3D 회전

종류

회전 행렬(Rotation Matrix)

행렬의 크기: 3 by 3, 3자유도 회전 = 3개의 축에 대한 회전 자유도를 가지는 것

구하는 방법: 삼각형의 합동, 벡터의 내적, 선형 변환을 이용하는 방법 등

오일러각 (Euler angle) 하나의 축을 기준으로 정점이 회전

행렬의 크기: 3 by 1

roll(x축), pitch(y축), yaw(z축) 총 3개의 축 회전으로 표현, x,y,z 각 축을 독립적으로 계산, 연산량 증가 (3*3*3번) 짐벌락 문제 발생 (예) 2개의 축이 겹침 => 2 자유도 회전까지만 가능)

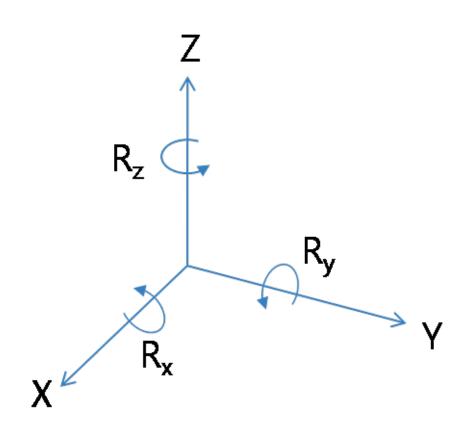
 $R=R_z(\theta_3)R_y(\theta_2)R_x(\theta_1)$

$$R_x(heta) = egin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \ 0 & \cos heta & -\sin heta \ 0 & \sin heta & \cos heta \end{bmatrix} \qquad R_y(heta) = egin{bmatrix} \cos heta & 0 & \sin heta \ 0 & 1 & 0 \ -\sin heta & 0 & \cos heta \end{bmatrix} \qquad R_z(heta) = egin{bmatrix} \cos heta & -\sin heta & 0 \ \sin heta & \cos heta & 0 \ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

쿼터니언 (Quaternion)

행렬의 크기: 4 by 1

한번에 계산 가능(종속적), x,y,z축 뿐만 아니라 임의의 축에 대한 회전을 표현 => 짐벌락 문제 해결 4차원으로 직관적x, 180도 이상인 회전 표현 불가



오른손 좌표계 (반시계)

동차좌표계

투영변환

투영변환시, 동차좌표계 사용

투영변환이란: 3차원 공간(실세계)에서의 한 점이 2차원 공간(이미지)으로 변환되는 관계시점으로부터 방향이 중요

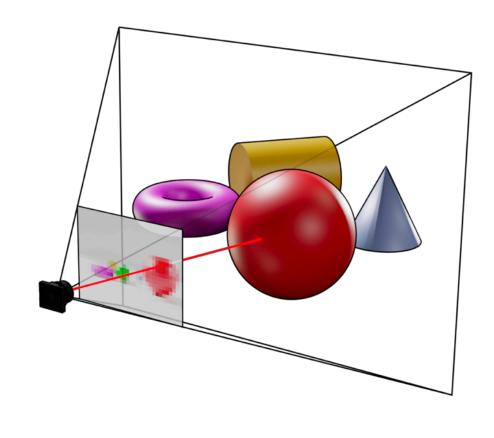
3차원을 동차좌표계로 표현

(x, y, z, w)로 표현 (w = Scale Factor)

좌표공간에서의 3d좌표를 얻어내려면 실제 3차원 좌표의 값은 (x/w, y/w, z/w) 표현할 수 있음 투영공간에서의 w: 카메라 공간에서의 카메라의 위치에서 부터 정점 사이의 거리 (월드 좌표계의 w 값은 1)

예시) 카메라 캘리브레이션 - 카메라 내부파라미터

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_x & 0 & c_x \\ 0 & f_y & c_y \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}$$



w=0일 때, 빨간 선을 가리킴

동차좌표계

벡터, 점 구분 필요없음

 $\begin{bmatrix} X_c \\ Y_c \\ Z_c \end{bmatrix} = \mathbf{R} \begin{bmatrix} X_w \\ Y_w \\ Z_w \end{bmatrix} + \mathbf{t}$

4주차 때 다룬 카메라 외부 파라미터로 부터 조정

변환행렬: (translation vector t and rotation matrix R)

점과 벡터에서의 변환방법이 다름. 벡터와 달리 점은 이동 변환 시, 덧셈으로 표현할 수 밖에 없음. (나머지 변환은 행렬곱)

$$\begin{aligned} & \mathbf{p'} = \mathbf{M} \ \mathbf{p} + \vec{\mathbf{d}} \\ & \vec{\mathbf{v}'} = \mathbf{M} \ \vec{\mathbf{v}} \end{aligned}$$

동차좌표계를 통해,

점, 벡터 상관없이 동일한 연산이 가능. 즉 행렬곱만으로 모든 변환을 표현할 수 있음.

동차좌표계

n차원 사영 공간을 n+1개의 좌표로 나타내는 좌표계 2d - (x, y)를 (wx, wy, w)로, 3d - (x, y, z)를 (wx, wy, wz, w)로 표현

장점

homogeneous 좌표계를 사용하면 벡터와 점 상관없이, (이동, 회전, 크기) 변환을 단일 행렬로 나타낼 수 있음. 행렬곱 연산만으로 표현 가능 (예시 - 뒷장)

변환식

동차좌표계 예시

$$\mathbf{p} = \begin{bmatrix} p_x \\ p_y \\ p_z \\ 1 \end{bmatrix} \qquad \mathbf{\vec{v}} = \begin{bmatrix} v_x \\ v_y \\ v_z \\ 0 \end{bmatrix}$$

w=1: point, w=0: vector

$$\begin{bmatrix} m_{xx} & m_{xy} & m_{xz} & d_x \\ m_{yx} & m_{yy} & m_{yz} & d_y \\ m_{zx} & m_{zy} & m_{zz} & d_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

행렬식: 3*3 변환행렬, 이동벡터d

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & dx \\ 0 & 1 & 0 & dy \\ 0 & 0 & 1 & dz \\ dx & dy & dz & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{pmatrix}$$
이동변환

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & 0 & 0 & 0 \\ 0 & b & 0 & 0 \\ 0 & 0 & c & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{pmatrix}$$
크기변환

$$Rx = Rx(\theta) = \begin{cases} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\theta - \sin\theta & 0 \\ 0 & \sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{cases}$$
x축 회전

$$Ry = Ry(\theta) = \begin{cases} \cos\theta & 0 \sin\theta & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sin\theta & 0 & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{cases}$$

y축 회전

$$Rz = Rz(\theta) = \begin{cases} \cos\theta - \sin\theta & 0 & 0\\ \sin\theta & \cos\theta & 0 & 0\\ 0 & 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{cases}$$
z축 회전

두 직선 사이(세 점)의 각도 구하기

3차원일 때, v1, v2 사이의 각도 구하기

절차

1. 세 개의 점을 두 개의 벡터로 변환 (관심있는 점: c)

$$v1 = XYZ[a1] - XYZ[c], v2 = XYZ[a2] - XYZ[c]$$

2. v1, v2의 I2-norm 정규화 후, v1, v2를 각각 나눔

4. 2번에서 계산한 두 값을 내적

5. arccos 값 구하기: 역삼각함수 중 하나 (x=cos y)

6. (중요) arccos의 결과, theta 값은 radian으로 출력됨. 각도로 환산해야함. (180/PI 곱하면 됨)

스켈레톤 각도 측정하기

코드 수정/추가

main.py

1. 관심있는 관절에 대한 각도 측정

'tool/Angle'에서 get_angles함수를 통해 값을 얻음 Angle.py 수정 필요

2. 관심있는 관절에 측정한 각도를 시각화

'tool/Visualizer3D.py' 수정 필요

Angle.py

앞장에서 설명 데이터 타입을 dict > ndarray로 바꿈 (편의상)

main.py

```
om tool import Visualizer3D, Reader, Angle
 nport numpy as np
file_path = 'sample_data/sit_down_stand_up/body_joints_camXYZ.csv'
reader=Reader(file_path)
xyz_data = reader.getXYZ()
xyz_scaled_data, _ =reader.getScaledXYZ() # xyz_data[0][0]* factor
print(xyz_data.shape) # (2, 1, 5), (9, 8, 12) 확인
AnlgesOfInterest = {target: Angle.BONE_RELATION[target] for target in ['ElbowLeft', 'ElbowRight', 'KneeLeft', 'KneeRight'
   id in range(xyz_data.shape[0]):
   theta=Angle.get_angles(xyz_data[id], AnlgesOfInterest)
   angle_arr.append(theta)
angle_arr = np.asarray(angle_arr)
print('angles : ', angle_arr[0][4])
                                              theta, init_horizon=-65 pause_step_=0.1 motion_stpe=1)
visual = Visualizer3D(xyz_data=xyz_data,
visual.visual_skeleton()
```

Angle.py

```
ldef cal_angle(line1, line2):
    line1 = line1 / np.linalg.norm(line1)
    line2 = line2 / np.linalg.norm(line2)
    angle = np.rad2deg(np.arccos(np.dot(line1, line2)))
    return angle

def get_angles(joints_camXYZ, target: dict):
    angles = []
    for a_joint, line_info in target.items():
        l1 = joints_camXYZ[line_info[0][1]] - joints_camXYZ[line_info[0][0]]
        l2 = joints_camXYZ[line_info[1][1]] - joints_camXYZ[line_info[1][0]]

        angle = cal_angle(l1, l2)
        angles.append(angle)
    return angles
```

Visualizer3D.py

코드 수정/추가

관심있는 관절

['ElbowLeft', 'ElbowRight', 'KneeLeft', 'KneeRight']

초기화 함수

파라미터 angle 추가

shape = (165, 4) # frame 번호 * 관심있는 관절 인덱스

클래스 내 visual_skeleton()

변수 theta 추가

shape = (4,) # 한 프레임의 관절 각도

3D 좌표에 text 추가

두 직선(body relation)의 교차점 위치에 theta 값을 소수 첫째자리까지만 출력

Visualizer3D.py

```
# 한 프레임에서의 모든 joint 좌표
                                                                                           A 3 A 140
x = data[frame_idx, :, 0]
y = data[frame_idx, :, 1]
z = data[frame_idx, :, 2]
theta = self.angle[frame_idx, :]
for i, part in enumerate(body):
# body = [trunk_joints, left_arm_joints, right_arm_joints, leg_joints]
    x_plot = x[part]
    y_plot = y[part]
    z_plot = z[part]
    # ['ElbowLeft', 'ElbowRight', 'KneeLeft', 'KneeRight']
   if(i == 1): # 6번
        ax.text(x_plot[1], y_plot[1], z_plot[1], '%.1f' % theta[0], color='red', fontsize=6)
    if (i == 2): # 3번
        ax.text(x_plot[1], y_plot[1], z_plot[1], '%.1f' % theta[1], color='red', fontsize=6)
    if (i == 3): # 13번
        ax.text(x_plot[5], y_plot[5], z_plot[5], '%.1f' % theta[2], color='red', fontsize=6)
        ax.text(x_plot[1], y_plot[1], z_plot[1], '%.1f' % theta[3], color='red', fontsize=6)
        color = COLOR[list(COLOR.keys())[i+2]] # green
    elif i == 1:
        color = COLOR[list(COLOR.keys())[i+2]]
    elif i == 2:
        color = COLOR[list(COLOR.keys())[i+2]]
    else:
        color = COLOR[list(COLOR.keys())[i+2]]
                                                   # magenta
    ax.plot(x_plot, z_plot, y_plot, color=color, marker='o', markerfacecolor='k')
```

실행예시

