

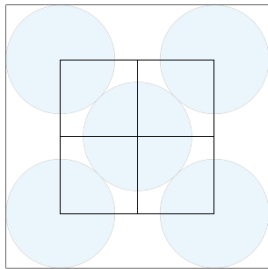
## 2021 학생자율동아리 활동 보고서

자율동아리명	창의로운 수학생활	자율동아리 대표	이준석
--------	-----------	----------	-----

활동 일시	2021 년 10 월 15 일 (월요일)
활동 시간	활동 시간 ( 3:35~4:20 ) (45 분)
활동 장소	Zoom 회의
참석자 (이름)	김희찬, <b>신정원</b> , 양시훈, 이준석, 하장원, 배성재, 황지후, 전수아, 김민석, 박규태, 우현찬, 김문성, 이윤석, 유재희, 장우성 총 (15)명 참석

## 활동 내용 (구체적으로)

주제: 정사각형 안에 원 채우기

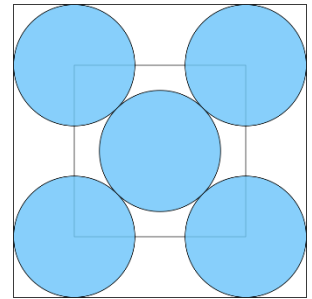


정사각형 안에 5개의 크기가 같은 원을 겹치지 않게 배치하려면 비둘기 집의 원리를 이용하여 해결할 수 있다. 비둘기 집의 원리는  $n+1$ 개의 물건을  $n$ 개의 상자에 넣을 때 적어도 어느 한 상자에는 두 개 이상의 물건이 들어 있다는 원리를 말한다. 이때 비둘기=원의 중심(원은 넓이가 있는 도형으로 고려하기 힘들어서 중심만 고려함)으로 하고, 원의 중심이 위치할 수 있는 공간을 비둘기 집의 전체라고 가정하면, 변의 길이가 2인 정사각형에 원이 꼭 맞게 들어갈 때 원의 중심은 왼쪽, 오른쪽, 위쪽,

아래쪽에서 각각  $r$ (원의 반지름)만큼 떨어진 공간이 전체 비둘기 집이 된다. 원의 중심은

5개이므로, 왼쪽과 같이 비둘기 집을 4개로 나누면, 비둘기 집의

원리에 의해 나누어진 네 비둘기 집 중 원의 중심이 2개 이상 들어가는 집이 존재하고, 작은 정사각형(비둘기집) 하나에 오른쪽 그림과 같이 마주보는 두 꼭짓점에 위치해야 원의 중심 사이의 거리가 최대가 되고, 그래야 반지름이 최대가 될 수 있다. 나머지 네 개의 원도 같은 결과가 나온다. 따라서 아래와 같이 원을 배치했을 때, 원의 반지름의 최댓값이 나온다.



위 내용이 사실임을 확인합니다.

2021 년 10 월 15 일

동아리대표: 이준석 서명

지도교사: 김선래 서명

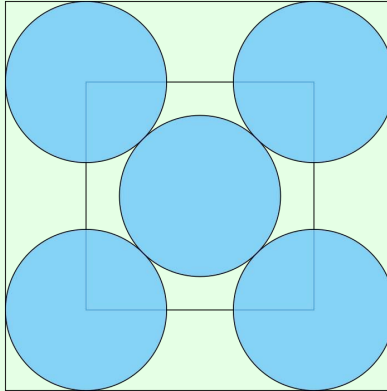
## 정사각형 안에 원 채우기(Circle packing in a square)

한 변의 길이가 2인 정사각형 안에 크기가 같은 원 5개를 겹치지 않게 채워 넣으려고 한다. 이 때, 원의 반지름의 최댓값을 구하시오.

Wikipedia article: [Circle packing in a square](#)

### ▼ 전략 1

다음과 같은 상태에서 원의 반지름이 최대가 된다고 추측해 볼 수 있다.



### ▼ 전략 2

비둘기집 원리를 적용하라. 비둘기집 원리를 적용하기 위해서는 비둘기와 집을 어떻게 설정할지 정해야 한다.

### ▼ 전략 3

원을 그 도형 자체로 고려하지 말고 간단하게 나누어 생각하자.

→도형 원을 원의 중심과 반지름으로 나누어 생각하자. 여기서 원의 중심은 비둘기에 해당한다.

### ▼ 전략 4

비둘기집 원리를 적용할 때 비둘기는 원의 중심 5개이면, 집은 원의 중심이 들어갈 수 있는 공간이어야 하고, 원의 중심보다 개수가 하나 적은 4개여야 한다.

### ▼ 풀이

한 변의 길이가 2인 정사각형 안에 원 5개를 채우는데, 원의 중심과 반지름으로 나누어 생각하면, 점 5개를 잡고, 점과 점, 점과 점, 점과 정사각형의 변 사이의 거리가 각각 원의 반지름  $r$ 보다 크거나 같아야 한다.

정사각형의 네 변에서 각각  $r$ 만큼 떨어진 변으로 작은 정사각형을 만들고 오른쪽 같이 네 개로 나누자. 원의 중심 5개를 작은 정사각형 4개 안에 넣으면, 비둘기집 원리에 의해 원의 중심을 두 개 이상 포함하는 작은 정사각형이 존재한다. 한 변의 길이가 정해진 정사각형에서 두 점 사이의 거리가 최대가 되도록 하려면 정사각형의 마주보는 두 꼭짓점에 두 점을 잡아야 한다. 이 때, 작은 정사각형의 한 변의 길이는  $1 - r$ 이므로 아래 그림과 같이 5개의 원의 중심이 위치할 때,

$$\sqrt{2}(1 - r) = r$$

$$r = 2 - \sqrt{2}$$

따라서, 원의 반지름의 최댓값은  $2 - \sqrt{2}$ 이다.

