

2021 학생자율동아리 활동 보고서			
자율동아리명	창의로운 수학생활	자율동아리 대표	이준석

활동 일시	2021 년 04 월 09 일 (월요일)
활동 시간	활동 시간 (3:25~4:10) (45 분)
활동 장소	과학실
참석자 (이름)	김희찬, 신정원, 양시훈, 이준석, 하장원, 배성재, 황지후, 전수아, 김민석, 박규태, 우현찬, 김문성, 이윤석, 유재희, 장우성 총 (15)명 참석
활동 내용 (구체적으로)	
<p>주제: 균등한 케이크 자르기</p> <p>문제 해결 전략</p> <p>1. 어떤 한 조각을 세 사람이 가치를 매겼을 때, 가장 적은 가치를 매긴 사람에게 케이크를 주는 것이 효율적이다. → 한 조각을 보고 두 사람은 $1/3$ 이하라고 생각하고, 한 사람 A 만 $1/3$ 이상이라고 생각한다면, A 에게 그 조각을 주면 모두가 그 단계에 대해 만족한다. 이렇게 한 후 나머지 조각을 한 사람이 자르고 다른 사람이 고르면 된다.</p> <p>2. 각각의 사람이 한 조각에 대해 매기는 가치가 이상인지, 이하인지 따지면, 경우의 수가 많지만, 한 사람의 가치를 $1/3$ 로 정한다면 경우의 수가 줄어든다. → 처음에 한 사람이 $1/3$ 만큼 자른 뒤 나머지 두 사람의 의견을 물어본다.</p> <p>문제 해결 과정</p> <p>1. A 가 자신이 생각하기에 $1/3$ 만큼을 잘라낸다.—이 조각을 X 라고 하자.</p> <p>2. 다음 네 가지 경우에 대해 각각 따져 본다. B, C 가 생각하는 X 의 가치가...</p> <p>1) 둘 다 $1/3$ 이하인 경우: A 가 X 를 가지고, B 와 C 가 ‘자를 테니, 골라라’로 가져간다.→ B 와 C 는 X 를 뺀 나머지가 $2/3$ 보다 크다고 여겼으므로 ‘자를 테니, 골라라’에서 $1/3$ 이상씩 가져간다.</p> <p>2) 둘 중 한 명(B)만 $1/3$ 이하인 경우: $1/3$ 보다 크다고 생각하는 C 에게 X 를 주면, A 와 B 는 ‘자를 테니, 골라라’에서 $1/3$ 이상씩 가져간다.</p> <p>3) 둘 다 $1/3$ 보다 큰 경우: 크다고 생각하는 정도에 따라, X 에 매긴 가치가 C 보다 B 가 크거나 같을 때, B 는 X 가 자신이 생각하기에 $1/3$ 이 되도록 조금 잘라낸다(다듬기).—이 조각을 Y 라고 하자. Y 는 C 가 생각했을 때는 $1/3$ 이상이고, A 가 생각했을 때는 $1/3$ 이하이므로, Y 를 C 에게 주고, A 와 B 는 ‘자를 테니, 골라라’고 나머지를 나누어 가져간다.</p> <p>더 생각해 보기</p> <p>1. 문제 해결 과정 1 에서 A 가 꼭 자르지 않고 미리 B, C 에게 물어본 뒤 자르면 자르는 횟수를 1 회 줄일 수 있다.</p> <p>2. 1 번 생각을 발전시켜 케이크의 왼쪽 끝에서 오른쪽으로 칼을 천천히 움직이고, 칼로 잘릴 부분의 가치가 $1/3$ 이 되었다고 생각하는 사람이 ‘그만!’ 하고 외치게 하면 처음으로 ‘그만!’ 을 외친 사람이 그 때 칼로 잘라서 가져가면 모두가 그 과정에 대해 만족한다.</p> <p>3. 2 번 생각을 다시 발전시켜 n 명의 사람이 균등하게 나눌 때, $1/n$ 이 되었을 때 ‘그만!’ 을 외치게 하면 된다. 그 다음 나머지 조각으로 위 과정을 다시 반복하면 모두가 $1/n$ 이상 가져갔다고 여기게 된다.</p>	
<p>위 내용이 사실임을 확인합니다.</p> <p>2021 년 04 월 09 일</p> <p>동아리대표: 이준석 서명</p> <p>지도교사: 김선래 서명</p>	

케이크 균등하게 자르기(Proportional cake-cutting)

케이크를 n 명의 사람이 나누어 먹으려고 한다. 모든 사람이 자신이 생각하기에 자신의 몫이 $\frac{1}{n}$ 이상이 되도록 나누는 방법을 설계하시오.

Wikipedia article: [Proportional cake-cutting](#)

▼ 전략 1

두 명이 케이크를 균등하게 자르기 위해서는 한 명이 자르고 다른 한 명이 고르면 된다. 세 명이 모두 만족하는 단계를 거쳐 한 명이 케이크를 일부 가져가면 남은 케이크는 두 명이 '자를 테니 골라라'의 방법으로 가져가면 된다.

▼ 전략 2

어떤 한 조각을 세 사람이 가치를 매겼을 때, 가장 적은 가치를 매긴 사람에게 케이크를 주는 것이 효율적이다.

→ 한 조각을 보고 두 사람은 $\frac{1}{3}$ 이하라고 생각하고, 한 사람 A만 $\frac{1}{3}$ 이상이라고 생각한다면, A에게 그 조각을 주면 모두가 그 단계에 대해 만족한다. 이렇게 한 후 나머지 조각을 한 사람이 자르고 다른 사람이 고르면 된다.

▼ 전략 3

각각의 사람이 한 조각에 대해 매기는 가치가 $\frac{1}{3}$ 이상인지, 이하인지 따지면, 경우의 수가 많지만, 한 사람의 가치를 $\frac{1}{3}$ 로 정한다면 경우의 수가 줄어든다.

→ 처음에 한 사람이 $\frac{1}{3}$ 만큼 자른 뒤 나머지 두 사람의 의견을 물어본다.

▼ 풀이

세 명의 사람 A, B, C가 케이크를 균등하게 자른다고 하자. 먼저, A가 자신이 생각하기에 $\frac{1}{3}$ 만큼 케이크를 잘라낸다.—이 조각을 X라고 하자.

다음 3가지 경우에 대해 각각 살펴보자: B와 C가 생각하는 X의 가치가—

둘 다 $\frac{1}{3}$ 이하인 경우

→ A가 X를 가져가고, 나머지를 B와 C가 '자를 테니, 골라라' 방법으로 나누어 가져간다.

B와 C의 입장에서 X를 뺀 나머지는 모두 $\frac{2}{3}$ 이상이므로, '자를 테니, 골라라'에서 각자가 생각하기에 $\frac{1}{3}$ 이상을 가져간다.

둘 중 한 명(B)만 $\frac{1}{3}$ 이하인 경우

→ $\frac{1}{3}$ 보다 크다고 생각하는 C가 X를 가져가고, 나머지를 A와 B가 '자를 테니, 골라라' 방법으로 나누어 가져간다.

위와 같은 이유로 A와 B의 입장에서 X를 뺀 나머지는 모두 $\frac{2}{3}$ 이상이다.

둘 다 $\frac{1}{3}$ 이상인 경우

→ B가 C보다 X에 더 크거나 같은 가치를 매겼다고 하면, B는 X를 자신이 생각하기에 $\frac{1}{3}$ 이 되도록 조금 잘라낸다(다듬기)—이 조각을 Y라고 하자. Y는 C가 생각했을 때는 $\frac{1}{3}$ 이상이고, A와 B가 생각했을 때는 $\frac{1}{3}$ 이하이므로 첫 번째 경우에서와 같이 C에게 주고, A와 B는 '자를 테니, 골라라' 방법으로 나누어 가져간다.

▼ 응용

케이크의 왼쪽 끝에서 칼을 천천히 오른쪽으로 움직이고, 세 사람 중 칼의 왼쪽 부분이 전체의 $\frac{1}{3}$ 이라고 생각될 때, "그만!"을 외친다. "그만!"을 가장 먼저 외친 사람이 칼의 왼쪽 부분을 가져가면, 그 과정에서 세 사람이 모두 만족한다. 이를 일반화하면, n 명의 사람이 케이크를 균등하게 자르기 위해서는 칼을 움직이는데, 칼의 왼쪽 부분이 전체의 $\frac{1}{n}$ 이라고 생각될 때, "그만!"을 외치게 하고, 남은 조각으로 같은 과정을 반복하면 모두가 각자 조각을 $\frac{1}{n}$ 이상이라고 여기게 된다.