



## MILITARY INSTITUTE OF SCIENCE AND TECHNOLOGY [MIST]

Unit-A [Engineering & Architecture] : 2019-20

Exam Duration : 3 Hours

Total Marks : 200

প্রিয় শিক্ষার্থীবৃন্দ, তোমাদের জ্ঞাতার্থে জানানো যাচ্ছে যে, MILITARY INSTITUTE OF SCIENCE AND TECHNOLOGY [MIST]-এর ভর্তি পরীক্ষার প্রস্তুত উত্তরণের সাথে সাথেই জমা নেওয়া হয় বিধায় মূল প্রস্তুতি কয়েক বছর যাবৎ পাওয়া সম্ভব হচ্ছে না।

একতম প্রচেষ্টায় MIST তে অধ্যয়নরত ২০১৯-২০ শিক্ষাবর্ষের শতাধিক শিক্ষার্থীদের মনে থাকা প্রশ্নগুলোর আলোকে নিম্নের প্রশ্নপত্রটি নাজানো হয়েছে, যার মধ্যে ৮০%-এর অধিক প্রশ্ন MIST ২০১৯-২০ শিক্ষাবর্ষের ভর্তি পরীক্ষার প্রকৃত প্রশ্নপত্র বলা যায়।

### Mathematics

01. দুটি ম্যাট্রিক্স A এবং B দেওয়া আছে। AB ও BA এর মধ্যে কোন সম্পর্ক থাকলে তা নির্ণয় কর। B<sup>-1</sup> কে x ও A এর মাধ্যমে প্রকাশ কর।

$$A = \begin{bmatrix} 3x & -4x & 2x \\ -2x & x & 0 \\ -x & -x & x \end{bmatrix} \text{ এবং } B = \begin{bmatrix} x & 2x & -2x \\ 2x & 5x & -4x \\ 3x & 7x & -5x \end{bmatrix}$$

$$\text{[Solve]} AB = \begin{bmatrix} 3x & -4x & 2x \\ -2x & x & 0 \\ -x & -x & x \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x & 2x & -2x \\ 2x & 5x & -4x \\ 3x & 7x & -5x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3x^2 & -4x^2 & 2x^2 \\ -2x^2 & x^2 & 0 \\ -x^2 & -x^2 & x^2 \end{bmatrix}$$

$$\text{অনুরূপভাবে, } BA = \begin{bmatrix} x^2 & 0 & 0 \\ 0 & x^2 & 0 \\ 0 & 0 & x^2 \end{bmatrix} \therefore AB = BA$$

$$\therefore BA = x^2 I \Rightarrow \frac{1}{x^2} BA = I \Rightarrow B^{-1} = \frac{A}{x^2} = \begin{bmatrix} \frac{3}{x} & -\frac{4}{x} & \frac{2}{x} \\ -\frac{2}{x} & \frac{1}{x} & 0 \\ -\frac{1}{x} & -\frac{1}{x} & \frac{1}{x} \end{bmatrix}$$

$$\therefore B^{-1} = \frac{A}{x^2}$$

02.  $\vec{a} = 2\hat{i} + \hat{j} - 3\hat{k}$  এবং  $\vec{b} = \hat{i} - 2\hat{j} + \hat{k}$  ভেক্টর দুটির উপর লম্ব একটি ভেক্টর নির্ণয় কর যার মান 5 একক।

$$\text{[Solve]} \vec{a} \times \vec{b} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 2 & 1 & -3 \\ 1 & -2 & 1 \end{vmatrix} = \hat{i}(1 \cdot 1 - (-3) \cdot (-2)) - \hat{j}(2 \cdot 1 - (-3) \cdot 1) + \hat{k}(2 \cdot (-2) - 1 \cdot (-3)) = -5\hat{i} - 5\hat{j} - 5\hat{k}$$

$$\therefore \vec{\eta} = \frac{\vec{a} \times \vec{b}}{|\vec{a} \times \vec{b}|} = \frac{-5\hat{i} - 5\hat{j} - 5\hat{k}}{5\sqrt{3}} = -\frac{1}{\sqrt{3}}(\hat{i} + \hat{j} + \hat{k})$$

$$\therefore \text{নির্ণয় ভেক্টর} = 5\vec{\eta} = -\frac{5}{\sqrt{3}}(\hat{i} + \hat{j} + \hat{k})$$

03. একটি বৃত্ত  $(-1, -1)$  এবং  $(3, 2)$  বিন্দু দিয়ে অতিক্রম করে এবং এর কেন্দ্র  $x^2 + y^2 - 6x - 4y - 7 = 0$  বৃত্তের  $(1, -2)$  বিন্দুতে স্পর্শকের উপর অবস্থিত। বৃত্তটির সমীকরণ নির্ণয় কর।

$$\text{[Solve]} x^2 + y^2 - 2gx - 2fy - c = 0 \text{ বৃত্তটি } (-1, -1) \text{ এবং } (3, 2) \text{ বিন্দু দিয়ে অতিক্রম করে পাই,}$$

$$2 - 2g - 2f + c = 0 \dots \dots (i)$$

$$13 - 6g - 4f + c = 0 \dots \dots (ii)$$

$$x^2 + y^2 - 6x - 4y - 7 = 0 \text{ বৃত্তের } (1, -2) \text{ বিন্দুতে স্পর্শক,}$$

$$x - 2y - 3(x + 1) - 2(y - 2) - 7 = 0 \Rightarrow x - 2y + 3 = 0 \dots \dots (iii)$$

$$(iii) \text{ এর উপরে নির্ণয় বৃত্তের কেন্দ্র } (-g, -f) \text{ অবস্থিত।}$$

$$-g - 2f + 3 = 0 \Rightarrow g + 2f = 3 \dots \dots (iv)$$

$$(i), (ii), (iv) \text{ সমাধান করে, } g = -4, f = \frac{7}{2}, c = -3$$

$$\therefore \text{বৃত্তের সমীকরণ, } x^2 + y^2 - 8x + 7y - 3 = 0 \text{ (Ans.)}$$

04. মূলবিন্দু হতে  $x \sec \theta - y \operatorname{cosec} \theta = k$  এবং  $x \cos \theta - y \sin \theta = k \cos 2\theta$  রেখাখয়ের লম্ব দূরত্ব যথাক্রমে 2cm এবং 3cm। k এর মান নির্ণয় কর।

$$\text{[Solve]} \frac{k}{\sqrt{\sec^2 \theta + \operatorname{cosec}^2 \theta}} = 2 \Rightarrow \frac{k^2}{\frac{1}{\cos^2 \theta} + \frac{1}{\sin^2 \theta}} = 4$$

$$\Rightarrow \frac{k^2 \sin^2 \theta \cos^2 \theta}{\sin^2 \theta + \cos^2 \theta} = 4$$

$$\Rightarrow 4k^2 \sin^2 \theta \cos^2 \theta = 16 \Rightarrow (k \sin 2\theta)^2 = 4^2 \dots \dots (i)$$

$$\frac{-k \cos 2\theta}{\sqrt{\cos^2 \theta + \sin^2 \theta}} = 3 \Rightarrow (k \cos 2\theta)^2 = 3^2 \dots \dots (ii)$$

$$(i) + (ii) \text{ করে পাই, } k^2 (\sin^2 2\theta + \cos^2 2\theta) = 25 \Rightarrow k = \pm 5$$

05. 1,2,3,4,5,6,7,8 চিহ্নিত আটটি কাউন্টার থেকে কমপক্ষে 1টি বিজোড় ও 1টি জোড় কাউন্টার নিয়ে একবারে 4টি কাউন্টার নিলে সমাবেশ সংখ্যা কত হবে?

জোড় (4টি)	বিজোড় (4টি)	সমাবেশ সংখ্যা
1	3	${}^4C_1 \times {}^4C_3 = 16$
2	2	${}^4C_2 \times {}^4C_2 = 36$
3	1	${}^4C_3 \times {}^4C_1 = 16$

$$\therefore \text{মোট সমাবেশ সংখ্যা} = 68$$

06.  $\cos x + \cos y = a$  এবং  $\sin x + \sin y = b$  হলে  $\cos(x + y)$  এর মান কত?

$$\text{[Solve]} \cos x + \cos y = a \Rightarrow 2 \cos \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2} = a \dots \dots (i)$$

$$\sin x + \sin y = b \Rightarrow 2 \sin \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2} = b \dots \dots (ii)$$

$$\frac{\cos \frac{x+y}{2}}{\sin \frac{x+y}{2}} = \frac{a}{b}$$

$$\Rightarrow \frac{\cos \frac{x+y}{2}}{\sin \frac{x+y}{2}} = \frac{a^2 - b^2}{a^2 + b^2} \therefore \cos(x + y) = \frac{a^2 - b^2}{a^2 + b^2}$$

07.  $a \tan \theta + b \sec \theta = c$  সমীকরণের মূলদ্বয়  $\alpha, \beta$  হলে, প্রমাণ কর যে,

$$\tan(\alpha + \beta) = \frac{2ca}{a^2 - c^2}$$

$$\text{[Solve]} a \tan \theta + b \sec \theta = c \Rightarrow a \tan \theta - c = -b \sec \theta$$

$$\Rightarrow a^2 \tan^2 \theta + c^2 - 2ca \tan \theta = b^2 + b^2 \tan^2 \theta$$

$$\Rightarrow (a^2 - b^2) \tan^2 \theta - 2ca \tan \theta + c^2 - b^2 = 0$$

$$\tan \alpha + \tan \beta = \frac{2ca}{a^2 - b^2}; \tan \alpha \tan \beta = \frac{c^2 - b^2}{a^2 - b^2}$$

$$\text{L.H.S} = \tan(\alpha + \beta) = \frac{\tan \alpha + \tan \beta}{1 - \tan \alpha \tan \beta} = \frac{\frac{2ca}{a^2 - b^2}}{1 - \frac{c^2 - b^2}{a^2 - b^2}}$$

$$= \frac{2ca}{a^2 - b^2 - c^2 + b^2} = \frac{2ca}{a^2 - c^2} = \text{R.H.S (Proved)}$$



08.  $f(x) = \cos^{-1}\left(\frac{2x}{x+1}\right)$  ফাংশনটির ডোমেন ও রেঞ্জ নির্ণয় কর।

**[Solve]**  $f(x) = \cos^{-1}\left(\frac{2x}{x+1}\right)$

$$-1 \leq \frac{2x}{x+1} \leq 1 \Rightarrow \frac{2x}{x+1} \leq 1 \Rightarrow 2x \leq x+1 \Rightarrow x \leq 1$$

$$-1 \leq \frac{2x}{x+1} \Rightarrow -x-1 \leq 2x \Rightarrow 3x \geq -1 \Rightarrow x \geq -\frac{1}{3}$$

$$\therefore \text{ডোমেন} = \left\{x : -\frac{1}{3} \leq x \leq 1\right\} = \left[-\frac{1}{3}, 1\right];$$

$$\text{রেঞ্জ} = \left[ \cos^{-1}\left(\frac{2 \times 1}{1+1}\right), \cos^{-1}\left(\frac{2\left(-\frac{1}{3}\right)}{-\frac{1}{3}+1}\right) \right] = [0, \pi]$$

09. যদি  $\tan(\ln y) = x$  হয়, তবে  $y_2(0)$  এর মান নির্ণয় কর।

**[Solve]**  $\tan(\ln y) = x \Rightarrow \ln y = \tan^{-1} x \Rightarrow y = e^{\tan^{-1} x}$

$$y_1 = \frac{e^{\tan^{-1} x}}{1+x^2} \Rightarrow y_2 = \frac{1}{(1+x^2)^2} e^{\tan^{-1} x} + e^{\tan^{-1} x} \cdot \frac{(-2x)}{(1+x^2)^2}$$

$$\text{at } x=0, y_2(0) = \frac{1}{1} \times e^0 + e^0 \times \frac{0}{1} = 1 \therefore y_2(0) = 1 \text{ (Ans.)}$$

10.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x + e^{-x} - 2}{x}$  এর মান নির্ণয় কর।

**[Solve]**  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x + e^{-x} - 2}{x} \left[ \frac{0}{0} \text{ form} \right]$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{-x}}{1} \text{ [L'Hospital Rule]} = 0 \text{ (Ans.)}$$

11.  $\int_{-1}^1 x^2 \sqrt{4-x^2} dx$  এর মান নির্ণয় কর।

**[Solve]** ধরি,  $x = 2 \sin \theta \Rightarrow dx = 2 \cos \theta d\theta$

$$x=1 \text{ হলে, } \theta = \frac{\pi}{6}; x=-1 \text{ হলে, } \theta = -\frac{\pi}{6}$$

$$\int_{-\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{6}} 4 \sin^2 \theta \times 2 \cos \theta \times 2 \cos \theta d\theta$$

$$= \int_{-\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{6}} 16 \sin^2 \theta \cos^2 \theta d\theta = 4 \int_{-\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{6}} \sin^2 2\theta d\theta$$

$$= 2 \int_{-\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{6}} (1 - \cos 4\theta) d\theta = 2 \left[ \theta - \frac{\sin 4\theta}{4} \right]_{-\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{6}}$$

$$= 2 \left[ \frac{\pi}{3} - \frac{1}{4} \left\{ \frac{\sqrt{3}}{2} - \left( -\frac{\sqrt{3}}{2} \right) \right\} \right] = \frac{2\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{2}$$

12.  $\frac{1}{|3x-5|} > 2$  অসমতাটি কখন অসংজ্ঞায়িত? অসমতাটি সমাধান কর এবং সমাধান সেট সংখ্যা রেখাতে দেখাও।

**[Solve]** অসমতাটি  $3x-5=0$  বা,  $x = \frac{5}{3}$  হলে অসংজ্ঞায়িত।

$$|3x-5| < \frac{1}{2} \Rightarrow x \neq \frac{5}{3} \Rightarrow -\frac{1}{2} < 3x-5 < \frac{1}{2} \Rightarrow x \neq \frac{5}{3}$$

$$\Rightarrow \frac{9}{2} < 3x < \frac{11}{2} \Rightarrow x \neq \frac{5}{3} \Rightarrow \frac{3}{2} < x < \frac{11}{6} \Rightarrow x \neq \frac{5}{3}$$

$$\therefore \text{সমাধান সেট} = \left(\frac{3}{2}, \frac{5}{3}\right) \cup \left(\frac{5}{3}, \frac{11}{6}\right)$$

$$\therefore \text{সমাধান সেট সংখ্যারেখায়: } \begin{array}{c} \text{---} \frac{3}{2} \text{---} \frac{5}{3} \text{---} \frac{11}{6} \text{---} \end{array}$$

13.  $\frac{z+i}{z+2}$  বিশুদ্ধ সঙ্করপদের সমীকরণ নির্ণয় কর, যখন এটি সম্পূর্ণ কাল্পনিক।

**[Solve]**  $\frac{z+i}{z+2} = \frac{x+iy+i}{x+iy+2} = \frac{x+i(y+1)}{(x+2)+iy}$

$$= \frac{x(x+2-iy) + i(y+1)(x+2-iy)}{(x+2+iy)(x+2-iy)}$$

$$= \frac{x^2+2x-ixv+ixv+2iv+v^2+ix+2i+y}{(x+2)^2+y^2}$$

$$= \frac{x^2+2x+v^2+v+i(2v+x+2)}{(x+2)^2+y^2}$$

$$= \text{সম্পূর্ণ কাল্পনিক হলে, } \frac{x^2+y^2+2x+y}{(x+2)^2+y^2} = 0 \Rightarrow x^2+y^2+2x+y=0$$

$\therefore$  এটি নির্ণেয় সমীকরণের সমীকরণ, যা একটি বৃত্ত নির্দেশ করে।

14.  $y = 3x + 6x^2 + 10x^3 + \dots \infty$  হলে, দেখাও যে,

$$x = \frac{1}{3}y - \frac{1}{3^2} \cdot \frac{4}{2!}y^2 + \frac{1.4.7}{3^3 \cdot 3!}y^3 - \dots$$

**[Solve]**  $y = 3x + 6x^2 + 10x^3 + \dots$

$$\Rightarrow 1+y = 1+3x+6x^2+10x^3+\dots = (1-x)^{-3}$$

$$\Rightarrow (1+y)^{-\frac{1}{3}} = (1-x)^{-3} \times \left(-\frac{1}{3}\right)$$

$$\Rightarrow 1-x = (1+y)^{\frac{1}{3}}$$

$$\Rightarrow 1-x = 1 + \frac{1}{3}y + \frac{1}{2!} \left(\frac{1}{3}\right)\left(\frac{1}{3}-1\right)y^2 + \frac{1}{3!} \left(\frac{1}{3}\right)\left(\frac{1}{3}-1\right)\left(\frac{1}{3}-2\right)y^3 + \dots$$

$$\therefore x = \frac{1}{3}y - \frac{1}{3^2} \cdot \frac{4}{2!}y^2 + \frac{1.4.7}{3^3 \cdot 3!}y^3 - \dots \text{ (showed)}$$

15.  $y$  এর ঘাতের উর্ধ্বক্রম অনুসারে  $(2y+1)^{10}$  এর বিস্তৃতিতে  $y^{r-1}$  এর সহগ

$$C_r \text{ এবং } C_{r+2} = 4C_r \text{ হলে, } r \text{ এর মান নির্ণয় কর।}$$

**[Solve]**  $(2y+1)^{10} = (1+2y)^{10}; T_{r+1} = {}^{10}C_r \cdot 2^r \cdot y^r$

$$\therefore y^{r-1} \text{ এর সহগ} = {}^{10}C_{r-1} \cdot 2^{r-1}$$

$$C_r = {}^{10}C_{r-1} 2^{r-1} \text{ এবং } C_{r+2} = {}^{10}C_{r+2-1} \cdot 2^{r+2-1} = {}^{10}C_{r+1} \cdot 2^{r+1}$$

$$\text{We know, if } {}^nC_x = {}^nC_y$$

$$\Rightarrow x+y=n$$

$$\text{Then } C_{r+2} = 4C_r$$

$$\Rightarrow {}^{10}C_{r+1} 2^{r+1} = 4 \cdot {}^{10}C_{r-1} 2^{r-1}$$

$$\Rightarrow {}^{10}C_{r+1} = {}^{10}C_{r-1}$$

$$\Rightarrow r+1+r-1=10 \therefore r=5$$

16. একটি উপবৃত্তের সমীকরণ নির্ণয় কর যার উপকেন্দ্রের স্থানাঙ্ক (0, 2),

$$\text{উৎকেন্দ্রিকতা } \frac{1}{2} \text{ এবং নিয়ামক রেখার সমীকরণ } y+4=0 \text{। এর}$$

$$\text{উপকেন্দ্রিক লম্বের দৈর্ঘ্যও নির্ণয় কর।}$$

**[Solve]**  $\sqrt{(x-0)^2 + (y-2)^2} = \frac{1}{2} \left| \frac{y+4}{1} \right|$

$$\Rightarrow x^2 + y^2 + 4 - 4y = \frac{1}{4}(y^2 + 16 + 8y)$$

$$\Rightarrow 4x^2 + 4y^2 - 16y + 16 = y^2 + 8y + 16$$

$$\Rightarrow 4x^2 + 3y^2 - 24y = 0$$

$$\Rightarrow 4x^2 + 3(y^2 - 8y + 4^2) = 48$$

$$\Rightarrow \frac{x^2}{12} + \frac{(y-4)^2}{4} = 1 \text{ এখানে, } 4^2 > 12$$

$$\therefore \text{উপকেন্দ্রিক লম্বের দৈর্ঘ্য} = \frac{2 \times 12}{4} = 6 \text{ একক}$$



## Physics

০৬. একটি বকু অর্গান নলের দৈর্ঘ্য ৪ cm। বায়ুতে শব্দের বেগ  $330 \text{ ms}^{-1}$  হলে নলটির প্রথম উপসুরের ও দ্বিতীয় উপসুরের কম্পাঙ্ক কত হবে?

**Solve** আমরা জানি,

$$v_2 = \frac{3v}{4L} = \frac{3 \times 330}{4 \times 0.08} = 3093.75 \text{ Hz Ans.}$$

অবার, দ্বিতীয় উপসুরের কম্পাঙ্ক,

$$v_3 = \frac{5v}{4L} = \frac{5 \times 330}{4 \times 0.08} = 5156.25 \text{ Hz Ans.}$$

০৭. বিখ্যাত টাইটানিক জাহাজের ওজন ৪৬০০০ tons (প্রায়)। যাত্রার প্রাকালে জাহাজটির মোট আয়তনের এক তৃতীয়াংশ পানির নিচে ছিল। সমুদ্রের পানির ঘনত্ব  $1.025 \text{ gm/cc}$  হলে জাহাজটির আয়তন কত? বরফখণ্ডে থাকা লাশার পর যদি প্রতি সেকেন্ডে ৩ million cc পানি জাহাজটিতে প্রবেশ করে তাহলে প্রতি ঘণ্টায় জাহাজটির কত অংশ ডুবতে থাকবে?

**Solve** ধরি, জাহাজের আয়তন =  $v \text{ m}^3$

$$\text{শর্তমতে, } \frac{v}{3} \times 1.025 \times 10^3 = 46000 \times 1016$$

$$\therefore v = 1.368 \times 10^{11} \text{ cc}$$

$$1 \text{ ঘণ্টায় প্রবেশকৃত পানির আয়তন} = 3 \times 10^6 \times 3600 \text{ cc}$$

$$= 1.08 \times 10^{10} \text{ cc} \therefore v' = \frac{1.08 \times 10^{10}}{13.68 \times 10^{10}} = \frac{3}{38} / \text{hr Ans.}$$

০৮. একটি ট্রানজিস্টর রেডিও ৯V ব্যাটারী দ্বারা 10 mW এ চলে। রেডিওর মধ্য দিয়ে কি পরিমাণ ভোল্টেজ প্রবাহিত হয়? রেডিওটার বৈদ্যুতিক রোধ কত?

**Solve**  $I = \frac{P}{V} = \frac{0.01}{9} = 1.11 \times 10^{-3} \text{ A Ans.}$

অবার,  $R = \frac{V}{I} = \frac{9}{1.11 \times 10^{-3}} = 8100 \Omega \text{ Ans.}$

০৯. তিনটি অণুর গতিবেগ যথাক্রমে  $5 \text{ ms}^{-1}$ ,  $8 \text{ ms}^{-1}$  ও  $15 \text{ ms}^{-1}$  হলে, এদের দ্বারা গড় বর্গবেগ কত হবে।

**Solve** আমরা জানি,  $c_{\text{rms}} = \sqrt{\frac{c_1^2 + c_2^2 + c_3^2}{n}}$

$$= \sqrt{\frac{5^2 + 8^2 + 15^2}{3}}$$

$$= \sqrt{\frac{25 + 64 + 225}{3}} = \sqrt{\frac{314}{3}}$$

$$\therefore c_{\text{rms}} = 10.23 \text{ ms}^{-1} \text{ Ans.}$$

১০. একটি পারমাণবিক বোমা বিস্ফোরণের কালে যে অগ্নি গোলক সৃষ্টি হয় তার ব্যাস ২০০ মি. এবং তাপমাত্রা  $105 \text{ K}$ । অগ্নি গোলকটি রুদ্ধতাপ প্রক্রিয়ায় সংশ্লিষ্ট হয়ে যখন ২০০০ মি. ব্যাস লাভ করল তখন তার তাপমাত্রা নির্ণয় কর। ( $\gamma = 1.66$ )

**Solve**  $V_1 = \frac{4}{3} \pi r_1^3 \dots\dots\dots (i)$

$$V_2 = \frac{4}{3} \pi r_2^3 \dots\dots\dots (ii)$$

(i) ÷ (ii)  $\frac{V_1}{V_2} = \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^3$

$$T_1 V_1^{\gamma-1} = T_2 V_2^{\gamma-1} \Rightarrow \frac{T_1}{T_2} = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1} = \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^{3(\gamma-1)}$$

$$\therefore T_2 = 10^5 \times \left(\frac{200}{2000}\right)^{3(1.66-1)} = 1047.13 \text{ K Ans.}$$

১১. কোন নদীতে একটি নৌকার বেগ প্রোতের অনুকূলে ও প্রতিকূলে যথাক্রমে ১৪ এবং ৬ km/hour। নৌকাটি কত বেগে কোন দিকে চালনা করলে সোজা অপর পাড়ে পৌঁছাবে?

**Solve** ধরি, প্রোতের বেগ u এবং নৌকার বেগ v

$$\text{প্রশ্নমতে, } v + u = 18; v - u = 6$$

$$\therefore v = 12 \text{ km/h Ans.}$$

$$\text{এবং } u = 6 \text{ km/h}$$

ধরি,  $\alpha$  কোণে পাড়ি দিলে সরাসরি অপর পাড়ে পৌঁছাবে।

$$\text{আমরা জানি, } \alpha = \cos^{-1}\left(-\frac{u}{v}\right) = \cos^{-1}\left(-\frac{6}{12}\right) = 120^\circ \text{ Ans.}$$

১২. একটি বস্তুর ত্বরণ 'a' (in  $\text{ms}^{-2}$ ) সময় 't' (in s) এর সাথে  $a = 3t + 4$  সমীকরণ অনুযায়ী পরিবর্তিত হয়।  $t = 2\text{s}$  সময়ের বস্তুর গতি হবে-

**Solve** দেওয়া আছে,  $a = 3t + 4 \Rightarrow \frac{dv}{dt} = 3t + 4$

$$\Rightarrow dv = 3t dt + 4dt$$

$$\therefore \int dv = 3 \int t dt + 4 \int dt \Rightarrow v = 3 \frac{t^2}{2} + 4t$$

$$\therefore v(2) = 3 \frac{2^2}{2} + 4 \times 2 = 6 + 8 = 14 \text{ ms}^{-1} \text{ Ans.}$$

১৩.  $^{224}_{82}\text{Pb}$  এর অর্ধায়ু ২৬.৮ মিনিট। এর কি পরিমাণ ভর থেকে এক কুরী তেজস্ক্রিয়তা পাওয়া যাবে?

**Solve** এক কুরী তেজস্ক্রিয়তার ক্ষেত্রে,

$$\frac{dN}{dt} = \lambda N = 3.7 \times 10^{10} \text{ decay/sec}$$

ধরি, m গ্রাম Pb থেকে এক কুরী তেজস্ক্রিয়তা পাওয়া যায়।

$$m \text{ গ্রাম } ^{224}\text{Pb} \text{ তে পরমাণু সংখ্যা, } N = \frac{6.023 \times 10^{23}}{224} \times m$$

$$T_{1/2} = 26.8 \text{ min} = 26.8 \times 60 \text{ sec}$$

$$\therefore \lambda = \frac{0.693}{26.8 \times 60 \text{ sec}} = 4.31 \times 10^{-4} \text{ sec}^{-1}$$

$$\text{এখন, } \frac{dN}{dt} = \lambda N \Rightarrow 3.7 \times 10^{10}$$

$$= \frac{6.023 \times 10^{23} \times m \times 4.31 \times 10^{-4}}{224}$$

$$\Rightarrow m = 3.19 \times 10^{-8} \text{ gm Ans.}$$

১৪. হির অবস্থায় একটি কণার ভর  $10^{-30} \text{ kg}$ , যদি কণাটি একটি নির্দিষ্ট বেগ নিয়ে গতিশীল হয়, তবে তার ভর হয়  $1.25 \times 10^{-30} \text{ kg}$  কণাটির বেগ কত?

**Solve**  $m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \Rightarrow 1.25 \times 10^{-30} = \frac{10^{-30}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$

$$\Rightarrow 1 - \frac{v^2}{c^2} = 0.64$$

$$\Rightarrow \frac{v^2}{c^2} = 0.36$$

$$\Rightarrow v = 3 \times 10^8 \times \sqrt{0.36}$$

$$\therefore v = 1.8 \times 10^8 \text{ ms}^{-1} \text{ Ans.}$$



10. ইয়রের বি-ডি পরীক্ষায় টির দুটির মধ্যে দূরত্ব 0.8mm এবং চিরজলো থেকে পর্দার দূরত্ব 1m। চিরজলোকে 5890Å তরঙ্গদৈর্ঘ্যের একবর্ণী আলো দ্বারা আলোকিত করা হলে একটি উজ্জ্বল ভোরার গ্রহ নির্ণয় কর।

**Solve** আমরা জানি,  $x = \frac{\lambda D}{2a}$  এখানে,  $a = 0.8 \text{ mm}$   
 $= 0.8 \times 10^{-3} \text{ m}$   
 $D = 1 \text{ m}$   
 $\lambda = 5890 \text{ Å}$   
 $= 5890 \times 10^{-10} \text{ m}$

$$\Rightarrow x = \frac{5890 \times 10^{-10} \times 1}{2 \times 0.8 \times 10^{-3}}$$

$$\therefore x = 3.68125 \times 10^{-4} \text{ m Ans.}$$

11. গাণিতিক উদাহরণ-১৫ : কোনো স্থিৎ এর একপ্রান্তে একটি বস্তু ঝুলালে এটি 20 cm প্রসারিত হয়। বস্তুটিকে একটু টেনে ছেড়ে দিলে এর কম্পনায় কত হবে?

**Solve** আমরা জানি, স্থিৎজনিত স্পন্দনের দোলনকাল,

$T = 2\pi\sqrt{\frac{c}{g}}$	এখানে, দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি, $c = 20 \text{ cm}$ $= 0.20 \text{ m}$ অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.8 \text{ m.s}^{-2}$ কম্পাঙ্ক, $f = ?$
$= 2 \times 3.14 \times \sqrt{\frac{0.20 \text{ m}}{9.8 \text{ m.s}^{-2}}}$	
$= 6.28 \times 0.143 \text{ s} = 0.898 \text{ s}$	

সুতরাং কম্পাঙ্ক,  $f = \frac{1}{T} = \frac{1}{0.898 \text{ s}} = 1.114 \text{ s}^{-1} \text{ Ans.}$

12. একটি স্টেপআপ ট্রান্সফরমারে 100V সরবরাহ করে 2A প্রবাহ পাওয়া গেলো। যদি মুখ্য ও গৌণ কুণ্ডলীর পাক সংখ্যার অনুপাত 1:2 হয়, তবে গৌণ কুণ্ডলীর প্রাপ্ত ভোল্টেজ ও ট্রান্সফরমারের ক্ষমতা নির্ণয় কর।

**Solve**  $\frac{E_p}{E_s} = \frac{N_p}{N_s} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{100}{E_s}$

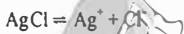
$\therefore E_s = 200V$

আবার,  $P = E_s \times I_s = 200 \times 2 = 400W \text{ Ans.}$

## Chemistry

01. 25°C তাপমাত্রায় AgCl এর দ্রাব্যতা গুণকলের মান  $4 \times 10^{-10} \text{ mol L}^{-1}$  0.1 M NaCl দ্রবণে AgCl এর দ্রাব্যতা নির্ণয় কর।

**Solve** মনে করি, 0.1 M NaCl দ্রবণে AgCl এর দ্রাব্যতা  $S_1 \text{ mol L}^{-1}$  দ্রবণে  $\text{Ag}^+$  আয়নের ঘনমাত্রা  $S_1 \text{ mol L}^{-1}$  এবং দ্রবণে  $\text{Cl}^-$  আয়নের ঘনমাত্রা  $(S_1 + 0.1) \text{ mol L}^{-1}$



$\therefore K_{sp} = [\text{Ag}^+] \times [\text{Cl}^-]$

$\Rightarrow 4 \times 10^{-10} = S_1(S_1 + 0.1)$

$\Rightarrow S_1^2 + 0.1 S_1 - 4 \times 10^{-10} = 0$

$\Rightarrow S_1 = \frac{-0.1 \pm \sqrt{(0.1)^2 + 4 \times 1 \times 4 \times 10^{-10}}}{2 \times 1} = 4 \times 10^{-9}$

$\therefore 0.1 \text{ M NaCl দ্রবণে AgCl এর দ্রাব্যতা } 4 \times 10^{-9} \text{ mol L}^{-1} \text{ (Ans)}$

02.  $\text{Na}^+$  গঠিত হলেও  $\text{Na}^{2+}$  গঠিত হয় না অথচ  $\text{Mg}^{2+}$  গঠিত হয় কেন?

উত্তর :  $\text{Na (II)} \rightarrow 1s^2 2s^2 2p^6 3s^1$

Na, 3s অবরতিালের ইলেকট্রনটি দান করে  $\text{Na}^+$  গঠন করে এবং নিষ্ক্রিয় মৌল Ne এর ইলেকট্রনীয় কাঠামো প্রাপ্ত হয়।

$\text{Na}^+ \rightarrow 1s^2 2s^2 2p^6 \text{ বা } [\text{Ne}]$

$\text{Na}^+$  হতে আরও একটি ইলেকট্রন অপসারণ করতে উচ্চ আয়নিকরণ বিভবের প্রয়োজন হয়। এই উচ্চ আয়নিকরণ বিভবের কারণে  $\text{Na}^{2+}$  গঠিত হয় না।

$\text{Mg (II)} \rightarrow 1s^2 2s^2 2p^6 3s^2$

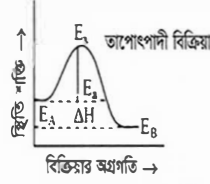
নিষ্ক্রিয় মৌল Ne এর ইলেকট্রনীয় কাঠামো পাওয়ার জন্য  $\text{Mg}$ , 3s অবরতিালের 2টি ইলেকট্রন দান করে।

$\text{Mg}^{2+} \rightarrow 1s^2 2s^2 2p^6 \text{ বা } [\text{Ne}]$

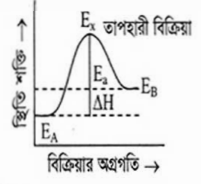
তাই  $\text{Mg}^{2+}$  সহজেই গঠিত হয়।

03. তাপোৎপাদী বিক্রিয়া এবং তাপহারী বিক্রিয়া লেখচিত্রের সাহায্যে দেখাও।

উত্তর :



বিক্রিয়ার অগ্রগতি →



বিক্রিয়ার অগ্রগতি →

04. সেহুটি ভালভযুক্ত জ্বালানি গ্যাসের সিলিন্ডারে 23°C ও 0.991 atm. চাপে মিথেন গ্যাস ভর্তি আছে। ভেতরের গ্যাসের চাপ  $1 \times 10^3 \text{ torr}$  এর বেশি হলে সেহুটি ভালভটি খুলে যায়। ঐ গ্যাস ভর্তি সিলিন্ডারটিকে 100°C এ ফুটন্ত পানিতে রাখলে সেহুটি ভালভটি খুলবে কি?

**Solve**  $\frac{P_1}{T_1} = \frac{P_2}{T_2}$

$\Rightarrow P_2 = \frac{753.16 \times 373}{296}$   
 $= 949.08 \text{ torr}$

এখানে,

$P_1 = 0.991 \times 760 = 753.16 \text{ torr}$

$T_1 = 296 \text{ K}$

$T_2 = 373 \text{ K}$

$\therefore P_2 < 1 \times 10^3 \text{ torr Ans.}$

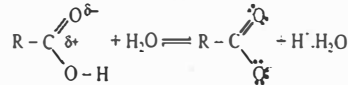
তাই ভালভটি খুলবে না।

05. কার্বক্সিলিক এসিডের অনু ধর্মের ব্যাখ্যা কর।

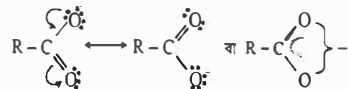
**Solve** কার্বক্সিলেট আয়নের অনু ধর্মের কারণ হলঃ



- i. কার্বক্সিলেট আয়নে  $-\text{C}-\text{O}-\text{H}$  এর  $\text{O}-\text{H}$  বন্ধন ইলেকট্রন C-এর দিকে সরে আসায়  $\text{O}-\text{H}$  বন্ধনটি পোলারিত হয়ে যায়। ফলে H ত্যাগ করে।



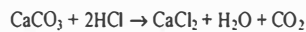
- ii. কার্বক্সিলিক এসিডের কার্বক্সিলেট আয়নের সুস্থিতি। এটি নিম্নরূপ সুস্থিতি কাঠামো লাভ করে।



06. 25g নমুনা ঘৃণাপাথরকে অতিরিক্ত HCl এ দ্রবীভূত করায় 37°C তাপমাত্রা ও 99.99 kPa চাপে 5.05 dm<sup>3</sup> CO<sub>2</sub> পাওয়া যায়। প্রমাণ তাপমাত্রা ও চাপে নমুনাতে বিদ্যমান CaCO<sub>3</sub> এর শতকরা পরিমাণ নির্ণয় কর।

**Solve**  $\frac{PV}{T} = \frac{P_1 V_1}{T_1}$

$\Rightarrow V = \frac{99.99 \times 5.05 \times 273}{101.325 \times 310} = 4.38866 \text{ dm}^3$



STP 100 22.4 dm<sup>3</sup>

$4.38866 \text{ dm}^3 \text{ CO}_2 \text{ পেতে বিদ্যমান CaCO}_3 \text{ লাগে} = \frac{4.38866 \times 100}{22.4}$

$= 19.59g$

শতকরা বিতরুতা =  $\frac{19.59}{25} \times 100\% = 78.369\% \text{ Ans.}$



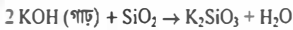
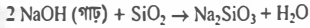
## ৯. ফ্যারাডের সূত্রের প্রযোজ্যতা ও সীমাবদ্ধতা লিখ।

**উত্তর :** প্রযোজ্যতা : i. ফ্যারাডের সূত্র তড়িৎ বিশ্লেষণ-দ্রবণে ও গলিত তড়িৎ-বিশ্লেষণের ক্ষেত্রে সমভাবে প্রযোজ্য। ii. ফ্যারাডের সূত্রের উপর চাপ ও দ্রবণের ঘনমাত্রার বিশেষ কোন প্রভাব নেই। তবে তাপের প্রভাব আছে, উত্তপ্ত দ্রবস্থায় তড়িৎ বিশ্লেষণের পরিবহন সহজ হয়।

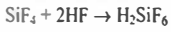
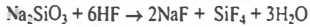
**সীমাবদ্ধতা :** i. ফ্যারাডের সূত্র কেবল তড়িৎবিশ্লেষণ পরিবাহীর বেলায় প্রযোজ্য। ইলেকট্রনীয় পরিবাহীর ক্ষেত্রে প্রযোজ্য নয়; কারণ এক্ষেত্রে জারণ-বিজারণ ঘটে না। ii. যেসব ক্ষেত্রে শতভাগ তড়িৎবিশ্লেষণ পদ্ধতিতে তড়িৎ প্রবাহিত হয়, শুধু সে সব ক্ষেত্রে ফ্যারাডের সূত্র শতভাগ প্রযোজ্য। iii. কোনো তড়িৎ-বিশ্লেষণে এক সাথে একাধিক জারণ-বিজারণ ঘটলে ফ্যারাডের সূত্রের গণনার ক্ষেত্রে ত্রুটি ঘটবে।

## ১০. (i) ব্যাট্রেটে অধিক সময়ের জন্য NaOH/KOH রাখা যাবে না কেন? (ii) কাছে HF রাখা যাবে না কেন?

**উত্তর :** তীব্র ক্ষার (NaOH), তীব্র এসিড (HF) কাচ পাত্রে রাখা যায় না। কারণ কাচের সঙ্গে NaOH/KOH বিক্রিয়া করে  $\text{Na}_2\text{SiO}_3$  বা  $\text{K}_2\text{SiO}_3$  উৎপন্ন করে।



কাচের উপাদান সোডিয়াম সিলিকেটের সাথে বিক্রিয়া করে দ্রবনীয় হাইড্রোফ্লোরা সিলিসিক এসিড ( $\text{H}_2\text{SiF}_6$ ) তৈরি করে।



## English-20

### 11. Transform the following Sentences as directed:

- Pahela Baisakh is undoubtedly the most celebrated festival in Bangladesh. (Complex)
- It is the day of the year when the roads get so jam-packed. (Simple)
- Almost everyone enjoys the day in his own way. (Passive)
- Although I hate gathering, I enjoy activities of the flood of masses this day. (Compound)
- How enthusiastic the people look on this day! (Assertive)

**Answers :**

- There is no doubt that Pahela Baisakh is the most celebrated festival in Bangladesh.
- The roads get so jam-packed on this day of the year.
- The day is enjoyed by almost everyone in his own way.
- I hate gathering but I enjoy activities of the flood of masses on this day.
- People look very enthusiastic on this day.

### 12. Complete the text with suitable prepositions.

Bangladesh has made remarkable progress in the last 20 years

- improving the lives (b) — women and girls. At the same time, pervasive sexual violence prevents women (c) — achieving their full potential. Despite efforts (d) — the government and non-governmental organizations, it remains

the highest in South Asia. Women's participation in the workforce remains constrained (e) — limited, low-paying sectors. Three million Bangladeshi women are employed (f) — the lucrative ready-made garment sector, which is Bangladesh's largest export industry. Increasing numbers of women are involved (g) — small and medium enterprises, but there remain large finance gaps that women face despite several government initiatives. Across its programs, USAID is committed to addressing many (h) — the challenges facing women in Bangladesh. USAID efforts helped women secure loans (i) — this game-changing agricultural machinery (j) — a range of sources, including government sources.

**Answers :**

- (a) in (b) of (c) from (d) by (e) to (f) in (g) in (h) of (i) for (j) from

### 13. Read the text and fill in the gaps with correct forms of verbs as per subject and context.

Bangladesh (a) — one of the countries most vulnerable to malnutrition. For example, 36 percent of children under the age of five (b) — and 33 percent are underweight. USAID is helping (c) — women participation in the private sector. USAID's Bangladesh Aquaculture and Nutrition and Livestock for Improved Nutrition activities (d) — improve women's practices around nutrition. Focusing on women (e) — to a significant impact on malnutrition in Bangladesh, reducing stunting by over 20 percent in project areas. USAID has also developed a mobile application that (f) — social behavior change for nutritional messaging and zinc-fortified rice promotion, (g) — among women. USAID's Agricultural Value Chain activity, which (h) — access to finance, environmental compliance, nutrition, and gender equity, (i) — with local organizations of empowered women entrepreneurs and business owners (j) — break down barriers and biases for women.

**Answers :**

- (a) is (b) are stunted (c) to increase (d) are helping (e) has led (f) promotes (g) particularly (h) promotes (i) partnered (j) partnered

### 14. Translate the following sentences into English.

- আমি কাজটি করি —
- অকাশ আজ মেঘে ঢাকা —
- আমি তোমার মতো এত লম্বা নই —
- মনোযোগ দিয়ে আমার কথা শোনা —
- আমি পরীক্ষায় প্রথম হয়েছি—

**Answers :**

- I do the work.
- The sky is enveloped with clouds.
- I am not as much tall as you.
- Listen to me attentively
- I have stood first in the examination.