1. Восемь теннисистов провели круговой турнир. Докажите, что можно найти четыре теннисиста A, B, C и D, таких что теннисист A выиграл у B, C, D, теннисист B выиграл у C и D, а теннисист C выиграл у D.

2. Докажите, что если длины всех сторон треугольника меньше 1, то его площадь меньше $\sqrt{3}/4$.

3. Докажите, что сумма $\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\ldots+\frac{1}{n}$ не является целым числом при любом натуральном $n > 1$.

4. Внутри остроугольного треугольника взята точка P. Докажите, что наибольшее из расстояний от точки P до вершин этого треугольника не меньше удвоенного наименьшего из расстояний от P до его сторон.

5. На плоскости отметили несколько точек так, что на каждой прямой, соединяющей любые две из них, лежит по крайней мере ещё одна точка. Докажите, что все точки лежат на одной прямой.

Домашнее задание

6. В некоторой стране 100 аэродромов, причём все попарные расстояния между ними различны. С каждого аэродрома поднимается самолёт и летит на ближайший к нему аэродром. Докажите, что ни на один аэродром не может прилететь больше 5 самолётов.

7. На плоскости отметили 2022 точки (никакие три не лежат на одной прямой). Докажите, что существует замкнутая ломаная без самопересечений с вершинами в этих точках.

8. Имеется 13 гирь, каждая из которых весит целое число граммов. Известно, что любые 12 из них можно так разложить на две чашки весов, по шесть гирь на каждой, что наступит равновесие. Докажите, что все гири имеют один и тот же вес.

9. В шахматном турнире участвуют 11 человек. В настоящее время среди любых трёх участников по крайней мере двое не сыграли друг с другом. Докажите, что сыграно не более 30 партий.

10. На плоскости дано конечное множество многоугольников (не обязательно выпуклых), каждые два из которых имеют общую точку. Докажите, что существует прямая, имеющая общие точки со всеми этими многоугольниками.