaires pour transformer en arbres AVL les arbres (qui ne sont pas des arbres AVL) de la figure précédente.

3. Soit la liste de clés :

   L = (6, 11, 26, 28, 2, 3)

Pour chacune des structures ci-dessous, en partant d'un arbre binaire vide, vous devez dessiner l'arbre après chacune des insertions des éléments de la liste L :

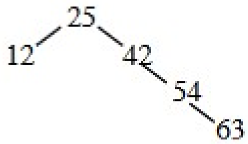
   a. Arbre binaire de recherche (ABR),

   b. AVL.

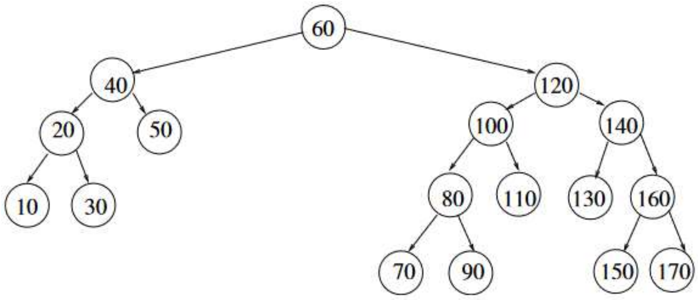
<u>Exercice 9</u> :

1. Dessinez tous les arbres AVL qui contiennent les valeurs : **1, 2, 3, 4, 5**.

2. L'arbre suivant est-il un AVL ? Si non, transformez-le en AVL en effectuant des rotations



3. Soit l'arbre AVL illustré sur la figure suivante :



   a. Donner les facteurs d'équilibrage.
   b. Montrer les positions des insertions de feuille qui conduiront à un arbre déséquilibré.
   c. Dessiner et expliquer les modifications de l'arbre lors de l'insertion de la valeur 65. On mentionnera les modifications des facteurs d'équilibrage

4. On considère tous les nombres compris entre 1 et 1000. Donnez deux ordres d'insertion de ces nombres dans un **ABR** :
   a. Un qui va donner un arbre complétement déséquilibré, c'est-à-dire de hauteur maximale possible ;
   b. Un qui va donner un arbre équilibré, c'est-à-dire le moins haut possible.