1. Каждый десятый математик — шахматист, а каждый шестой шахматист — математик. Кого больше — математиков или шахматистов — и во сколько раз?
2. Докажите, что для любых множеств A, B и C справедливы равенства

$$a)\quad A\cap(B\cup C)=(A\cap B)\cup(A\cap C);\qquad c)\quad \overline{A\cup B}=\overline{A}\cap\overline{B};$$
$$b)\quad A\cup(B\cap C)=(A\cup B)\cap(A\cup C);\qquad d)\quad \overline{A\cap B}=\overline{A}\cup\overline{B}.$$

3. Может ли у множества A быть ровно на 2000 подмножеств больше, чем у множества B?
4. Докажите, что симметрическая разность ассоциативна, т.е. для произвольных множеств A, B и C верно $A\triangle(B\triangle C)=(A\triangle B)\triangle C$.
5. Характеристической функцией множества $X\subset U$ называют функцию χ_X, которая равна 1 на элементах X и 0 на остальных элементах U. Для подмножеств $A_1,\ \ldots,\ A_n\subset U$ и элемента $u\in U$ докажите равенства:

$$a)\ \chi_{\overline{A_1}}(u)=1-\chi_{A_1}(u);\quad c)\ \chi_{A_1\cap\ldots\cap A_n}(u)=\chi_{A_1}(u)\ldots\chi_{A_n}(u);$$
$$b)\ |A_1|=\sum_{u\in U}\chi_{A_1}(u);\quad d)\ \chi_{A_1\cup\ldots\cup A_n}(u)=1-(1-\chi_{A_1}(u))\ldots(1-\chi_{A_n}(u)).$$

Домашнее задание

6. Докажите, что для любых множеств $A_1,\ldots,A_n$ и $B_1,\ldots,B_n$ справедливо включение $(A_1\cap\ldots\cap A_n)\triangle(B_1\cap\ldots\cap B_n)\subset(A_1\triangle B_1)\cup\ldots\cup(A_n\triangle B_n)$.
7. На окружности выбраны 1000 белых точек и одна чёрная. Чего больше — треугольников с вершинами в белых точках или четырёхугольников, у которых одна вершина чёрная, а остальные три белые?
8. Верно ли, что для любых множеств A, B и C справедливы равенства:

$$a)\quad (A\setminus B)\cup B=A;\qquad c)\quad A\setminus(B\cap C)=(A\setminus B)\cup(A\setminus C);$$
$$b)\quad (A\cup B)\setminus C=(A\setminus C)\cup B;\qquad d)\quad A\setminus(B\setminus C)=(A\setminus B)\cup(A\cap C).$$

9. В состоящем из n элементов множестве S выбрано несколько подмножеств (множество S является подмножеством самого себя). При этом каждое невыбранное подмножество множества S представимо в виде пересечения некоторых выбранных подмножеств. Какое наименьшее число подмножеств могло быть выбрано?
10. Для множеств $A_1,\ \ldots,\ A_n$ докажите, что $|A_1\triangle\ldots\triangle A_n|$ равно

$$\sum_i|A_i|-2\sum_{i<j}|A_i\cap A_j|+4\sum_{i<j<k}|A_i\cap A_j\cap A_k|-\ldots$$

(коэффициенты перед суммами — последовательные степени двойки).