정기구학 및 역기구학 실습

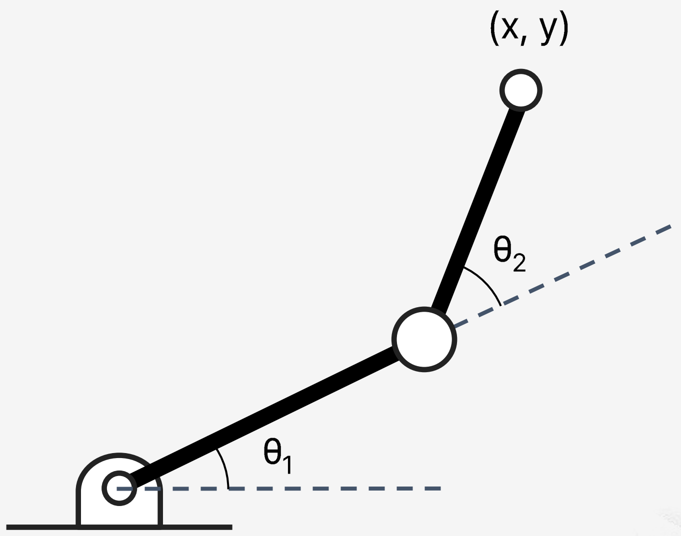
2-DOF 평면 로봇팔의 정기구학

2개의 회전 관절을 가진 로봇팔이 있고, 링크의 길이는 다음과 같다.

- 첫 번째 링크: L_1=10 cm
- 두 번째 링크: L_2=7cm

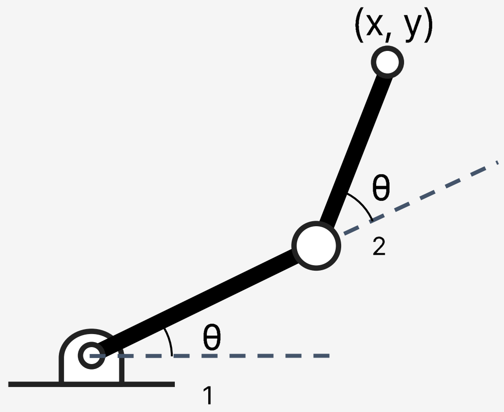
각 관절의 회전 각도는 다음과 같습니다.

- 첫 번째 관절: θ_1=30º
- 두 번째 관절: θ_2=45º



DH 파라미터

링크	a_i	α_i	D_i	θ_i
1	10	0	0	30
2	7	0	0	45



DH 파라미터를 활용한 변환 행렬

$$
{}^{n-1}T_n = \left[\begin{array}{ccc|c}
\cos\theta_n & -\sin\theta_n\cos\alpha_n & \sin\theta_n\sin\alpha_n & r_n\cos\theta_n \\
\sin\theta_n & \cos\theta_n\cos\alpha_n & -\cos\theta_n\sin\alpha_n & r_n\sin\theta_n \\
0 & \sin\alpha_n & \cos\alpha_n & d_n \\
\hline
0 & 0 & 0 & 1
\end{array}\right]
$$

3-DOF 로봇팔의 정기구학

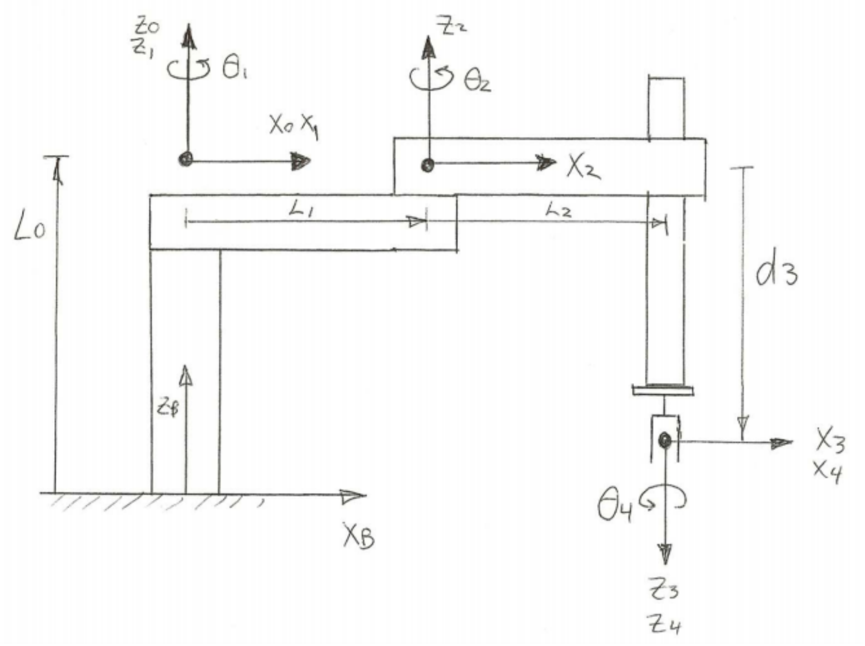
2개의 회전 관절을 가진 로봇팔이 있고, 링크의 길이는 다음과 같다.

- 첫 번째 링크: L_1= 5cm
- 두 번째 링크: L_2= 8cm
- 세 번째 링크: L_3 =6cm

각 관절의 회전 각도는 다음과 같습니다.

- 첫 번째 관절: $\theta_{1,z}$ = 60º
- 두 번째 관절: $\theta_{2,x}$ = -30º
- 세 번째 관절: $\theta_{3,x}$ = 45º

4-dof spatial RRPR Adept SCARA Robot Model



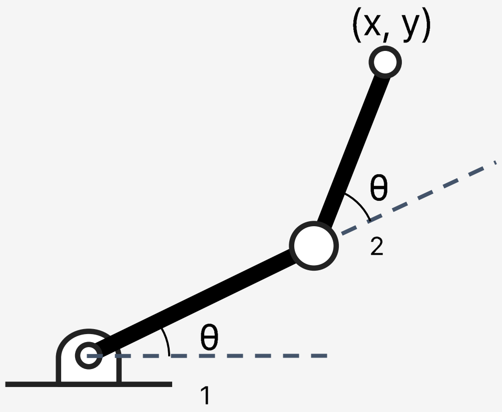
i	α_{i-1}	a_{i-1}	d_i	θ_i
1	0	0	0	θ_1
2	0	L_1	0	θ_2
3	180°	L_2	d_3	0
4	0	0	0	θ_4

Adept SCARA robot joint limits:

$\theta_1 = \pm 100^\circ$ $\theta_2 = \pm 140^\circ$ $d_3 = [0.178, 0.378]$ $\theta_4 = \pm 360^\circ$

DH 파라미터

링크	a_i	α_i	D_i	θ_i
1	10	0	0	30
2	7	0	0	45



DH 파라미터를 활용한 변환 행렬

$$
{}^{n-1}T_n = \left[\begin{array}{ccc|c} \cos\theta_n & -\sin\theta_n\cos\alpha_n & \sin\theta_n\sin\alpha_n & r_n\cos\theta_n \\ \sin\theta_n & \cos\theta_n\cos\alpha_n & -\cos\theta_n\sin\alpha_n & r_n\sin\theta_n \\ 0 & \sin\alpha_n & \cos\alpha_n & d_n \\ \hline 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right]
$$

개요

머니퓰레이터

- 목적에 따라 다수의 링크와 관절이 직렬 또는 병렬로 연결되어 다자유도의 운동을 구현

말단장치(end-effector)

- 머니퓰레이터의 마지막 링크에 연결되어 구체적인 임무를 수행

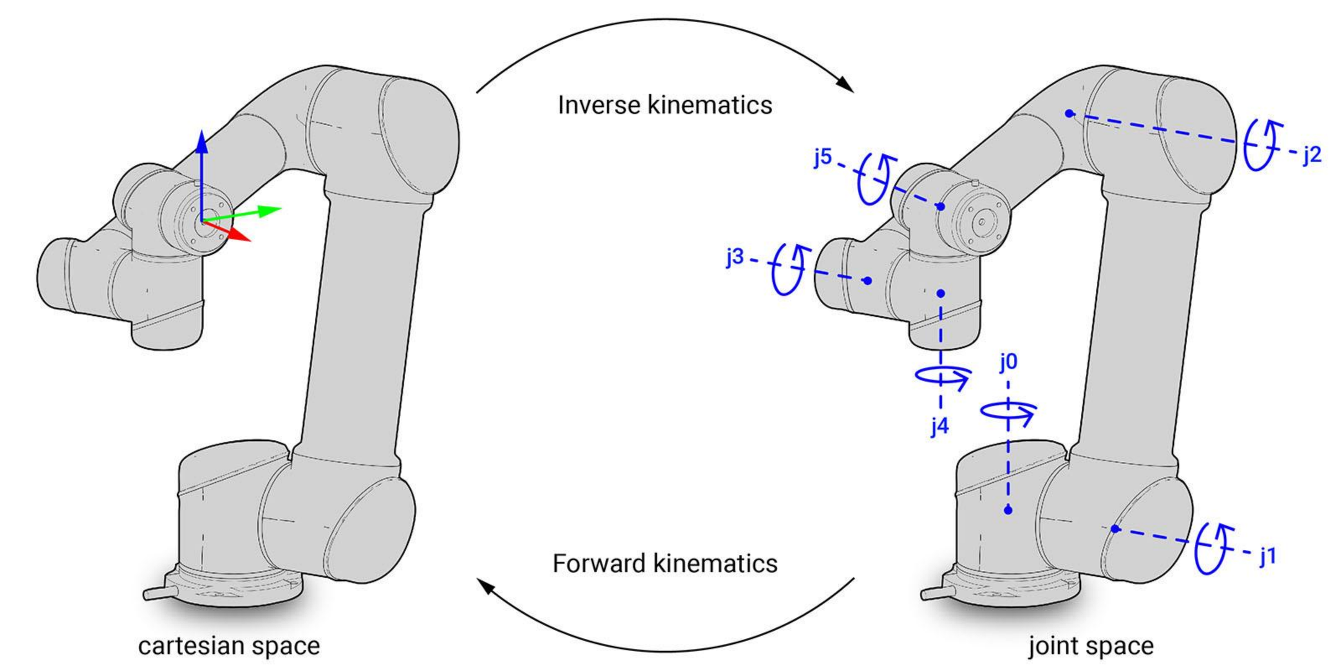
말단장치(end-effector)의 위치와 방위

- 작업자에게 제일 중요한 고려사항
- 직교 좌표계 값으로 설정
- 각 관절에 부착된 모터의 적절한 구동으로 구현

말단 장치의 위치 및 자세를 나타내는 직각 좌표로 표현된 변수들과 각 관절의 회전량(또는 직동 관절의 경우 직선 이동거리)을 나타내는 관절변수들 사이의 관계를 파악해야 함

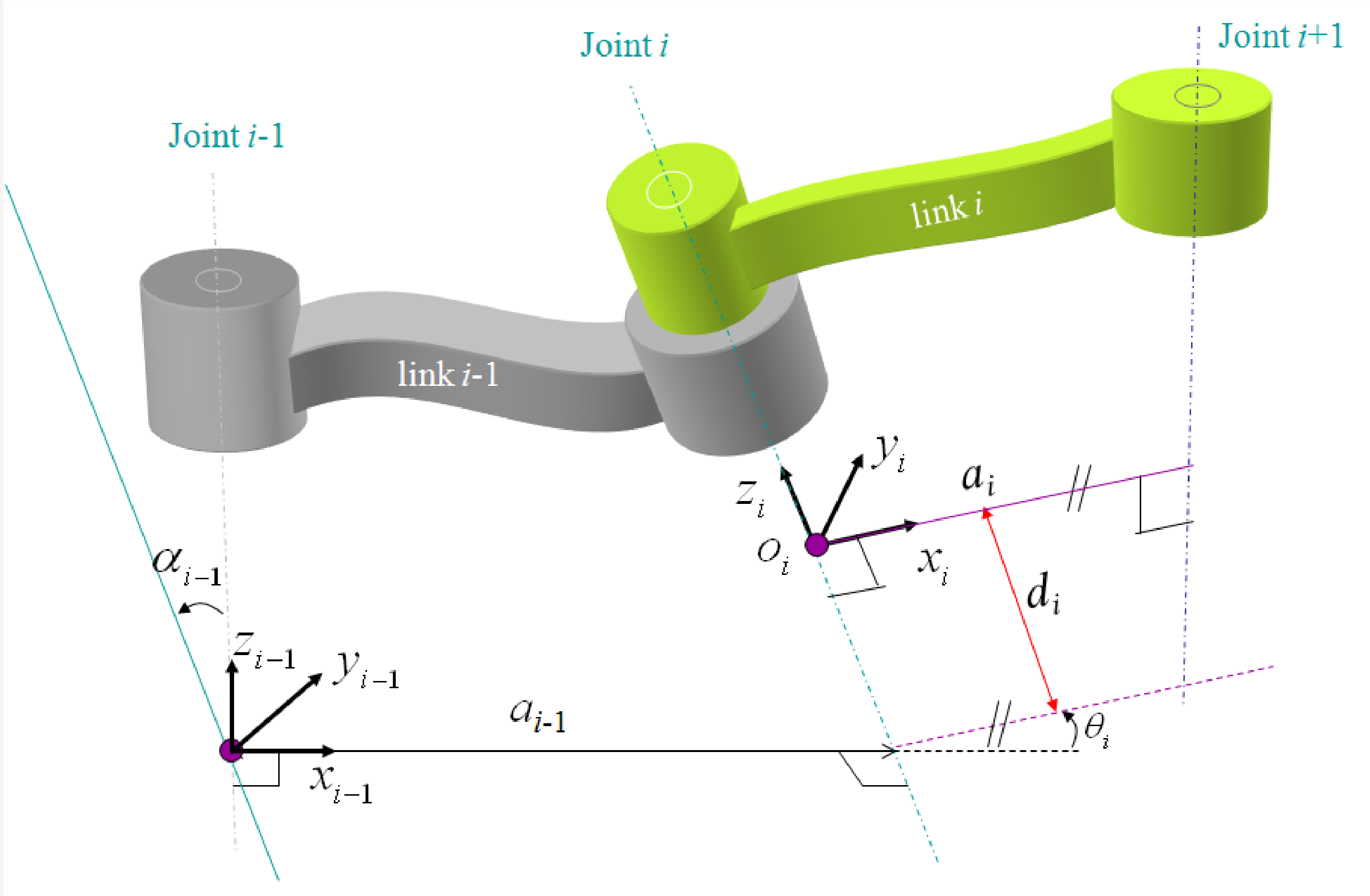
개요

- **정기구학(forward kinematics)**
- 주어진 머니퓰레이터의 관절변수 값의 조합에 의해서 만들어지는 머니퓰레이터 말단장치의 위치와 방위를 구하여 직교좌표 값으로 표현하는 문제
- **역기구학(inverse kinematics)**
- 말단장치의 목표 위치와 방위를 만들어 내기 위해 필요한 관절변수 값의 조합을 찾아내는 것



머니퓰레이터 좌표계 설정 및 링크 인자

Denavit-Hartenberg 규약을 이용한 좌표계와 링크 인자



머니퓰레이터 좌표계 설정 및 링크 인자

링크 인자

- 링크 자체의 형상과 인접 링크들과의 상대 관계를 나타냄

링크 길이 a_{i-1}	x_{i-1} 축을 따라서 측정한 z_{i-1} 축과 z_i 축 사이의 거리
링크 뒤틀림 각 α_{i-1}	x_{i-1} 축을 중심으로 측정한 z_{i-1} 축과 z_i 축 사이의 각도
링크 오프셋 d_i	z_i 축을 따라서 측정한 x_{i-1} 축과 x_i 축 사이의 거리
관절 각 θ_i	z_i 축을 중심으로 측정한 x_{i-1} 축과 x_i 축 사이의 각도

$$\left.\begin{array}{ll} \text{관절 각} & \theta_i \\ \text{링크 오프셋} & d_i \end{array}\right\} \Rightarrow \text{관절변수(joint variable)} \quad q_i$$

머니퓰레이터 좌표계 설정 및 링크 인자

좌표계 { *i*-1}을

- x_{i-1} 축을 중심으로 각도 만큼 회전한 후
- x_{i-1} 축을 따라서 거리 만큼 이동한 후
- z_i 축을 중심으로 각도 만큼 회전한 후
- z_i 축을 따라서 거리 만큼 이동

➔ { *i* }와 { *i*-1} 일치됨

두 링크 사이의 상대 관계

- 네 단계의 상대변환
- { *i* }와 { *i*-1} 일치됨
- 각 단계의 변환행렬을 앞에서부터 순차적으로 곱하면

$$
\begin{aligned}
{}^{i-1}_{\;\;i}T &= T_R(x_{i-1},\alpha_{i-1})\,T_{trans}(x_{i-1},a_{i-1})\,T_{trans}(z_i,d_i)\,T_R(z_i,\theta_i) \\
&= T_{trans}(x_{i-1},a_{i-1})T_R(x_{i-1},\alpha_{i-1})T_R(z_i,\theta_i)T_{trans}(z_i,d_i)
\end{aligned}
$$

동일한 축에 대한 변환
(교환법칙 성립)

$$
\boxed{= \begin{bmatrix} c\theta_i & -s\theta_i & 0 & a_{i-1} \\ s\theta_i c\alpha_{i-1} & c\theta_i c\alpha_{i-1} & -s\alpha_{i-1} & -s\alpha_{i-1}d_i \\ s\theta_i s\alpha_{i-1} & c\theta_i s\alpha_{i-1} & c\alpha_{i-1} & c\alpha_{i-1}d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}}
= \begin{bmatrix} R & r \\ 0 & 1 \end{bmatrix}
$$

R과 r :
두 링크 *i-1*과 *i* 사이의 상대
회전량과 상대거리(변위)

정 기구학 (Forward Kinematics)

N-링크 머니퓰레이터 말단부의 위치 및 방위를 결정하는 정기구학

$$ {}^{0}_{N}T = {}^{0}_{1}T(q_1)\,{}^{1}_{2}T(q_2)\,{}^{2}_{3}T(q_3)\cdots{}^{N-1}_{N}T(q_N) = \begin{bmatrix} R & r \\ O & 1 \end{bmatrix} $$

- 두 링크간 상대 운동량인 (회전 관절 경우) 또는 (직동 관절 경우)를 알면 말단 장치의 머니퓰레이터 기저에 대한 상대 위치 벡터 r 및 방위를 나타내는 회전행렬 R를 직교 좌표계의 값으로 온전히 파악할 수 있게 됨

정 기구학 (Forward Kinematics)

특정한 관절 변수 값($\theta_1, \theta_2, \theta_3$)에 의해 얻어지는 머니퓰레이터 말단의 위치와 방위를 나타내는 정기구학

$$
{}^0_3T = {}^0_1T\,{}^1_2T\,{}^2_3T = \begin{bmatrix} c\theta_1 & -s\theta_1 & 0 & 0 \\ s\theta_1 & c\theta_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c\theta_2 & -s\theta_2 & 0 & L_1 \\ s\theta_2 & c\theta_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c\theta_3 & -s\theta_3 & 0 & L_2 \\ s\theta_3 & c\theta_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}
$$

$$
= \begin{bmatrix} c_{123} & -s_{123} & 0 & l_1c_1 + l_2c_{12} + l_3c_{123} \\ s_{123} & c_{123} & 0 & l_1s_1 + l_2s_{12} + l_3s_{123} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}
$$