

2021 학생자율동아리 활동 보고서

자율동아리명	창의로운 수학생활	자율동아리 대표	이준석
--------	-----------	----------	-----

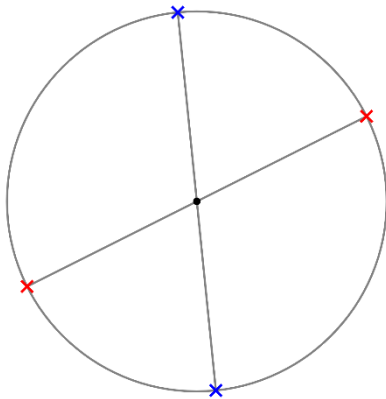
활동 일시	2021 년 11 월 01 일 (월요일)
활동 시간	활동 시간 (3:35~4:20) (45 분)
활동 장소	과학실
참석자 (이름)	김희찬, 신정원, 양시훈, 이준석, 하장원, 배성재, 황지후, 전수아, 김민석, 박규태, 우현찬, 김문성, 이윤석, 유재희 총 (14)명 참석

활동 내용 (구체적으로)

주제: 원 위의 세 점이 원의 중심을 포함할 확률

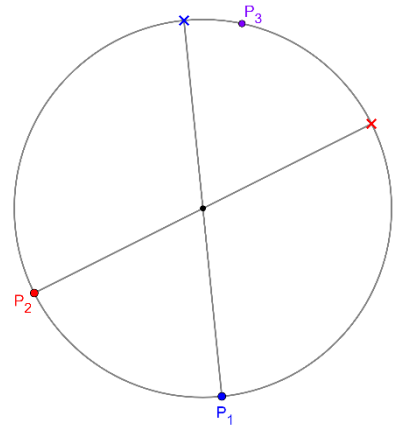
임의의 세 점을 무작위로 잡는 대신 임의의 두 지름을 정하여 각 지름의 양 끝 점 중 무작위로 한 점에 P_1, P_2 를 각각 잡는다. 즉, 임의로 두 지름을 정하면 P_1, P_2 를 잡는 방법은 네 가지가 존재하고, 이는 무작위로 두 점을 잡는 것과 동일하다.

여기서 P_3 를 임의로 고르면 위 네 가지 경우 중 한 가지(호 P_1P_2 의 반대쪽에 점 P_3 가 놓이는 경우)만 삼각형 $P_1P_2P_3$ 가 원의 중심을 포함하게 되고, 따라서 확률은 $1/4$ 이다. 이는 임의로 세 점을 잡았을 때 삼각형이 원의 중심을 포함할 확률과 동일하므로 정답은 $1/4$.



왼쪽과 같이 두 지름을 잡았을 때, 파랑 ×에는 P_1 , 빨강 ×에는 P_2 가 올 수 있다.

P_3 가 오른쪽과 같이 정해지면, 두 점 P_1, P_2 도 오른쪽과 같이 정해진다.



위 내용이 사실임을 확인합니다.

2021 년 11 월 01 일

동아리대표: 이준석 서명

지도교사: 김선래 서명

원 위의 세 점이 원의 중심을 포함할 확률

원 위에 임의로 점 세 개를 잡았을 때, 세 점을 꼭짓점으로 갖는 삼각형이 원의 중심을 포함할 확률을 구하시오.

▼ 전략 1

세 점을 모두 임의로 잡았을 때는 확률을 계산하기 어렵다. 점 몇 개를 고정시키고 생각해 보자.

▼ 전략 2

세 점 중 두 점이 고정되었을 때 나머지 한 점이 올 수 있는 곳을 생각해 보자.

▼ 전략 3

세 점 중 두 점을 고정시키는 것은 임의의 경우가 아니다. 지름을 두 개 임의로 선택한 뒤 한 지름의 양 끝 점 중 임의로 한 점을 선택하는 방법으로 두 점을 임의로 고른다고 생각해 보자. 이때 나머지 한 점이 임의로 주어졌을 때 지름 위의 두 점이 문제의 조건을 만족시키도록 올 확률을 계산해 보자.

▼ 풀이

원 위에 세 점 A, B, C 를 선택한다고 하자. 원 위에 임의로 두 지름 a, b 를 선택하자. 이때, 지름 a 의 양 끝 점 중 임의로 점 A 를, 지름 b 의 양 끝 점 중 임의로 점 B 를 선택한다고 생각하자. 이때 점 C 를 임의로 선택하면, 두 지름에 의해 잘린 네 호 중 한 곳에 위치할 것이고, 점 A 와 B 는 호의 양 끝 점이 아닌 나머지 두 점에 위치해야 한다. 즉, 지름 a, b 위에 점 A, B 를 선택하는 방법은 각각 2가지로 총 $2 \times 2 = 4$ 가지이고, 문제의 조건을 만족시키는 경우는 1가지이다. 따라서 임의로 세 점을 잡았을 때 세 점으로 이루어진 삼각형이 꼭짓점을 포함할 확률은 $\frac{1}{4}$ 이다.

▼ 응용

이 문제를 3차원으로 확장시켜 보자. 구의 표면 위에 임의로 점 네 개를 잡았을 때, 네 점으로 만든 사면체가 구의 중심을 포함할 확률을 구해 보자. 비슷한 방법으로 구 위에 임의로 지름 세 개를 잡고, 각 지름의 양 끝 점 중 하나에 한 점을 잡는다고 하자. 이때, 나머지 한 점이 임의로 주어지면 지름으로 나누어진 구 표면에서 그 점을 포함한 면의 반대쪽에 세 점이 위치해야 한다. 따라서 확률은 각각 $\frac{1}{2}$ 이므로 $\frac{1}{8}$ 이다.