

2-4 로봇 동역학



강의 요약

01

Forward Kinematics

기하학적 기법

DH 파라미터 기법

02

Inverse Kinematics

해석적 기법

수치적 기법

03

Jacobian

"변화량"

$$J(\mathbf{q}) = \frac{\partial \mathbf{p}}{\partial \mathbf{q}}$$

04

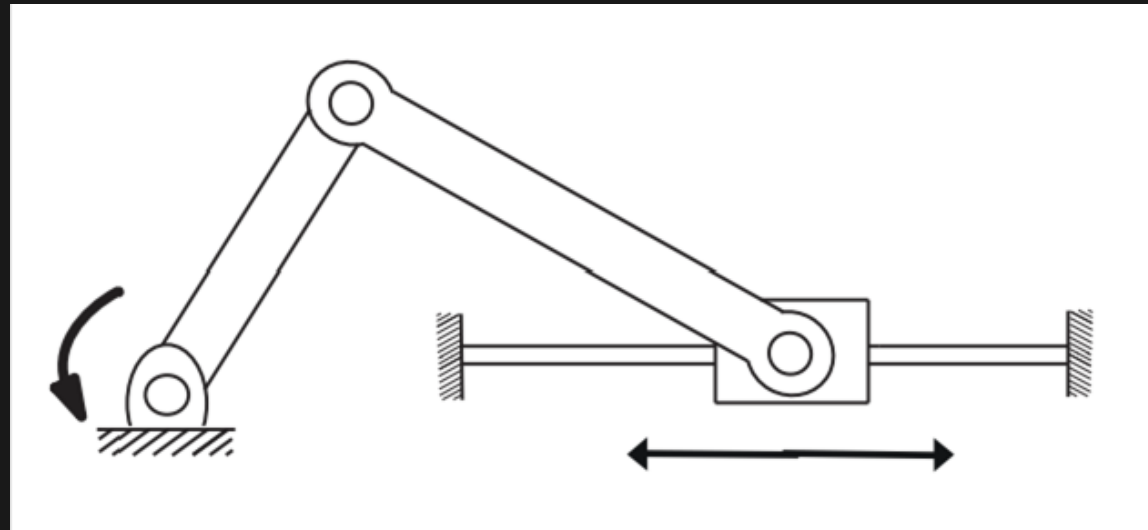
Pick & Place

IK 를 활용하여 pick & place

문제의 goal state로 정의

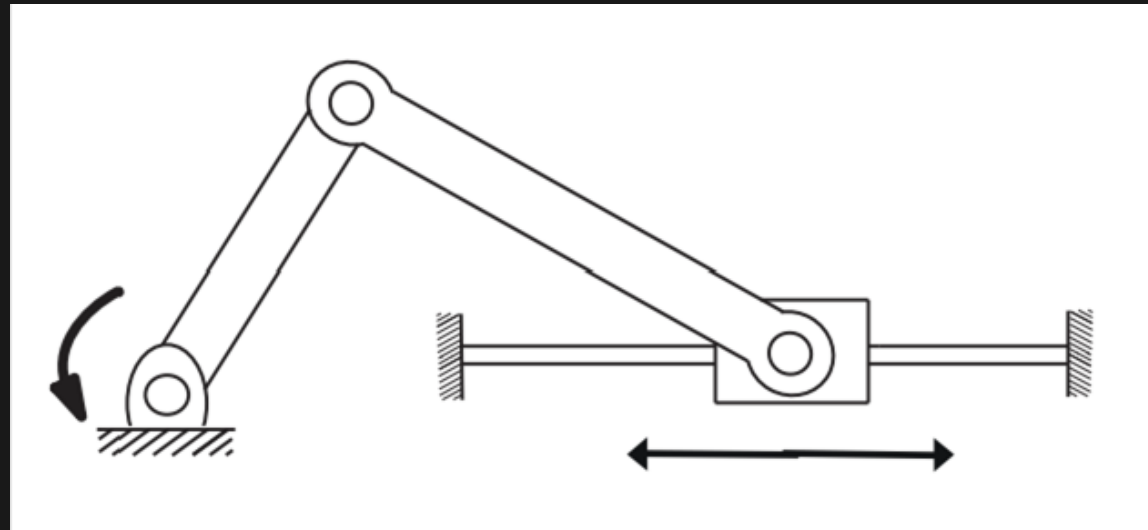
로봇 동역학 (다이나믹스, Dynamics)

- 동역학 (Dynamics) vs. 기구학 (Kinematics)



로봇 동역학 (다이나믹스, Dynamics)

- 동역학 (Dynamics) vs. 기구학 (Kinematics)



- 기구학: 위치, 속도, 가속도만 고려 → 힘 고려 X
- 동역학: 힘(force), 토크(torque)까지 고려 → 물리 법칙 포함

로봇 동역학 (다이나믹스, Dynamics)

- 위치, 속도, 가속도

위치 $x(t)$, 속도 $\dot{x}(t)$, 가속도 $\ddot{x}(t)$

$$x(t) = t^2 \Rightarrow \dot{x}(t) = 2t, \ddot{x}(t) = 2$$

로봇 동역학 (다이나믹스, Dynamics)

- 위치, 속도, 가속도

위치 $x(t)$, 속도 $\dot{x}(t)$, 가속도 $\ddot{x}(t)$

$$x(t) = t^2 \Rightarrow \dot{x}(t) = 2t, \ddot{x}(t) = 2$$

- 뉴턴 제 2 법칙

$$F = ma$$

로봇 동역학 (다이나믹스, Dynamics)

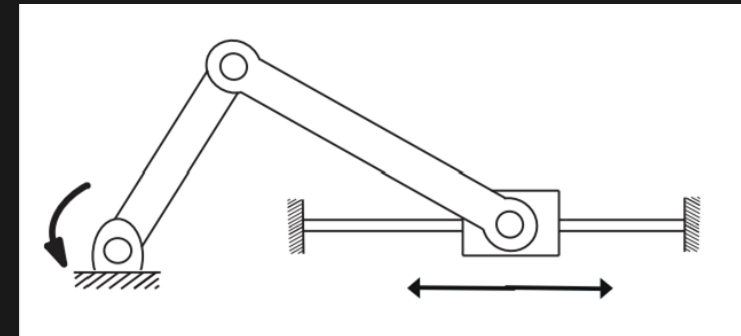
- 위치, 속도, 가속도

위치 $x(t)$, 속도 $\dot{x}(t)$, 가속도 $\ddot{x}(t)$

$$x(t) = t^2 \Rightarrow \dot{x}(t) = 2t, \ddot{x}(t) = 2$$

- 뉴턴 제 2 법칙

$$F = ma$$



로봇 동역학 (다이나믹스, Dynamics)

- 위치, 속도, 가속도

위치 $x(t)$, 속도 $\dot{x}(t)$, 가속도 $\ddot{x}(t)$

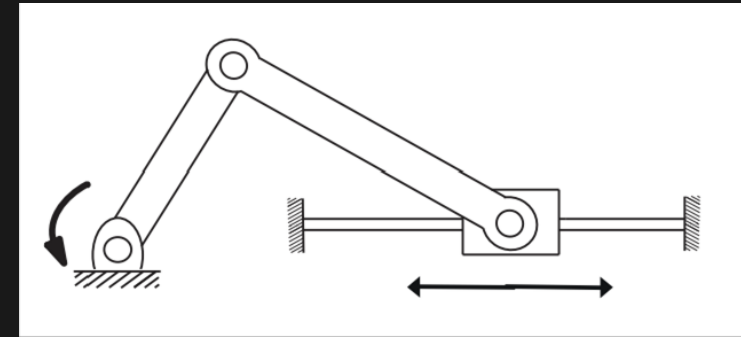
$$x(t) = t^2 \Rightarrow \dot{x}(t) = 2t, \ddot{x}(t) = 2$$

- 뉴턴 제 2 법칙

$$F = ma$$

- 로봇 시스템 모델링

상태(state) 정의: $x = [q, \dot{q}]$



로봇 동역학 (다이나믹스, Dynamics)

- 위치, 속도, 가속도

위치 $x(t)$, 속도 $\dot{x}(t)$, 가속도 $\ddot{x}(t)$

$$x(t) = t^2 \Rightarrow \dot{x}(t) = 2t, \ddot{x}(t) = 2$$

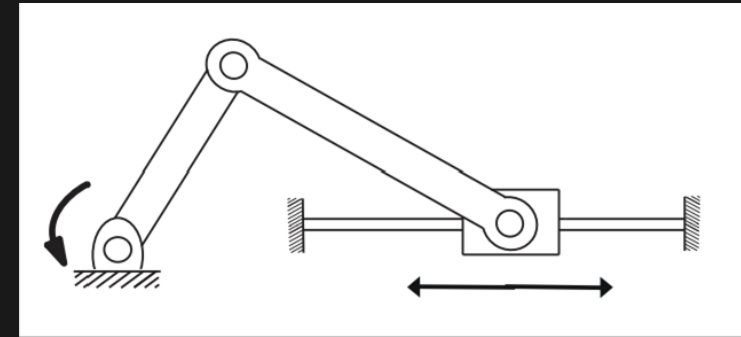
- 뉴턴 제 2 법칙

$$F = ma$$

- 로봇 시스템 모델링

상태(state) 정의: $x = [q, \dot{q}]$

입력(input): $u = \tau$ (토크)



로봇 동역학 (다이나믹스, Dynamics)

- 위치, 속도, 가속도

위치 $x(t)$, 속도 $\dot{x}(t)$, 가속도 $\ddot{x}(t)$

$$x(t) = t^2 \Rightarrow \dot{x}(t) = 2t, \ddot{x}(t) = 2$$

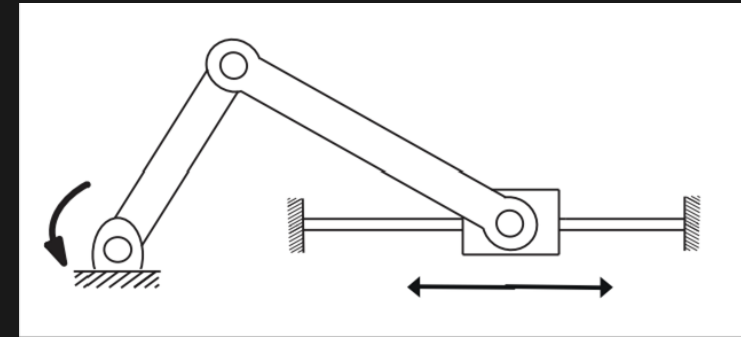
- 뉴턴 제 2 법칙

$$F = ma$$

- 로봇 시스템 모델링

상태(state) 정의: $x = [q, \dot{q}]$

입력(input): $u = \tau$ (토크)



$$\dot{x} = f(x, u)$$

가정) Plant dynamics 는 알려져 있음

로봇 동역학 (다이나믹스, Dynamics)

- 제약 조건 (Constraints)

로봇의 특성에 따라: 최대 속도, 최대 조향각 등

작업의 특성에 따라: 안전 거리, 안전 속도 등

$$\dot{x} = f(x, u)$$

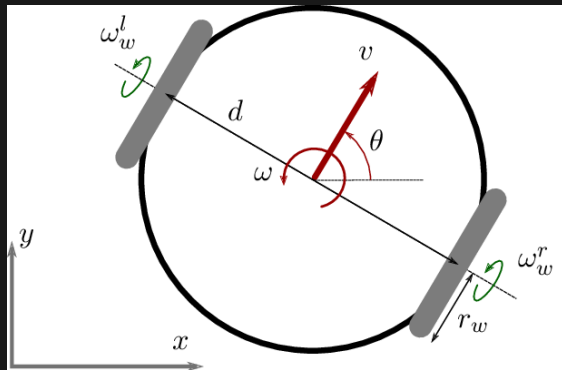
$$\text{속도 제한: } v_{\min} \leq v \leq v_{\max}$$

$$\text{조향각 제한: } |\delta| \leq \delta_{\max}$$

$$\text{가속도 제한: } |a| \leq a_{\max}$$

로봇 동역학 (다이나믹스, Dynamics)

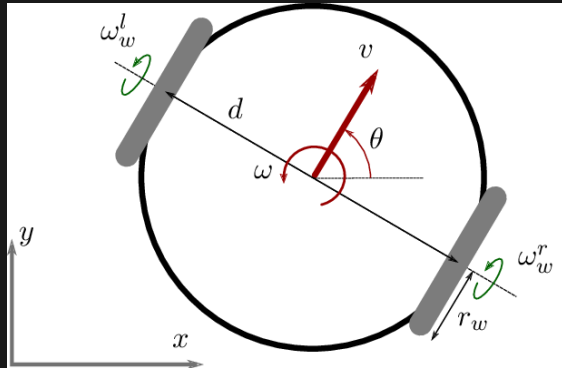
- 예시: Differential Drive 로봇



$$x = \begin{bmatrix} x \\ y \\ \theta \\ v \\ \omega \end{bmatrix}$$

로봇 동역학 (다이나믹스, Dynamics)

- 예시: Differential Drive 로봇

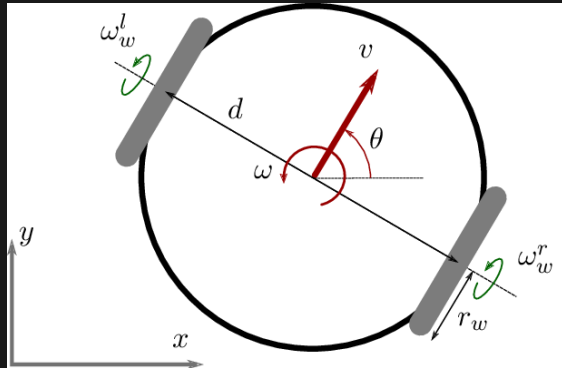


$$x = \begin{bmatrix} x \\ y \\ \theta \\ v \\ \omega \end{bmatrix}$$

$$u = \begin{bmatrix} F_L \\ F_R \end{bmatrix}$$

로봇 동역학 (다이나믹스, Dynamics)

- 예시: Differential Drive 로봇



$$x = \begin{bmatrix} x \\ y \\ \theta \\ v \\ \omega \end{bmatrix}$$

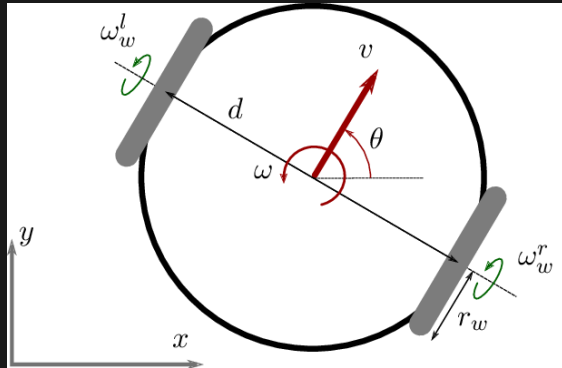
$$u = \begin{bmatrix} F_L \\ F_R \end{bmatrix}$$

$$\dot{x} = f(x, u)$$

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{\theta} \\ \dot{v} \\ \dot{\omega} \end{bmatrix}$$

로봇 동역학 (다이나믹스, Dynamics)

- 예시: Differential Drive 로봇



$$x = \begin{bmatrix} x \\ y \\ \theta \\ v \\ \omega \end{bmatrix}$$

$$u = \begin{bmatrix} F_L \\ F_R \end{bmatrix}$$

$$\dot{x} = f(x, u)$$

$$f(x, u) = \begin{bmatrix} v \cos \theta \\ v \sin \theta \\ \omega \\ \frac{1}{m} (F_L + F_R) \\ \frac{d}{2I_z} (F_R - F_L) \end{bmatrix}$$

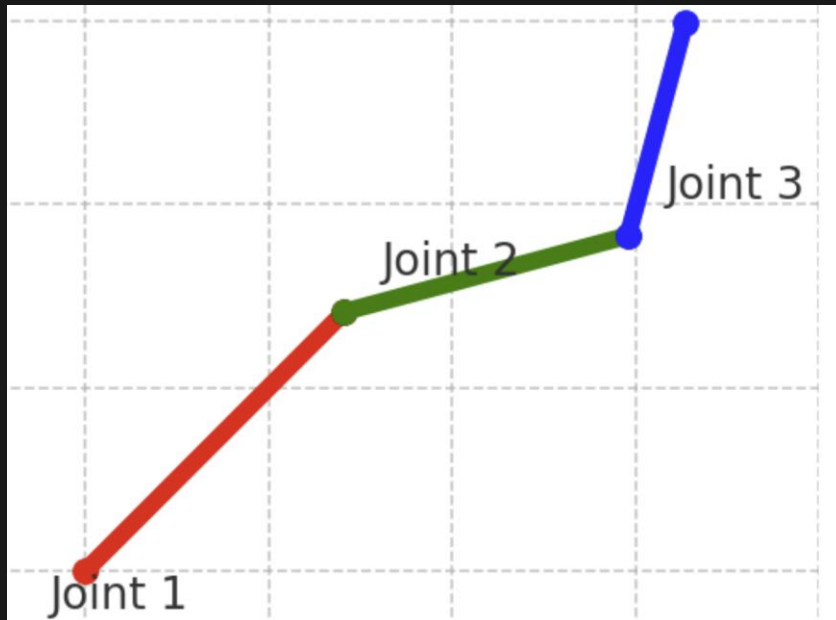
$$\dot{x} = \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{\theta} \\ \dot{v} \\ \dot{\omega} \end{bmatrix}$$

로봇 동역학 (다이나믹스, Dynamics)

- Multi-body 다이나믹스

예시) 로봇팔

$$\dot{x} = f(x, u)$$



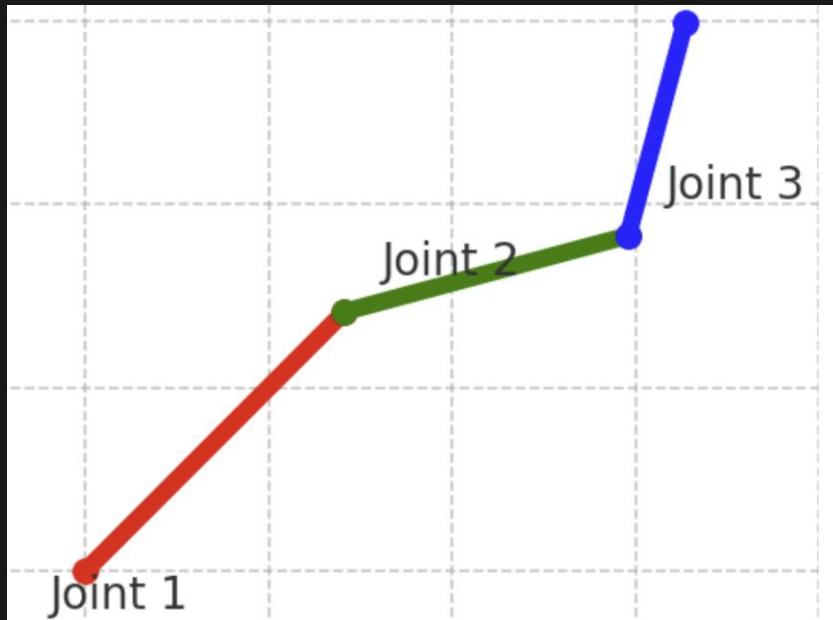
이전 링크가 다음 링크의 상태를 결정함 (연쇄작용)

로봇 동역학 (다이나믹스, Dynamics)

- Multi-body 다이나믹스

예시) 로봇팔

$$\dot{x} = f(x, u)$$



$$\tau = \begin{bmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \\ \tau_3 \end{bmatrix}, \quad q = \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \end{bmatrix}, \quad \dot{q} = \begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \\ \dot{q}_3 \end{bmatrix}, \quad \ddot{q} = \begin{bmatrix} \ddot{q}_1 \\ \ddot{q}_2 \\ \ddot{q}_3 \end{bmatrix}$$

로봇 동역학 (다이나믹스, Dynamics)

- Multi-body 다이나믹스

예시) 로봇팔

$$\dot{x} = f(x, u)$$



$$\tau = \begin{bmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \\ \tau_3 \end{bmatrix}, \quad q = \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \end{bmatrix}, \quad \dot{q} = \begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \\ \dot{q}_3 \end{bmatrix}, \quad \ddot{q} = \begin{bmatrix} \ddot{q}_1 \\ \ddot{q}_2 \\ \ddot{q}_3 \end{bmatrix}$$

$$M(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + g(q) = \tau$$

로봇 동역학 (다이나믹스, Dynamics)

- Multi-body 다이나믹스

예시) 로봇팔

$$\dot{x} = f(x, u)$$



$$\tau = \begin{bmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \\ \tau_3 \end{bmatrix}, \quad q = \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \end{bmatrix}, \quad \dot{q} = \begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \\ \dot{q}_3 \end{bmatrix}, \quad \ddot{q} = \begin{bmatrix} \ddot{q}_1 \\ \ddot{q}_2 \\ \ddot{q}_3 \end{bmatrix}$$

$$M(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + g(q) = \tau$$

$M(q)\ddot{q}$: 관절을 가속시키는 토크

$C(q, \dot{q})\dot{q}$: 회전 관성 및 원심력에 맞서는 토크

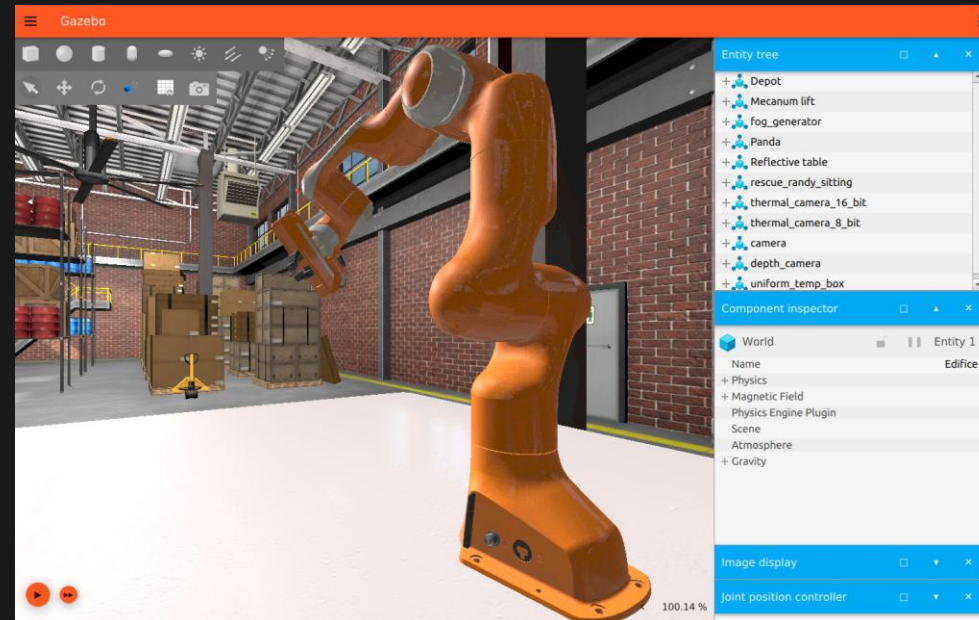
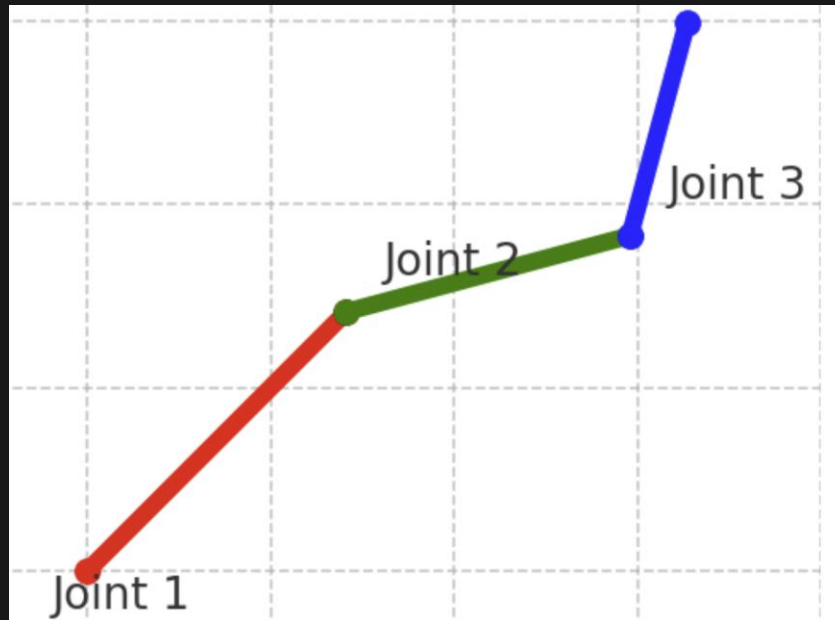
$g(q)$: 중력에 맞서는 토크

로봇 동역학 (다이나믹스, Dynamics)

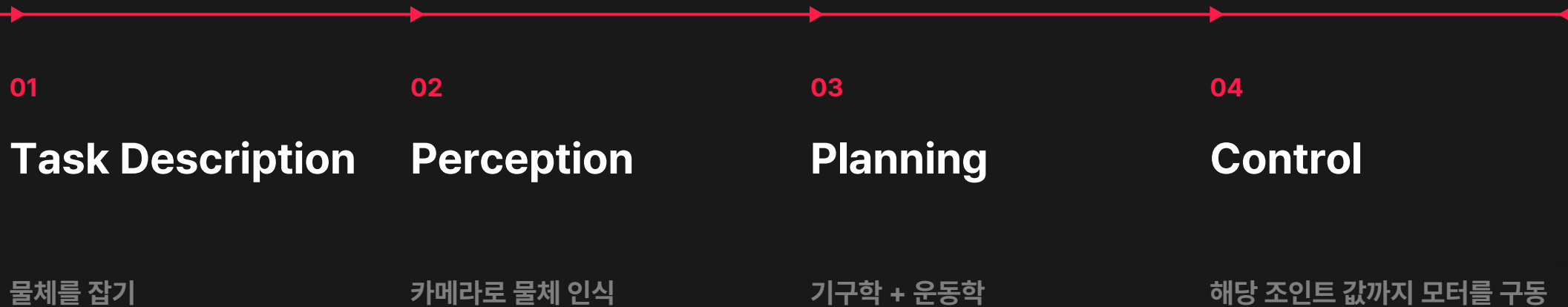
- Multi-body 다이나믹스

예시) 로봇팔

$$\dot{x} = f(x, u)$$



로봇 동역학 (다이나믹스, Dynamics)



강의 요약

01

기구학 vs.
동역학

02

로봇 상태
(State)

03

$$\dot{x} = f(x, u)$$

04

$$F = ma$$

$$\tau = I \alpha$$