第7章 均衡和分集

用于对抗恶劣的无线电传播环境的信号处理技术：信道编码、分集、均衡

7.1 分集

原理：设置多条携带相同信息的独立（至少是相关性很低）信道，如果一条无线传播路径中的信号经历了深度衰落，那么另一条相对独立的路径中可能包含着较强信号；可以在多径信号分量中选择多个信号，提高接收机的瞬时和平均信噪比。

分类：

1. 发送分集 / 接收分集
2. 微分集 / 宏分集
3. 空间分集 / 时间分集 / 频率分集 / 极化分集 / 角度分集

如何衡量不同信道之间的相关性？

$$
\text{假设：}\begin{cases}\text{信道}\begin{cases}WSS-US\\ \text{瑞利信道}\Leftrightarrow\text{功率服从指数分布}\\ Jakes\text{谱}\Leftrightarrow\text{到达角}\theta\sim U\left(0,2\pi\right)\end{cases}\\ \text{两条信道}\begin{cases}\text{相隔时间 }\tau\\ \text{频率间隔 }\Delta f=f_1-f_2\end{cases}\end{cases}
$$

$$
\text{则 信号的相关系数：}\rho_{xy}=\frac{J_0^2\left(k_0v\tau\right)}{1+\left(2\pi\right)^2\sigma_\tau^2\Delta f^2}\begin{cases}J_0\left(\cdot\right)\text{ 零阶贝塞尔函数}\\ \sigma_\tau\text{ 信道的均方根时延扩展}\\ k_0=\frac{2\pi}{\lambda}\text{ 信号的波数}\end{cases}
$$

（推导？）

若 发射端和接收端的相对运动速度为v，则 当空间分集的天线距离d和时间分集的时间间隔τ有$d=v\tau$关系时，空间分集和时间分集等价

7.1.2 空间分集

使用空间分集时，两个不同信道的信号的相关系数：

$$
\rho_{xy}=\frac{J_0^2\left(k_0v\tau\right)}{1+\left(2\pi\right)^2\sigma_\tau^2\Delta f^2}=\frac{J_0^2\left(\frac{2\pi}{\lambda}\cdot d\right)}{1+\left(2\pi\right)^2\sigma_\tau^2\cdot 0^2}=J_0^2\left(\frac{2\pi}{\lambda}\cdot d\right)
$$

有结论：

1. 当 $d>\frac{\lambda}{4}$ 时，相关系数 $\rho_{xy}<0.5$，可近似认为两信道之间不相关（一般标准）
2. 当 $d\approx\frac{\lambda}{2}$ 时，相关系数 $\rho_{xy}\approx 0$，故当 $d>\frac{\lambda}{2}$ 时，可认为两信道之间完全不相关

7.1.3 时间分集

使用时间分集时，两个不同信道的信号的相关系数：

$$
\rho_{xy}=\frac{J_0^2\left(k_0v\tau\right)}{1+\left(2\pi\right)^2\sigma_\tau^2\Delta f^2}=J_0^2\left(k_0v\tau\right)=J_0^2\left(2\pi f_d^{\max}\tau\right)
$$

可知：

1. 当 $\tau\geq\frac{1}{2f_d^{\max}}$ 时，可认为两个信道中的信号完全不相关
2. 当 $v=0$ 时，可知 $\rho_{xy}=J_0^2(0)=1$ 即 两个信号完全相关，时间分集失效（解释：当 $v=0$ 时，两个信号从发射端到接收端的时延一样。由WSS假设可知，两个信号经过的衰落一样，故完全相关）

时间分集的方法：重复编码、自动反馈重传、交织和编码

交织：

通过分散语音编码中的重要源比特，避免深度衰落和突发干扰

（word图）

如果突然陷入深度衰落，则影响一行的数据，即每m个数据中有一个被影响，可以通过信道编码来恢复

7.1.4 频率分集

使用频率分集时，两个不同信道的信号的相关系数：

$$\rho_{xy}=\frac{1}{1+(2\pi)^2\sigma_\tau^2\Delta f^2}$$

频率分集方法：

1. 将信号在时域上压缩，使信号经历频率选择性衰落（UWB、TDMA等）
2. 直接序列扩频、跳频（快跳）

注：在实际应用中，很少采用在不同的频段上发送同样信息的方 式，严重影响频率效率；

7.2 合并

合并：将分集接收中，具有不相关性的信号进行合并，提高接收信号接收质量的方法；

7.2.1 选择性分集 Selection Combining (SC)

选择信号的指标：接收信号强度（RSSI）、信噪比、误码率

中断概率：

$$\text{假设}\begin{cases}\text{瑞利衰落信道}\Rightarrow\text{功率服从指数分布}\\ \\ \text{接收分集（}M\text{条、相互独立）}\\ \\ \text{每条支路的平均信噪比相等}\end{cases}$$

$$\text{则 平均信噪比 }\Gamma=\frac{\overline{\alpha^2}E_b}{N_0}\text{ 其中 }\overline{\alpha^2}\text{ 为 信道平均增益}$$

$$\text{设 门限值 为 }\gamma$$

$$\text{则 一条支路的中断概率 }Pr\left[\gamma_i\le\gamma\right]=1-e^{-\frac{\gamma}{\Gamma}}$$

$$\text{则 }M\text{条支路同时中断的概率 }P_{out}=\left(1-e^{-\frac{\gamma}{\Gamma}}\right)^M$$

$$\text{则 至少有一条支路未中断的概率 }P=1-\left(1-e^{-\frac{\gamma}{\Gamma}}\right)^M$$

7.2.2 最大比率合并分集 Maximal Ratio Combining (MRC)

假设：

$$\begin{cases} \text{信道增益向量 } h = [h_1, h_2, \ldots, h_M]^T \\ \\ \text{权重向量 } w = [w_1, w_2, \ldots, w_M]^T \end{cases}$$

（其中 权重的作用：幅度加权、相位补偿，从而最大程度地弥补由信道衰落引起的信噪比下降）

（经过一顿推导）

可知：

$$\text{满足 } w = h^* \text{ 时，有 } \gamma_{MRC} = \max(\gamma_{combine}) = \frac{\|h\|_2^2 P}{\sigma_n^2} = \frac{\left(|h_1|^2 + |h_2|^2 + \ldots + |h_M|^2\right) P}{\sigma_n^2}$$

推论1：对于瑞利衰落信道，有：

$$h_i = \mathrm{Re}(h_i) + j \cdot \mathrm{Im}(h_i)$$

$$\text{其中 } \mathrm{Re}(h_i) \text{ 和 } \mathrm{Im}(h_i) \text{ 独立同正态分布}$$

$$\text{公式中：设 总信道增益 为 } g = |h_1|^2 + |h_2|^2 + \ldots + |h_M|^2 = \sum_{i=1}^{M} |h_i|^2$$

$$\text{由 } |h_i|^2 = [\mathrm{Re}(h_i)]^2 + [\mathrm{Im}(h_i)]^2$$

$$\text{可得 } g = \sum_{i=1}^{M} \left\{ [\mathrm{Re}(h_i)]^2 + [\mathrm{Im}(h_i)]^2 \right\}$$

$$\text{故可知 } g \text{服从自由度为} 2M \text{的卡方分布（可能有} \sigma^2 \text{缩放因子）}$$

$$f(g) = \frac{g^{M-1} e^{-g}}{(M-1)!}$$

推论2：输出的信噪比是各条分集支路的信噪比之和

$$\gamma_{MRC} = \frac{|h_1|^2 P}{\sigma_n^2} + \frac{|h_2|^2 P}{\sigma_n^2} + \ldots + \frac{|h_M|^2 P}{\sigma_n^2} = \sum_{i=1}^{M} \gamma_i$$

推论2.1：对于瑞利衰落信道（接收功率服从指数分布）：

$$\text{若} \gamma_i \text{独立同分布（均值为} \mathit{\Gamma} \text{的指数分布），则} \gamma_{MRC} \text{服从伽马分布}$$

$$f(\gamma_{MRC}) = \frac{(\gamma_{MRC})^{M-1} \exp\left(-\frac{\gamma_{MRC}}{\mathit{\Gamma}}\right)}{\mathit{\Gamma}^M (M-1)!}$$

推论2.2：

$$\text{若} \gamma_i \text{独立同分布（均值为} \mathit{\Gamma} \text{），则} MRC \text{输出信号的平均信噪比：} \overline{\gamma_{MRC}} = M\mathit{\Gamma}$$

以BPSK为例，求平均误符号/比特率：

$$\overline{SER} = \overline{BER} = \int_0^\infty Q\left(\sqrt{2\gamma_{MRC}}\right) f(\gamma_{MRC}) d\gamma_{MRC}$$

$$\text{设 } \lambda = \sqrt{\frac{\Gamma}{1+\Gamma}}\text{，则计算可得：}\overline{SER} = \overline{BER} = \left(\frac{1-\lambda}{2}\right)^M \sum_{i=0}^{M-1} C_{M+i-1}^i \left(\frac{1+\lambda}{2}\right)^i$$

$$\text{当 信噪比较高 即 }\Gamma\text{较大 时，有}\begin{cases}\frac{1-\lambda}{2} \approx \frac{1}{4\Gamma} \\ \\ \frac{1+\lambda}{2} \approx 1\end{cases}$$

$$\text{则 }\overline{SER} = \overline{BER} \approx \left(\frac{1}{4\Gamma}\right)^M C_{2M-1}^M \propto \left(\frac{1}{\Gamma}\right)^M$$

7.2.3 等增益合并 Equal Gain Combining (EGC)

总结

系统性能：最大比率合并分集 > 等增益分集 > 选择性分集

7.2.4 RAKE接收机

7.3 发射分集 和 Alamouti编码

7.3.1 发射分集

当发射端具有多余的空间、功率、处理能力时，可以采用发射分集技术；

但由于发射端难以获取信道信息，所以分集实现困难；

7.3.2 Alamouti编码

7.4 均衡

7.4.1 均衡原理

7.4.2 线性均衡器

1. 迫零（ZF）均衡器

原理：

实例：

适用条件：在高SNR、静态信道中表现较好（在深衰落的区域，会有非常大的放大效应，从而严重放大噪声）

2. 最小均方误差（MMSE）均衡器

原理：

实例：

常与自适应算法搭配，用于动态信道

常用自适应算法：

1. 最小均方（LMS）迭代算法
2. 递归最小二乘（RLS）算法

3. 线性滤波器的优势与不足

优势：复杂度低

不足：当信道失真过于严重（深衰落）时，线性均衡器会对深衰落及其附近的信号和噪声一并产生很大增益，从而放大噪声 —— 引出非线性均衡器

7.4.3 非线性均衡器

1. 判决反馈均衡（DFE）

不足：在低信噪比情况下，存在误差传递问题：

2. 最大似然序列检测（MLSE）均衡

（无线通信系统中常用的线性均衡器）

优势：性能最优

不足：复杂度随时延扩展呈指数增长 —— 常用作性能上界