ФЕДЕРАЛЬНОЕ БЮДЖЕТНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИНЖЕНЕРНЫХ ТЕХНОЛОГИЙ

КАФЕДРА ИНФОРМАЦИОННЫХ И УПРАВЛЯЮЩИХ СИСТЕМ

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПОКАЗАТЕЛЕЙ НАДЕЖНОСТИ НЕРЕЗЕРВИРУЕМЫХ СИСТЕМ

**Методические указания для
выполнения практической работы
по дисциплине «Надежность информационных систем»**

**Для студентов, обучающихся по направлению
09.03.02 – «Информационные системы и технологии»**

Воронеж 2020

УДК681.3.07
Определение показателей надежности не резервируемых систем.: Метод. указания к пр. работе по дисциплине «Надежность информационных систем»/ Воронеж. гос. Ун. Инж технол.; Сост. И.А. Козенко. Воронеж, 2020. __ с.

Указания разработаны в соответствии с требованиями ООП подготовки бакалавров по направлению 09.03.02 – «Информационные системы и технологии». Они предназначены для закрепления теоретических знаний дисциплины цикла СД. Методические указания посвящены расчету показателей надежности на основе статистических данных.

Составители доц. И.А. КОЗЕНКО.

Научный редактор профессор Хаустов И.А.

Рецензент профессор Кудряшов В.С.

Печатается по решению
редакционно-издательского совета
Воронежского государственного университета инженерных технологий

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ.

Нерезервированная система состоит из 5 элементов, имеющих различные законы распределения времени работы до отказа. Виды законов распределения и их параметры приведены в *табл. 1*.

Таблица 1. Параметры элементов

Номер элемента	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**
Закон распределения времени до отказа	W(2,1800)	Г(7, 300)	$R(8\cdot10^{-8}$	Exp(0.002)	TN(2000, 90)

где

W — распредеение Вейбулла;

Г — гамма распределение;

R — распредеение Рэлея;

Exp — экспоненциальныйзакон распределения;

TN — усеченный нормальный закон распределения;

N — нормальный закон распределения;

U — равномерный закон распределения.

Требуется определить показатели надежности каждого элемента и всей системы:

- вероятность безотказной работы,
- среднее время безотказной работы,
- интенсивность отказа,
- плотность распределения времени безотказной работы.

Для показателей, зависящих от времени, получить решение в виде таблиц и графиков!

КРАТКИЕ ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ.

Одной из основных характеристик надежности объекта является время безотказной работы или наработка до отказа. Обозначим эту случайную величину T. Будем считать, что в момент времени t=0 объект начинает работу, а в момент t=T происходит отказ.

Отказ – это случайное событие во времени. Закон распределения случайной величины T характеризуется интегральной функцией распределения

$$F(t) = P\,(T_k < t),$$

где T_k – случайный момент времени, когда произошёл отказ. Тогда, $Q(t) = F(t)$ - вероятность отказа на интервале [0, t].

Функция $Q(t)$ есть вероятность отказа до момента t. Плотность распределения вероятности отказа

$$f(t) = \frac{dF}{dt} = F'(t) \qquad (1)$$

Безотказная работа - противоположное событие по отношению к событию отказа, поэтому вероятность безотказной работы в течении времени t:

$$P(t) = 1 - Q(t) \qquad (2)$$

Если $F(t)$ – дифференцируемая функция (на практике это почти всегда выполняется), то дифференциальная плотность отказа:

$$f(t) = \frac{dQ(t)}{dt} = -\frac{dP(t)}{dt} \qquad (3)$$

Тогда вероятность отказа и вероятность безотказной работы объекта в течение времени t определяется через плотность вероятности отказа:

$$Q(t) = \int_0^t f(t)dt, \qquad (4)$$

$$P(t) = \int_t^\infty f(t)dt.$$

В расчетах чаще всего применяют такую характеристику надежности как интенсивность отказов $\lambda(t)$. Интенсивность отказов можно рассматривать как относительную скорость уменьшения значений функции надежности с увеличением интервала (0, t).

$$\lambda(t) = \frac{f(t)}{P(t)} = -\frac{dP(t)/dt}{P(t)} \qquad (5)$$

Решение уравнения (5) при начальном условии $P(0)=1$ дает для функции надежности формулу

$$P(t)=e^{\left[-\int_0^t \lambda(t)dt\right]} \qquad (6)$$

При λ=const формула (6) существенно упрощается:

$$P(t)=e^{-\lambda\cdot t}. \qquad (7)$$

Интенсивность отказов $\lambda(t)$ – это есть условная плотность вероятности отказов в предположении, что до момента t элемент функционировал безотказно. Таким образом, случайная величина имеет три характеристики - P(t), $f(t)$, $\lambda(t)$.

В качестве показателей надежности применяют также числовые характеристики случайной наработки до отказа. Их обычно легче определить по экспериментальным данным, чем зависимости P(t), λ(t), f(t). Наиболее часто используют среднюю наработку до отказа (математическое ожидание наработки до отказа или первый начальный момент).

$$m_t=M[T]=\int_0^\infty tf(t)dt=\int t\frac{dF(t)}{dt}dt=-\int_0^\infty t\frac{dp(t)}{dt}dt, \qquad (8)$$

где $F(t)$ - функция распределения случайной величины T.

Интегрируя (8) по частям, получаем

$$m_t=\int_0^\infty p(t)dt \qquad (9)$$

Таким образом, средняя наработка до отказа численно равна площади под кривой $P(t)$.

При $\lambda=const$ имеем

$$m_t=\int_0^\infty \exp(-\lambda t)dt=\frac{1}{\lambda} \qquad (10)$$

ХОД ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ.

1. Вычислить начальные моменты распределений: математические ожидания и средние квадратические отклонения, которые характеризуют среднее время безотказной работы и

среднеквадратическое отклонение безотказной работы соответственно. Формулы расчета начальных моментов приведены таблице 2.

Таблица 2. Формулы расчета начальных моментов.

Распределение	m	σ
Экспоненциальное $\mathrm{Exp}(\lambda)$	$\frac{1}{\lambda}$	$\frac{1}{\lambda}$
Равномерное $\mathrm{U}(a,b)$, $a \geq 0$	$\frac{a+b}{2}$	$\frac{b-a}{2\sqrt{3}}$
Гамма $\Gamma(\alpha,\beta)$	$\alpha\beta$	$\sqrt{\alpha}\beta$
Усеченное нормальное $\mathrm{TN}(m_0,\sigma_0)$	$m_0 + k\sigma_0$	$\sigma_0\sqrt{1+k\frac{m_0}{\sigma_0}-k^2}$, $k=\frac{c}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{m_0^2}{2\sigma_0^2}}$, $c=\frac{1}{0,5+\Phi_0\left(\frac{m_0}{\sigma_0}\right)}$
Рэлея $\mathrm{R}(\lambda)$	$\sqrt{\frac{\pi}{4\lambda}}$	$\sqrt{\frac{4-\pi}{4\lambda}}$
Вейбулла $\mathrm{W}(\alpha,\beta)$	$\beta\Gamma(1+1/\alpha)$	$\beta\sqrt{\Gamma(1+2/\alpha)-\Gamma^2(1+1/\alpha)}$
Нормальное $\mathrm{N}(m,\sigma)$ $m > 3\sigma$	m	σ

$$\Phi_0(t)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_0^t e^{-\frac{x^2}{2}}dx$$ — функция Лапласа;

$$\Gamma(\alpha)=\int_0^\infty x^{\alpha-1}e^{-x}dx$$ — гамма-функция.

2. Вычисленные значения моментов необходимо свести в таблицу.
3. Определим вероятность безотказной работы и плотность распределения времени до отказа, воспользовавшись аналитическими выражения, приведёнными в таблице 3.

Таблица 3. Законы распределения вероятностей.

Распределение	$f(t)$	$P(t)$
Экспоненциальное $\mathrm{Exp}(\lambda)$	$\lambda e^{-\lambda t}$	$e^{-\lambda t}$
Равномерное $\mathrm{U}(a,b)$, $a \ge 0$	$\begin{cases} \dfrac{1}{b-a}, & a \le t \le b; \\ 0, & t < a,\ t > b \end{cases}$	$\begin{cases} 1, & t < a; \\ \dfrac{b-t}{b-a}, & a \le t \le b; \\ 0, & t > b \end{cases}$
Гамма $\Gamma(\alpha,\beta)$	$\dfrac{t^{\alpha-1}}{\beta^{\alpha}\Gamma(\alpha)} e^{-\frac{t}{\beta}}$	$1 - I\left(\alpha, \dfrac{t}{\beta}\right)$
Усеченное нормальное $\mathrm{TN}(m_0,\sigma_0)$ $m \ge 1{,}33\sigma$	$\dfrac{C}{\sigma_0\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(t-m_0)^2}{2\sigma_0^2}}$, $C = \dfrac{1}{0{,}5 + \Phi_0\left(\dfrac{m_0}{\sigma_0}\right)}$	$C\left(0{,}5 - \Phi_0\left(\dfrac{t-m_0}{\sigma_0}\right)\right)$
Рэлея $\mathrm{R}(\lambda)$	$2\lambda t e^{-\lambda t^2}$	$e^{-\lambda t^2}$
Вейбулла $\mathrm{W}(\alpha,\beta)$	$\dfrac{\alpha t^{\alpha-1}}{\beta^{\alpha}} e^{-\left(\frac{t}{\beta}\right)^{\alpha}}$	$e^{-\left(\frac{t}{\beta}\right)^{\alpha}}$
Нормальное $\mathrm{N}(m,\sigma)$, $m > 3\sigma$	$\dfrac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(t-m)^2}{2\sigma^2}}$	$0{,}5 - \Phi_0\left(\dfrac{t-m}{\sigma}\right)$

где $I(\alpha,t) = \dfrac{1}{\Gamma(\alpha)} \int\limits_0^t x^{\alpha-1} \cdot e^{-x} \cdot dx$ - неполная гамма-функция.

Задаваясь значениями времени от 0 до 3000 часов с интервалом 100 часов построим графики $P(t)$ для каждого элемента и системы в целом.

Аналогичным образом определим плотность распределения времени безотказной работы (привести в табличной форме и построить графики).

4. Определить интенсивность отказов каждого элемента по формуле $\lambda(t) = f(t)/P(t)$.

5. Задаваясь значениями t от 0 до 3000 с шагом 100, построить графики интенсивности отказов каждого элемента и системы в целом. Расчет интенсивности отказов системы осуществляется по формуле $\lambda_c(t) = \lambda_1(t) + \lambda_2(t) + \lambda_3(t) + \lambda_4(t) + \lambda_5(t)$, т.к. соединние элементов последовательное.

СОДЕРЖАНИЕ ОТЧЕТА.

1. Цель работы
2. Задание.
3. Основные результаты расчетов (численные массивы данных и графики).
4. Выводы.

ВАРИАНТЫ ЗАДАНИЙ.

Вариант	Номер элемента				
1	W(1, 1500)	Г(1, 400)	R($8\cdot10^{-8}$)	Exp(0.002)	TN(1000, 110)
2	Г(5, 250)	W(4, 1000)	TN(800, 110)	N(0.7,10)	R($2\cdot10^{-8}$)
3	Exp(0.01)	Г(7, 55)	W(3, 990)	R($15\cdot10^{-8}$)	Exp(0.035)
4	N(0.3,13)	Exp(0.002)	Г(2, 177)	W(1, 1200)	N(0.2,10)
5	Exp(0.009)	N(0.9,9)	R($1\cdot10^{-10}$)	Г(5, 425)	W(1, 1500)
6	N(0.1,10)	R($8\cdot10^{-8}$)	Exp(0.02)	TN(1700, 150)	Г(5, 350)
7	R($8\cdot10^{-7}$)	Exp(0.001)	TN(777, 55)	Г(1, 400)	Exp(0.002)
8	W(1, 1500)	R($8\cdot10^{-8}$)	N(0.1,10)	Exp(0.002)	TN(1000, 110)
9	R($8\cdot10^{-8}$)	TN(1000, 110)	W(30, 1500)	N(0.9,10)	Г(11, 400)
10	Г(1, 405)	W(1, 1700)	TN(1000, 199)	Exp(0.008)	N(0.1,13)
11	W(1, 1500)	W(1, 1600)	TN(900, 199)	Exp(0.010)	N(0.3,15)
12	R($1\cdot10^{-8}$)	TN(1100, 100)	N(0.7,11)	N(0.9,15)	Г(11, 777)
13	R($5\cdot10^{-8}$)	R($7\cdot10^{-8}$)	N(0.15,19)	Exp(0.001)	TN(1000, 110)
14	Exp(0.0001)	Exp(0.01)	TN(500, 35)	Г(2, 300)	Exp(0.0025)
15	N(0.3,11)	N(0.5,13)	Exp(0.05)	TN(1500, 300)	Г(5, 350)

16	Exp(0.009)	N(0.9,9)	R($0.5\cdot10^{-10}$)	Γ(5, 425)	Exp(0.009)
17	Γ(1, 177)	Exp(0.005)	Γ(1, 120)	W(5, 1300)	N(0.9,10)
18	Exp(0.03)	R($9\cdot10^{-8}$)	W(7, 990)	R($15\cdot10^{-8}$)	Exp(0.065)
19	Γ(9, 270)	TN(900, 115)	TN(700, 100)	N(0.9,13)	R($1\cdot10^{-8}$)
20	W(12, 1500)	Γ(1, 400)	R($8\cdot10^{-8}$)	Exp(0.002)	TN(1500, 120)
21	Γ(1, 600)	Γ(1, 300)	R($2\cdot10^{-8}$)	Exp(0.02)	TN(1800, 90)
22	W(1, 1000)	R($4\cdot10^{-8}$)	N(0.4,13)	Exp(0.001)	TN(900, 100)
23	N(0.4,12)	Exp(0.005)	Γ(3, 179)	W(1, 700)	N(0.3,11)
24	Γ(1, 99)	R($15\cdot10^{-8}$)	W(3, 990)	R($15\cdot10^{-8}$)	Exp(0.055)
25	Exp(0.0048)	W(9, 90)	W(5, 700)	N(0.2,12)	N(0.3,71)
26	N(0.2,31)	W(2, 1430)	R($6\cdot10^{-8}$)	Γ(1, 405)	Exp(0.039)
27	W(1, 1990)	Exp(0.035)	N(0.4,13)	R($21\cdot10^{-8}$)	W(3, 990)