EM算法仿真

ZY2103518 吕晔

题目：一个袋子中三种硬币的混合比例为：s1, s2与1-s1-s2 (0<=si<=1), 三种硬币掷出正面的概率分别为：p, q, r。 （1）自己指定系数s1, s2, p, q, r，生成N个投掷硬币的结果（由01构成的序列，其中1为正面，0为反面），利用EM算法来对参数进行估计并与预先假定的参数进行比较。 截至日期：4月22日晚12点前

# 参数设置

自己指定的参数如下：

|  |  |
| --- | --- |
| 参数 | 值 |
| S1 | 0.4 |
| S2 | 0.4 |
| P | 0.3 |
| q | 0.3 |
| r | 0.8 |

# 生成随机样本

然后随机生成1000个样本，由数字1代表正面，数字0代表反面。生成训练样本的代码如下：

图形用户界面, 文本, 应用程序

描述已自动生成

# EM算法

## E-Step

开始EM算法的迭代。首先进行E-Step，计算出每一个样本是由某一枚硬币掷出的后验概率。分别用u1,u2,u3表示，其表达式为：







代码如下：

图形用户界面, 文本, 应用程序

描述已自动生成

## M-Step

在M-Step中需要对参数进行一次极大似然估计，实现对参数的更新，待更新的参数的表达式为：，其中包含三枚硬币出现的概率以及三枚硬币掷出正面的概率。通过以下公式直接计算出的极大似然估计。











其中的M为每一个样本的维度，在本次实验中取M=100。即每次取出一枚硬币后连续掷100次。

代码如下：

文本

描述已自动生成

## 的初始参数

随意选定的初始参数数据如下表所示

|  |  |
| --- | --- |
| 初始参数 | 值 |
|  | 0.2 |
|  | 0.2 |
|  | 0.5 |
|  | 0.5 |
|  | 0.9 |

每一次E-Step和M-Step作为一步迭代，一共迭代5此，然后比较最终结果。

# 实验结果

表格

描述已自动生成

上表是5个参数分别迭代5次的结果。由表中的最后一行可以看出，实验结果基本与用于生成训练数据的参数一致，EM算法迭代正确。

图表, 折线图

描述已自动生成图表, 折线图

描述已自动生成

图表, 折线图

描述已自动生成图表, 折线图

描述已自动生成

图表, 折线图

描述已自动生成

# 附录

%% 深度学习与自然语言处理2022第二次大作业

% 吕晔

% ZY2103518

% EM算法的仿真验证

% 2022年4月15日

%% 自定义各项训练参数

% define pi1 = 0.4 第一枚硬币出现的概率

% define pi2 = 0.4 第二枚硬币出现的概率

% define pi3 = 0.2 第三枚硬币出现的概率

% define p = 0.3 第一枚硬币出现正面的概率

% define q = 0.3 第二枚硬币出现正面的概率

% define r = 0.8 第三枚硬币出现正面的概率

% 训练集样本数 N = 1000

% EM循环次数 J = 5

%% 初始化数据

clc

clear

pi1=0.4;

pi2=0.4;

pi3=0.2;

p=0.3;

q=0.3;

r=0.8;

N=1000;

M=100;

J=5;

train\_Data = zeros(N,M);

u1 = zeros(N,1);

u2 = zeros(N,1);

u3 = zeros(N,1);

theta = zeros(J,5);

theta(1,1)=0.2;

theta(1,2)=0.2;

theta(1,3)=0.5;

theta(1,4)=0.5;

theta(1,5)=0.9;

%% Prepare training data

Pi = [pi1,pi2,pi3];

pqr=[p,q,r];

for k=1:N

r1 = rand;

if(r1<Pi(1))

coin\_Flag = 1;

elseif(r1<sum(Pi(1:2)))

coin\_Flag = 2;

else

coin\_Flag = 3;

end

for kk=1:M

r2 = rand;

if r2<pqr(coin\_Flag)

train\_Data(k,kk) = 1;

else

train\_Data(k,kk) = 0;

end

end

end

%% start EM algorithm

for i=1:J-1

%% E-Step : calculating u1,u2 and u3

% u1=(theta(i,3).^train\_Data.\*(1-theta(i,3)).^(1-train\_Data).\*theta(i,1))./(theta(i,3).^train\_Data.\*(1-theta(i,3)).^(1-train\_Data).\*theta(i,1)+theta(i,4).^train\_Data.\*(1-theta(i,4)).^(1-train\_Data).\*theta(i,2)+theta(i,5).^train\_Data.\*(1-theta(i,5)).^(1-train\_Data).\*(1-theta(i,1)-theta(i,2)));

% u2=(theta(i,4).^train\_Data.\*(1-theta(i,4)).^(1-train\_Data).\*theta(i,2))./(theta(i,3).^train\_Data.\*(1-theta(i,3)).^(1-train\_Data).\*theta(i,1)+theta(i,4).^train\_Data.\*(1-theta(i,4)).^(1-train\_Data).\*theta(i,2)+theta(i,5).^train\_Data.\*(1-theta(i,5)).^(1-train\_Data).\*(1-theta(i,1)-theta(i,2)));

% u3=(theta(i,5).^train\_Data.\*(1-theta(i,5)).^(1-train\_Data).\*(1-theta(i,1)-theta(i,2)))./(theta(i,3).^train\_Data.\*(1-theta(i,3)).^(1-train\_Data).\*theta(i,1)+theta(i,4).^train\_Data.\*(1-theta(i,4)).^(1-train\_Data).\*theta(i,2)+theta(i,5).^train\_Data.\*(1-theta(i,5)).^(1-train\_Data).\*(1-theta(i,1)-theta(i,2)));

%

% u1=(theta(i,3).^train\_Data.\*(1-theta(i,3)).^(1-train\_Data))./(theta(i,3).^train\_Data.\*(1-theta(i,3)).^(1-train\_Data)+theta(i,4).^train\_Data.\*(1-theta(i,4)).^(1-train\_Data)+theta(i,5).^train\_Data.\*(1-theta(i,5)).^(1-train\_Data));

% u2=(theta(i,4).^train\_Data.\*(1-theta(i,4)).^(1-train\_Data))./(theta(i,3).^train\_Data.\*(1-theta(i,3)).^(1-train\_Data)+theta(i,4).^train\_Data.\*(1-theta(i,4)).^(1-train\_Data)+theta(i,5).^train\_Data.\*(1-theta(i,5)).^(1-train\_Data));

% u3=1-u1-u2;

% u1=(theta(i,3).^sum(train\_Data,2).\*(1-theta(i,3)).^(M-sum(train\_Data,2)))./(theta(i,3).^sum(train\_Data,2).\*(1-theta(i,3)).^(M-sum(train\_Data,2))+theta(i,4).^sum(train\_Data,2).\*(1-theta(i,4)).^(M-sum(train\_Data,2))+theta(i,5).^sum(train\_Data,2).\*(1-theta(i,5)).^(M-sum(train\_Data,2)));

% u2=(theta(i,4).^sum(train\_Data,2).\*(1-theta(i,4)).^(M-sum(train\_Data,2)))./(theta(i,3).^sum(train\_Data,2).\*(1-theta(i,3)).^(M-sum(train\_Data,2))+theta(i,4).^sum(train\_Data,2).\*(1-theta(i,4)).^(M-sum(train\_Data,2))+theta(i,5).^sum(train\_Data,2).\*(1-theta(i,5)).^(M-sum(train\_Data,2)));

% u3=1-u1-u2;

%

u1=(theta(i,3).^sum(train\_Data,2).\*(1-theta(i,3)).^(M-sum(train\_Data,2)).\*theta(i,1))./(theta(i,3).^sum(train\_Data,2).\*(1-theta(i,3)).^(M-sum(train\_Data,2)).\*theta(i,1)+theta(i,4).^sum(train\_Data,2).\*(1-theta(i,4)).^(M-sum(train\_Data,2)).\*theta(i,2)+theta(i,5).^sum(train\_Data,2).\*(1-theta(i,5)).^(M-sum(train\_Data,2)).\*(1-theta(i,1)-theta(i,2)));

u2=(theta(i,4).^sum(train\_Data,2).\*(1-theta(i,4)).^(M-sum(train\_Data,2)).\*theta(i,2))./(theta(i,3).^sum(train\_Data,2).\*(1-theta(i,3)).^(M-sum(train\_Data,2)).\*theta(i,1)+theta(i,4).^sum(train\_Data,2).\*(1-theta(i,4)).^(M-sum(train\_Data,2)).\*theta(i,2)+theta(i,5).^sum(train\_Data,2).\*(1-theta(i,5)).^(M-sum(train\_Data,2)).\*(1-theta(i,1)-theta(i,2)));

u3=1-u1-u2;

%

% for j=1:N

% u1(j)=(theta(i,3).^train\_Data(j).\*(1-theta(i,3)).^(1-train\_Data(j)).\*theta(i,1))./(theta(i,3).^train\_Data(j).\*(1-theta(i,3)).^(1-train\_Data(j)).\*theta(i,1)+theta(i,4).^train\_Data(j).\*(1-theta(i,4)).^(1-train\_Data(j)).\*theta(i,2)+theta(i,5).^train\_Data(j).\*(1-theta(i,5)).^(1-train\_Data(j)).\*(1-theta(i,1)-theta(i,2)));

% u2(j)=(theta(i,4).^train\_Data(j).\*(1-theta(i,4)).^(1-train\_Data(j)).\*theta(i,2))./(theta(i,3).^train\_Data(j).\*(1-theta(i,3)).^(1-train\_Data(j)).\*theta(i,1)+theta(i,4).^train\_Data(j).\*(1-theta(i,4)).^(1-train\_Data(j)).\*theta(i,2)+theta(i,5).^train\_Data(j).\*(1-theta(i,5)).^(1-train\_Data(j)).\*(1-theta(i,1)-theta(i,2)));

% u3(j)=(theta(i,5).^train\_Data(j).\*(1-theta(i,5)).^(1-train\_Data(j)).\*(1-theta(i,1)-theta(i,2)))./(theta(i,3).^train\_Data(j).\*(1-theta(i,3)).^(1-train\_Data(j)).\*theta(i,1)+theta(i,4).^train\_Data(j).\*(1-theta(i,4)).^(1-train\_Data(j)).\*theta(i,2)+theta(i,5).^train\_Data(j).\*(1-theta(i,5)).^(1-train\_Data(j)).\*(1-theta(i,1)-theta(i,2)));

%

% end

%

%% M-Step : update theta

theta(i+1,1) = sum(u1)/N;

theta(i+1,2) = sum(u2)/N;

theta(i+1,3) = sum(u1.\*sum(train\_Data,2))/sum(u1.\*M);

theta(i+1,4) = sum(u2.\*sum(train\_Data,2))/sum(u2.\*M);

theta(i+1,5) = sum(u3.\*sum(train\_Data,2))/sum(u3.\*M);

end