第5章 小尺度衰落

小尺度衰落 概述

"小尺度"：信号强度经过短距离/短时延后急剧变化

小尺度衰落：

1. （多普勒分支）发射端和接收端的相对运动 - 多普勒频移 - 信道的相干时间 - 慢衰落/快衰落
2. （多径分支）发射端和接收端之间的多径传播 - 时延拓展 - 信道的相干带宽 - 平坦衰落/频率选择性衰落

多普勒分支

1. 多普勒频移

发射端和接收端的相对运动 导致传播路程差 进而导致相位变化：

$$\Delta\phi = \frac{2\pi\Delta l}{\lambda} = \frac{2\pi v\Delta t\cos\theta}{\lambda}$$

其中 θ 是 接收台行进方向 转到 接收台指向发送台 的夹角

相位变化对时间求导得到频率变化

$$f_d = \frac{\Delta\phi}{\Delta t}\frac{1}{2\pi} = \frac{v\cos\theta}{\lambda}$$

2. 相干时间

在相干时间间隔内，信道冲激响应近似不变，两个到达的信号具有很强的幅度相关性（？）

如果符号周期大于信道相干时间，则符号传输过程中信道冲激响应可能发生改变，导致接收信号失真

计算：

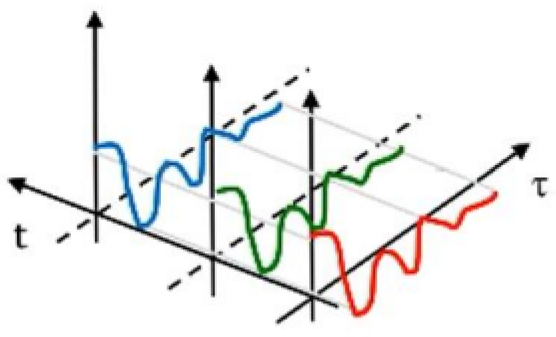
$$T_C \approx \begin{cases} \frac{1}{(f_d)_{\max}} \\ \frac{9}{16\pi}\cdot\frac{1}{(f_d)_{\max}} \quad (\text{时间相关函数} > 0.5\text{的时间段长度}) \\ \sqrt{\frac{9}{16\pi}}\cdot\frac{1}{(f_d)_{\max}} \approx 0.423\cdot\frac{1}{(f_d)_{\max}} \end{cases}$$

多径分支

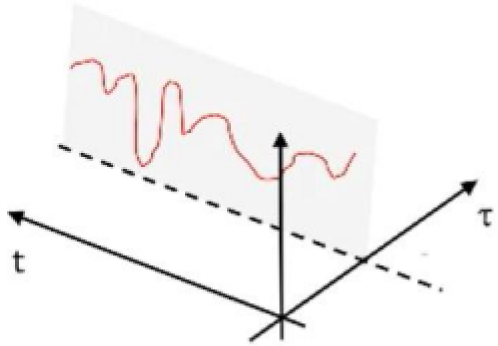
1. 时间域t 和 时延域τ

可以分别研究：

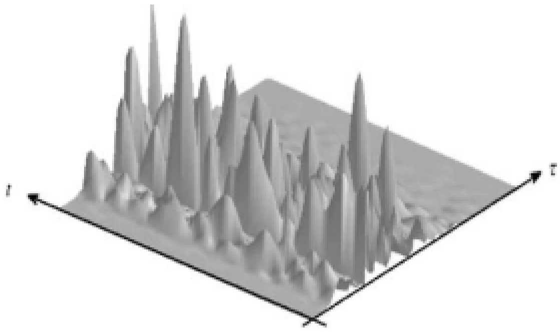
1. 线性时不变单径信道
2. 线性时不变多径信道



3. 线性时变单径信道



4. 线性时变多径信道



2. 线性多径信道模型

（1）时变

$$\text{基带信号：}u\left(t\right)$$

$$\text{发射信号：}s\left(t\right)=\mathrm{Re}\left\{u\left(t\right)e^{j2\pi f_c t}\right\}$$

$$\text{假设 视距时延}\tau_0\text{、多径时延}\tau_n\text{、多径路径数量}N\text{ 都是时间}t\text{的函数}$$

$$\text{接收信号 视距分量：}r_1\left(t\right)=\mathrm{Re}\left\{u\left(t-\tau_0\left(t\right)\right)\cdot\alpha_0\left(t\right)\cdot e^{j2\pi\left(f_c+f_{0,D}\right)\left(t-\tau_0\left(t\right)\right)}\right\}+n\left(t\right)$$

$$\text{接收信号 多径分量：}r_2\left(t\right)=\mathrm{Re}\left\{\sum_{n=1}^{N(t)}u\left(t-\tau_n\left(t\right)\right)\cdot\alpha_n\left(t\right)\cdot e^{j2\pi\left(f_c+f_{n,D}\right)\left(t-\tau_n\left(t\right)\right)}\right\}+n\left(t\right)$$

$$\text{若不考虑噪声，则接收信号：}$$

$$r\left(t\right)=\mathrm{Re}\left\{\sum_{n=0}^{N(t)}u\left(t-\tau_n\left(t\right)\right)\cdot\alpha_n\left(t\right)\cdot e^{j2\pi\left(f_c+f_{n,D}\right)\left(t-\tau_n\left(t\right)\right)}\right\}$$

$$=\mathrm{Re}\left\{e^{j2\pi f_c t}\sum_{n=0}^{N(t)}u\left(t-\tau_n\left(t\right)\right)\cdot\alpha_n\left(t\right)\cdot e^{j2\pi\left[f_c\left(-\tau_n\left(t\right)\right)+f_{n,D}\left(t-\tau_n\left(t\right)\right)\right]}\right\}$$

$$=\mathrm{Re}\left\{e^{j2\pi f_c t}\sum_{n=0}^{N(t)}u\left(t-\tau_n\left(t\right)\right)\cdot\alpha_n\left(t\right)\cdot e^{j\phi_n\left(t\right)}\right\}$$

$$\text{其中 }\phi_n\left(t\right)=2\pi\left[f_c\left(-\tau_n\left(t\right)\right)+f_{n,D}\left(t-\tau_n\left(t\right)\right)\right]$$

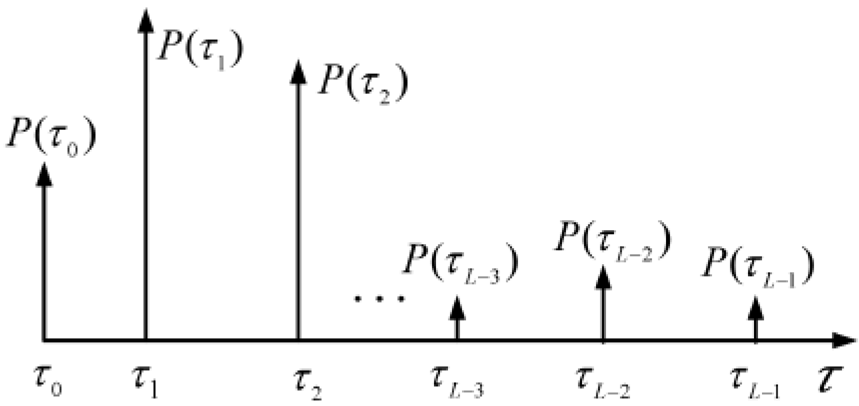
$$h\left(t,\tau\right)=\sum_{n=0}^{N(t)}\delta\left(\tau-\tau_n\left(t\right)\right)\alpha_n\left(t\right)e^{j\phi_n\left(t\right)}$$

（2）时不变

$$h\left(\tau\right)=\sum_{n=0}^{N}\delta\left(\tau-\tau_n\right)\alpha_n e^{j\phi_n}$$

3. 时延拓展

（假设：线性时不变多径信道）



其中：

$$P\left(\tau_i\right)=\left|h\left(\tau_i\right)\right|^2=\left|\delta\left(\tau-\tau_i\right)\alpha_i\right|^2=\delta\left(\tau-\tau_i\right)\left|\alpha_i\right|^2$$

如图可知，最大时延拓展为：

$$\tau_{\max}=\tau_{L-1}-\tau_0$$

但是，对于某些时延很大的分量，如果其强度很弱，则可以忽略不计

—— 考虑引入时延分量的强度作为权重，得到 功率延迟分布 Power Delay Profile, PDP：

$$\text{（第}i\text{个时延分量的权重）}PDP=f\left(\tau_i\right)=\frac{\left|\alpha_i\right|^2}{\sum_{k=0}^{N}\left|\alpha_k\right|^2}\quad\left(i=0,1,2,\ldots,N\right)$$

$$\Rightarrow\begin{cases}\text{一阶矩/均值 }\bar{\tau}=\sum_{i=0}^{N}\left[f\left(\tau_i\right)\cdot\tau_i\right]\\ \text{二阶矩/标准差 }\sigma_\tau=\begin{cases}\text{法1：}\sqrt{\sum_{i=0}^{N}f\left(\tau_i\right)\left(\tau_i-\bar{\tau}\right)^2}\\ \text{法2：}\sqrt{\overline{\tau^2}-\left(\bar{\tau}\right)^2}\quad\text{其中 }\overline{\tau^2}=\sum_{i=0}^{N}\left(\frac{\left|\alpha_i\right|^2}{\sum_{n=0}^{N}\left|\alpha_n\right|^2}\cdot\tau_i^2\right)\end{cases}\end{cases}$$

其中的 $\bar{\tau}$ 即为平均附加延迟， σ_τ 即为 RMS（方均根）时延拓展

当多径分量数很大时，离散求和改为连续积分：

$$PDP=f\left(\tau\right)=\frac{\left|h\left(\tau\right)\right|^2}{\int\left|h\left(\tau\right)\right|^2d\tau}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \text{一阶矩/均值 } \bar{\tau} = \int_0^{\infty} f(\tau) \cdot \tau \ d\tau \\ \\ \text{二阶矩/标准差 } \sigma_\tau = \begin{cases} \text{法1：} \sqrt{\int f(\tau)(\tau - \bar{\tau})^2 d\tau} \\ \\ \text{法2：} \sqrt{\overline{\tau^2} - (\bar{\tau})^2} \quad \text{其中 } \overline{\tau^2} = \int \left(\frac{|h(\tau)|^2}{\int |h(\tau)|^2 d\tau} \cdot \tau^2 \right) d\tau \end{cases} \end{cases}$$

常见信道的PDP：单边指数分布（如瑞利信道）

$$f(\tau) = \frac{1}{\bar{\tau}} e^{-\frac{\tau}{\bar{\tau}}} \ (\tau \geq 0)$$

$$\text{其中 } \bar{\tau} = \int_0^{+\infty} f(\tau) \cdot \tau \ d\tau$$

$$\text{则其 均方根时延扩展：} \sigma_\tau = \sqrt{\int f(\tau)(\tau - \bar{\tau})^2 d\tau} = \bar{\tau}$$

4. 相干带宽

通过 信道相干带宽 的 频谱分量 以 几乎相同的增益和线性相位 通过（很强的幅度相关性）

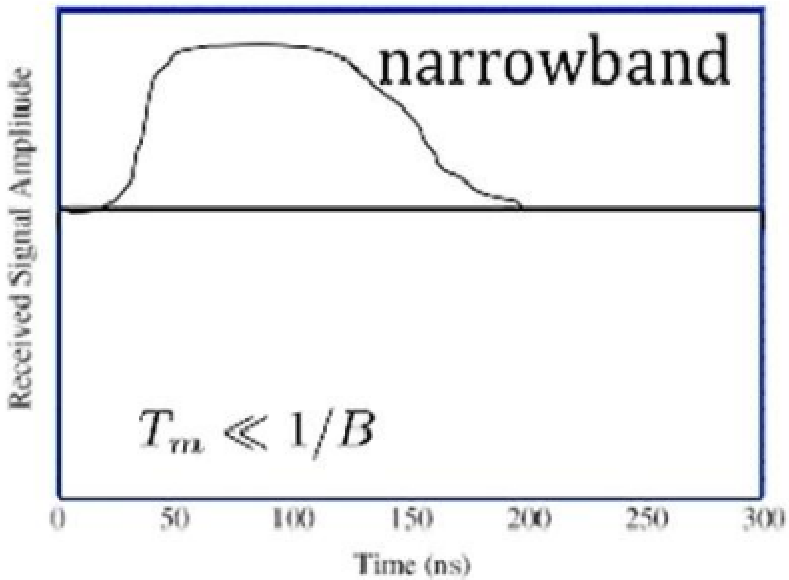
计算：

$$\begin{cases} \rho = 0.9 \ \Rightarrow \ B_c \approx \frac{1}{50\sigma_\tau} \\ \\ \rho = 0.5 \ \Rightarrow \ B_c \approx \frac{1}{5\sigma_\tau} \end{cases}$$

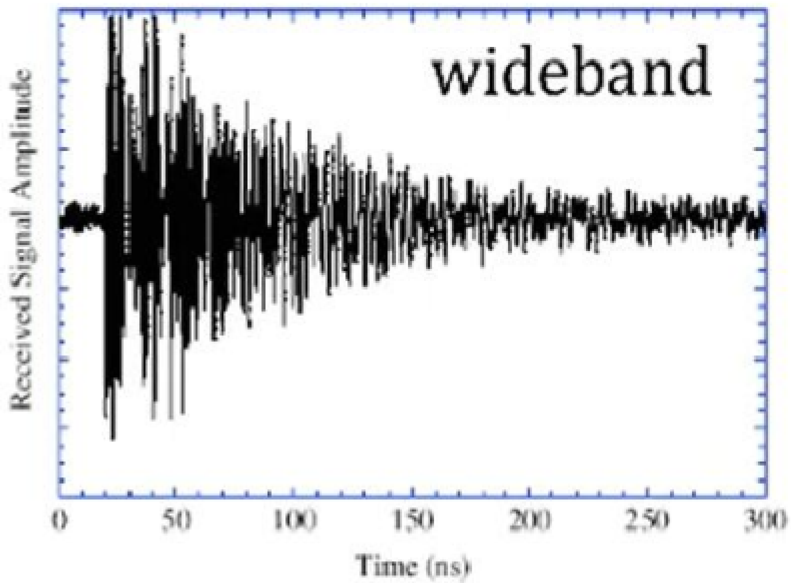
若 信号的符号带宽 小于 信道的相干带宽，则信号经历 平坦衰落

若 信号的符号带宽 大于 信道的相干带宽，则信号经历 频率选择性衰落

信号的符号带宽 小于 信道的相干带宽（窄带） —— 信号的符号周期 大于 信道的时延拓展，在时域上表现为 信号的多个时延分量无法区分（重叠），可以近似认为所有的多径分量同时到达



信号的符号带宽 大于 信道的相干带宽（宽带） —— 信号的符号周期 小于 信道的时延拓展，在时域上表现为 信号的多个时延分量可以区分（无重叠）



5. 窄带衰落信道模型 / 平坦衰落信道模型（时不变）

（假设：线性时不变多径信道）

（1）瑞利信道模型

（不存在LOS分量）

推导:

由前可知，线性时不变多径信道 的 冲激响应：

$$h\left(\tau\right)=\sum_{n=0}^{N}\delta\left(\tau-\tau_n\right)\alpha_n e^{j\phi_n}$$

对于窄带模型，近似认为所有时延分量同时到达：

$$h\left(\tau\right)=\sum_{n=0}^{N}\alpha_ne^{j\phi_n}$$

$$\text{衰落系数：}\beta=\sum_{i=0}^{N}a_ie^{j\phi_i}=\sum_{i=0}^{N}\left(a_i\cos\phi_i+j\sin\phi_i\right)=\sum_{i=0}^{N}\left[(\beta_I)_i+j(\beta_Q)_i\right]$$

$$\text{记 }\beta=ae^{j\phi}=\beta_I+j\beta_Q$$

$$\text{若：}\begin{cases}\text{多径数}N\text{很大}\\ \\ \text{不存在直达径分量}\end{cases}$$

$$\text{因为 }\left(\beta_I\right)_i\text{ 和 }\left(\beta_Q\right)_i\text{ 都是独立同分布}$$

$$\text{则}\begin{cases}\beta_I,\ \beta_Q\sim N\left(0,\sigma^2\right)\Bigg\{\\ \\ \beta_I,\ \beta_Q\text{ 相互独立}\end{cases}$$

$$(\ldots\text{ 推导 }\ldots)$$

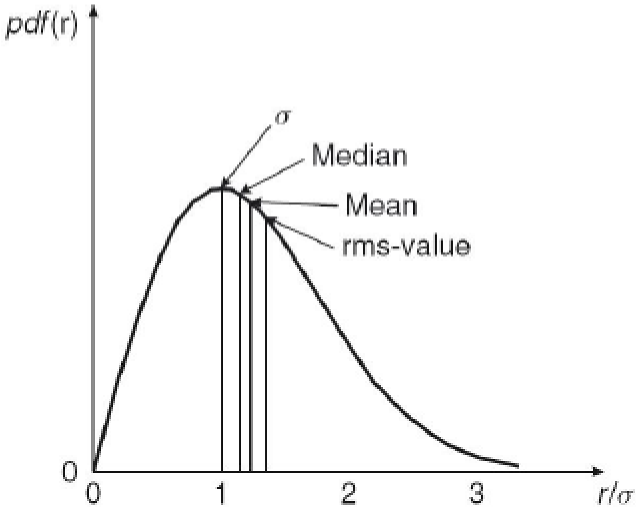
$$\text{则}\begin{cases}a\sim Rayleigh\left(\sigma^2\right)\text{ 即 }f_A\left(a\right)=\begin{cases}\frac{a}{\sigma^2}e^{-\frac{a^2}{2\sigma^2}}\ \ (0\le r<\infty)\\ \\ 0\ \ (r<0)\end{cases}\\ \\ \phi\sim U\left(-\pi,\pi\right)\text{ 即 }f_\Phi\left(\phi\right)=\frac{1}{2\pi}\ \ \left(-\pi<\phi<\pi\right)\\ \\ a,\ \phi\text{ 相互独立}\end{cases}$$

其中 σ^2 是 β_I，β_Q 的方差

注意：

1. 瑞利分布在实际测量中非常准确
2. 在瑞利衰落中不存在视距分量，因此是最差场景的结果
3. 仅仅依赖于单一参数 σ
4. 计算其他参数，如中断率、功率分布等非常方便

统计特性



$$\begin{cases} \text{均值 } \bar{a} = \int_0^\infty a f_A(a) da = \sqrt{\frac{\pi}{2}}\sigma \\ \text{均方值 } \overline{a^2} = \int_0^\infty a^2 f_A(a) da = 2\sigma^2 \int_0^\infty m e^{-m} dm = 2\sigma^2 \\ \text{均方根 } a_{rms} = \sqrt{\overline{a^2}} = \sqrt{2}\sigma \\ \text{方差 } D = \overline{a^2} - (\bar{a})^2 = \left(2 - \frac{\pi}{2}\right)\sigma^2 \approx 0.429\sigma^2 \\ \text{中值 } a_{50} = \sqrt{2\ln 2}\sigma \approx 1.18\sigma \\ \max\{f_A(a)\} \text{ 在 } a = \sigma \text{ 处} \end{cases}$$

功率分布

$$\text{假设 小尺度衰落前的信号功率 为 } P_0$$

$$\text{则 小尺度衰落后的接收信号功率 } P_r = a^2 P_0 \text{ 即 } a = \sqrt{\frac{P_r}{P_0}}$$

$$f_{P_r}(p) = \frac{\sqrt{\frac{p}{P_0}}}{\sigma^2} e^{-\frac{\frac{p}{P_0}}{2\sigma^2}} \cdot \sqrt{\frac{1}{P_0}} \frac{1}{2\sqrt{p}} = \frac{1}{2\sigma^2 \cdot P_0} e^{-\frac{p}{2\sigma^2 \cdot P_0}} = \frac{1}{\bar{P}} e^{-\frac{p}{\bar{P}}}$$

$$\text{其中 } \bar{P} = 2\sigma^2 \cdot P_0 \text{ 为 基于瑞利信道的平均接收功率}$$

$$\text{接收功率 } P_r \text{ 服从指数分布}$$

中断率

$$\begin{cases} Pr\left[a \le a_{\min}\right] = \int_0^{a_{\min}} f_A(a) da = 1 - e^{-\frac{a_{\min}^2}{2\sigma^2}} \overset{\text{当}a_{\min}\text{较小时}}{\approx} \frac{a_{\min}^2}{2\sigma^2} \\ Pr\left[P_r < P_{\min}\right] = \int_0^{P_{\min}} \frac{1}{\bar{P}} e^{-\frac{p}{\bar{P}}} dp = 1 - e^{-\frac{P_{\min}}{\bar{P}}} \end{cases}$$

若 保证不超过x的中断率（功率式）

$$\text{则 } 1-e^{-\frac{P_{\min}}{\bar{P}}}<x \text{ 即 } FM=\frac{\bar{P}}{P_{\min}}>\frac{1}{\ln\frac{1}{1-x}}\overset{\text{当}x\text{较小时}}{\approx}\frac{1}{x}$$

（注：当同时考虑大尺度衰落和小尺度衰落的衰落余量时，总衰落余量线性相乘、分贝相加）

（2）莱斯信道模型

（存在一个固定的LOS分量）

包络（个人感觉：小尺度衰落造成的幅度损耗）服从莱斯分布：

$$f(a)=\frac{a}{\sigma^2}e^{-\frac{r^2+A^2}{2\sigma^2}}I_0\left(\frac{Ar}{\sigma^2}\right)\quad(z\geq 0,\ A\geq 0)$$

$$\begin{cases}A \text{ 为 LOS分量的衰减}\\ \\ 2\sigma^2 \text{ 为 非LOS分量的衰减的均值}\\ \\ I_0 \text{ 为 修正的零阶贝塞尔函数}\end{cases}$$

$$\text{平均衰减 } \bar{P}_r=\int_0^\infty a^2 f(a)da=A^2+2\sigma^2$$

$$\text{莱斯系数 } K=\frac{A^2}{2\sigma^2}$$

$$\begin{cases}K\to 0 \text{ 则 莱斯分布回退为瑞利分布}\\ \\ K\text{足够大 则 莱斯分布可近似为 } N\left(A,\sigma^2\right)\\ \left(\text{注：当 } x\gg 1 \text{ 时，} I_0(x)\approx\frac{1}{\sqrt{2\pi x}}e^x\right)\end{cases}$$

（3）Nakagami信道模型 *

6. 窄带衰落信道模型（时变）

（假设：线性时变多径信道）

对于信道的时变特性，通常使用衰落系数的自相关函数来分析：（相同 Δt 下，自相关函数值小，则变化越快 即 变化越剧烈）

$$\text{设 } \beta(t) \text{ 为信道增益，则有 } A_\beta(t,\ t+\Delta t)=E\left[\beta(t)\beta^*(t+\Delta t)\right]$$

假设信道是广义平稳的，则有

> 广义平稳随机过程：随机过程的一阶矩、二阶矩不随时间t发生变化

已知 信道增益的自相关函数 和 信道增益的功率谱密度 构成一对傅里叶变换对

$$A_\beta(\Delta t)\ \underset{\mathcal{F}^{-1}}{\overset{\mathcal{F}}{\rightleftharpoons}}\ S_\beta(f)$$

所以可以先求信道增益的功率谱密度（频域），然后做傅里叶逆变换得到信道增益的自相关函数

信道增益的功率谱密度可以等价转换为多普勒谱

$$S_\beta(f) = S_\beta(f_d) \begin{cases} \text{功率谱密度 } S_\beta(f) \text{ 横轴为频率} f\text{，中心为载频} f_c \\ \\ \text{多普勒谱 } S_\beta(f_d) \text{ 横轴为多普勒频移} f_d\text{，中心为}0 \end{cases}$$

又知：

$$f_d = \frac{v\cos\theta}{\lambda} = (f_d)_{\max}\cos\theta,\ \theta \in [0,\pi]$$

则有：

$$S_\beta(f_d) = S_\beta(\theta)$$

$$\text{设 第}i\text{条路径} \begin{cases} \text{以}\theta_i\text{到达的概率 } p_i \\ \\ \text{在}\theta_i\text{方向上的天线增益 } G_i \end{cases} \quad \text{则 } S_\beta(\theta) = \bar{P}_r \times \sum_i p_i G_i$$

Clarke 模型（均匀散射环境）

假设：不存在LOS分量 + 信号从各个方向到达的概率相同（均匀散射）+ 各个方向的天线增益相同

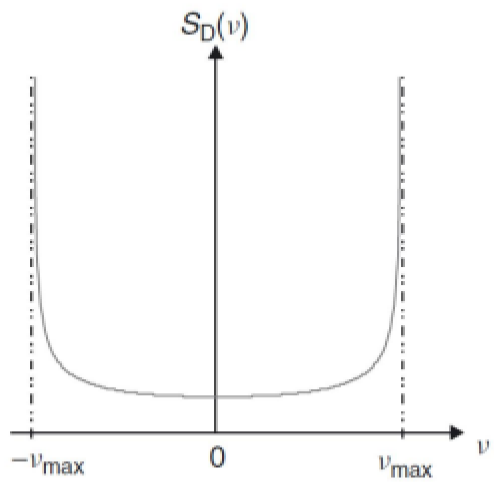
则：

$$\begin{cases} p(\theta) = p(-\theta) = \frac{1}{2\pi} \\ \\ G(\theta) = G(-\theta) = G_0 \end{cases} \Rightarrow S_\beta(\theta) = \bar{P}_r \cdot \frac{G_0}{\pi}$$

（对于 垂直$\frac{\lambda}{4}$天线，则 $G_0 = 1.5$）

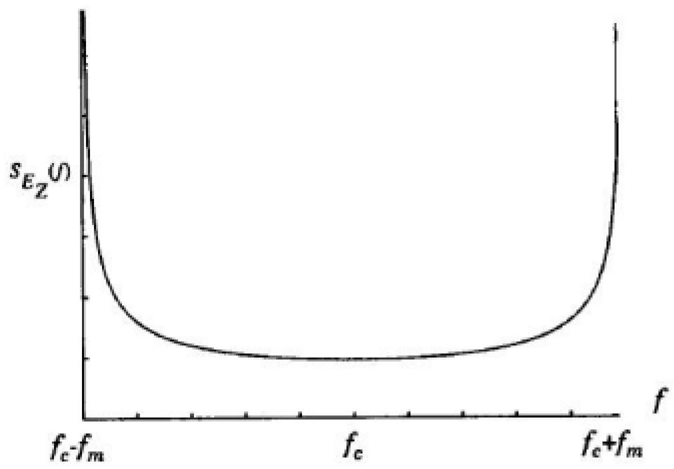
由 功率-到达角谱 推导 功率-多普勒频偏谱（Jakes谱）：

$$S_\beta(f_d) = S_\beta(\theta)\left|\frac{d\theta}{df_d}\right| = \begin{cases} \bar{P}_r \cdot \frac{1.5}{\pi} \cdot \frac{1}{\sqrt{\left(f_d^{\max}\right)^2 - f_d^2}},\ -f_d^{\max} < f_d < f_d^{\max} \\ \\ 0,\ otherwise \end{cases}$$



推导 功率-频率谱（功率谱密度）：

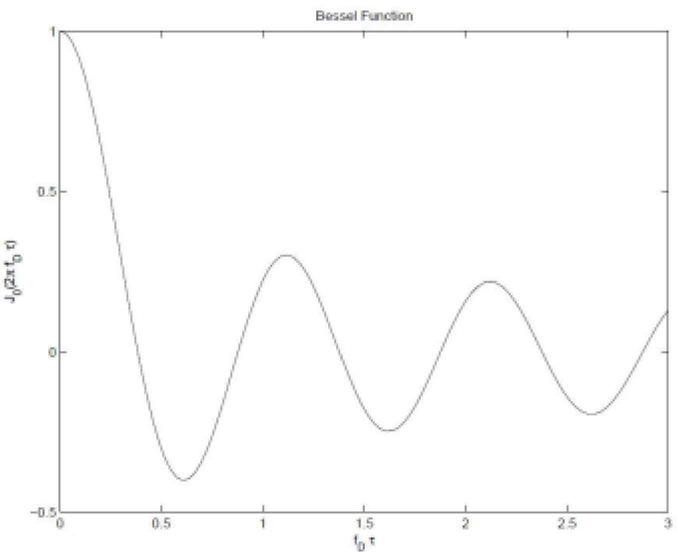
$$S_\beta(f)=\begin{cases}\bar{P}_r\cdot\frac{1.5}{\pi}\cdot\frac{1}{\sqrt{\left(f_d^{\max}\right)^2-\left(f-f_c\right)^2}},\ f_c-f_d^{\max}<f_d<f_c+f_d^{\max}\\ \\ 0,\ otherwise\end{cases}$$



由 功率谱密度 求 自相关函数:

$$A_\beta(\Delta t)=\mathscr{F}^{-1}\left[S_\beta(f)\right]=\bar{P}_r\cdot J_0\left(2\pi f_d^{max}\Delta t\right)$$

$$\text{其中 } J_0(\cdot) \text{ 为 零阶贝塞尔函数}$$



横轴：$f_d^{max}\Delta t$

纵轴：自相关函数值

由图可知，纵轴值为0时，横轴的值约为0.4

$$f_d^{max}\Delta t\approx 0.4\Rightarrow\begin{cases}v\Delta t\approx 0.4\lambda \text{ 即 以}v\text{运动}0.4\lambda\text{后不相关}\\ \\ \Delta t\approx\frac{0.4}{f_d^{max}}=\frac{0.4\lambda}{v} \text{ 即 相干时间 } T_c\approx\frac{0.4}{f_d^{max}}=\frac{0.4\lambda}{v}\end{cases}$$

$$\left(\sqrt{\frac{9}{16\pi}}\approx 0.4\right)$$

电平通过和衰落统计

电平通过率 N_R： 窄带增益包络 $z(t)$ 从正向穿过某一电平门限 Z 的平均速率（信道变差的频率）

基于Clarke模型假设：

$$\begin{cases} \text{窄带增益包络 } z(t) = |\beta(t)| \\ \\ \text{信道平均增益 } E\left[z^2(t)\right] = 2\sigma^2 \end{cases}$$

经过推导，可以得到：

$$N_R = \sqrt{2\pi} \cdot f_d^{\max} \cdot \frac{Z}{\sqrt{2\sigma^2}} e^{-\frac{Z^2}{2\sigma^2}}$$

平均衰落时间 $\bar{\tau}$： 窄带增益包络 $z(t)$ 低于某一电平门限 Z 的平均时间（信道变差的时长）

经过推导，可以得到：

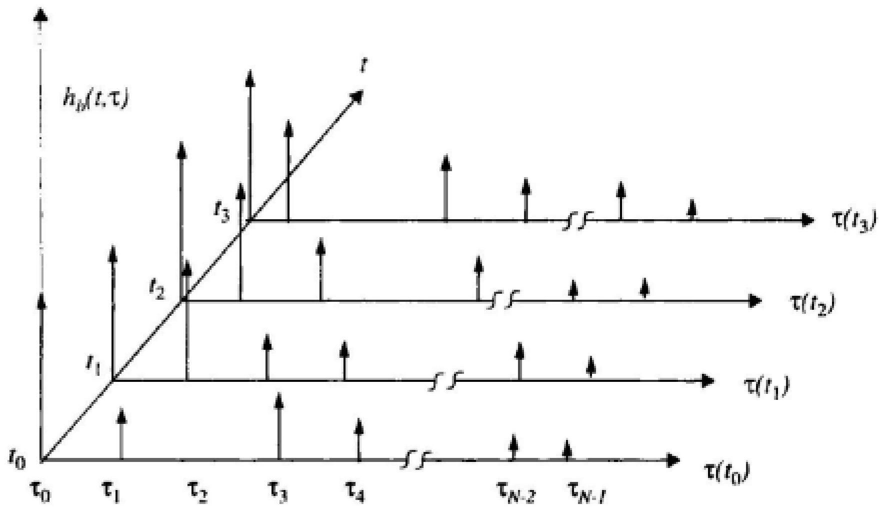
$$\bar{\tau} = \frac{\sigma}{Z f_d^{\max} \sqrt{\pi}} \left[e^{\frac{Z^2}{2\sigma^2}} - 1 \right]$$

7. 宽带衰落模型 / 频率选择性衰落模型

线性时变多径信道：

$$h(t,\tau) = \sum_{n=0}^{N(t)} \delta(\tau - \tau_n(t)) \alpha_n(t) e^{j\phi_n(t)}$$

对于宽带衰落模型，需要综合考虑 时间域 和 时延域



（1）附加时延段 和 分析带宽

将信道冲激响应的多径时延 τ 离散化为相同的时延段 即 附加时延段 $\Delta\tau$ ，每个时延段宽度由系统的分析带宽决定：

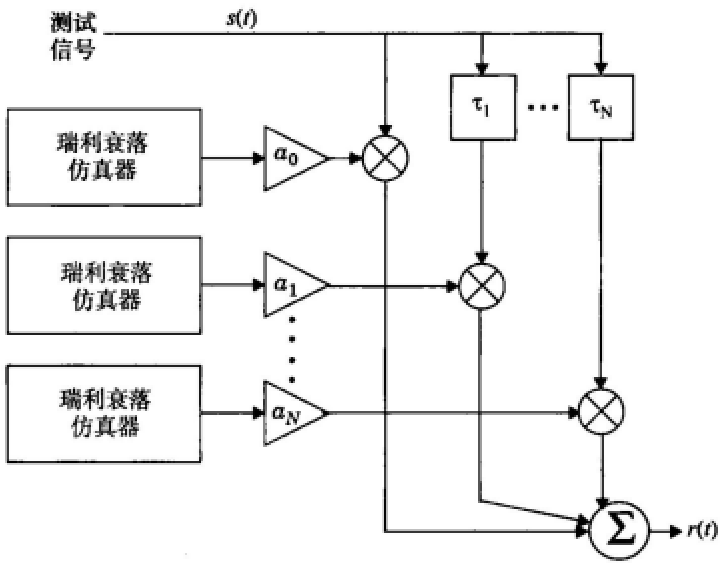
$$B_{sys} = \frac{2}{\Delta\tau}$$

（2）WSS-US假设

一般情况下，线性时变多径宽带信道：$A_h(\tau,\tau+\Delta\tau;t,t+\Delta t)=E\left[h^*(\tau,t)h(\tau+\Delta\tau,t+\Delta t)\right]$

$$\begin{cases} WSS\text{假设：}A_h(\tau,\tau+\Delta\tau;t,t+\Delta t)=A_h(\tau,\tau+\Delta\tau;\Delta t) \\ US\text{假设：}A_h(\tau,\tau+\Delta\tau;\Delta t)=A_h(\tau;\Delta t) \end{cases}$$

（3）抽头延迟线（TDL）模型



（在 WSS-US假设 下）

1. 包含M个时变抽头，抽头间隔 $\Delta\tau<\frac{1}{B}$
2. 信道持续时间超过延迟拓展 $M\Delta\tau>\sigma_\tau$
3. 每一个抽头是一个独立随机过程（瑞利、莱斯）

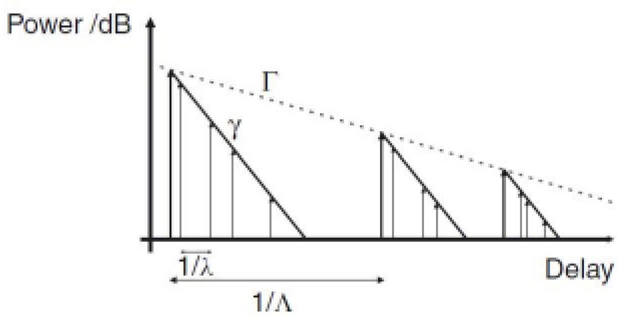
（4）基于簇-径的宽带信道模型

在许多小尺度衰落信道实际测量中，多径分量的到达可以 往往按照“簇”和“径”区分

Saleh - Valenzuela（S-V）信道模型

1. 簇的到达服从均值为Λ的泊松分布
2. 一个簇内，径的到达服从另一个泊松分布

PDP：



8. 空时信道模型

（...）