Лабораторна 3. Нємкевич Дар'я, ТТП-32

7.1. Економіка країни розбита на дві виробничі галузі (промисловість та сільське господарство). За минулий рік повний випуск промислових виробництв у вартісній формі був розподілений таким чином:

- 800 млн. грн. для виробничих потреб промисловості;
- 400 млн. грн. для виробничих потреб сільського господарства;
- 800 млн. грн. для споживання населення (згідно попиту на цю продукцію).

В той же час повний випуск сільськогосподарської продукції (у вартісній формі) був розподілений таким чином:

- 300 млн. грн. для виробничих потреб промисловості;
- 350 млн. грн. для виробничих потреб сільського господарства;
- 600 млн. грн. для споживання населення (згідно попиту на цю продукцію).

На наступний рік прогнозується зростання попиту населення на вітчизняну продукцію, в т. ч. на промислові вироби до 1100 млн. грн та на сільськогосподарську продукцію до 850 млн. грн. Який повний випуск промислової продукції та повний випуск сільськогосподарської продукції зможуть задовольнити новий попит?

In [1]:
```
import numpy as np
from sympy import Matrix
industry = [800, 400, 800]
agro = [300, 350, 600]
y = Matrix([[1100, 850]])
matrix = Matrix([industry, agro])
matrix
```

Out[1]:

$$\begin{bmatrix} 800 & 400 & 800 \\ 300 & 350 & 600 \end{bmatrix}$$

In [2]:
```
norm = np.sum(matrix, axis=1)
print("Normal:")
Matrix(norm)
```

```
Normal:
```

Out[2]:

$$\begin{bmatrix} 2000 \\ 1250 \end{bmatrix}$$

In [3]:
```
A = Matrix(matrix[:, 0:2]/norm)
A.n(2)
```

Out[3]:

$$\begin{bmatrix} 0.4 & 0.32 \\ 0.15 & 0.28 \end{bmatrix}$$

Повний випуск: $X = AX + y \Rightarrow X = y(E - A)^{-1}$

In [4]:
```
X = y * (Matrix.eye(2) - A).inv()
print("Повний випуск промислової галузі:", X[0].n(6), "млн. грн")
print("Повний випуск сільськогосподарської продукції:", X[1].n(6), "млн. грн")
```

```
Повний випуск промислової галузі: 2394.53 млн. грн
Повний випуск сільськогосподарської продукції: 2244.79 млн. грн
```

7.2. Знайти власні числа матриці A, коефіцієнти характеристичного поліному, її число Фробеніуса, правий та лівий вектори Фробеніуса. Зробити висновок про продуктивність даної матриці: $A = \begin{pmatrix} 0.4 & 0.1 & 0.5 \\ 0.1 & 0.6 & 0.3 \\ 0.5 & 0.3 & 0.2 \end{pmatrix}$. Для цієї матриці знайти матрицю повних витрат B. Дослідити на збіжність суму ряду $E + A + A^2 + \ldots + A^N$ до матриці повних витрат (критерій збіжності – величини елементів відповідних матриць відрізняються менше, ніж на 0.01).

Знайти вектор цін, якщо вектор доданої вартості в цінах $s = (0.4;\ 0.3;\ 0.6)$.

In [5]:
```
A = np.array([
 [0.4, 0.1, 0.5],
 [0.1, 0.5, 0.3],
 [0.5, 0.3, 0.2]
])
n = 3
eig, vt = np.linalg.eig(A.T)
eig, v = np.linalg.eig(A)
print("Власні числа:")
Matrix(eig).n(4)
```

```
Власні числа:
```

Out[5]:

$$\begin{bmatrix} -0.2515 \\ 0.9703 \\ 0.3812 \end{bmatrix}$$

In [6]:
```
poly = Matrix(A).charpoly().as_expr().n(3)
print("Характеристичний поліном:")
poly
```

```
Характеристичний поліном:
```

Out[6]:

$$1.0\lambda^3 - 1.1\lambda^2 + 0.03\lambda + 0.093$$

In [7]:
```
f = max(abs(val) for val in eig)
rv = v[:, np.where(eig == f)[0]]
lv = vt[:, np.where(eig == f)[0]]
print("Число Фробеніуса:", f)
```

```
Число Фробеніуса: 0.9703017047668014
```

In [8]:
```
print("Правий вектор:")
Matrix(rv).n(3)
```

```
Правий вектор:
```

Out[8]:

$$\begin{bmatrix} -0.615 \\ -0.513 \\ -0.599 \end{bmatrix}$$

In [9]:
```
print("Лівий вектор:")
Matrix(lv).n(3)
```

```
Лівий вектор:
```

Out[9]:

$$\begin{bmatrix} -0.615 \\ -0.513 \\ -0.599 \end{bmatrix}$$

In [10]:
```
if (abs(f) < 1):
 print("Висновок: продуктивна")
else:
 print("Висновок: непродуктивна")
```

```
Висновок: продуктивна
```

Матриця повних витрат: $B = (E - A)^{-1}$

In [11]:
```
B = np.linalg.inv(np.eye(3) - A)
Matrix(B).n(3)
```

Out[11]:

$$\begin{bmatrix} 13.5 & 10.0 & 12.2 \\ 10.0 & 10.0 & 10.0 \\ 12.2 & 10.0 & 12.6 \end{bmatrix}$$

In [12]:
```
seq = np.zeros((n, n));
k = -1
eps = np.array([[0.01 for _ in range(n)] for _ in range(n)])
A_prev = np.eye(n)
while np.any(abs(np.subtract(B, seq)) >= eps):
 seq = np.add(seq, A_prev)
 A_prev = np.dot(A_prev, A)
 k += 1
print(f"Ряд сходиться ({k} ітерацій):")
Matrix(seq).n(4)
```

```
Ряд сходиться (237 ітерацій):
```

Out[12]:

$$\begin{bmatrix} 13.47 & 9.992 & 12.16 \\ 9.992 & 9.993 & 9.992 \\ 12.16 & 9.992 & 12.6 \end{bmatrix}$$

In [15]:
```
s = [0.4, 0.3, 0.6]
p = s @ np.linalg.inv(np.eye(3) - A)
print("Вектор цін:")
Matrix(p).n(4)
```

```
Вектор цін:
```

Out[15]:

$$\begin{bmatrix} 15.7 \\ 13.0 \\ 15.43 \end{bmatrix}$$