МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
КИЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ імені Тараса Шевченка
ФАКУЛЬТЕТ ІНФОРМАЦІЙНИХ ТЕХНОЛОГІЙ

Кафедра програмних систем і технологій

Дисципліна

«Ймовірнісні основи програмної інженерії»

Звіт з лабораторної роботи № 4

на тему:

«Класичний та статистичний методи визначення ймовірності та обчислення»

Виконала:	Дрозд Єлизавета Андріївна	**Перевірила:**	Марцафей А. С.
Група	ІПЗ-12(2)	Дата перевірки	
Форма навчання	денна	Оцінка	
Спеціальність	121		

2022

Мета роботи:

Навчитись використовувати на практиці набуті знання про центральні тенденції та міри.

Постановка задачі:

1. Аналітичним шляхом розв'язати вказані задачі.

1. В магазин надійшла партія взуття одного фасону і розміру, але різного кольору. Партія містить 40 пар чорного кольору, 26 – коричневого, 22 – червоного і 12 пар синього. Коробки із взуттям виявились невідсортовані за кольором. Яка ймовірність того, що навмання взята коробка виявиться із взуттям червоного або синього кольору?

2. У банку працює 10 співробітників, 8 з яких є консультантами. Знайти ймовірність того, що серед навмання вибраних двох співробітників, хоча б один буде консультантом.

3. В компанії працює 10 менеджерів, серед яких двоє – родичі. Жеребкуванням вибирають трьох. Знайдіть ймовірність того, що серед вибраних фахівців буде принаймні один із родичів.

4. До мінімаркету з п'ятьма відділами прибував товар до одного з них. Ймовірність призначення товару для першого відділу $p1=0,15$, для другого $p2=0,25$, для третього $p3=0,2$, а для четвертого $p4=0,1$. Знайти ймовірність $p5$ того, що цей товар призначений для п'ятого відділу.

5. У графіку руху потягів на дільниці є 120 колій для вантажних потягів. З цієї дільниці на станцію прибувають за розбіркою 80 потягів. Знайти ймовірність прибуття двох розбіркових потягів по двох сусідніх коліях.

6. Ймовірність виготовлення стандартного виробу даним станком дорівнює 0,9. Ймовірність появи виробу першого ґатунку серед стандартних виробів становить 0,8. Визначити ймовірність виготовлення виробу першого ґатунку даним станком.

7. В групі з 10 студентів, які прийшли на екзамен, 3 підготовлені відмінно, 4 – добре, 2 – посередньо і 1 – погано. В екзаменаційних білетах є 20 питань. Студент, який підготовлений відмінно може відповісти на всі 20 питань, який підготовлений добре – на 16, посередньо – на 10, погано – на 5. Визваний навмання студент відповів на три довільно заданих питання. Знайти ймовірність того, що цей студент підготовлений: а) відмінно; б) погано.

8. На трьох автоматизованих лініях виготовляють однакові деталі, причому 40% - на першій лінії, 30% - на другій та 30% - на третій. Ймовірність виготовлення стандартної деталі для цих ліній становить відповідно 0,9, 0,95 та 0,95. Виготовлені деталі надходять на склад. Яка ймовірність того, що навмання взята деталь стандартна?

9. У лікарню поступають (в середньому) 40% хворих на пневмонію, 30% -на перитоніт та 30% хворих на ангіну. Ймовірність повного одужання від пневмонії – 0,8; від перитоніту – 0,7 та ангіни – 0,85. Виписано хворого, який повністю одужав. Яка ймовірність того, що він був хворий на перитоніт?

10. 30% приладів збирає фахівець високої кваліфікації і 70% середньої. Надійність роботи приладу, зібраного фахівцем високої кваліфікації 0,9, надійність приладу, зібраного фахівцем середньої кваліфікації 0,8. Взятий прилад виявився надійним. Визначити ймовірність того, що він зібраний фахівцем високої кваліфікації.

2. Написати програму, яка, використовуючи відомі формули теорії ймовірності(запрограмувати вручну) розв'яже задачі приведені у п.1.
3. Порівняти результати обчислень, зробити висновки.

Побудова математичної моделі:

Формули, які були використані для розв’язання даних задач:

Класичне означення імовірності

$P(A) = \frac{|A|}{|\Omega|}$ *де A – сприятливі події; Ω – загальна кількість елементарних подій.*

Означення 32. *Комбінаціями з n елементів по* $m(0 \le m \le n)$ *називаються невпорядковані множини з m елементів, які різняться між собою хоча б одним елементом.*

Кількість таких множин

$$C_n^m = \frac{A_n^m}{P_m} = \frac{n!}{m!(n-m)}. \qquad (1.1.3.)$$

При цьому за означенням вважають, що 0!=1.

Теорема 6. Ймовірність появи хоча б однієї з незалежних у сукупності подій $A_1, A_2, \ldots A_n$ дорівнює різниці між одиницею і добутком ймовірностей протилежних подій $\overline{A}_1, \overline{A}_2, \ldots \overline{A}_n$:

$$P(A) = 1 - P(\overline{A}_1) \cdot P(\overline{A}_2) \cdot \ldots \cdot P(\overline{A}_n). \qquad (1.2.13.)$$

Якщо ймовірність протилежних подій $\overline{A}_1, \overline{A}_2, \ldots \overline{A}_n$ позначити $P(\overline{A}_1) = q_1, P(\overline{A}_2) = q_2, \ldots P(\overline{A}_n) = q_n$, то формула (1.2.13.) матиме вигляд

$$P(A) = 1 - q_1 \cdot q_2 \cdot \ldots \cdot q_n. \qquad (1.2.14.)$$

48

Наслідок 1. Якщо всі n подій мають однакову ймовірність p, то формула (1.2.14.) має вигляд

$$P(A) = 1 - q^n. \qquad (1.2.15.)$$

Означення 2. *Протилежними називають дві єдиноможливі події, що утворюють повну групу. Якщо одну з протилежних подій позначити через А, то другу подію позначають як* $\bar{A}$.

Наслідок 2. Сума ймовірностей протилежних подій дорівнює одиниці:

$$P(A)+P(\bar{A})=1. \qquad (1.2.4.)$$

Зауваження. Якщо ймовірність однієї з двох протилежних подій позначити через p, а ймовірність іншої через q, то за наслідком 2 отримаємо:

$$p+q=1. \qquad (1.2.5.)$$

Звідси $p=1-q$, $q=p-1$.

Зокрема, якщо обидві протилежні події мають однакову ймовірність, то вона дорівнює 0,5.

Теорема 5. Ймовірність сумісної появи двох подій рівна добутку ймовірності однієї з них на умовну імовірність іншої події обчислену в припущенні, що перша подія вже відбулася:

$$P(A\bigcap B)=P(A)\cdot P(B/A)=P(B)\cdot P(A/B). \qquad (1.2.11.)$$

Співвідношення (1.2.11.) називають *формулою множення ймовірностей залежних випадкових подій.*

Наслідок 1. Ймовірність скінченної кількості n залежних випадкових подій $A_1, A_2, \ldots A_n$ обчислюється за формулою

$$P\left(\bigcap_{i=1}^{n} A_i\right)=P(A_1)\,P(A_2/A_1)\,P(A_3/A_1A_2)\ldots P(A_n/A_1A_2\ldots A_{n-1}) \qquad (1.2.12.)$$

1.2.4. Формула повної ймовірності випадкової події

Теорема 7. Якщо випадкова подія A може відбутися лише за умови, що відбудеться одна з несумісних випадкових подій $B_1, B_2, \ldots, B_n$, які утворюють повну групу несумісних подій, то ймовірність події A обчислюється за формулою

$$\mathrm{P}(\mathrm{A}) = P(B_1)\cdot P(A/B_1) + P(B_2)\cdot P(A/B_2) + \ldots + P(B_n)\cdot P(A/B_n) = \\ = \sum_{\mathrm{i}=1}^{\mathrm{n}} \mathrm{P}(\mathrm{B}_i)\, \mathrm{P}(\mathrm{A}/\mathrm{B}_i), \tag{1.2.16.}$$

яка називається *формулою повної ймовірності*.

Означення 6. *Випадкові події $B_1, B_2, \ldots B_n$ називають гіпотезами.*

1.2.5. Формула Байєса

Застосовуючи формулу множення ймовірностей для залежних випадкових подій A, B_i ($i=\overline{1, n}$), дістаємо

$$P(A)\, P(B_i / A) = P(B_i)\, P(A / B_i).$$

Звідси,

$$P(B_i / A) = \frac{P(B_i)\, P(A / B_i)}{P(A)} = \frac{P(B_i)\, P(A / B_i)}{\sum_{i=1}^{n} P(B_i)\, P(A / B_i)}. \tag{1.2.17.}$$

Залежність (1.2.17.) називається *формулою Байєса*.

Її використовують для переоцінювання ймовірностей гіпотез B_i за умови, що випадкова подія A відбудеться.

Після переоцінювання всіх гіпотез B_i маємо:

$$\sum_{i=1}^{n} P(B_i / A) = \sum_{i=1}^{m} \frac{P(B_i)\, P(A/B_i)}{P(A)} = \frac{\sum_{i=1}^{n} P(B_i)\, P(A/B_i)}{P(A)} = \frac{P(A)}{P(A)} = 1.$$

Згідно з формулою Байєса можна прийняти рішення, провівши експеримент. Але для цього необхідно, аби вибір тієї чи іншої гіпотези мав ґрунтовні підстави, тобто щоб внаслідок проведення експерименту ймовірність $P(B_i/A)$ була близька до одиниці.

Псевдокод алгоритму:

```
from math import *

f2 = open('output.txt', 'w')


def p(a, n):
    return a / n


def c(n, m):
    return factorial(n) / (factorial(m) * factorial(n - m))


def task1():
    black = 40
    brown = 26
    red = 22
    blue = 12
    n = black + brown + red + blue
    f2.write("task 1: p(a) = %s\n" % p(red + blue, n))


def task2():
    workers = 10
    consultans = 8
    P = c(workers, consultans) * p(consultans, workers) / c(workers, 2) + 1 / c(workers, 2)
    f2.write("\ntask 2: p(a) = %s\n" % P)
```

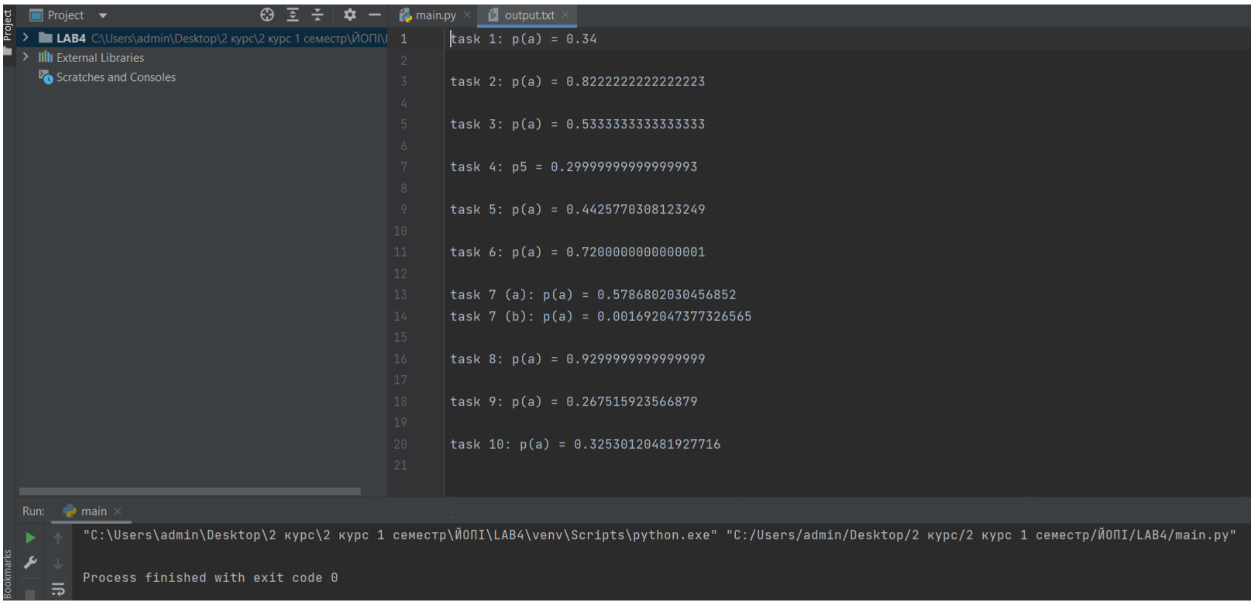
```
def task3():
    managers = 10
    rel = 2
    P = p(pow(managers - rel, 2), c(managers, 3))
    f2.write("\ntask 3: p(a) = %s\n" % P)


def task4():  # Сума ймовірностей повної групи випадкових подій дорівнює одиниці
    p1 = 0.15
    p2 = 0.25
    p3 = 0.2
    p4 = 0.1
    p5 = 1 - p1 - p2 - p3 - p4
    f2.write("\ntask 4: p5 = %s\n" % p5)


def task5():
    trains = 80
    railways = 120
    f2.write("\ntask 5: p(a) = %s\n" % p(c(trains, 2), c(railways, 2)))


def task6():  # формула множення ймовірностей залежних випадкових подій
    p = 0.8 * 0.9
    f2.write("\ntask 6: p(a) = %s\n" % p)
```

```python
def task7():
    p_b1 = 0.3
    p_b2 = 0.4
    p_b3 = 0.2
    p_b4 = 0.1
    p_a_b1 = 1
    p_a_b2 = (16 / 20) * (15 / 19) * (14 / 18)
    p_a_b3 = (10 / 20) * (9 / 19) * (8 / 18)
    p_a_b4 = (5 / 20) * (4 / 19) * (3 / 18)
    a = (p_b1 * p_a_b1) / (p_b1 * p_a_b1 + p_b2 * p_a_b2 + p_b3 * p_a_b3 + p_b4 * p_a_b4)
    b = (p_b4 * p_a_b4) / (p_b1 * p_a_b1 + p_b2 * p_a_b2 + p_b3 * p_a_b3 + p_b4 * p_a_b4)
    f2.write("\ntask 7 (a): p(a) = %s\ntask 7 (b): p(a) = %s\n" % (a, b))


def task8():  # формула повної ймовірності випадкової події
    p_b1 = 0.4
    p_b2 = 0.3
    p_b3 = 0.3
    p_a_b1 = 0.9
    p_a_b2 = 0.95
    p_a_b3 = 0.95
    p = p_b1 * p_a_b1 + p_b2 * p_a_b2 + p_b3 * p_a_b3
    f2.write("\ntask 8: p(a) = %s\n" % p)
```

```python
def task9():  # формула Байєса
    p_b1 = 0.4
    p_b2 = 0.3
    p_b3 = 0.3
    p_a_b1 = 0.8
    p_a_b2 = 0.7
    p_a_b3 = 0.85
    p = p_b2 * p_a_b2 / (p_b1 * p_a_b1 + p_b2 * p_a_b2 + p_b3 * p_a_b3)
    f2.write("\ntask 9: p(a) = %s\n" % p)


def task10():
    p_b1 = 0.3
    p_b2 = 0.7
    p_a_b1 = 0.9
    p_a_b2 = 0.8
    p = p_b1 * p_a_b1 / (p_b1 * p_a_b1 + p_b2 * p_a_b2)
    f2.write("\ntask 10: p(a) = %s\n" % p)
```

```python
task1()
task2()
task3()
task4()
task5()
task6()
task7()
task8()
task9()
task10()
f2.close()
```

Випробування алгоритму:



Висновки:

Під час виконання цієї лабораторної роботи я навчилася використовувати здобуті знання про центральні тенденції та міри на практиці за допомогою мови програмування Python.