已知n是一个与10互质的正整数，证明：可以找到n的一个倍数，使得该倍数在十进制表示下各位数字都是1。

证：

设

显然

任取n+1个不同的

,, ,

根据鸽笼原理：

n+1个不同的的解有n种，那么至少存在一对 使得

则

又

有

因为n与10互质，又，所以有

从而

“可以找到n的一个倍数，使得该倍数在十进制表示下各位数字都是1”