

## 第6章 调制和解调

### 6.1 概述

#### 6.1.1 数字调制解调通信系统

#### 6.1.2 线路编码

### 6.2 脉冲成形

#### 6.2.1

#### 6.2.2 奈奎斯特准则

#### 6.2.3 实际实现方法

1. 第一种实际实现方法：脉冲成形滤波器直接满足奈奎斯特准则（称为 奈奎斯特滤波器）
2. 第二种实际实现方法：令脉冲成形滤波器和匹配滤波器相同，共同满足奈奎斯特准则

#### 6.2.4 实例

1. 无滤波器（时域矩形脉冲）
2. 理想低通滤波器
3. 升余弦滚降滤波器
4. 高斯滤波器

### 6.3 数字调制

#### 6.3.1 基于星座图的分析

1. 星座图的来源
2. 经典实例
3. 基于星座图分析误比特率

#### 6.3.2 常见数字调制方式

1. BPSK（双极性）
2. DPSK
3. QPSK
4. Offset QPSK
5.  $\frac{\pi}{4}$  QPSK

#### 6.3.3 不同信道下接收端性能分析

##### 1. AWGN信道

信道模型：

接收机模型：

最大后验概率（Maximum A Posteriori, MAP）接收机

解调方式 - 接收机

##### 2. 瑞利衰落（平坦衰落）信道

求 平均误符号率 的方法：

BPSK（双极性）在 瑞利衰落信道 下的 平均误符号率

BPSK（正交）在 瑞利衰落信道 下的 平均误符号率

如何降低SER？

##### 3. 莱斯衰落（平坦衰落）信道

##### 4. 频率选择性衰落信道

##### 4. 快衰落信道

### 6.4 扩频调制

#### 6.4.1 概述

1. 定义
2. 系统处理增益 Processing Gain

#### 6.4.2 PN序列

#### 6.4.3 直接序列扩频 Direct Sequence Spread Spectrum, DSSS

1. 完整系统
2. 波形图
3. 性能分析

#### 6.4.4 跳频 Frequency Hopping, FH

1. 完整系统
2. 快跳和慢跳
3. 性能分析

# 第6章 调制和解调

## 6.1 概述

### 6.1.1 数字调制解调通信系统

#### 1. 发射端

1. 信源：产生原始数据（如文字、图像、语音、视频等）
2. 信源编码：对原始数据进行压缩，去除冗余，提高传输效率（如Huffman编码、JPEG压缩等）
3. 信道编码：增加冗余以抵抗信道噪声与干扰，常见有卷积码、Turbo码、LDPC等
4. 数字调制映射：将编码后的比特映射为符号（如 BPSK/QPSK/16QAM 等）
5. 脉冲成形：对符号序列加窗，限制频谱宽度，降低码间串扰（如根升余弦滤波器 RRC）
6. DAC
7. 上变频：将基带信号调制到RF频段
8. 功率放大器
9. 发射天线

#### 2. 信道

#### 3. 接收端

1. 接收天线
2. 下变频
3. ADC
4. 匹配滤波：与发送端脉冲成形滤波器匹配，用于最大化信噪比、减少码间串扰
5. 均衡：抵消信道引起的失真（如多径造成的符号间干扰ISI），常见有ZF、MMSE、DFE等均衡器
6. 星座图坐标 + 采样（名字不严谨）
7. 判决
8. 数字解调映射：将符号映射回比特序列（QAM/QPSK解调等）
9. 信道解码：去除冗余、纠正误码（如使用Viterbi、LDPC解码器）
10. 信源解码：还原原始数据（如图像解压、语音解码等）
11. 信宿：最终用户或接收设备，如音箱、显示器、存储器等

### 6.1.2 线路编码

位置：信源编码（压缩） → 线路编码（产生基带波形） → 信道编码（增加纠错冗余） → 调制映射 → ...

作用：波形编码使发射脉冲序列具有特殊的频谱特性，帮助接收机 获取载波信息，实现与发射机的同步实现：

1. 归零码（RZ）
2. 不归零码（NRZ）

## 6.2 脉冲成形

### 6.2.1

系统总冲激响应：

$$h_{eff}(t) = h_p(t) * h_c(t) * h_r(t) * h_{eq}(t)$$

$$\text{其中} \left\{ \begin{array}{l} h_p(t) \text{ 脉冲成形滤波器冲激响应} \\ h_c(t) \text{ 信道冲激响应} \\ h_r(t) \text{ 接收机冲激响应} \\ h_{eq}(t) \text{ 均衡器冲激响应} \end{array} \right.$$

均衡器的工作原理：

$$h_c(t) * h_{eq}(t) = \delta(t)$$

所以在实际中：

$$h_{eff}(t) = h_p(t) * h_r(t)$$

转化为频域为：

$$H_{eff}(f) = H_p(f)H_r(f)$$

### 6.2.2 奈奎斯特准则

奈奎斯特准则：在接收机每个抽样时刻，通信系统只对当前的符号有响应，而对其他符号的响应均为零，则可以完全消除ISI的影响。即要求：

1. 时域

$$h_{eff}(nT_s) = \begin{cases} K, & n = 0 \\ 0, & n \neq 0 \end{cases}$$

2. 频域

需要注意：在实际情况中还存在 **定时误差**：实际采样时间与理想采样时间有误差，则会产生采样抖动（定时抖动）干扰，所以  $h_{eff}(t)$  应该在  $n \neq 0$  的采样点附近迅速衰减到0

## 6.2.3 实际实现方法

1. 第一种实际实现方法：脉冲成形滤波器直接满足奈奎斯特准则（称为 奈奎斯特滤波器）

$$\begin{cases} h_p(t) = h_{eff}(t) \\ h_r(t) = \delta(t) \end{cases}$$

2. 第二种实际实现方法：令脉冲成形滤波器和匹配滤波器相同，共同满足奈奎斯特准则

首先：选择符合奈奎斯特准则的  $h_{eff}(t)$  并做傅里叶变换得到  $H_{eff}(f)$

然后：令  $H_p(f) = H_r(f) = \sqrt{H_{eff}(f)}$

## 6.2.4 实例

注：研究  $h_{eff}(t)$

1. 无滤波器（时域矩形脉冲）

2. 理想低通滤波器

$$\begin{cases} h_{eff}(t) = \text{Sa}\left(\frac{\omega_s t}{2}\right) = \text{Sa}(\pi f_s t) = \text{Sa}\left(\frac{\pi t}{T_s}\right) \\ H_{eff}(\omega) = \frac{2\pi}{\omega_s} \text{rect}\left(\frac{\omega}{\omega_s}\right) = \frac{1}{f_s} \text{rect}\left(\frac{f}{f_s}\right) = T_s \text{rect}(T_s f) \end{cases}$$

3. 升余弦滚降滤波器

基于理想低通滤波器，实际情况下：

$$H_{eff}(f) = \text{rect}\left(\frac{f}{f_0}\right) * Z(f)$$
$$\text{其中} \begin{cases} Z(f) = Z(-f) \\ Z(f) = 0, |f| \geq f_0 \quad \left(\text{截止频率 } f_0 \geq \frac{1}{2T_s}\right) \end{cases}$$

升余弦滚降滤波器：

$$h_{RC}(t) = \frac{\sin\left(\frac{\pi t}{T_s}\right)}{\pi t} \cdot \frac{\cos\left(\frac{\alpha \pi t}{T_s}\right)}{1 - \left(\frac{4\alpha t}{2T_s}\right)^2}$$

$$H_{RC}(f) = \begin{cases} 1, & 0 \leq |f| \leq \frac{1-\alpha}{2T_s} \\ \frac{1}{2} \left[ 1 + \cos \left( \frac{\pi}{2} \cdot \frac{|f|2T_s - 1 + \alpha}{\alpha} \right) \right], & \frac{1-\alpha}{2T_s} \leq |f| \leq \frac{1+\alpha}{2T_s} \\ 0, & |f| \geq \frac{1+\alpha}{2T_s} \end{cases}$$

可见：滚降系数  $\alpha$  越大：

1. 时域：系统冲激响应的时域旁瓣幅度下降，则 对定时抖动的误差容忍度增加
2. 频域：系统带宽增加；能够通过RC滚降滤波器的符号速率：

$$R_s = \frac{2B}{1+\alpha} \Rightarrow B = \frac{1+\alpha}{2} R_s = \frac{1+\alpha}{2} \frac{1}{T_s}$$

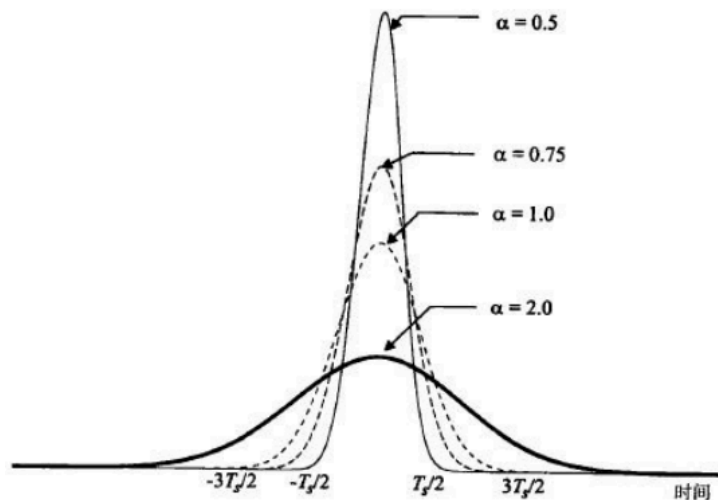
其中  $B$  为系统的绝对带宽

3.

#### 4. 高斯滤波器

$$\begin{cases} h_G(t) = \frac{\sqrt{\pi}}{\alpha} e^{-\frac{\pi^2}{\alpha^2} t^2} \\ H_G(f) = e^{-\alpha^2 f^2} \end{cases}$$

$$|H_G(f)|^2 = \frac{1}{2} \Rightarrow B_{3dB} = \frac{\sqrt{\ln 2}}{\sqrt{2}\alpha}$$



注：

1. 高斯低通滤波器不属于奈奎斯特滤波器，因此会引入码间干扰，适用于**对误比特率要求低的业务（语音业务，误比特率要求1e-3）** 而不适用于对误比特率高的业务（数据业务，误比特率要求1e-5或1e-7）
2. 适合与最小频移键控（MSK）等**功率效率较高的调制方式** 相结合，实现效率与ISI性能的折中；

by deepseek:

MSK恒定包络无失真，达到相同BER所需的  $E_b / N_0$  更低，功率效率更高

实例：GMSK

1. 应用高斯成型滤波器，获得恒包络特性，功率效率高；
2. 适用于话音业务（误比特率要求 $1e-3$ ）而不适用于数据业务（误比特率要求 $1e-5$ 或 $1e-7$ ）

## 6.3 数字调制

### 6.3.1 基于星座图的分析

#### 1. 星座图的来源

调制符号集：（每个符号包含  $\log_2(M)$  个 bit）

$$S = \{s_1(t), s_2(t), \dots, s_M(t)\}$$

希望将每一个调制信号投影到一个空间上，使其可用一个向量表示，则希望求一组基函数，并满足某些性质：

$$\Phi = \{\phi_1(t), \phi_2(t), \dots, \phi_N(t)\}$$

$$\begin{cases} \text{单位性: } \int \phi_i^2(t) dt = 1 \\ \text{正交性: } \int \phi_i(t) \phi_j(t) dt = 0, i \neq j \end{cases}$$

对于调制信号集中的符号  $s_i(t)$ ，当符号能量有限时，可以证明：

$$s_i(t) = \sum_{j=1}^N s_{ij} \phi_j(t)$$

$$\text{其中展开系数 } s_{ij} = \int_{-\infty}^{\infty} s_i(t) \phi_j(t) dt, 1 \leq j \leq N$$

如果所有  $s_i(t)$  都能在基函数  $\phi_j(t)$  上展开的话，那么说明基函数  $\phi_j(t)$  是完备的

（得到基函数的方法：Schmidt正交化方法）

#### 2. 经典实例

对于一般的PSK和QAM 有一组经典的基函数：

$$\begin{cases} \phi_1(t) = \sqrt{\frac{2}{T_s}} \cos(2\pi f_c t) = \sqrt{\frac{2}{nT_b}} \cos(2\pi f_c t) \\ \phi_2(t) = \sqrt{\frac{2}{T_s}} \sin(2\pi f_c t) = \sqrt{\frac{2}{nT_b}} \sin(2\pi f_c t) \end{cases}$$

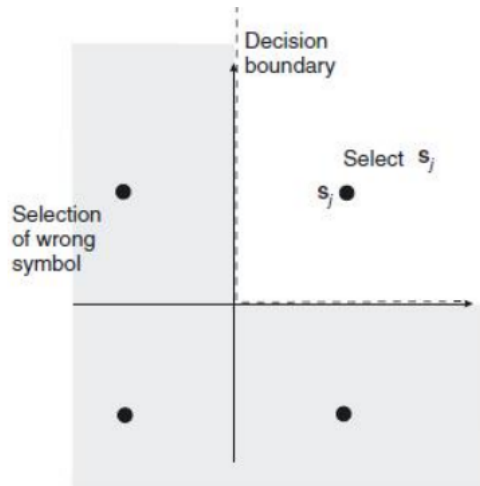
以BPSK为例，则有：

$$\begin{cases} s_1(t) = \text{Re} \left[ \left( \sqrt{E_b} e^{j\frac{2\pi}{2} \cdot 0} \right) \cdot \sqrt{\frac{2}{T_b}} e^{j2\pi f_c t} \right] = \sqrt{\frac{2E_b}{T_b}} \cos(2\pi f_c t) \\ s_2(t) = \text{Re} \left[ \left( \sqrt{E_b} e^{j\frac{2\pi}{2} \cdot 1} \right) \cdot \sqrt{\frac{2}{T_b}} e^{j2\pi f_c t} \right] = \sqrt{\frac{2E_b}{T_b}} \cos(2\pi f_c t + \pi) = -\sqrt{\frac{2E_b}{T_b}} \cos(2\pi f_c t) \end{cases}$$

则BPSK信号在星座图上的矢量形式/坐标形式：（与原点的距离代表幅度，与x轴正方向的夹角代表相位）

$$\begin{cases} s_1 = (\sqrt{E_b}, 0) \\ s_2 = (-\sqrt{E_b}, 0) \end{cases}$$

星座图：



### 3. 基于星座图分析误比特率

在噪声功率谱密度为  $N_0$ （即 单位带宽上的噪声平均功率）的AWGN信道中，假设发送符号  $s_i$ ，则误符号率的联合上界：

$$P_{es}(\varepsilon|s_i) \leq \sum_{j \neq i} Q\left(\frac{d_{ij}}{\sqrt{2N_0}}\right)$$

其中  $d_{ij}$  为  $s_i$  和  $s_j$  的距离

此处直接给出结论，推导见后文【AWGN信道性能分析】

总平均误符号率为：

$$P_s(\varepsilon) = \sum_{i=1}^M P_s(\varepsilon|s_i)P(s_i) \stackrel{M \text{种符号等概率}}{=} \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M P_s(\varepsilon|s_i)$$

（注：此处的误符号率是 仅与调制方式有关的理论误符号率，是 与调制方式和接收机都有关的实际误符号率的下界）

结论：信号点数增加 - 相同长度比特流下 符号个数减小 - 相同总时间下 符号速率降低 - 信号带宽降低

### 6.3.2 常见数字调制方式

分类：

1. 线性调制：（如 ASK、PSK、QAM）

1. 线性调制具有更好的带宽效率

2. 一般都不是恒包络，需要使用功率效率低的线性功率放大器

## 1. BPSK（双极性）

对于BPSK有：

$$\begin{cases} E_s = E_b = E \\ T_s = T_b = T \end{cases}$$

时域信号：

$$s_{BPSK}(t) = m(t)\sqrt{E} \cdot \sqrt{\frac{2}{T}} \cos(2\pi f_c t)$$

$$\text{其中 } m(t) = \pm 1$$

基带信号（复包络）：

$$g(t) = m(t)\sqrt{\frac{2E}{T}}$$

（求自相关函数 - 做傅里叶变换 得到：）

基带信号的功率谱密度（PSD）：

$$P_{g,BPSK}(f) = 2E_b \left( \frac{\sin(\pi f T)}{\pi f T} \right)^2$$

带通信号的功率谱密度（PSD）：

$$P_{s,BPSK}(f) = \frac{E_b}{2} \left[ \left( \frac{\sin(\pi(f-f_c)T)}{\pi(f-f_c)T} \right)^2 + \left( \frac{\sin(\pi(f+f_c)T)}{\pi(f+f_c)T} \right)^2 \right]$$

（P37页右下图）

由图可知：（带通信号）

1. 零点-零点带宽 =  $2R_b$

2. 脉冲成形：

1. 矩形脉冲：

2. 升余弦（ $\alpha = 0.5$ ）：

星座图：

误符号率-信噪比 公式：（相干解调）

$$P_{eb,BPSK} = Q\left(\sqrt{\frac{2E_b}{N_0}}\right) = Q\left(\sqrt{2\gamma_b}\right)$$



## 2. DPSK

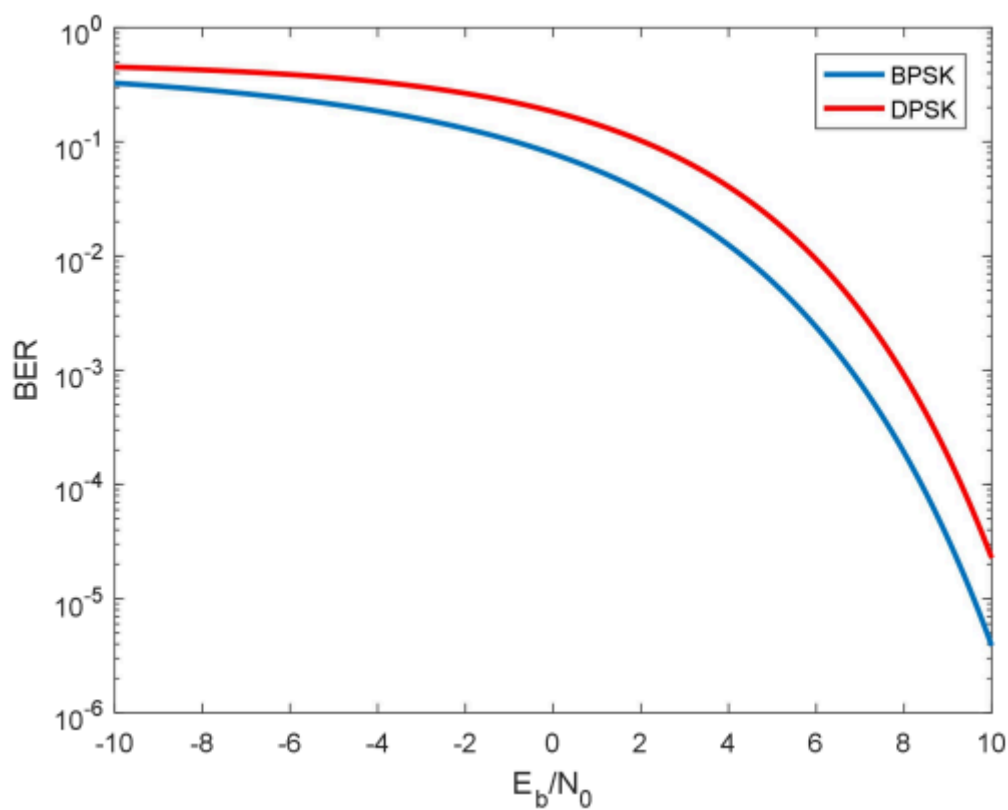
等效为 BPSK + 差分解调（非相干解调）

（为什么一般与差分解调搭配？因为如果还使用相干解调，则于BPSK没区别，还多了差分编码和差分解码的冗余步骤）

误符号率-信噪比 公式：（非相干解调）

$$P_{eb,DPSK} = \frac{1}{2} \exp\left(-\frac{E_b}{N_0}\right) = \frac{1}{2} \exp(-\gamma_b)$$

与 BPSK+相干解调 对比



## 3. QPSK

时域信号：

基带信号：

基带信号的功率谱密度：

带通信号的功率谱密度：

（PPT43页图）

由图可知：（带通信号）

1. 零点-零点带宽为  $R_b$

星座图：

误符号率-信噪比 公式:

$$P_s = 2Q\left(\sqrt{\frac{2E_b}{N_0}}\right)$$

使用格雷码时, 误比特率:

$$P_s = Q\left(\sqrt{\frac{2E_b}{N_0}}\right)$$

对于QPSK, 使用格雷码时误符号率和误比特率的关系:

在使用格雷码时, 相邻符号仅相差1比特

在计算QPSK误码率时, 省略了对角线误符号率, 仅计算相邻误符号率

所以 使用格雷码时, QPSK的误比特率 = 误符号率的1/2

与BPSK相比: 当 $E_b$ 相等时, 有:

1. 误比特率相等
2. 占用带宽QPSK为BPSK的一半 即 带宽效率QPSK为BPSK的两倍

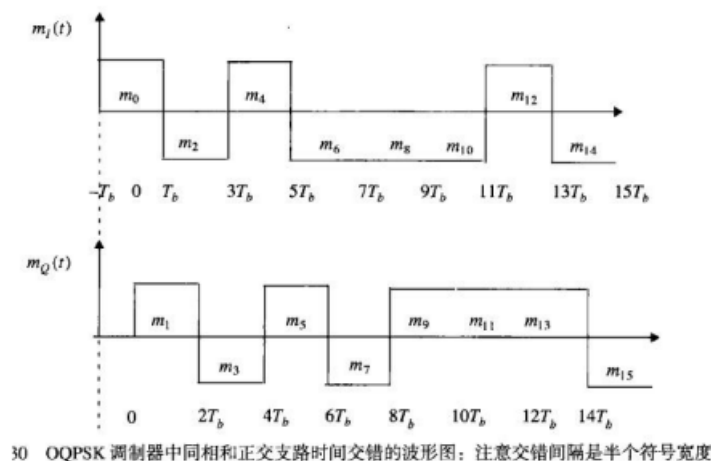
#### 4. Offset QPSK

脉冲成形后的QPSK信号, 当符号从“00”变为“11”时, 会失去恒包络的性质, 解释:

假设“00”对应(1,1), “11”对应(-1,-1)

1. 若无脉冲成形, 则相位跳变是瞬时的, 则包络恒为  $\sqrt{2}$
2. 经过脉冲成形后,  $I(t)$  和  $Q(t)$  不再是瞬时的  $\pm 1$ , 而是由滤波器冲激响应平滑过渡。因此, 在相位跳变期间,  $I(t)$  和  $Q(t)$  会同时经过零点附近, 导致包络瞬时为零

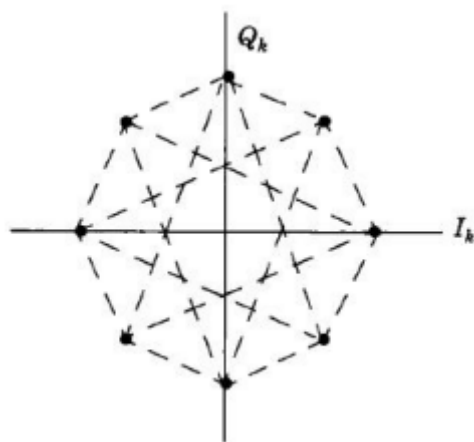
解决: 偶比特流与奇比特流错开  $R_b = \frac{1}{2} R_s$



则最大相移为  $\frac{\pi}{2}$

## 5. $\frac{\pi}{4}$ QPSK

1. 同样面向包络问题
2. 最大相移  $\frac{3\pi}{4}$



3. 常与非相干解调（差分编码）搭配（ $\frac{\pi}{4}$  DQPSK）

## 6.3.3 不同信道下接收端性能分析

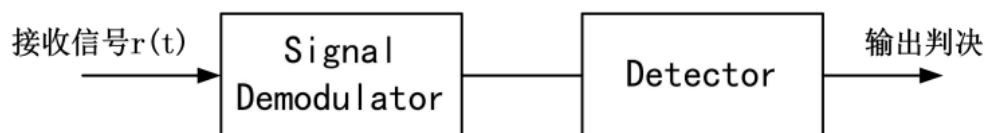
### 1. AWGN信道

信道模型：

$$r(t) = \alpha s_i(t) + n(t)$$

$$\text{其中} \begin{cases} \alpha \text{ 为 复信道增益} \\ \text{高斯白噪声的功率谱密度 } S_n(f) = \begin{cases} N_0 & (|f| \leq \frac{B}{2}) \\ 0 & \end{cases} \end{cases}$$

接收机模型：



1. 解调器：接收信号波形 转化为 坐标向量
2. 判决器：根据接收的坐标向量判定是哪一个符号

### 最大后验概率（Maximum A Posteriori, MAP）接收机

最大后验概率：当接收到信号  $r(t)$  时，调制信号集  $\{s_i\}$  中的哪个符号的发射概率是最大的？即：

$$\arg \max_m \{Pr[s_m|r]\}$$

由 贝叶斯准则：

$$Pr[s_m|r] = \frac{Pr[s_m, r]}{Pr[r]} = \frac{Pr[r|s_m]Pr[s_m]}{\sum_{m=1}^M Pr[s_m]Pr[r|s_m]}$$

假设所有信号等概率发送：

$$Pr[s_m] = \frac{1}{M}$$

则：

$$Pr[s_m|r] = \frac{Pr[r|s_m]}{\sum_{m=1}^M Pr[r|s_m]}$$

为了使其最大，可使  $Pr[r|s_m]$  最大，意义为 发送信号  $s_m$  时，什么接收信号  $r(t)$  的概率最大 即 最大似然概率

(一系列推导 - 有空研究 - Deepseek&Chatgpt)

可知 误符号率：

$$Pr(s_j|s_k) = Q\left(\frac{d_{jk}}{\sqrt{2N_0}}\right)$$

其中  $N_0$  是 高斯白噪声的单边功率谱密度

## 解调方式 - 接收机

1. 相干解调：最优接收机（最大似然接收机 的 误符号率）
2. 非相干解调：次优接收机（最大似然接收机 的 误符号率 + 3dB衰减）

## 2. 瑞利衰落（平坦衰落）信道

求 平均误符号率 的方法：

1. 确定 经过平坦衰落信道后的接收端的符号信噪比分布  $f(\gamma_{sr})$

对于 信道复增益为  $\alpha$  的 瑞利衰落信道，接收端的瞬时信噪比服从指数分布：

$$f(\gamma_{sr}) = \frac{1}{\Gamma} \exp\left(-\frac{\gamma_{sr}}{\Gamma}\right), \gamma_{sr} \geq 0$$

其中：接收端信噪比平均值  $\Gamma = \frac{\overline{\alpha^2} E_s}{N_0}$

2. 根据 调制方式和接收方式 确定 接收端瞬时符号信噪比-误符号率 函数  $P_{es}(\gamma_{sr})$

$$\gamma_{sr} = \frac{\alpha^2 E_s}{N_0}$$

3. 求 误符号率 的 期望

$$P_{es} = \int_0^\infty P_{es}(\gamma_{sr}) f(\gamma_{sr}) d\gamma_{sr}$$

## BPSK (双极性) 在 瑞利衰落信道 下的 平均误符号率

### 1. 相干解调

$$P_{b,BPSK} = \int_0^\infty P_b(X)p(X)dX = \int_0^\infty Q\left(\sqrt{2X}\right) \cdot \frac{1}{\Gamma} e^{-\frac{x}{\Gamma}} dX = \frac{1}{2} \left[ 1 - \sqrt{\frac{\Gamma}{1+\Gamma}} \right] \stackrel{\Gamma \text{很大}}{\approx} \frac{1}{4\Gamma}$$

### 2. 非相干解调 (差分解调)

$$P_{b,DBPSK} = \frac{1}{2(1+\Gamma)} \stackrel{\Gamma \text{很大}}{\approx} \frac{1}{2\Gamma}$$

## BPSK (正交) 在 瑞利衰落信道 下的 平均误符号率

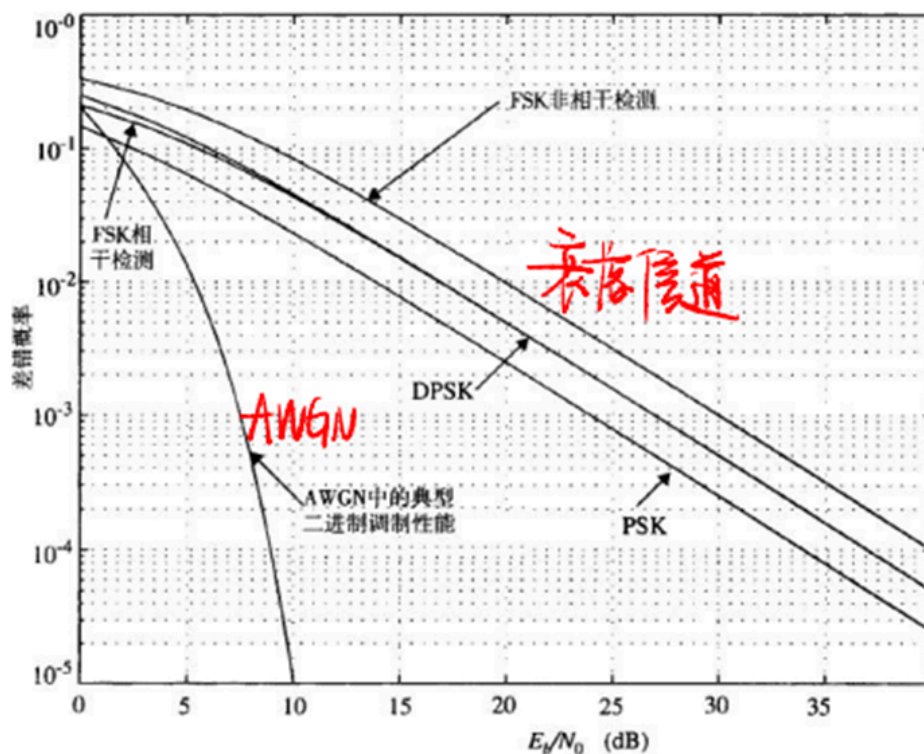
### 1. 相干解调

$$P_{b,2FSK} = \frac{1}{2} \left[ 1 - \sqrt{\frac{\Gamma}{2+\Gamma}} \right] \stackrel{\Gamma \text{很大}}{\approx} \frac{1}{2\Gamma}$$

### 2. 非相干解调 (差分解调)

$$P_e = \frac{1}{2+\Gamma} \stackrel{\Gamma \text{很大}}{\approx} \frac{1}{\Gamma}$$

## 如何降低SER?



理论上：在平坦衰落信道中，BER主要由信噪比低于某个门限值的概率决定

由图可以发现：在平台衰落信道中，增加信噪比只能按线性降低BER

其他方法降低BER：信道编码 + 分集

### 3. 莱斯衰落（平坦衰落）信道

### 4. 频率选择性衰落信道

（和AWGN、平坦衰落信道中的误差分析方法完全不同；分析频率选择性衰落效应的主要工具是仿真）

误差下限 / 不可减少误差：增加发射功率仍然不能降低BER，此时BER即为误差瓶颈

计算：

1. 归一化方均根时延扩展：

$$d = \frac{\sigma_\tau}{T_s}$$

2. 误差下限：

$$BER_{lower} = Kd^2$$

其中  $K$  与调制方式和信道  $PDP$  有关

对 多径传播导致误差下限 的原因 做 定性分析：

1. 主要信号分量因多径删除而被消除

2. 非零时延扩展 导致

1. 符号能量分散（ISI）

2. 接收机的采样时刻发生改变

（时延扩展可能导致主信号分量的到达时间偏离标称采样时刻。例如，最强路径的时延可能使最佳采样时刻从  $kT_s$  偏移至  $kT_s + \Delta t$ ，如果接收机没有同步到这一偏移，则采样性能下降）

### 4. 快衰落信道

注意：

1. 相干解调：相干解调需要利用信道估计得到的绝对相位；
2. 非相干解调：非相干解调不需要信道估计，依赖于前后数据周期的信道相关性

所以在快衰落信道中，两种解调效果都会更差

误差下限：

$$BER_{lower} = \frac{1}{2} \pi^2 (f_d^{\max} T_s)^2$$

## 6.4 扩频调制

### 6.4.1 概述

#### 1. 定义

扩频 (Spread Spectrum) 技术所采用的传输带宽远大于所需的最小信号带宽

扩频信号由伪噪声序列 (PN) 控制, 表现为类似白噪声的性质

注: 白噪声性质:

1. 功率谱密度 为 常数
2. 自相关函数 为 冲激函数 —— 仅与当前时刻有关
3. 互相关函数 为 0

扩频技术具有良好的抗多径、多用户干扰能力 (以 带宽 换 抗干扰)

#### 2. 系统处理增益 Processing Gain

用来表示扩频系统的抗干扰能力

$$PG = \frac{B_{ss}}{B}$$

### 6.4.2 PN序列

PN序列是一种自相关的二进制序列

典型产生机制: 线性移位寄存器

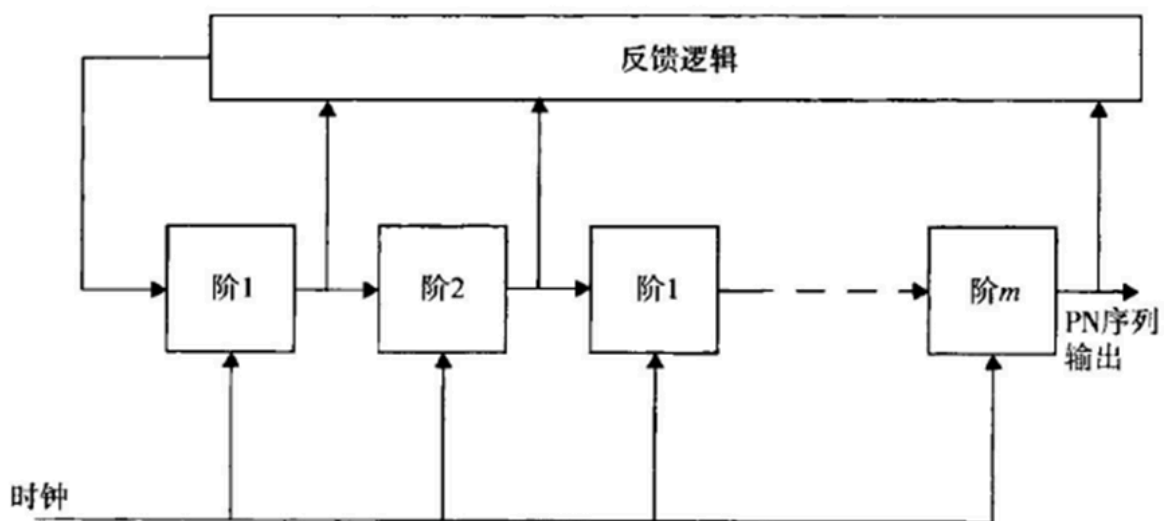


图 6.48  $m$  阶简化的反馈移位寄存器的框图

注:

1. 可以在不同位置进行反馈
2. 对于  $m$  阶移位寄存器, 则可以产生周期为  $2^m - 1$  的序列

实例：

下图所示为四级移位寄存器组成的码序列产生器，先求出它的码序列，然后求出它的相关系数。

假设起始状态为 1111，在时钟脉冲(CP)作用下，逐级移位， $D_3 \oplus D_4$ 作为 $D_1$ 输入，则 $n=4$ 码序列产生过程如下页表所示。

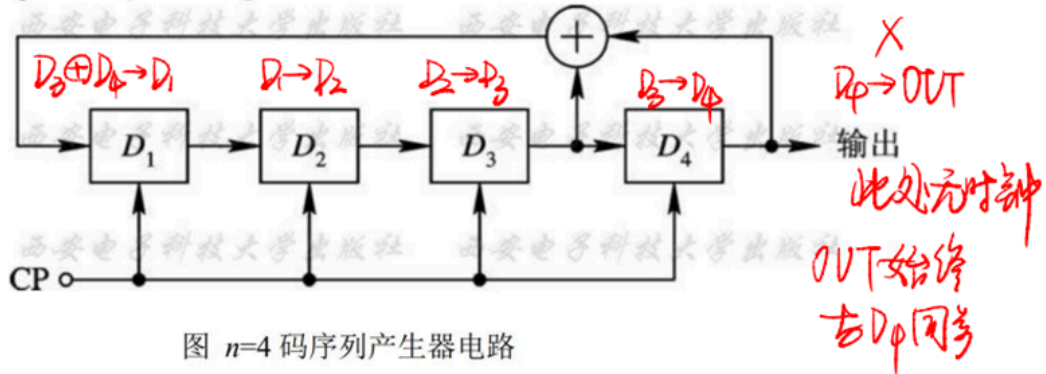


图  $n=4$  码序列产生器电路

$\begin{matrix} D \\ \text{CP} \end{matrix}$	$D_1$	$D_2$	$D_3$	$D_4$ (输出)	$D_3 \oplus D_4$
0	1	1	1	1	0
1	0	1	1	1	0
2	0	0	1	1	0
3	0	0	0	1	1
4	1	0	0	0	0
5	0	1	0	0	0
6	0	0	1	0	1
7	1	0	0	1	1
8	1	1	0	0	0
9	0	1	1	0	1
10	1	0	1	1	0
11	0	1	0	1	1
12	1	0	1	0	1
13	1	1	0	1	1
14	1	1	1	0	1
15	1	1	1	1	0

由图可知，PN序列的特点：

1. 无重复
2. 周期性
3. 无全0（一旦全0，后续均为全0）

（拓展：m序列、M序列、gold序列）

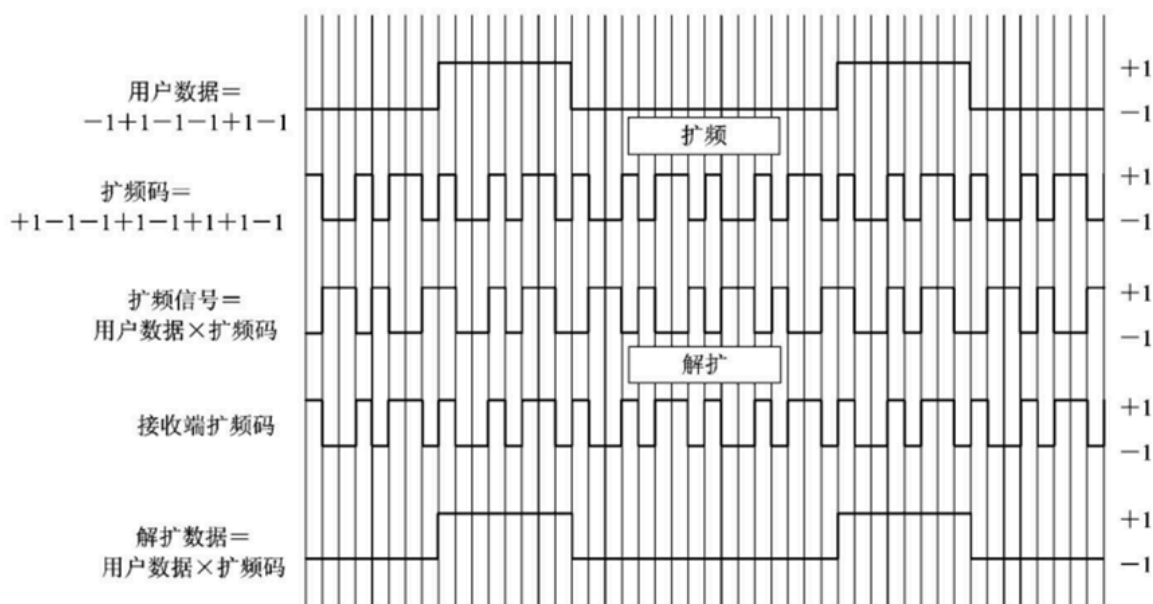


## 6.4.3 直接序列扩频 Direct Sequence Spread Spectrum, DSSS

### 1. 完整系统

1. 发射端：比特流 - 直接序列扩频 - 数字调制 - 上变频 - 发射
2. 接收端：接收 - 下变频 - 数字解调 - 直接序列解扩 - 接收

### 2. 波形图



### 3. 性能分析

假设有  $K$  个用户接入DSSS系统中，则在接收端，用户1的第 $i$ 个比特的判决变量：

$$Z_i^{(1)} = \int_{\tau_1 + (i-1)T}^{\tau_1 + iT} r(t) p_1(t - \tau_1) \cos[2\pi f_c(t - \tau_1) + \phi_1] dt$$

$$\text{可以表示为 } Z_i^{(1)} = I_1(\text{用户1}) + \sum_{k=2}^K I_k(\text{其他用户干扰}) + \xi(\text{噪声})$$

对于多径干扰，可以使用高斯近似（基于其他用户干扰 $I_k$ 是独立同分布得到的）

若用户1的第 $i$ 个比特是-1，则差错概率：

$$Pr[Z_i^{(1)} > 0 \mid m_{1,i} = -1]$$

$$\text{基于高斯近似可以得到 } P_e = Q\left(\frac{1}{\sqrt{\frac{K-1}{3N} + \frac{N_0}{2E_b}}}\right) \begin{cases} K \text{ 同时激活的用户数} \\ N \text{ 扩频码长度} \end{cases}$$

$$\text{当 } SNR \rightarrow \infty \text{ 时, 得到 误差本底 } P_b = Q\left(\sqrt{\frac{3N}{K-1}}\right)$$

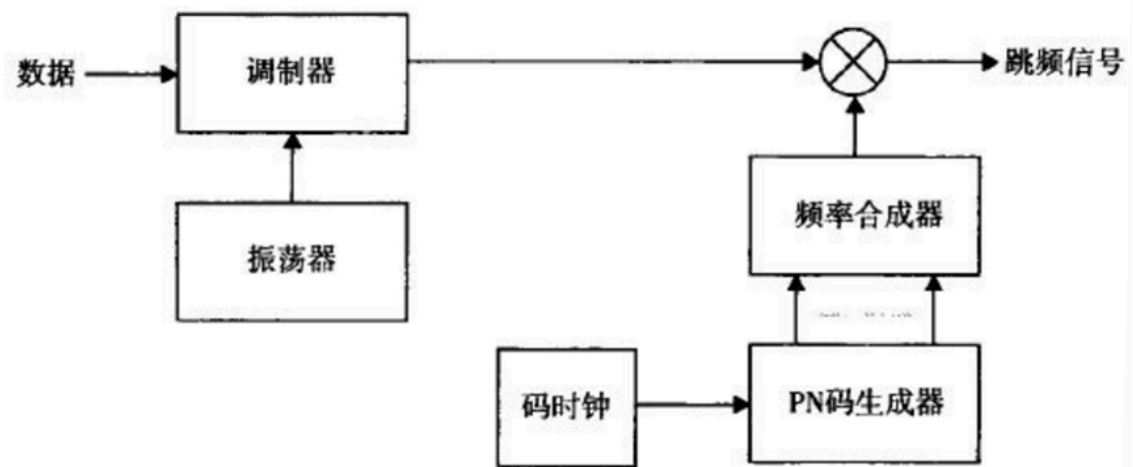
误差本底存在的主要原因：

1. 多址干扰
2. 对于基站，接收到的所有干扰者的信号和 目标用户的信号 的功率相同；（这是通过移动端的功率控制来实现的）

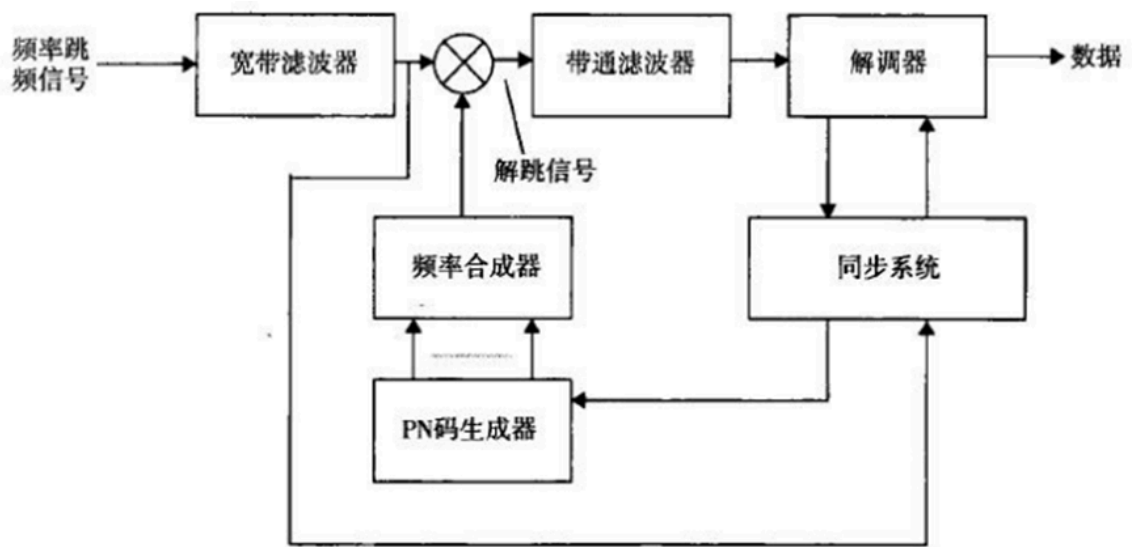
## 6.4.4 跳频 Frequency Hopping, FH

### 1. 完整系统

1. 发射端：比特流 - 分组数字调制 - 跳频控制器（伪随机序列控制） - 上变频 - 发射



2. 接收端：接收 - 下变频 - 跳频控制器（伪随机序列控制，与发送端同步） - 数字解调 - 比特流

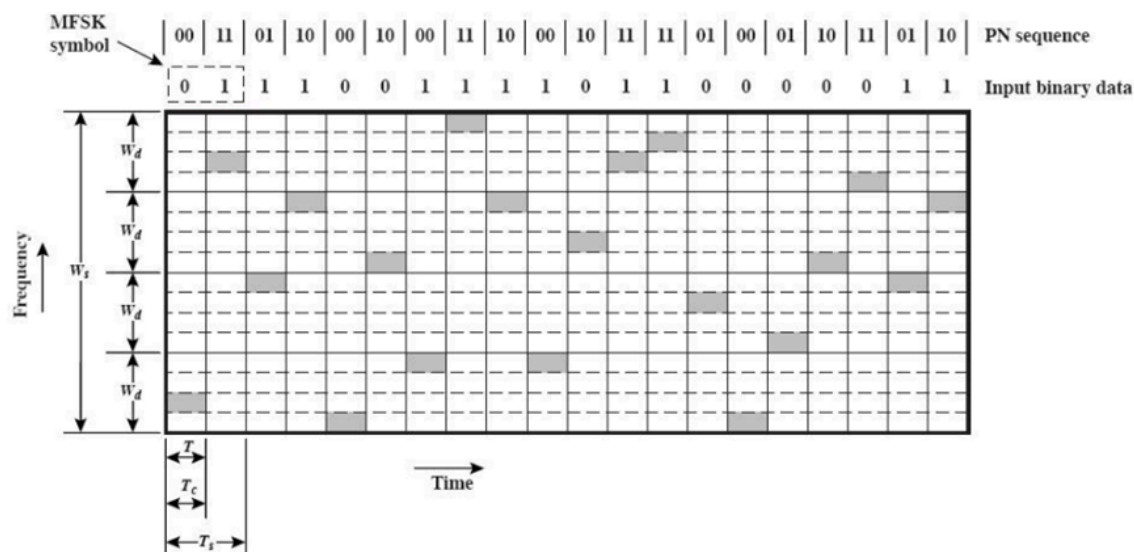


### 2. 快跳和慢跳

1. 快跳：跳频速率 > 符号速率（一符号跨多频点）即  $T_c < T_s$
2. 慢跳：跳频速率 < 符号速率（一频点跨多符号）即  $T_c > T_s$

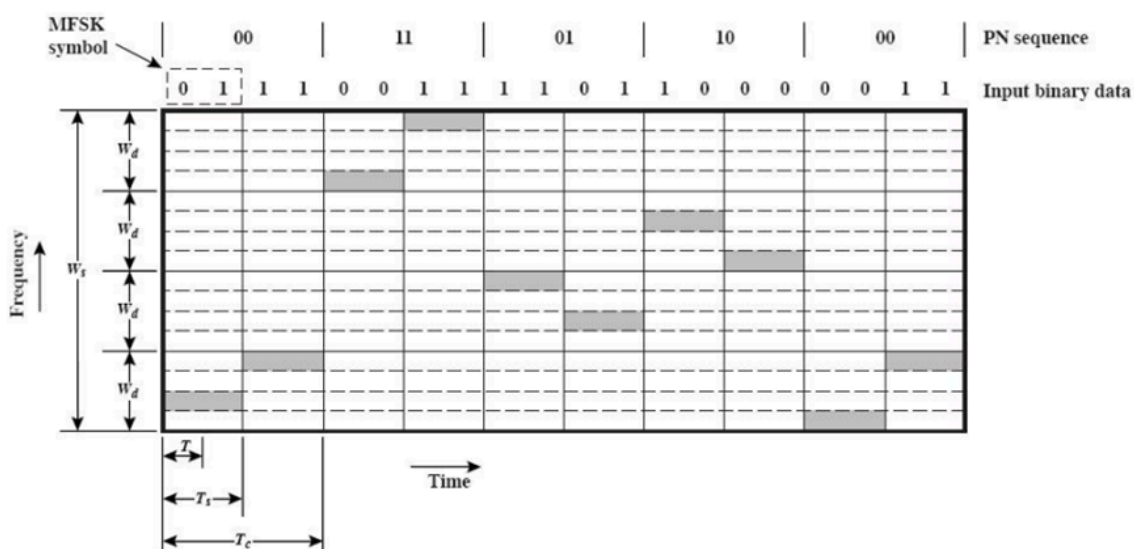
以 2FSK 为例：

1. 快跳：



(PN码决定在哪个大频率块内，输入的数据决定在哪个小频率块)

2. 慢跳:



### 3. 性能分析

(以 BFSK 为例)

对于BFSK，正常情况下的误码率:

$$P_{eb} = \frac{1}{2} \exp \left( -\frac{E_b}{2N_0} \right)$$

在跳频中，用户之间可能发生碰撞（两个用户同时使用同一频段）；

假设 跳频信道数=M，则 至少发生一次碰撞的概率:

$$P_h = 1 - \left( 1 - \frac{1}{M} \right)^{K-1} \approx \frac{K-1}{M}$$

其中  $K$  为 同时激活的用户数

假设发生碰撞时信号完全丢失，即 发生碰撞时的误码率为

$$P_{eb} = 0.5$$

则总误比特率:

$$P_{eb} = 0.5 \cdot P_h + \frac{1}{2} e^{-\frac{E_b}{2N_0}} \cdot (1 - P_h) \approx \frac{1}{2} \cdot \frac{K-1}{M} + \frac{1}{2} e^{-\frac{E_b}{2N_0}} \cdot \left(1 - \frac{K-1}{M}\right)$$

误差本底：

$$\lim_{SNR=\frac{E_b}{N_0} \rightarrow \infty} P_{eb} = \frac{1}{2} \cdot \frac{K-1}{M}$$

对于异步跳频系统，则碰撞概率为：

$$P_h = 1 - \left[1 - \frac{1}{M} \left(1 + \frac{1}{N_b}\right)\right]^{K-1}$$

$$\text{其中} \begin{cases} K \text{ 是同时激活的用户数} \\ N_b \text{ 是每次跳频的比特数} \end{cases}$$

总误比特率为：

$$P_{eb} = 0.5 \cdot P_h + \frac{1}{2} \exp\left(-\frac{E_b}{2N_0}\right) (1 - P_h)$$