

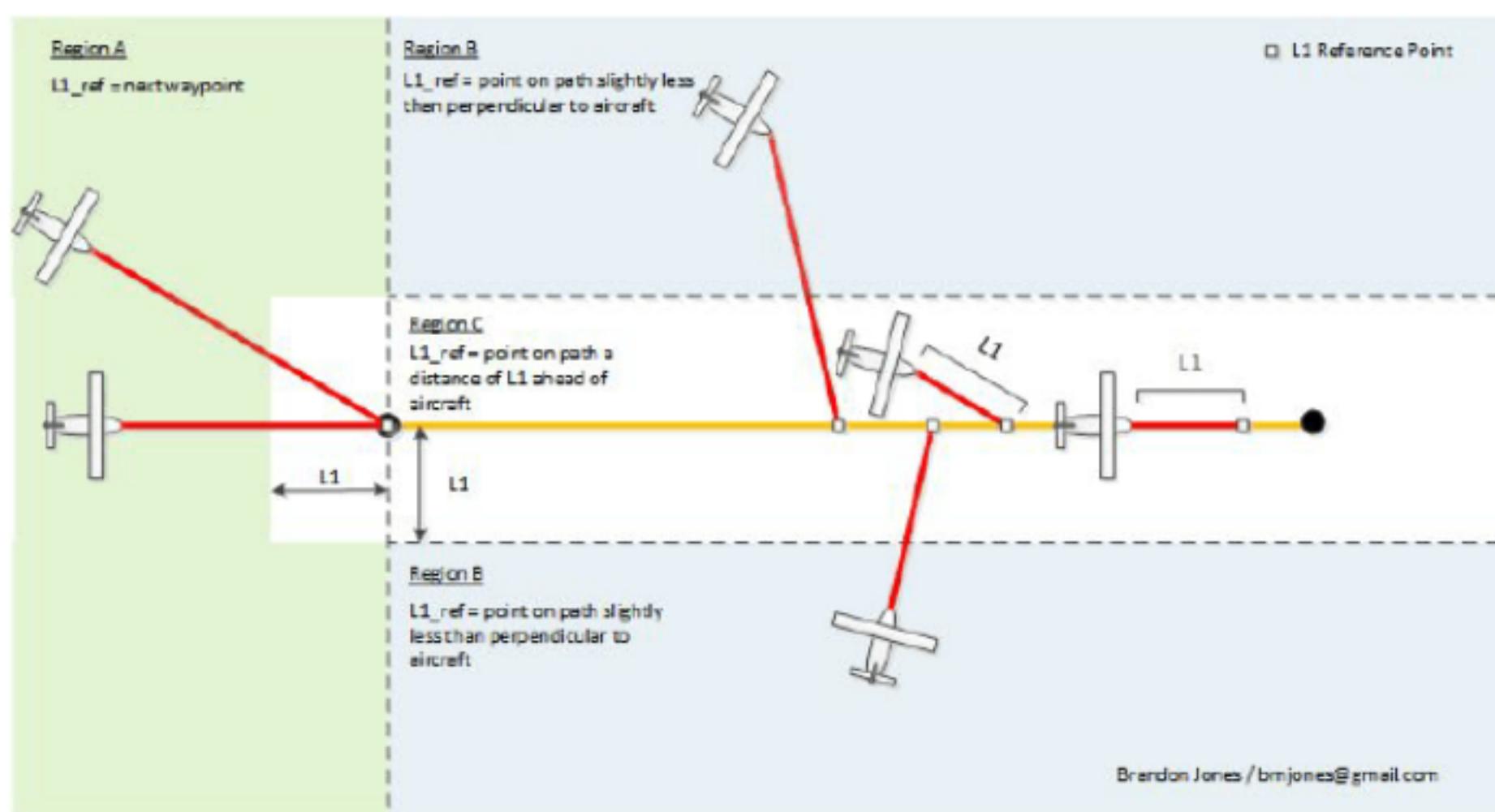
## 无人机路径跟随算法-L1 制导

APM、PX4、PPZ 的路径跟随算法主要基于下面的这篇文章，由 MIT 的 Sanghyuk Park、John Deyst 和 Jonathan P. How 发表在 AIAA 的制导、导航和控制会议上。

翻译: tompsonan

XFLR5 气动分析: [www.xflr5.cn](http://www.xflr5.cn)

无人机气动分析交流群: 20399169



参考链接：

<https://github.com/diydrones/ardupilot/pull/101>

<https://groups.google.com/forum/#msg/drones-discuss/9OogEIPuRy4/fW7Aenla750J>

## A New Nonlinear Guidance Logic for Trajectory Tracking

### 路径跟踪的一种新的非线性制导律

本文介绍了一种新的非线性制导算法，且已验证了其在无人机沿曲线路径制导方面有更好性能。该算法在沿直线路径跟踪时采用了 PD 控制器，而沿曲线路径跟踪时加入了超前控制。在横向加速度指令的计算中使用了惯性速度，并向由外部扰动（例如风）引起的速度变化加入了自适应能力。使用两架小型无人机的测试，表明了沿圆周路径跟踪时每架飞机被控制在 1.6m 以内的 RMS（均方根误差）。最后将该算法应用在两架飞机的空中交会，并将它们的距离拉近到 12 米之内，1.4m 的 RMS 相对位置误差。

### 术语

$V$  速度

$L_1$  连接飞行器位置和目标路径上参考点的线段

$\eta$  从  $V$  到  $L_1$  的角度（顺时针方向为正）

$a_{s_{cmd}}$  横向加速度指令，与飞行器速度方向垂直。

$d$  航迹误差

$R$  圆或圆弧的半径

$L$  李雅普诺夫函数

## I. 介绍

在轨迹跟踪问题中考虑使用两种方法解决。一种方法是将飞行器的制导和控制问题分开为外环的制导回路和内环的控制回路。内环控制使飞行器跟随由外环产生的加速度指令。外环制导回路中通常使用基于几何学和运动学特性的策略。而另一种方法是使用集成的策略，内环和外环被设计为同时运行。在这种情况下，可以应用一些现代的控制和设计技术，例如滚动时域控制<sup>[1]</sup>、微分平滑<sup>[2,3]</sup>以及基于神经网络的自适应控制<sup>[4]</sup>。

实际应用中将内外环分开的方法更常用，因为这种方法对于飞行器的内环控制更简单且易于建立。线性控制器广泛用在飞行器的外环制导。通常，比例微分 (PD) 控制器用于控制航迹误差。如果目标路径为直线，这种简单的策略可以提供很好的外环性能。然而，当任务需要对复杂的曲线路径进行紧密跟踪时，航迹误差的线性反馈可能无法提供满意的性能。本文中的制导律包含了一个超前控制参数，用于克服曲线路径跟踪反馈控制的固有缺陷。

短程战术导弹上的几种末端制导律可以用于路径跟踪，方法是设定一个假想的的点作为伪目标，该点沿目标路径运动。在这些制导律当中，比例导引法通常能提供最好的性能并被接受为首选的制导方法<sup>[5-7]</sup>。本文中制导律的灵感是从比例导引法中得到的。比例导引中一个重要的参数就是导弹和目标之间视线的变化。而在飞行器和目标路径上的伪目标的制导算法也有相似的特点。两种方法有一个重要的不同点就是，路径跟踪算法并不考虑伪目标的速度。对于这种路径跟踪算法和比例导引法的关系在 II-B 节会有详细的讨论。

第 II 节介绍了该制导律及其相关特点。这里所开发的制导律更简单和易于应用，在曲线路径制导方面比起线性方法有更多优点。首先，它包含了航迹误差的 PD 控制器。其次，它有一个参数用于预测即将来到的当地目标飞行路径。这个特性使其能对曲线飞行路径进行紧密跟踪。第三，它在算法中使用了瞬时速度数据。这个运动学参数增加了能自适应由外部扰动引起的速度变化的特性。

这种算法很容易实现，在第 III 节中给出了飞行测试结果，表明了其优越的跟踪性能。这里提出的算法在 MIT 的 PCUAV 项目中的两架无人机上得到了实现，该项目主要由 Draper 实验室赞助。

## II. 新的制导律- $L_1$ 法

本文的制导律在目标路径上选择一个参考点，并通过参考点产生一个横向的加速度指令。

参考点的选择—参考点的位置在目标路径上并与飞行器距离 $L_1$ ，如图 1 所示。

横向加速度指令—横向加速度指令通过下面的式计算

$$a_{s_{cmd}} = 2 \frac{V^2}{L_1} \sin \eta \quad (1)$$

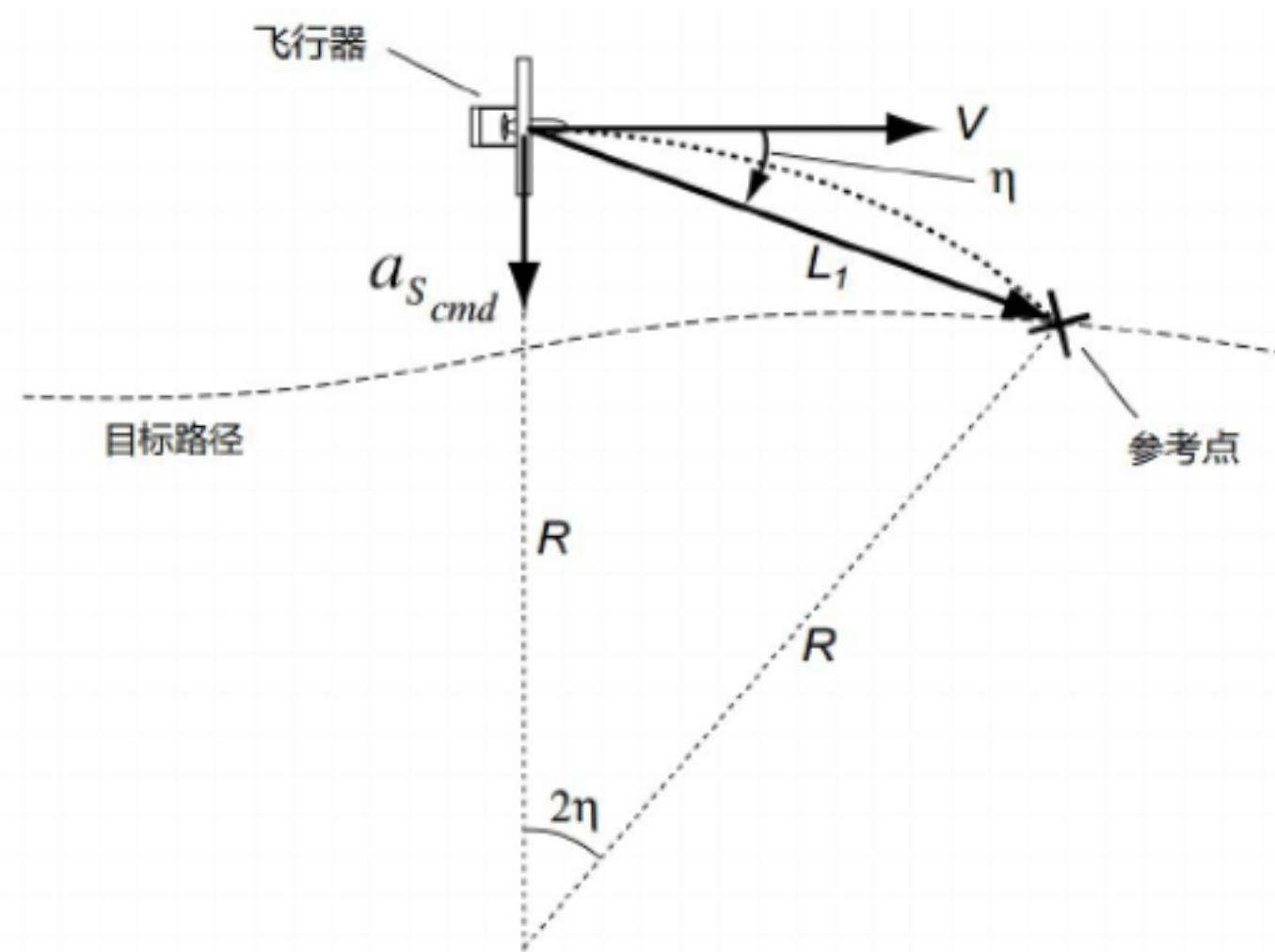


图 1. 制导律示意图

制导公式中的两个特点很重要。

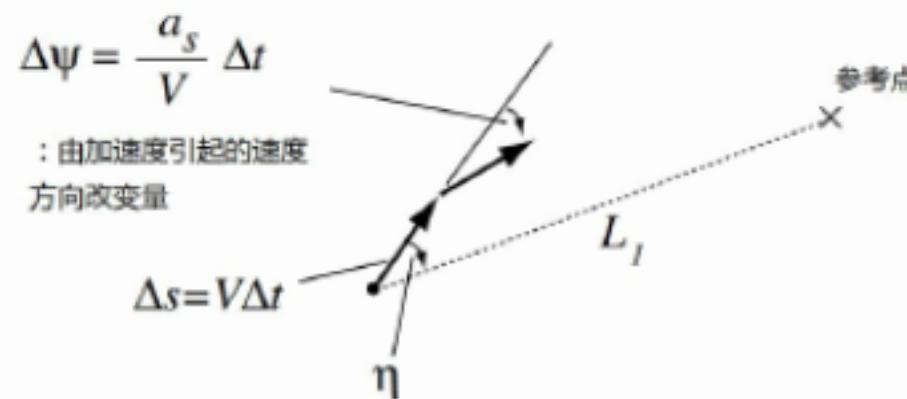


图 2. 离散表示法：单个步长

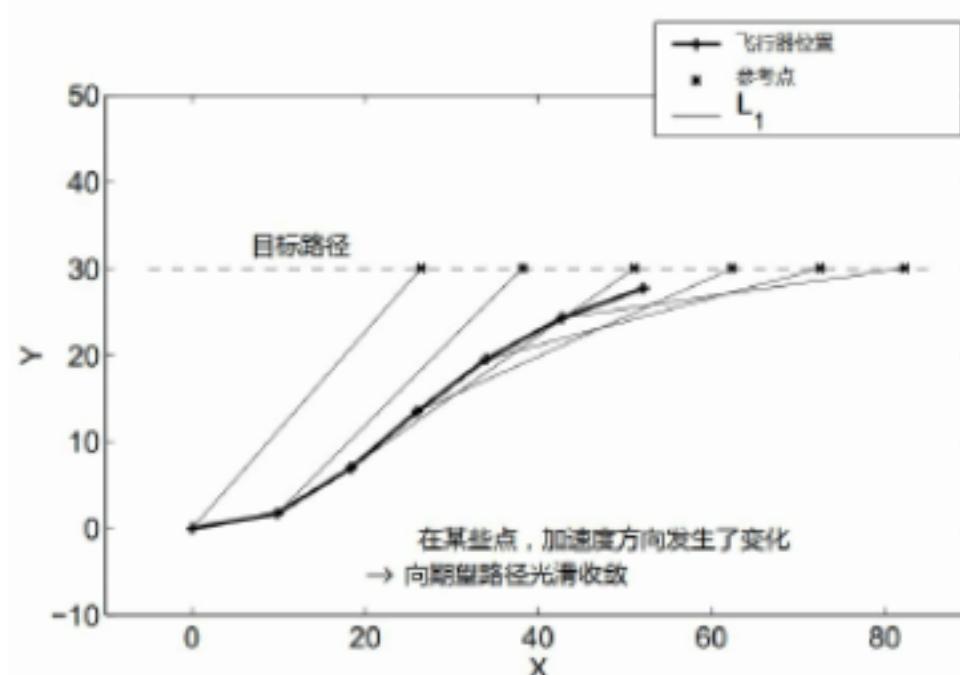


图 3. 离散表示法：若干个步长 ( 仿真中  $\Delta t = 1, V = 10, L_1 = 40$  )

1. 加速度的方向取决于  $L_1$  线段和飞行器速度向量之间夹角的正负。例如，如果选择的参考点在飞行器速度方向的右边，则飞行器会被命令向右加速，如图 1 所示。换言之，飞行器总是趋向于将它的速度方向和  $L_1$  线段的方向对齐。
2. 在每一个时间点可以定义一个圆周路径，这个圆过参考点位置和飞行器位置，且与飞行器速度向量相切，如图 1 虚线所示。由公式(1)计算得到的加速度指令和跟踪这条瞬时圆弧的向心加速度相等。这很容易解释

$$L_1 = 2R \sin \eta \quad (2)$$

因此

$$\text{向心加速度} = \frac{V^2}{R} = 2 \frac{V^2}{L_1} \sin \eta = a_{s_{cmd}}$$

所以这个制导律能产生合适的横向加速度来跟踪任何半径  $R$  的圆。

#### A. $L_1$ 法的特点

这一节讲述离散时间仿真以对后面非线性制导律的性能有进一步的理解。首先，图 2 所示的是该制导律在一个小的时间步长内的情况。在这个图中，参考点位于飞行器速度方向的右边。因此，在下一个时间步长中速度方向将会因为加速度指令的作用下顺时针旋转。而图 3 则表示了若干步长下轨迹的变化，飞行器的起始位置离目标路径较远，但最终收敛到这个路径。给定某个长度  $L_1$ ，可以推断出

- 飞行器远离目标路径时， $L_1$  的方向和目标路径的夹角较大。
- 飞行器接近目标路径时， $L_1$  的方向和目标路径的夹角较小。

因此，如果飞行器处于远离目标路径的位置，则控制律会使飞行器旋转并使其速度方向在一个大角度下接近目标路径。另一方面，如果飞行器接近目标路径，则控制律会使飞行器旋转并使其速度方向在一个

小角度下接近目标路径。

### B. 与比例导引法的关系

将参考点看做目标而飞行器看做导弹。然后，就能找到和比例导引法的相似性。式(1)中的横向加速度指令和下面的式是等价的

$$\mathbf{a}_{\perp LOS} = N' V_c \dot{\lambda}$$

加速度指令垂直于比例导引法中的视线，而导引常数  $N' = 2$ ，这些建立在参考点的位置为静止的假设条件下，计算视线角速率和逼近速度。图 4 表示了这种等价关系。首先，注意飞行器横向加速度 ( $\mathbf{a}_s$ ) 和垂直于 LOS (Line of Sight, 视线) 的加速度 ( $\mathbf{a}_{\perp LOS}$ ) 之间有一个夹角。

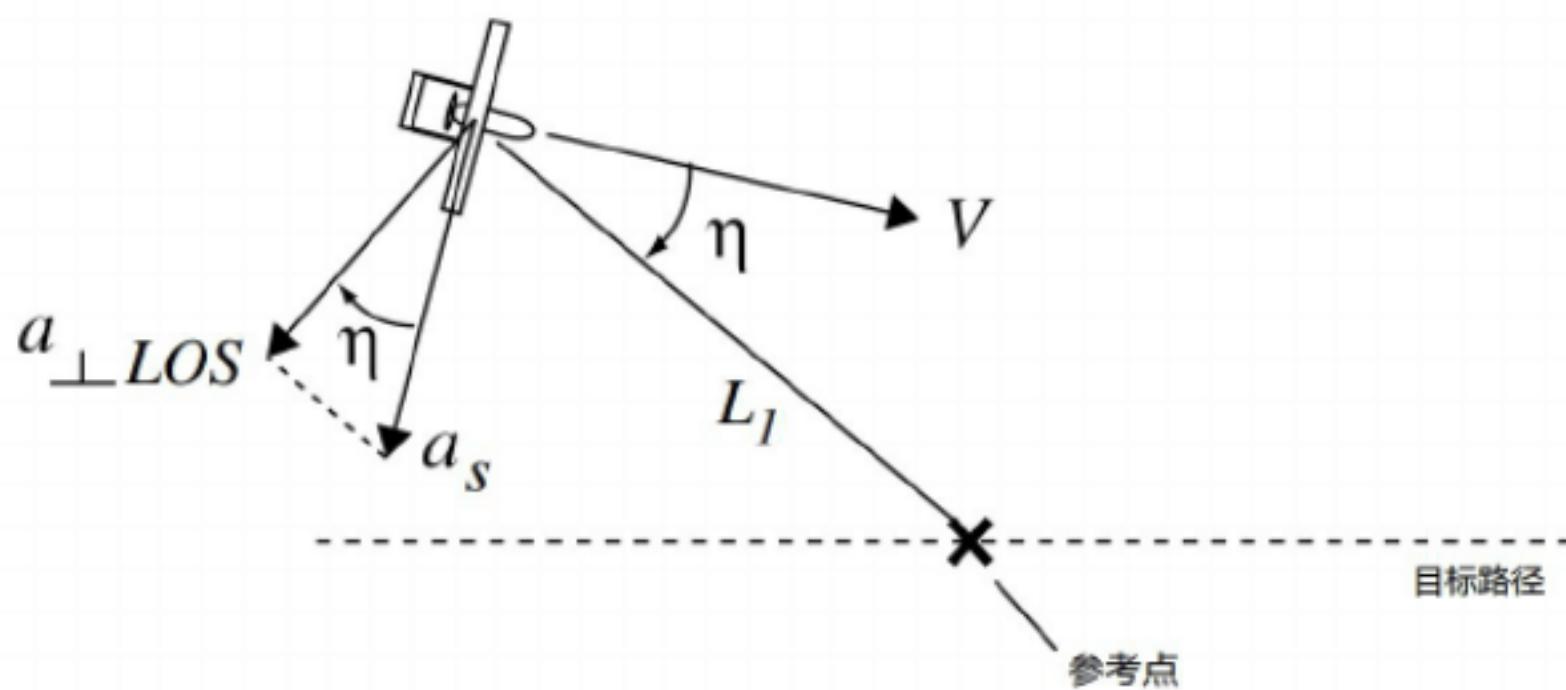


图 4. 与比例导引法的关系

$$\mathbf{a}_{\perp LOS} = a_s \cos \eta$$

而  $a_s = 2 \frac{V^2}{L_1} \sin \eta$

故  $\mathbf{a}_{\perp LOS} = 2 \frac{V^2}{L_1} \sin \eta * \cos \eta = 2(V \cos \eta) \left( \frac{V}{L_1} \sin \eta \right)$

假设目标点处于静止，第一个括号的内容就是逼近速度(在 LOS 方向上的速度分量)，而第二个为 LOS 方向变化的角速率。因此，它可以表示为

$$a_{\perp LOS} = 2 \cdot V_c \cdot \lambda$$

这就是比例导引法在导引常数等于 2 时的形式。然而，新的制导律（参考点的旋转+加速度指令）并不能只用比例导引法解释，因为参考点总在移动，且参考点和飞行器之间的逼近速度总为零（ $L_1$  为常量）。

### C. 线性化

在这一节中，将对 L1 法进行线性化且用于以下三种情况：

- 跟踪一条直线
- 跟踪一条由直线扰动得到的曲线
- 跟踪一条圆形路径

在新制导律中一个重要的参数就是飞行器和参考点的距离  $L_1$ 。这个值可以在线性系统分析的帮助下进行选择。

#### 情况 1：跟踪一条直线以及 $L_1$ 的选择

图 5 定义了线性方法中的符号。 $L_1$  是从飞行器到参考点的距离， $d$  是航迹误差， $V$  为巡航速度( nominal speed)。假设  $\eta$  角很小

$$\sin \eta \approx \eta = \eta_1 + \eta_2$$

且

$$\eta_1 \approx \frac{d}{L_1}, \quad \eta_2 \approx \frac{d}{V}$$

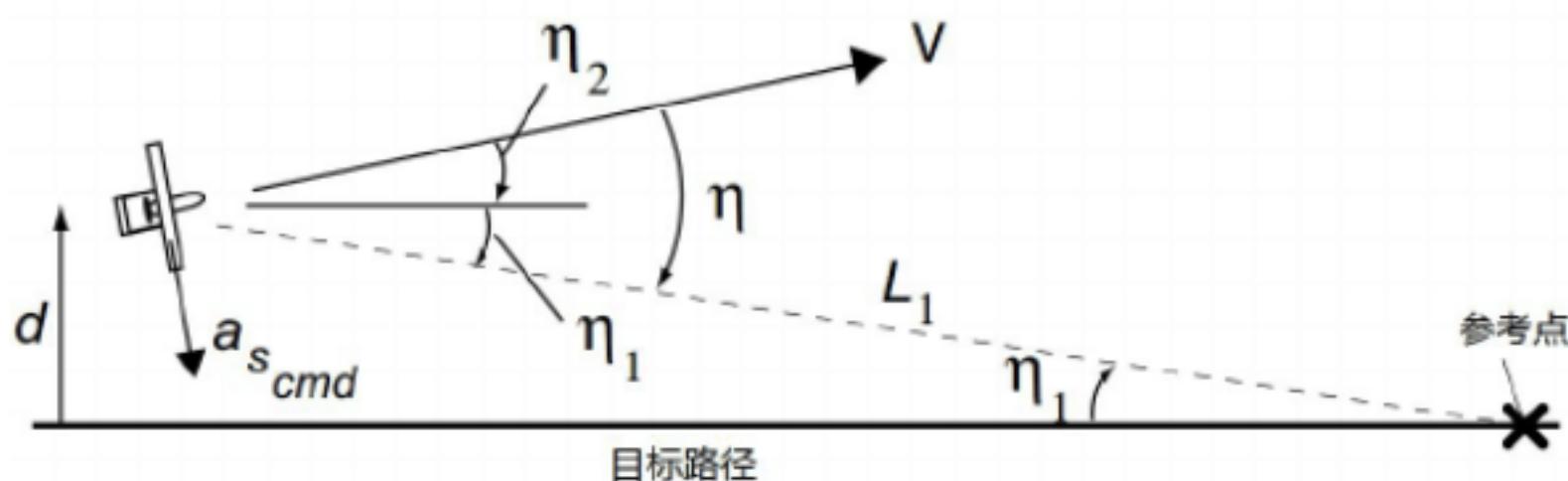


图 5. 直线跟踪情况下的线性模型

结合上面的制导式得到

$$a_{s_{cmd}} = 2 \frac{V^2}{L_1} \sin \eta \approx 2 \frac{V}{L_1} \left( \dot{d} + \frac{V}{L_1} d \right) \quad (3)$$

因此, 非线性的制导律进行线性化之后得到一个 PD 控制器来控制航迹误差。另外, 速度  $V$  和距离  $L_1$  的比例是决定 PD 控制器增益的重要因素。例如, 小的  $L_1$  值需要高的控制增益, 且  $L_1/V$  决定了 PD 控制器的时间常量。

距离  $L_1$  的选择可以通过对线性被控模型 (plant model) 和衍生的线性控制器的分析得到。被控模型必须包含飞行器内环滚转角控制器 (如果滚转角用于产生横向加速度) 的动力学以及传感器动力学包含的相关传递函数。

另外, 假设没有内环动力学和假设  $\eta_2$  很小, 则  $a_{s_{cmd}} = -\ddot{d}$  且式(3)等价于

$$\ddot{d} + 2\zeta\omega_n\dot{d} + \omega_n^2 d = 0 \quad \text{其中 } \zeta = 1/\sqrt{2}, \omega_n = \sqrt{2}V/L_1 \quad (4)$$

式(4)表明了在直线跟踪的情况下, 该制导律的线性近似模型为一个简单的二阶系统, 阻尼比为 0.707, 而自然频率决定于速度  $V$  和距离  $L_1$  的比值。

## 情况 2: 跟踪一条由直线扰动得到的曲线

这一节将验证线性化之后的  $L_1$  法对一条曲线目标路径的跟踪能力。在这种情况下, 目标路径是由一条直线扰动得到的曲线。

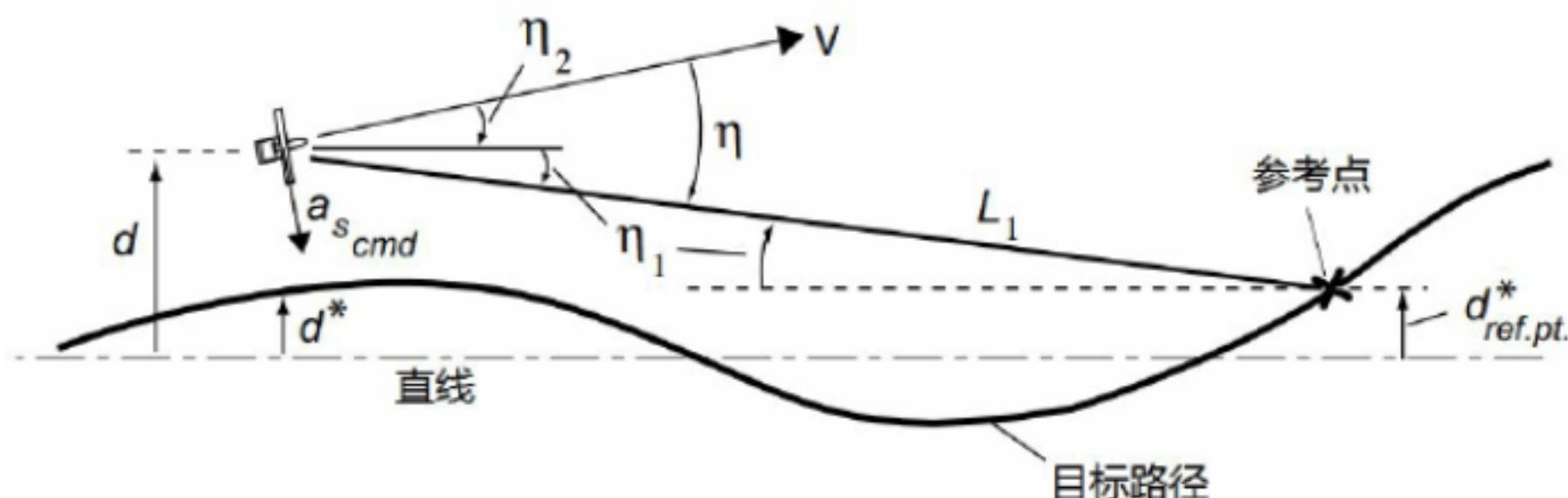


图 6. 曲线跟踪情况下的线性模型

在图 6 中,  $d$  为飞行器的横向位置,  $d_{ref,pt}^*$  为参考点的横向位置。假设  $\eta_1$  和  $\eta_2$  的角度都很小

$$\sin \eta \approx \eta = \eta_1 + \eta_2$$

则

$$\eta_1 \approx \frac{d - d_{ref,pt}^*}{L_1}, \quad \eta_2 \approx \frac{\dot{d}}{V}$$

而  $a_{S_{cmd}} \approx -\ddot{d}$ , 式(1)中的制导律可化为

$$\ddot{d} + \frac{2V}{L_1} \dot{d} + \frac{2V^2}{L_1^2} d = \frac{2V^2}{L_1^2} d_{ref,pt}^* \quad (5)$$

对式(5)中的每一项进行拉普拉斯变换

$$\frac{d(s)}{d_{ref,pt}^*(s)} = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2} \quad \text{其中 } \zeta = 0.707, \quad \omega_n = \frac{\sqrt{2}V}{L_1} \quad (6)$$

式(6)表示了一个二阶低通线性系统, 该系统有一个从参考点输入量到飞行器位置的单位稳态增益。阻尼比 ( $\zeta$ ) 为 0.707 而无阻尼自然频率  $\omega_n$  取决于  $\sqrt{2}V/L_1$ 。传递函数的输入量为参考点的横向位置, 而不是飞行器的横向位置(输入量是  $d_{ref,pt}^*$  而不是  $d^*$ )。在前面使用参考点开启了带宽频率(也称为截止角频率)周围的相位恢复。例如, 假设路径输入量为正弦曲线

$$d^* = A \sin\left(\frac{2\pi x}{L_p}\right) \quad (7)$$

这里  $A$  为幅值,  $L_p$  为正弦波的长度缩放,  $x$  为沿路径方向的长度。假设  $x \approx Vt$ ,  $L_p = \sqrt{2}\pi L_1 \approx 4.4 L_1$ , 则式(7)所描述的路径将会使系统在截止角频率被激励 ( $\omega_n = \sqrt{2}V/L_1$ )。对于一个像式(6)那样有足够阻尼的二阶系统来说相位滞后为 90 度。但这个相位滞后是来自图六中参考点的  $d_{ref,pt}^*$ , 而不是  $d^*$ 。因为参考点的距离为  $L_1 = L_p/4.4$  (约 1/4 个周期),  $d_{ref,pt}^*$  将会超前  $d^*$  约 90 度。因此有两种效果会相互抵消, 且  $d$  和  $d^*$  的距离会明显减小。

通常, 考虑到飞行器的速度和  $L_1$  的长度, 以及假设  $\eta$  很小, 这会使  $d^*$  和  $d_{ref,pt}^*$  之间有一个时间差异  $L_1/V$

$$\frac{d_{ref,pt}^*(s)}{d^*(s)} \approx e^s, \quad \tau \approx L_1/V$$

因此, 式(6)也可以写成

$$\frac{d(s)}{d^*(s)} = \frac{\omega_n^2 e^s}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2} \quad \text{其中 } \zeta = 0.707, \quad \omega_n = \frac{\sqrt{2}V}{L_1}, \quad \tau \approx L_1/V \quad (8)$$

图7为该系统(对  $L_1/L_p$  的函数)的伯德图。该图清晰的显示了在系统带宽(当  $L_1/L_p \approx 1/4.4 = 0.23$ )附近因为超前量( $e^s$ )的加入使相位响应得到提高。另外, 如果  $L_p$  为目标路径中最高频部分中的波长, 且需要使飞行器精确跟踪目标路径, 则选择  $L_1$  时必须小于  $L_p/4.4$ 。

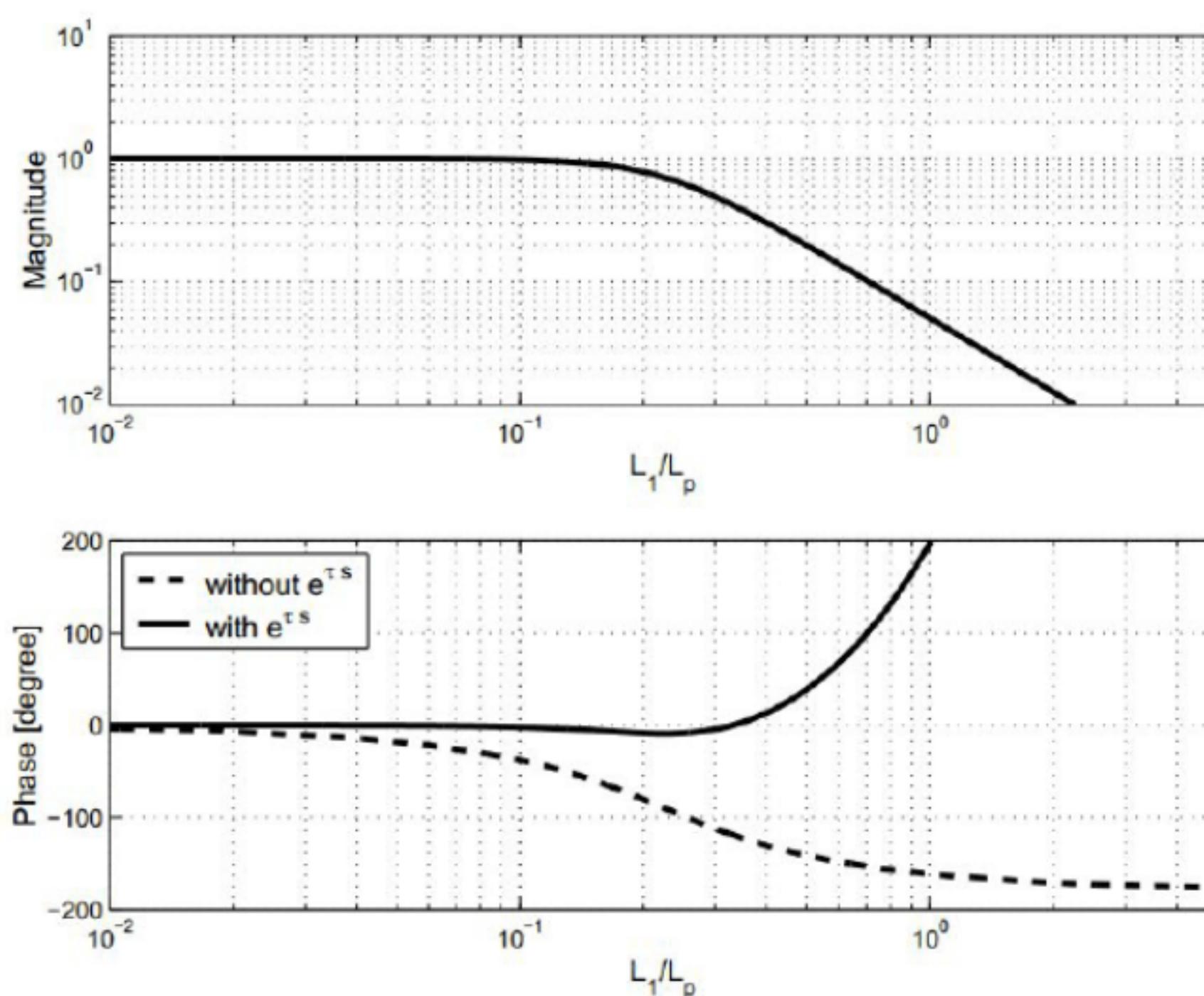


图7.  $L_1$  法的频率响应曲线

### 情况3: 跟踪一条圆弧路径

对圆弧目标路径的跟踪情况如图8所示。在这个分析中, 假设  $\eta_1$  和  $\eta_2$  都很小(但  $\eta_3$  不需要很小)。

$$\eta_1 \approx 0, \quad \eta_2 \approx 0, \quad |\eta_3| \gg 0 \quad (9)$$

需要注意的是角度  $\eta_3$  是和当地圆弧相关联的。飞行器的当前位置取决于  $r = R + d$  和  $\theta$ 。而  $\varphi$  决定了速度的方向。 $\eta_2$  是速度方向和圆弧目标路径当前切线的夹角。这三个夹角的关系为

$$\psi - \theta + \eta_2 = \frac{\pi}{2}$$

则

$$\dot{\psi} = \dot{\theta} - \dot{\eta}_2 \quad (10)$$

且由式 (9) 的假设和式 (2) 中的近似关系可得

$$\sin \eta_3 \approx \frac{L_1}{2R} \quad (11)$$

我们定义

$$c \equiv \cos \eta_3 \approx \sqrt{1 - \left(\frac{L_1}{2R}\right)^2} \quad (12)$$

基于  $\eta_2$  为小角度的假设, 位置误差的变化率可表示为

$$\dot{d} = V \sin \eta_2 \approx V \eta_2$$

因此

$$\ddot{d} \approx V \dot{\eta}_2 \quad (13)$$

另外, 由式 (10) 和 (13), 横向加速度可以表示为

$$a_{s_{cmd}} \approx V \dot{\psi} = V \dot{\theta} - V \dot{\eta}_2 = V \dot{\theta} - \ddot{d}$$

在  $\eta_1$  和  $\eta_2$  都很小的假设下

$$V \dot{\theta} \approx \frac{V^2}{R}$$

上面是以速度  $V$  绕半径  $R$  的圆所需要的向心加速度。则

$$a_{s_{cmd}} \approx \frac{V^2}{R} \cdot \ddot{d} \quad (14)$$

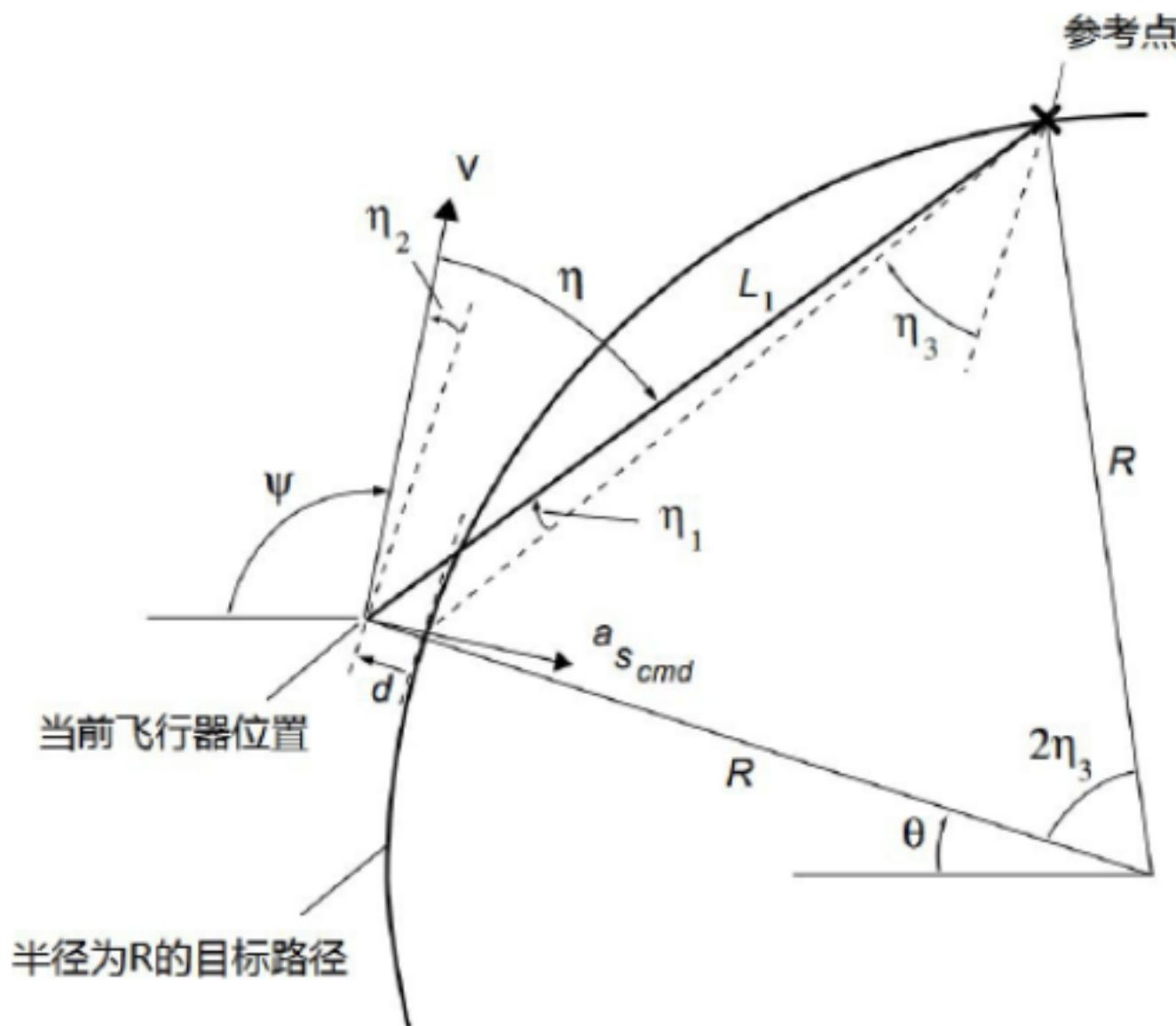


图 8. 圆弧路径的跟踪情况

在  $\eta_1$  和  $\eta_2$  都很小的假设下，

$$\begin{aligned} \frac{2V^2}{L_1} \sin \eta &= \frac{2V^2}{L_1} \sin(\eta_1 + \eta_2 + \eta_3) = \frac{2V^2}{L_1} \{ \sin(\eta_1 + \eta_2) \cos \eta_3 + \cos(\eta_1 + \eta_2) \sin \eta_3 \} \\ &\approx \frac{2V^2}{L_1} \{ \eta_1 \cos \eta_3 + \eta_2 \cos \eta_3 + \sin \eta_3 \} \end{aligned} \quad (15)$$

其中  $\eta_1 \approx \frac{d}{L_1} \cos \eta_3, \eta_2 \approx \frac{\dot{d}}{V}$

应用式(11)和(12)，式(15)可化简为

$$\frac{2V^2}{L_1} \sin \eta = \frac{2V^2 c^2}{L_1^2} d + \frac{2Vc}{L_1} \dot{d} + \frac{V^2}{R} \quad (16)$$

由式(14)和(16)得

$$\ddot{d} + 2\zeta\omega_n \dot{d} + \omega_n^2 d \approx 0 \quad \text{其中 } \zeta = 0.707, \omega_n = \frac{\sqrt{2}Vc}{L_1} \quad (17)$$

因此当  $t \rightarrow \infty$  时  $\dot{d} \rightarrow 0$ 。

#### D. $L_1$ 法和传统线性方法的对比

在上一节,讲解了将  $L_1$  法进行线性化并近似得到一个在跟踪直线时对航迹误差的 PD 控制器。这一节将会通过仿真来对比在不同目标路径和风速的条件下,非线性制导律  $L_1$  法和相关的线性控制器的性能差异。

下面的仿真分析中,巡航速度为  $25m/s$ ,  $L_1 = 150m$  的条件被应用到公式(3)。

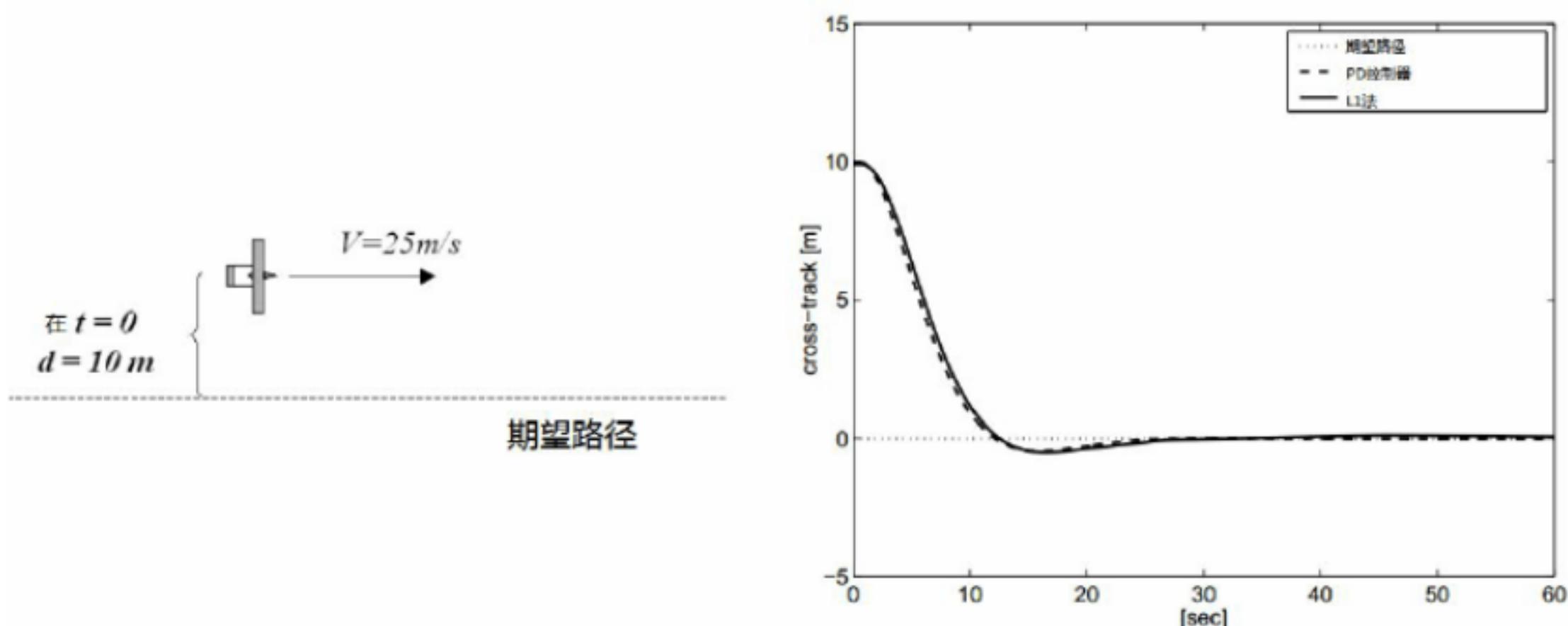


图 9. 直线跟踪的对比

#### 对比 1-直线路径跟踪

图 9 表示了航迹误差=10m 的初始条件和两种方法的仿真结果。结果表明对于直线跟踪,两种方法的性能几乎一致。

#### 对比 2-曲线路径跟踪

图 10 表示了仿真的初始条件、目标飞行路径以及相关的仿真结果。飞行器最初向北飞行。图 10(a)为使用线性控制器的飞行轨迹。PD 控制器的稳态误差为 40m。这个稳态误差是因为系统为类型 2 的。在被控模型和 PD 控制器的传递回路中有两个纯积分器。这两个积分器是从加速度输入到位置输出。稳态误差的出现是因为航迹误差的位置参考命令是抛物线形式的,而目标路径为圆形。

为了估算稳态误差,增加了一个积分器。图 10(a)中实线为 PID 控制器的仿真结果。可以看到通过加入

积分器消除了稳态误差。然而，在初始阶段的误差仍然存在。

另一方面，图 10(b)中  $L_1$  法对曲线路径的跟踪效果很好。在初始阶段的与目标曲线的偏离不到 5m。

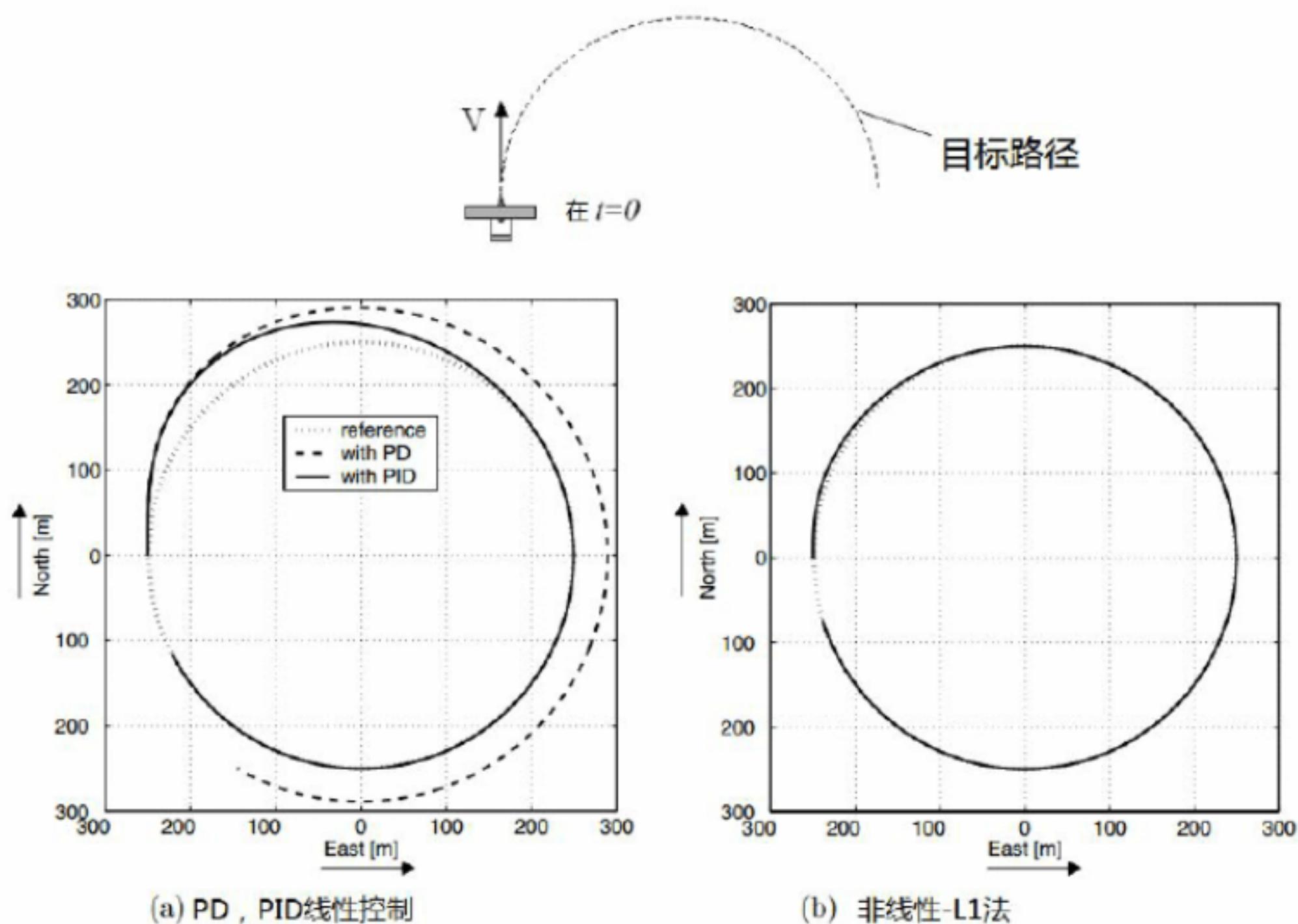


图 10-曲线跟踪的对比

### 对比 3-有风条件下的曲线跟踪

这里又在相似的条件下进行了一个额外的仿真，但风速设置为 5m/s，风向为自西向东，如图 11 所示。

图 11(a)为使用线性控制器 (PD 和 PID) 得到的飞行轨迹。

对于 PD 控制器，在初始转移阶段之后，航迹误差的范围从 30m 到 60m。对于 PID 控制器，在初始转移阶段之后，航迹误差的范围从 -20m 到 +20m。仔细观察会发现当飞行器在顺风区飞行时，处于圆形路径外，而在逆风区飞行时则处于圆形路径内。因为处于顺风区时，飞行器相对于惯性坐标系的速度增加。在这种情况下，如果要保持对路径的跟踪，飞行器必须产生一个大的加速度指令 (或大的滚转角指令)。而增益不变的线性反馈控制器的固有局限使其不能马上纠正这个误差。

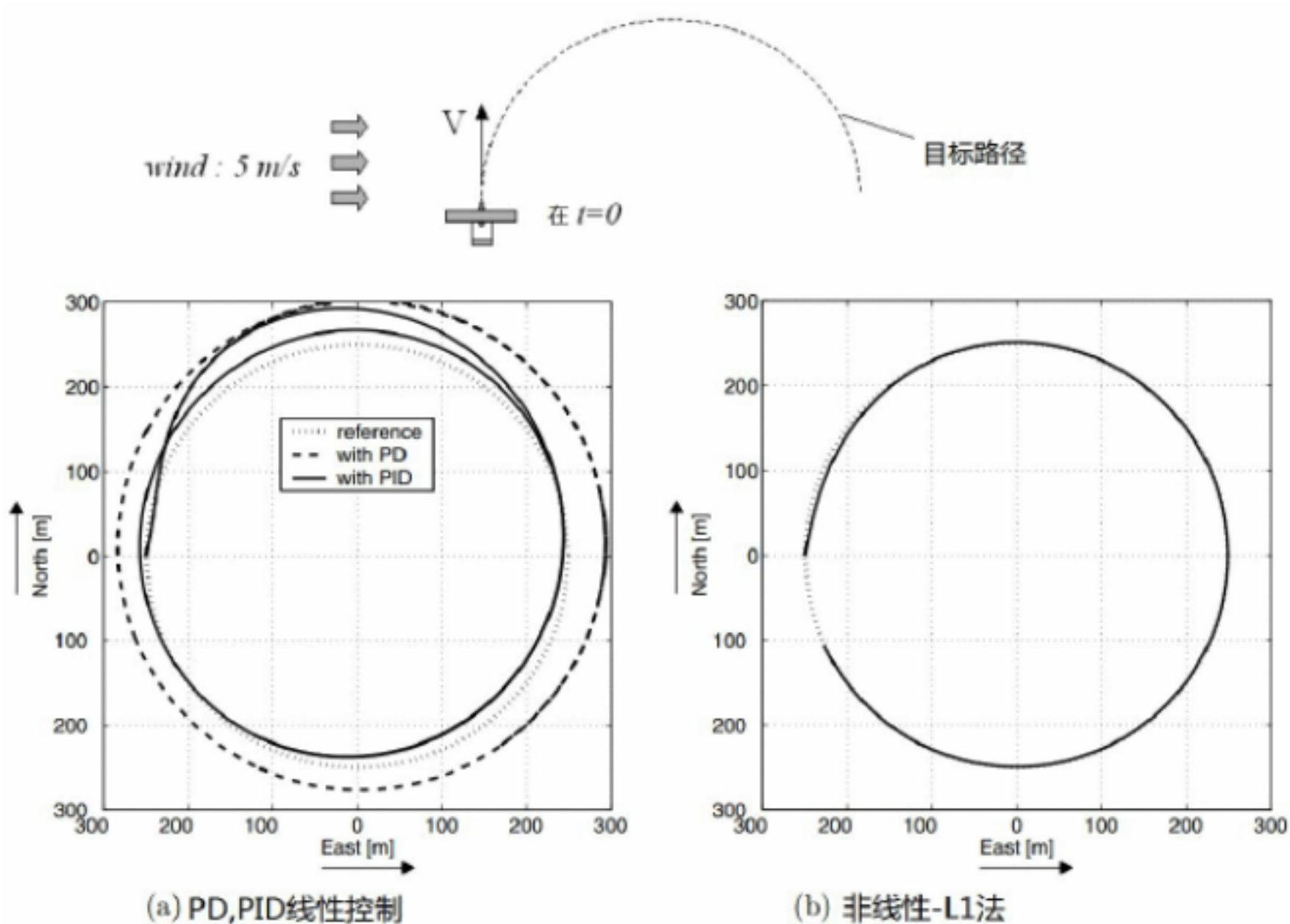


图 11. 有风条件下的曲线跟踪对比

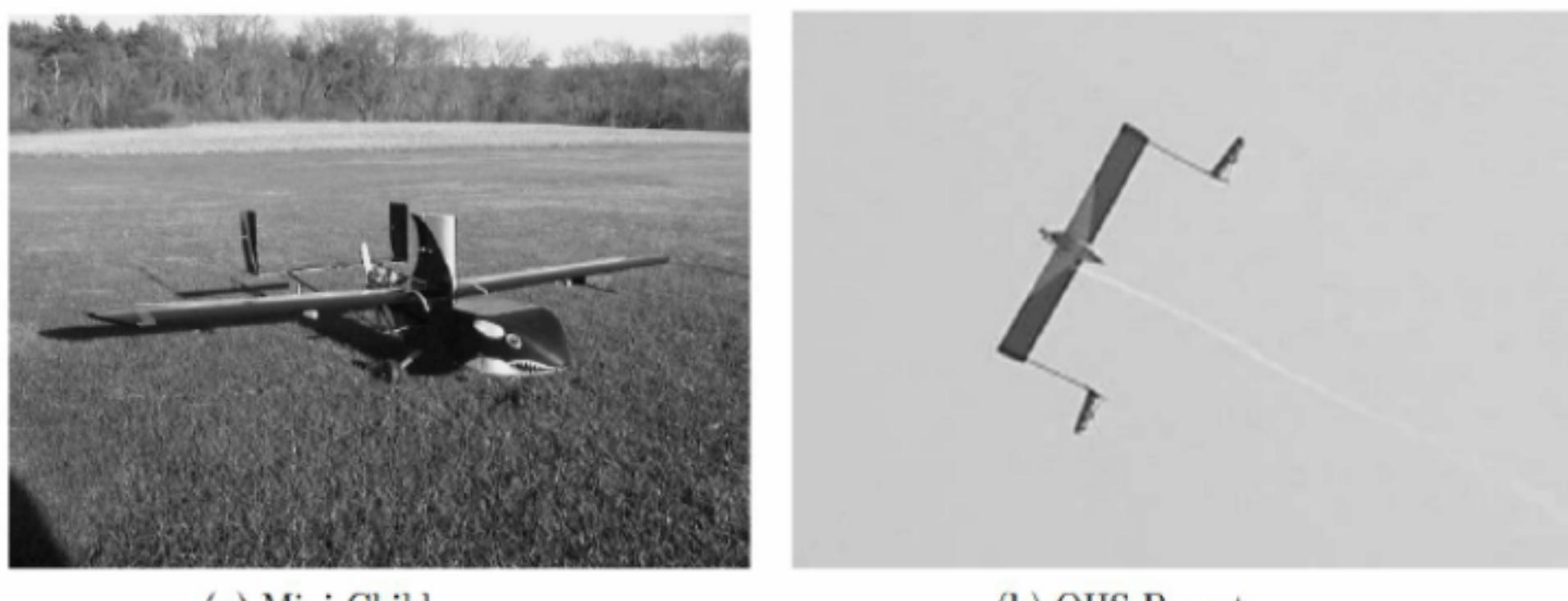


图 12. Parent Chicle Unmanned Air Vehicle 项目中的两架 UAV

另一方面， $L_1$  法的曲线跟踪却工作的很好。如图 11(b)所示，在有风条件下，在初始转移阶段结束后能将误差保持在 7m 之内。 $L_1$  法性能更好，可以通过公式(1)来理解

$$a_{s_{cmd}} = 2 \frac{V^2}{L_1} \sin \eta$$

其中地速  $V$  (作为惯性速度的替代) 被用于产生加速度指令。换而言之，非线性制导律考虑风对于惯性速度的影响，并根据相应情况进行适应。

### III. 飞行测试

该制导算法被应用到 MIT 的 Parent Child Unmanned Air Vehicle ( PCUAV ) 项目中的两架 UAV 并进行测试。滚转控制被用在内环，产生需要的横向加速度。而与之相关的外环带宽受到内环滚转控制带宽 ( 2-3rad/s ) 和 GPS 时间延迟 ( 0.4s ) 的限制。因此，在巡航飞行速度为 25m/s ,  $L_1 = 150\text{m}$  的条件下，对应的截止频率为 0.4 rad/s。

图 12(a) 为 Mini Child , 翼展 2.54m , 而包含机载电子设备的总重为 9.1kg。图 12(b) 为一架滚翼机 OHS , 关于这种平台的气动和相应的稳定性特性见参考文献[10, 11]。这架飞机的翼展为 4.5m , 而总重为 20kg。

图 13 为 Mini 使用  $L_1$  法进行路径跟踪的飞行数据。轨迹旁边的数字为机载电子设备记录的飞行时间。当 Mini 沿圆形路径飞行时，航迹和目标路径的横向偏差，75% 的飞行时间能保持在  $\pm 2\text{m}$  , 而 96% 的飞行时间能保持在  $\pm 3\text{m}$  。

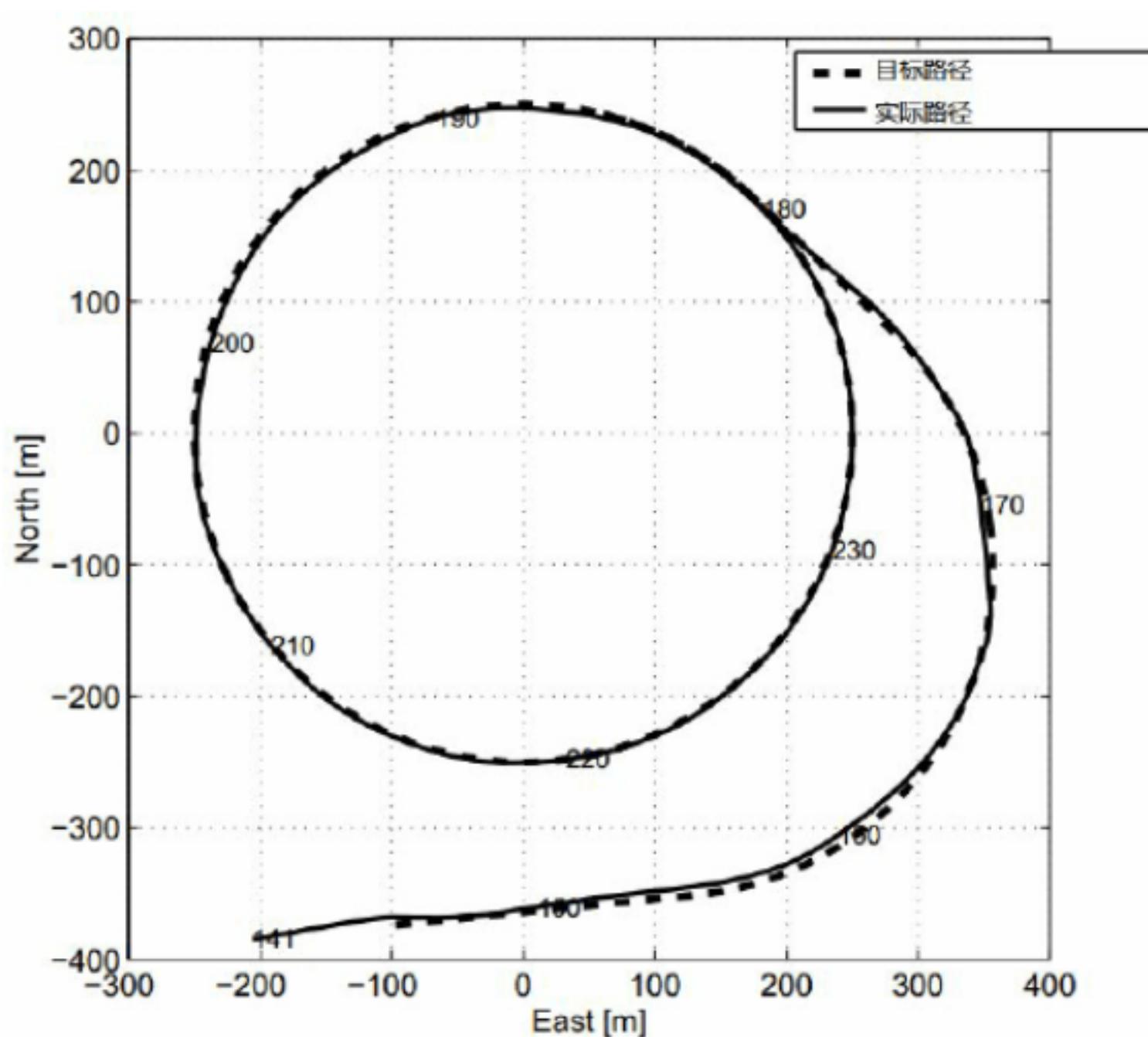


图 13. MINI 的飞行数据

对 OHS 也进行了类似的飞行测试。图 14 为飞行航迹和目标路径。在 [-140m E, 200m N] 位置附近,  $t=76s$  的时候自动控制被激活。在飞行时间为 76s 到 90s 之间的误差, 是由于初始速度向量的方向偏移引起的。在初始转移阶段之后, 78% 的飞行时间能保持  $\pm 2m$  的误差, 而 97% 的飞行时间能保持在  $\pm 3m$ 。

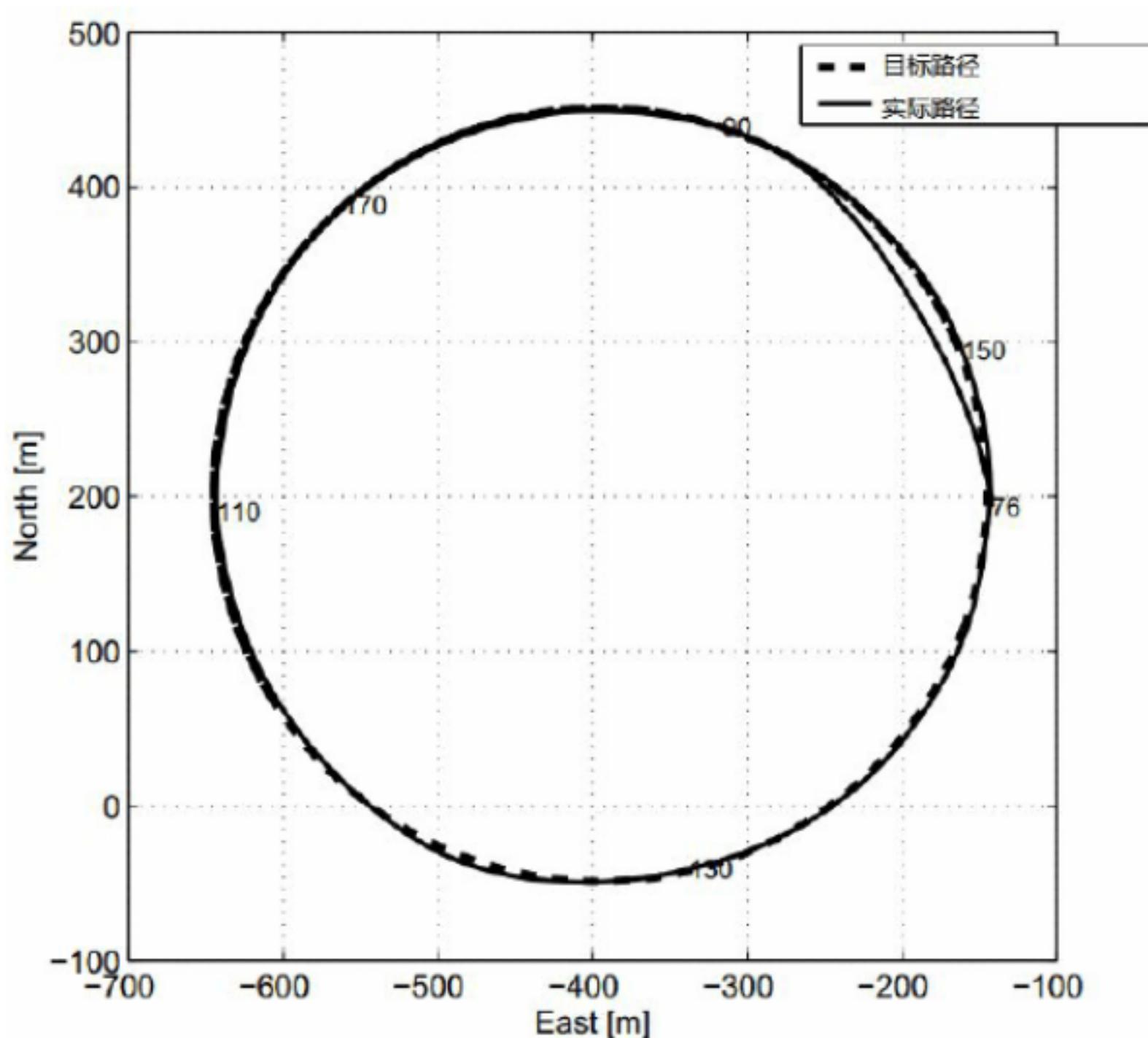


图 14. OHS 的飞行数据

由每架飞机的路径跟踪能力可以证明, 两个飞行器能从任意初始位置交会到一个紧密的编队飞行。图 15 为 OHS 和 Mini 的轨迹和位置变化图。在测试过程中, OHS 保持圆形飞行路径, 且没有获取 Mini 的位置信息。而 Mini 则通过接收 OHS 的位置信息安排它的飞行路径并实现编队飞行。在 Mini 切换为自动控制模式时, OHS 已经处于自动控制模式且绕圆形路径飞行。字母 “O” 代表飞机 OHS 的位置, 而 “M” 代表 Mini 的位置。圆形路径的中心在坐标系原点。Mini 的自动控制模式在飞行时间为 40s 时启动, 此时 Mini 的位置大约在 (-207 m E, -8 m N), 而 OHS 位于 (-225 m E, 105 m N), 两架飞机都向南飞行。从 40s 到 92s, OHS 保持绕圈飞行而 Mini 则按生成的所需路径飞行, 在 92s 左右 Mini 进入到圆形路径。从 92s 开始, Mini

被命令跟踪相同的圆形路径并维持和 OHS 的相对距离。即使图中 120s 之后曲线结束，但实际上 Mini 和 OHS 编队飞行了两圈半，直到 Mini 在 290s 被切换为手动模式。

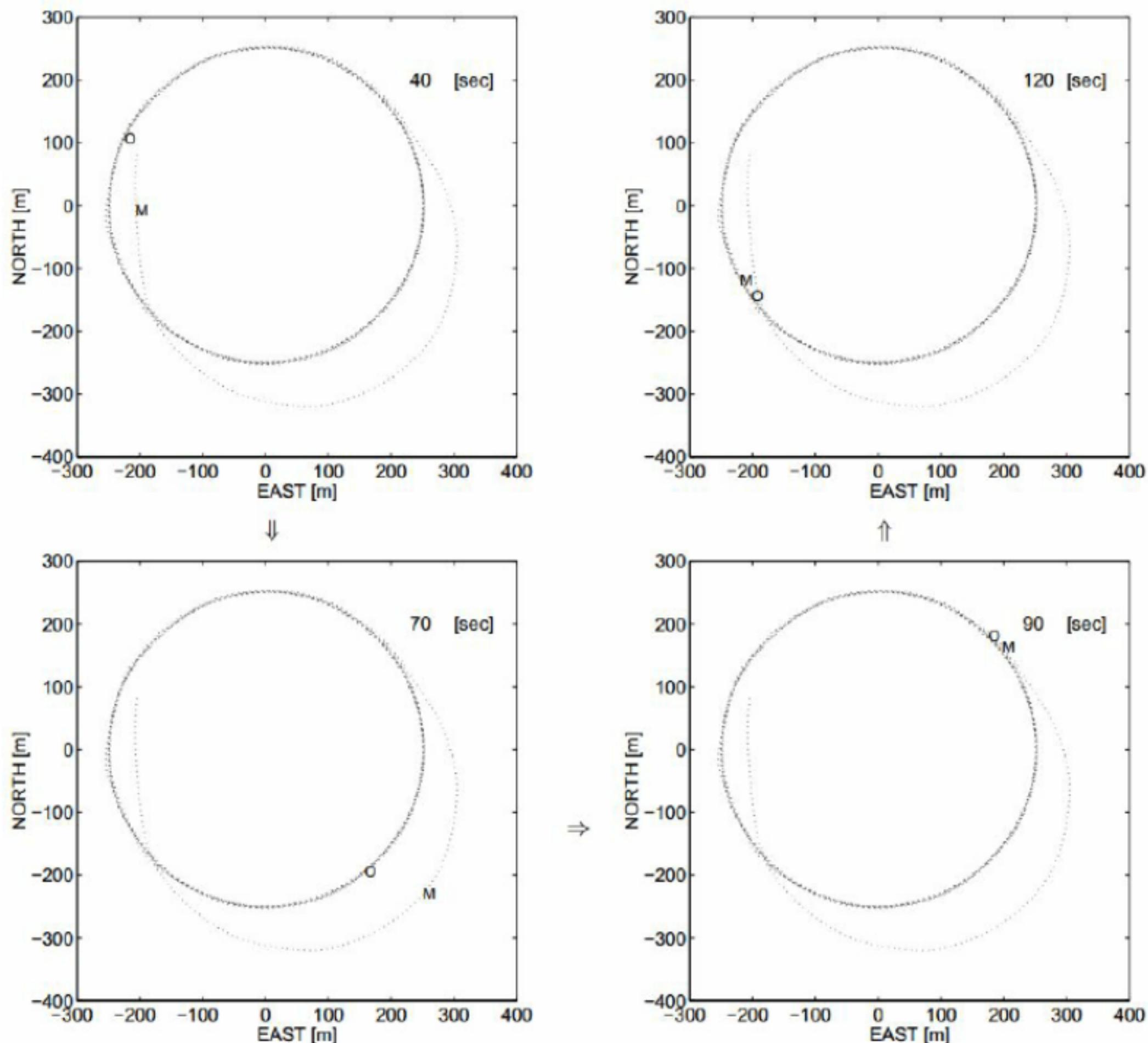


图 15. OHS、Mini 的交会和编队飞行 ( O:OHS , M:Mini )

图 16 为编队飞行时从地面拍摄的照片。在编队飞行期间，通过地面站发送命令将两架飞机的距离从最初的 30m 逐步缩短为 12m。



图 16. 编队飞行 ( Mini 被设定在相对于 OHS 后方 12m , 上方 2m 处 )

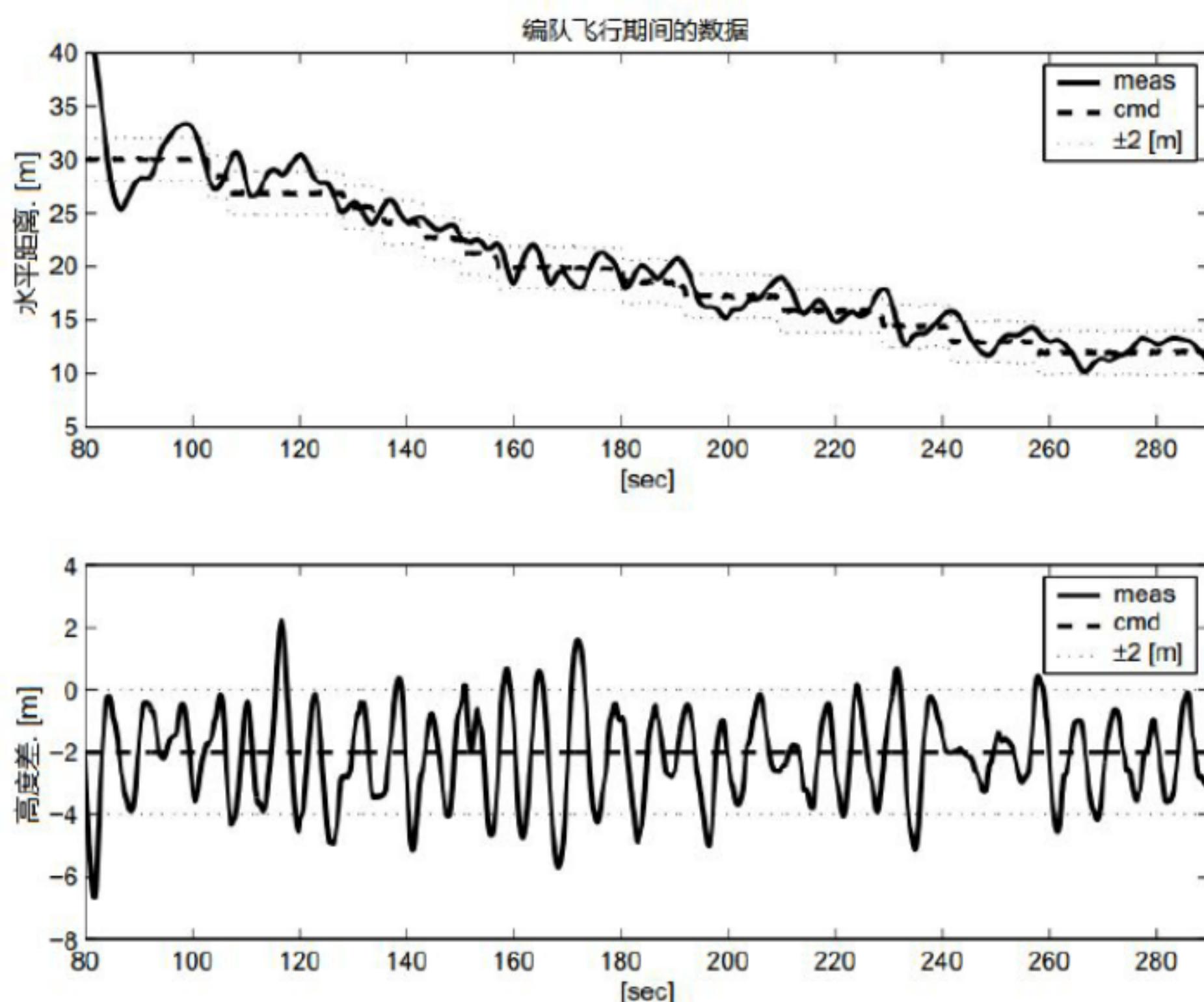


图 17. 编队飞行期间的相对距离

图 17 的第一张图为实际相对距离和目标距离。在从 92s 到 290s 的整个编队飞行期间，目标距离逐渐减小，而 Mini 能使误差在 86% 的时间都保持在  $\pm 2\text{m}$  内。

图 17 的第二张图为两架飞机之间的高度差。命令高度差为 Mini 在 OHS 上方 2m。实际高度差在 84% 的时间里保持在  $\pm 2\text{m}$ 。对于纵向控制，使用了线性二次型最优调节器[12]。

## IV. 总结

本文讨论了关于轨迹跟踪的一种新的制导律  $L_1$  法以及使用该制导律控制两架 UAV 的飞行测试结果。

仿真结果表明新的方法比起传统的线性控制方法有更好的性能，其原因有：

1. 在这个制导律中  $\eta$  角主要用于三方面。首先，它提供航向纠正。其次，对于小的航迹偏差，它提供 PD 控制器来控制航向误差。最后，它提供一个超前加速度指令来跟踪圆形路径。
2. 该控制律使用飞行器的实时惯性速度来计算加速度命令。运动学因子提高了对由于外部扰动出现的速度变化的适应性。

## 致谢

十分感谢 Draper 实验室的支持！

## 参考文献

- <sup>1</sup>T. Keviczky and Gary J. Balas, "Software enabled flight control using receding horizon techniques," *AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference and Exhibit*, (AIAA2003-5671), August 2003.
- <sup>2</sup>R. M. Murray, "Trajectory generation for a towed cable system using differential flatness," *IFAC World Congress*, 1996.
- <sup>3</sup>R. M. Murray and M. Rathinam, "Configuration flatness of Lagrangian systems underactuated by one control," *Control and Decision Conference*, 1996.
- <sup>4</sup>E. Corban, E. Johnson, and A. Calise, "A six degree-of-freedom adaptive flight control architecture for trajectory following," *AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference and Exhibit*, (AIAA-2002-4776), 2002.
- <sup>5</sup>D.J. Yost J.E. Kain, "Command to line-of-sight guidance: A stochastic optimal control problem," *Journal of Spacecraft*, 14(7):438-444, 1977.
- <sup>6</sup>P. Zarchan, *Tactical and Strategic Missile Guidance*, volume 176 of *Progress in Astronautics and Aeronautics*. AIAA, third edition, 1997.
- <sup>7</sup>J. H. Blakelock, *Automatic Control of Aircraft and Missiles*. Wiley-Interscience, 1991.
- <sup>8</sup>PCUAV web page, <http://web.mit.edu/aeroastro/pcuav/>, <http://web.mit.edu/sanghyuk/www>.
- <sup>9</sup>S. Park, T. Jones, J. Deyst et al. "The parent and child unmanned aerial vehicle system," *Unmanned Vehicle Systems International Conference*, July 2003.
- <sup>10</sup>J.A.C Kentfield, "Upwash flowfields at the tails and aircraft with outboard horizontal stabilizers." *Conference Paper*, AIAA 98-0757, Jan 1998.
- <sup>11</sup>J. Mukherjee, *Automatic Control of an OHS Aircraft*, Ph.D. thesis, University of Calgary, 2000.
- <sup>12</sup>S. Park. *Avionics and Control System Development for Mid-Air Rendezvous of Two Unmanned Aerial Vehicles*, Ph.D. thesis, MIT, February 2004.

## 附录

这一节讲解直线目标路径跟踪情况的非线性李雅普诺夫稳定性分析。在图 18 中, 系统模型被表示为下面的运动学公式

$$\dot{d} = V \sin \eta_2 \quad \text{和} \quad \dot{\eta}_2 = -\frac{a_s}{V} \quad (18)$$

制导律为

$$a_s = 2 \frac{V^2}{L_1} \sin \eta$$

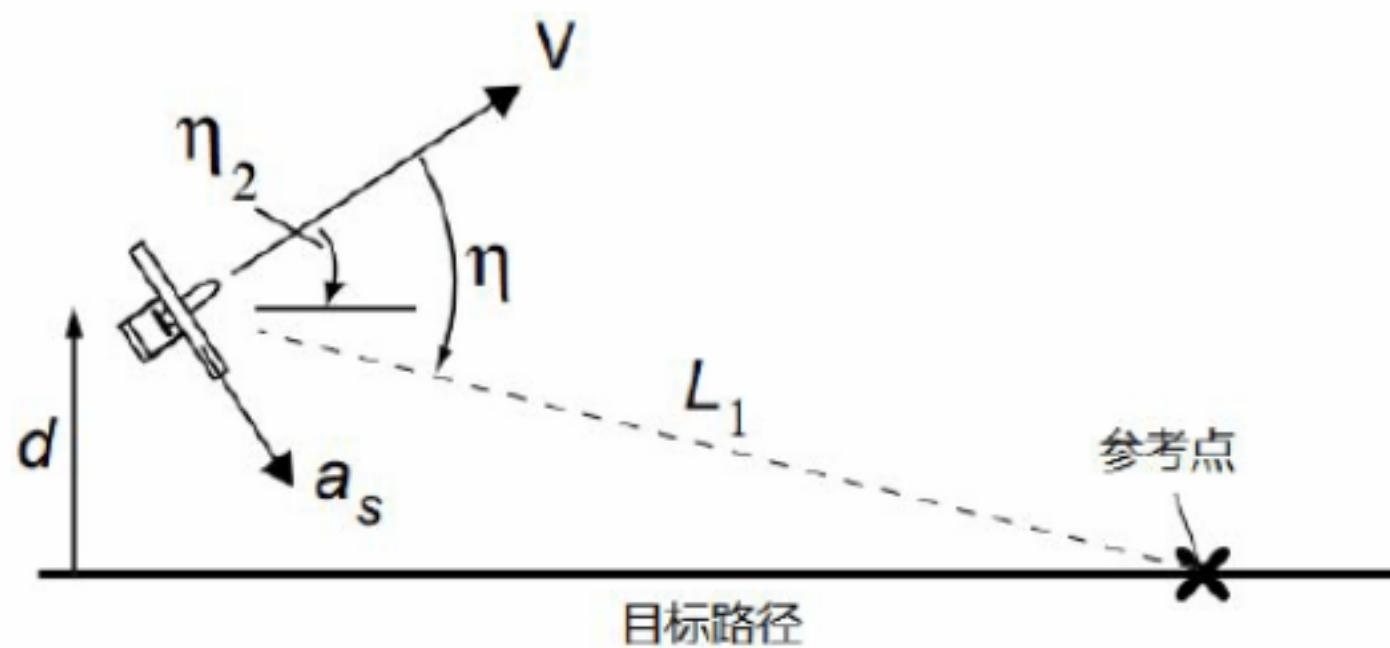


图 18. 直线跟踪情况的李雅普诺夫分析模型

为了是参考点有唯一存在性, 我们假设

$$d < L_1, \quad -\frac{\pi}{2} < \eta < \frac{\pi}{2} \quad (19)$$

则李雅普诺夫函数为

$$L = \frac{1}{2} (V \sin \eta_2)^2 + \int_0^d \frac{2V^2}{L_1} \sin(\eta - \eta_2) dy \quad (20)$$

由图 18 得

$$\sin(\eta - \eta_2) = \frac{d}{L_1} \quad (21)$$

则式(20)变为

$$L = \frac{1}{2} V^2 \sin^2 \eta_2 + \frac{V^2}{L_1^2} d^2 \quad (21)$$

这是一个正定函数。而式(20)对时间求导

$$\dot{L} = V^2 \sin \eta_2 \cos \eta_2 \dot{\eta}_2 + 2 \frac{V^2}{L_1^2} d \dot{d}$$

使用公式(18)和(21), 则  $\dot{L}$  变为

$$\dot{L} = -\frac{2V^3}{L_1} \sin \eta_2 \{ \cos \eta_2 \sin \eta - \sin(\eta - \eta_2) \}$$

最后, 由

$$\sin(\eta - \eta_2) = \sin \eta \cos \eta_2 - \cos \eta \sin \eta_2$$

$\dot{L}$  化简为

$$\dot{L} = -\frac{2V^3}{L_1} \sin^2 \eta_2 \cos \eta \quad (22)$$

因为  $|\eta| < \pi/2$  所以这是半负定的。故, 应用不变集理论, 由  $\dot{L} = 0$  得到的解只有  $(\eta_2 = 0, d = 0)$ 。因此, 该知道算法对于  $d < L_1, |\eta| < \frac{\pi}{2}$  的情况是渐进稳定的。