공간 좌표 변환의 원리 실습

Fast campus

3D 변환 행렬

X-Rotation in 3D

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\phi & -\sin\phi & 0 \\ 0 & \sin\phi & \cos\phi & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Z-Rotation in 3D

$$\begin{bmatrix} \cos\phi & -\sin\phi & 0 & 0 \\ \sin\phi & \cos\phi & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Scale in 3D

$$\begin{bmatrix} Sx & 0 & 0 & 0 \\ 0 & Sy & 0 & 0 \\ 0 & 0 & Sz & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

(4x4)*(4x1) = (4x1)

Y-Rotation in 3D

$$\begin{bmatrix} \cos\phi & 0 & \sin\phi & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sin\phi & 0 & \cos\phi & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Translation in 3D

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & Tx \\ 0 & 1 & 0 & Ty \\ 0 & 0 & 1 & Tz \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Matrix Multiplication

$$\begin{bmatrix} a & b & c & d \\ e & f & g & h \\ i & j & k & l \\ m & n & o & p \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \\ q \end{bmatrix}$$

좌표 변환

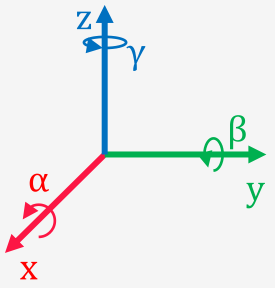
좌표계 {A}에 대하여 $\hat{x}_A$축을 기준으로 $60°$ 만큼 회전하고 원점이
$\hat{x}_A, \hat{y}_A, \hat{z}_A$방향으로 각각 7, 3, 5씩 이동한 좌표계를 {B}라고 하자.
${}^{B}\mathbf{p} = [5 \quad 9 \quad 1]^T$으로 표시된 점 P의 좌표계 {A}에 대한 표현${}^{A}\mathbf{p}$ 를 구하라.

$${}^{A}\mathbf{p} = {}^{A}_{B}\mathbf{T}\,{}^{B}\mathbf{p}$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 7 \\ 0 & \cos 60^{\circ} & -\sin 60^{\circ} & 3 \\ 0 & \sin 60^{\circ} & \cos 60^{\circ} & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 5 \\ 9 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

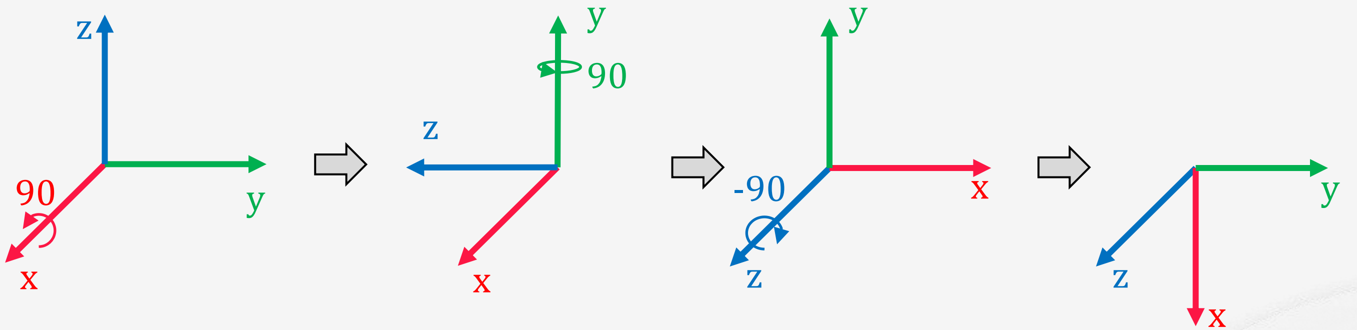
$$\Rightarrow \ {}^{A}\mathbf{p} = \begin{bmatrix} 12.0 \\ 6.63 \\ 13.29 \\ 1 \end{bmatrix}$$

고정 좌표계 회전 변환 & 이동 좌표계 회전 변환

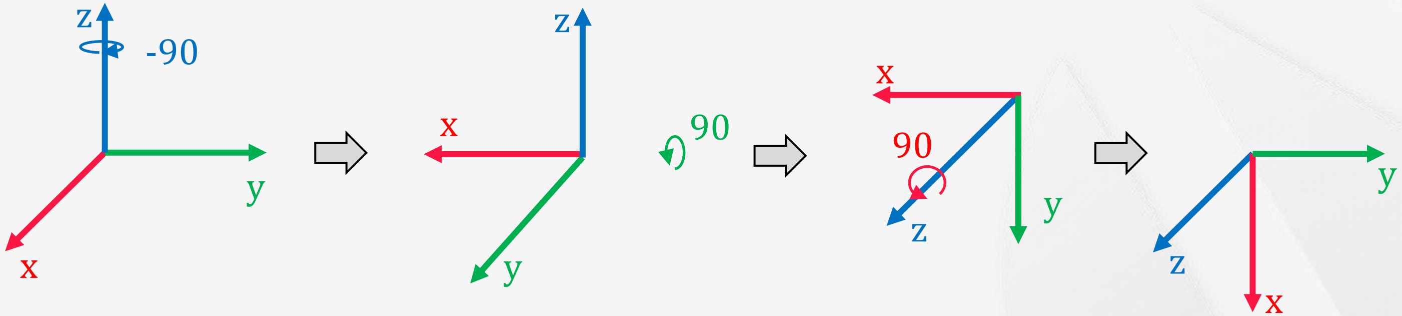


이동 좌표계 ↓
① X축 기준으로 90도 만큼 회전
② Y축 기준으로 90도 만큼 회전
③ Z축 기준으로 -90도 만큼 회전
↑ 고정 좌표계

- 이동 좌표계



- 고정 좌표계

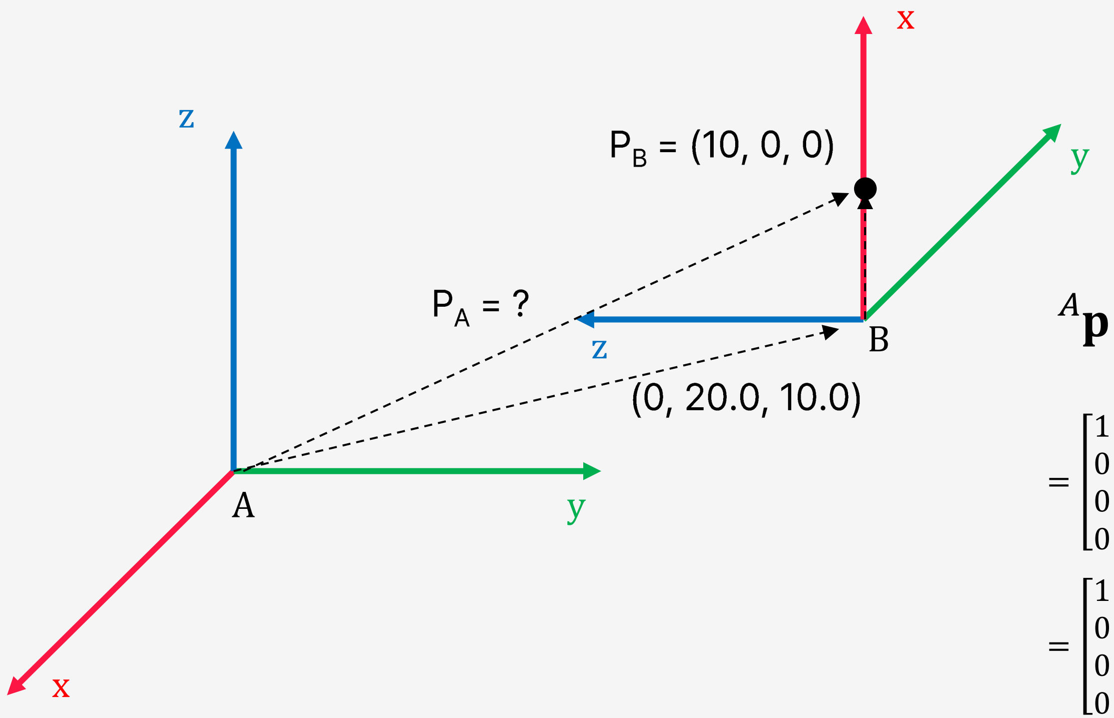


같음

- 이동 좌표계
  ① X축 기준으로 α 만큼 회전
  ② Y축 기준으로 β 만큼 회전
  ③ Z축 기준으로 γ 만큼 회전
- 고정 좌표계
  ① Z축 기준으로 γ 만큼 회전
  ② Y축 기준으로 β 만큼 회전
  ③ X축 기준으로 α 만큼 회전

같음

고정 좌표계 회전 변환 & 이동 좌표계 회전 변환



① 회전
- 고정 기준 : x방향 90도, y방향 -90도
- 이동 기준 : x방향 90도, z방향 90도

② 이동
- (0, 20, 10) 만큼 이동

$$^{A}\mathbf{p} = {}^{A}_{B}\mathbf{T}\,{}^{B}\mathbf{p}$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 20 \\ 0 & 0 & 1 & 10 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos -90^\circ & 0 & \sin -90^\circ & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sin -90^\circ & 0 & \cos -90^\circ & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos 90^\circ & -\sin 90^\circ & 0 \\ 0 & \sin 90^\circ & \cos 90^\circ & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 10 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 20 \\ 0 & 0 & 1 & 10 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos 90^\circ & -\sin 90^\circ & 0 \\ 0 & \sin 90^\circ & \cos 90^\circ & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos 90^\circ & -\sin 90^\circ & 0 & 0 \\ \sin 90^\circ & \cos 90^\circ & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 10 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 0 \\ 20 \\ 20 \\ 1 \end{bmatrix}$$