I Теоретичне питання

1. Основні поняття програмування
Дані, ім'я, функція, дескрипція, композиція — пентада основних понять.
Є 3 напрями, що поглиблюють поняття:
- синтаксичний (дані, функції, композиції)
- семантичний (дані, імена, дескрипції)
- денотаційний

2. Порівняння природних мов та формальних мов.
Формальні мови є штучними, основних аспектів небагато, ці мови точно визначені та однозначні, а також фіксовані. Тоді як природні мови постійно розширюються, з'явилися історично, вони мають багато основних аспектів, а також не мають точних визначень і є багатозначними.

Ліва частина правила – метазмінна	Права частина правила	Ім'я правила
<програма> ::=	**begin** <оператор> **end**	*NP*1
<оператор> ::=	<змінна> := <вираз> | <оператор> ; <оператор>| **if** <умова> **then** <оператор> **else** <оператор> | **while** <умова> **do** <оператор> | **begin** <оператор> **end** | **skip**	*NS*1 *NS*2 *NS*3 *NS*4 *NS*5 *NS*6
<вираз> ::=	<число> | <змінна> | <вираз> + <вираз> | <вираз> – <вираз> | <вираз> * <вираз> | (<вираз>)	*NA*1 ... *NA*6
<умова> ::=	<вираз> = <вираз> | <вираз> > <вираз> | <умова> ∨ <умова> | ¬ <умова> | (<умова>)	*NB*1 ... *NB*5
<змінна> ::=	. . . *M* | *N* | . . .	*NV*…
<число> ::=	. . . –1 | 0 | 1 | 2 | 3 | . . .	*NN*…

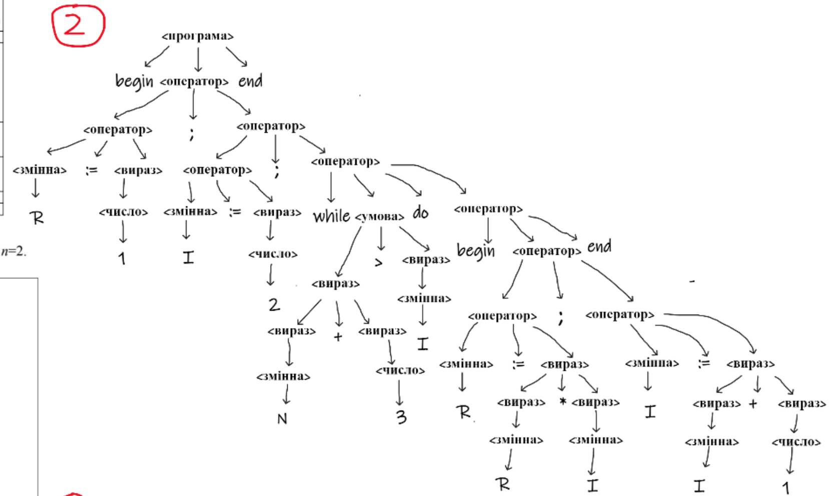
Написати програму обчислення (2+*n*)! (*n*>0). Вхідні дані: *n*=2.

1

```
begin
  R := 1;
  I := 2;
  while N + 3 > I do
  begin
    R := R*I;
    I := I + 1
  end
end
```

(результат в R)

2



3

Пройдемо зліва на право по листкам дерева і випишемо усі термінальні символи:

begin R := 1; I := 2; while N + 3 > I do begin R := R*I; I := I + 1 end end

Отриманий рядок співпадає з програмою, отже програма синтаксично коректна.

(4)

sem_P(begin R := 1; I := 2; while N + 3 > I do begin R := R*I; I := I + 1 end end) =

= sem_S(R := 1; I := 2; while N + 3 > I do begin R := R*I; I := I + 1 end) =

= sem_S(R := 1) ● sem_S(I := 2; while N + 3 > I do begin R := R*I; I := I + 1 end) =

= sem_S(R := 1) ● sem_S(I := 2) ● sem_S(while N + 3 > I do begin R := R*I; I := I + 1 end) =

= AS^R(sem_A(1)) ● AS^I(sem_A(2)) ● sem_S(while N + 3 > I do begin R := R*I; I := I + 1 end) =

= $AS^R(\overline{1})$ ● $AS^I(\overline{2})$ ● sem_S(while N + 3 > I do begin R := R*I; I := I + 1 end) =

= $AS^R(\overline{1})$ ● $AS^I(\overline{2})$ ● WH(sem_B(N + 3 > I), sem_S(begin R := R*I; I := I + 1 end)) =

= $AS^R(\overline{1})$ ● $AS^I(\overline{2})$ ● WH(sem_B(N + 3 > I), sem_S(R := R*I; I := I + 1)) =

= $AS^R(\overline{1})$ ● $AS^I(\overline{2})$ ● WH(S^2(gr, sem_A(N + 3), sem_A(I)), sem_S(R := R*I; I := I + 1)) =

= $AS^R(\overline{1})$ ● $AS^I(\overline{2})$ ● WH(S^2(gr, sem_A(N + 3), sem_A(I)), sem_S(R := R*I) ● sem_S(I := I + 1)) =

= $AS^R(\overline{1})$ ● $AS^I(\overline{2})$ ● WH(S^2(gr, sem_A(N + 3), I⇒), sem_S(R := R*I) ● sem_S(I := I + 1)) =

= $AS^R(\overline{1})$ ● $AS^I(\overline{2})$ ● WH(S^2(gr, sem_A(N + 3), I⇒), AS^R(sem_A(R*I)) ● AS^I(sem_A(I + 1))) =

= $AS^R(\overline{1})$ ● $AS^I(\overline{2})$ ● WH(S^2(gr, S^2(add, sem_A(N), sem_A(3)), I⇒), AS^R(sem_A(R*I)) ● AS^I(S^2(add, sem_A(I), sem_A(1)))) =

= $AS^R(\bar{1})$ ● $AS^I(\bar{2})$ ● WH(S^2(gr, S^2(add, sem_A(N),sem_A(3)), I⇒), AS^R(S^2(mult, sem_A(R), sem_A(I))) ● AS^I(S^2(add, sem_A(I), sem_A(1)))) =

= $AS^R(\bar{1})$ ● $AS^I(\bar{2})$ ● WH(S^2(gr, S^2(add, N⇒, sem_A(3)), I⇒), AS^R(S^2(mult, R⇒, I⇒)) ● AS^I(S^2(add, I⇒, sem_A(1)))) =

= $AS^R(\bar{1})$ ● $AS^I(\bar{2})$ ● WH(S^2(gr, S^2(add, N⇒, $\bar{3}$), I⇒), AS^R(S^2(mult, R⇒, I⇒)) ● AS^I(S^2(add, I⇒, $\bar{1}$)))

⑥ Нехай вхідні дані $st = [N \mapsto n]$
Якщо виконається K ітерацій $(K \geq 0)$
циклу отримаємо стан
$[N \mapsto n, R \mapsto (K+1)!, I \mapsto K+2]$

База індукції: $st_0 = [N \mapsto n, R \mapsto 1, I \mapsto 2]$
Виконується, бо
$AS^R(\bar{1}) \circ AS^I(\bar{2})(st) = AS^I(\bar{2})(AS^R(\bar{1})(st)) =$
$= AS^I(\bar{2})(st \nabla [R \mapsto \bar{1}(st)]) =$
$= AS^I(\bar{2})(st \nabla [R \mapsto 1]) =$
$= AS^I(\bar{2})([N \mapsto n, R \mapsto 1]) =$
$= [N \mapsto n, R \mapsto 1] \nabla [I \mapsto 2] =$
$= [N \mapsto n, R \mapsto 1, I \mapsto 2]$

Крок індукції:
Припустимо, що для K вірно,
доведемо для $K+1$:
Застосуємо тіло циклу до
$st_K = [N \mapsto n, R \mapsto (K+1)!, I \mapsto K+2]$
$st_{K+1} = AS^R(S^2(mult, R\Rightarrow, I\Rightarrow)) \circ AS^I(S^2(add,$
$I\Rightarrow, \bar{1}))(st_K) = AS^I(S^2(add, I\Rightarrow, \bar{1}))(AS^R(S^2(mult,$
$R\Rightarrow, I\Rightarrow))(st_K))$
$st_K' = AS^R(S^2(mult, R\Rightarrow, I\Rightarrow))(st_K) =$
$= st_K \nabla [R \mapsto S^2(mult, R\Rightarrow, I\Rightarrow)(st_K)] =$
$= st_K \nabla [R \mapsto mult(R\Rightarrow(st_K), I\Rightarrow(st_K))] =$
$= st_K \nabla [R \mapsto mult((K+1)!, K+2)] =$
$= st_K \nabla [R \mapsto (K+2)!] =$
$= [N \mapsto n, R \mapsto (K+2)!, I \mapsto K+2]$

$st_{k+1} = AS^I(S^2(add, I\Rightarrow, \bar{1}))(st_k') =$
$= st_k' \triangledown [I \mapsto S^2(add, I\Rightarrow, \bar{1})(st_k')] =$
$= st_k' \triangledown [I \mapsto add(I\Rightarrow(st_k'), \bar{1}(st_k'))] =$
$= st_k' \triangledown [I \mapsto add(k+2, 1)] =$
$= st_k' \triangledown [I \mapsto k+3] =$
$= [N \mapsto n, R \mapsto (k+2)!, I \mapsto k+3] =$
$= [N \mapsto n, R \mapsto ((k+1)+1)!, I \mapsto (k+1)+2]$ (5)

Крок індукції доведено.
Твердження індукції виконується,
отже програма частково коректна.

Покажемо повну коректність.
Умова виходу з циклу:
$f_6 = S^2(gr, S^2(add, N\Rightarrow, \bar{3}), I\Rightarrow)$
якщо цикл закінчився після k кроків,
то $f_6(st_k) = false$
$f_6(st_k) = S^2(gr, S^2(add, N\Rightarrow, \bar{3}), I\Rightarrow)(st_k) =$
$= gr(S^2(add, N\Rightarrow, \bar{3})(st_k), I\Rightarrow(st_k)) =$
$= gr(add(N\Rightarrow(st_k), \bar{3}(st_k)), I\Rightarrow(st_k)) =$
$= gr(add(n, 3), k+2) = gr(n+3, k+2)$
$gr(n+3, k+2) = false$, тобто $n+3 \le k+2$
$k \ge n+1$

На кроці k−1 цикл виконувався,
а отже $f_6(st_{k-1}) = true$
Аналогічно обраховуємо $f_6(st_{k-1})$ і отримуємо: $f_6(st_{k-1}) = gr(add(N\Rightarrow(st_{k-1}),$
$\bar{3}(st_{k-1})), I\Rightarrow(st_{k-1})) = gr(n+3, k+1)$
$gr(n+3, k+1) = true$, тобто $n+3 > k+1$
$k < n+2$

Отже $k = n+1$, тоді оскільки
$st_k = [N \mapsto n, R \mapsto (k+1)!, I \mapsto k+2]$,
то в R після закінчення циклу
буде записано значення $(n+2)!$,
що й треба було довести.

(5) З повної коректності програми
випливає, що для значення
$n=2$, програма також буде
коректно працювати і в
змінній R буде записано
значення $(n+2)! = 4! = 24$