样例

- 以下通过一个经典的样例说明系统是如何运作的。

初始化

`initialRho(2,[2,3])`

- 这得到一个四维的矩阵，具体为$(2\times 2)\times(3\times 3)$
- 根据我们的初始方法，每个矩阵元现在的值都是

$$\rho_{ij,kl}=\frac{1}{2\times 3}=\frac{1}{6}$$

哈密顿量和坍塌算符输入

假设

$$H=2\hat{a}\hat{a}\hat{b}^{\dagger}+2\hat{a}^{\dagger}\hat{a}^{\dagger}\hat{b}+4\hat{a}+4\hat{a}^{\dagger}$$

$$\hat{O}_1=\hat{a},\gamma_1=2;\hat{O}_2=\hat{b},\gamma_2=4$$

换言之，用代码表示：

```
H=[[2,aaB],[2,AAb],[4,A],[4,a]]
C_ops=[[2,a],[4,b]]
defineEvol(H,C_ops)
```

此时，应该有两个数组独立存着系数：

```
HC=[2j,2j,4j,4j]#乘了一个复数
CC=[1,2]#因为除了2
```

预处理方程

那么根据哈密顿算符和坍塌算符，可以得到稳态方程：

$$\begin{gathered}0=2i(l+1)\rho_{m(n-2),k(l+1)}+2i(n+1)(n+2)\rho_{m(n+2),k(l-1)}+4i\rho_{m(n-1),kl}+4i(n+1)\rho_{m(n+1),kl}\\-2i(m+1)(m+2)\rho_{(m+2)n,(k-1)l}-2i(k+1)\rho_{(m-2)n,(k+1)l}-4i(m+1)\rho_{(m+1)n,kl}-4i\rho_{(m-1)n,kl}\\+2(m+1)(n+1)\rho_{(m+1)(n+1),kl}-(m+1)\rho_{mn,kl}-(n+1)\rho_{mn,kl}\\+2\times 2(k+1)(l+1)\rho_{mn,(k+1)(l+1)}-(k+1)\rho_{mn,kl}-(l+1)\rho_{mn,kl}\end{gathered}$$

把索引不变的移到左边，并且合并同类项：

$$\begin{gathered}[(n+1)+(m+1)+2(k+1)+2(l+1)]\rho_{mn,kl}=\\2i(l+1)\rho_{m(n-2),k(l+1)}+2i(n+1)(n+2)\rho_{m(n+2),k(l-1)}+4i\rho_{m(n-1),kl}+4i(n+1)\rho_{m(n+1),kl}\\-2i(m+1)(m+2)\rho_{(m+2)n,(k-1)l}-2i(k+1)\rho_{(m-2)n,(k+1)l}-4i(m+1)\rho_{(m+1)n,kl}-4i\rho_{(m-1)n,kl}\\+2(m+1)(n+1)\rho_{(m+1)(n+1),kl}+2\times 2(k+1)(l+1)\rho_{mn,(k+1)(l+1)}\end{gathered}$$

可选的处理列表方式(其实你们可以考虑建个结构体或者多项式类啥的)如下，一个用来表征乘在当前矩阵元上的多项式：

```
P_curr=[[CC[0],[0,[0,1]]],[CC[0],[0,[1,0]]],[CC[1]],[1,[0,1]],[CC[1],[1,[1,0]]]]
#[[C_address,[Mode,[m,n]]],...]
```

利用这个表达式对任何输入索引，都能还原出左边那个多项式

$$P_{curr}(n,m,k,l)=[(n+1)+(m+1)+2(k+1)+2(l+1)]$$

接着是每个矩阵元的邻居以及他们的系数表达式

```
Neighbors=[[0,-2,0,1],[0,2,0,-1],[0,-1,0,0],[0,1,0,0],\
           [2,0,-1,0],[-2,0,1,0],[1,0,0,0],[-1,0,0,0],\
           [1,1,0,0],[0,0,1,1]]
#[[m_relative,n_relative,k_relative,l_relative],]
#这个例子中恰好每个邻居的系数表达式都只有一项
P_nbor=[[[HC[0],[0,[0,-2],[1,[0,1]]]]],[[HC[1]],[0,[0,2]],[1,[0,-1]]],\
        [[HC[2],[0,[0,-1]]]],[[HC[3],[0,[0,1]]]]],...]
#[[[C_adress,[Mode,[m,n]],...],...],...]
```

计算方法

动态规划

动态规划`DynamicProgram(100,1e-3,[0.3])`

则实现的表达式为

$$\begin{aligned}\rho_{mn,kl}=&\frac{0.3}{(n+1)+(m+1)+2(k+1)+2(l+1)}\\&[2i(l+1)\rho_{m(n-2),k(l+1)}+2i(n+1)(n+2)\rho_{m(n+2),k(l-1)}+4i\rho_{m(n-1),kl}+4i(n+1)\rho_{m(n+1),kl}\\&-2i(m+1)(m+2)\rho_{(m+2)n,(k-1)l}-2i(k+1)\rho_{(m-2)n,(k+1)l}-4i(m+1)\rho_{(m+1)n,kl}-4i\rho_{(m-1)n,kl}\\&+2(m+1)(n+1)\rho_{(m+1)(n+1),kl}+2\times2(k+1)(l+1)\rho_{mn,(k+1)(l+1)}]\\&+0.7\rho_{mn,kl}\end{aligned}$$

蒙特卡洛

`MonteTd(1000,1e-3,[0.3,0.8])`假设行进到第一个邻居[0,-2,0,1]，则实现的表达式为

$$\rho_{mn,kl}=\rho_{mn,kl}+0.3\left[\frac{0.8\times10\times2i(l+1)}{(n+1)+(m+1)+2(k+1)+2(l+1)}\rho_{m(n-2),k(l+1)}-\rho_{mn,kl}\right]$$

输出

输出比较复杂的应该是最后两种。（假设变换和归一化均已做完）

分迹矩阵

假设把第二个模式trace掉，`PartialRho([1])`

则$\rho_{ij}^{(ptrace)}=\rho_{ij,00}+\rho_{ij,11}+\rho_{ij,22}$

均值矩

`` ``AvgMoment([2,3]) ``

$$Moment = 0^2 0^3 \rho_{00,00} + 1^2 0^3 \rho_{11,00} + 0^2 1^3 \rho_{00,11} + 1^2 1^3 \rho_{11,11} + 0^2 2^3 \rho_{00,22} + 1^2 2^3 \rho_{11,22}$$