

## BÀI TẬP ỨNG DỤNG PTVP

- Trong một thành phố, một mô hình lan truyền tin đồn được mô tả như sau: tốc độ lan truyền tin đồn tỉ lệ thuận với tích của phần trăm số người đã nghe tin đồn và phần trăm số người chưa nghe tin đồn.
  - Gọi  $y(t)$  là phần trăm số người đã nghe tin đồn trong thành phố. Chứng minh  $y'(t) = ky(100 - y)$
  - Giải phương trình vi phân tìm  $y$  theo thời gian  $t$
  - Trong thành phố có 1000 cư dân. Tại thời điểm  $t = 0$  có 50 người đã nghe tin đồn. Tại  $t = 3h$  có nửa số dân đã nghe tin đồn. Tìm thời điểm  $t$  mà 95% số người đã nghe tin đồn.
- Một bể chứa 2000lit dung dịch có 50kg muối. Người ta bơm vào bể chứa dung dịch nước muối nồng độ 0.005kg/lit với tốc độ 10 lit/phút, đồng thời dung dịch được đưa ra ngoài với tốc độ 12 lit/phút.
  - Hãy xác định thể tích dung dịch trong bể chứa sau  $t$  phút
  - Gọi  $y(t)$  là số kilogram muối còn lại trong thùng sau  $t$  phút, hãy xác định nồng độ muối trong bể sau  $t$  phút theo  $t$  và  $y(t)$
  - Chứng minh lượng muối trong bể sau  $t$  phút là nghiệm của phương trình vi phân  $y' = 0.05 - \frac{12y}{2000 - 2t}$  với điều kiện đầu  $y(0) = 50$
  - Tìm  $y(t)$ , từ đó tính lượng muối còn lại trong thùng sau 10 phút.
- Theo định luật Newton, vận tốc nguội lạnh của một vật tỷ lệ thuận với hiệu của nhiệt độ vật và nhiệt độ môi trường xung quanh. Hãy tìm nhiệt độ  $T$  của vật theo thời gian  $t$ , nếu biết nhiệt độ ban đầu của vật là  $100^{\circ}C$ , đặt vào phòng có nhiệt độ  $25^{\circ}C$  và sau 10 phút nhiệt độ của vật là  $50^{\circ}C$ . Đến khi nào nhiệt độ của vật còn  $40^{\circ}C$ ? (Lấy đơn vị thời gian là phút)
- Trong mạch điện có điện trở  $R$ , tụ điện với điện dung  $C$  và điện áp  $E(t)$ , điện lượng  $Q$  đi qua trong thời gian  $t$  thỏa mãn phương trình vi phân  $R \frac{dQ}{dt} + \frac{1}{C}Q = E$ . Tìm điện lượng  $Q$ , đơn vị  $C$ , theo thời gian  $t$ , đơn vị s(giây), nếu biết  $R = 2\Omega, C = 0.01F, E = 10\sin 60t (V)$ , &  $Q(0) = 0$ . Tìm giá trị của  $Q$  sau 0.1s.
- Khi pha 300lit dung dịch trong thùng để sản xuất, 1 người đã cho nhả cả bao 10kg hóa chất. Do đó, người ta phải pha loãng dung dịch bằng cách cho nước tinh khiết chảy vào thùng, đồng thời cho dung dịch chảy ra với cùng tốc độ 5lit/phút liên tục đến khi lượng hóa chất trong thùng chỉ còn 5kg.
  - Nếu gọi  $y(t)$  là số kilogram hóa chất có trong thùng sau  $t$  phút thì tỉ lệ hóa chất trong thùng sau  $t$  phút là bao nhiêu?  $y(0)$  bằng bao nhiêu?
  - Tốc độ thay đổi của tỉ lệ hóa chất trong thùng tại thời điểm  $t_0$  là  $y'(t_0)$  được tính bằng công thức nào?

- c. Chứng minh hàm  $y(t)$  là nghiệm của phương trình vi phân  $y'(t) = -\frac{y}{60}$  với điều kiện đầu  $y(0) = 10$ . Tìm  $y(t)$ ?
- d. Sau bao nhiêu phút thì lượng hóa chất trong thùng đạt yêu cầu là 5kg?

cuu duong than cong. com

cuu duong than cong. com