

1. Петя записал на доске в ряд n целых чисел. Докажите, что Вася может выбрать несколько подряд идущих чисел (возможно, одно) таких, что их сумма делится на n .
2. Докажите, что десятичная запись рационального числа является периодической дробью.
3. Докажите, что равносторонний треугольник нельзя покрыть двумя меньшими равносторонними треугольниками.
4. Из чисел $1, 2, \dots, 2n$ выбрано $n + 1$ число. Докажите, что одно из выбранных чисел делится на другое.
5. Докажите, что любая последовательность из $mn + 1$ попарно различных чисел содержит или возрастающую подпоследовательность из $m + 1$ числа, или убывающую подпоследовательность из $n + 1$ числа. Верно ли условие задачи для последовательностей из mn попарно различных чисел?

Домашнее задание

6. В зале кинотеатра 7 рядов, в каждом по 10 мест. Группа из 50 человек сходилa на утренний и на вечерний сеансы. Докажите, что найдутся двое, которые сидели в одном ряду и на утреннем, и на вечернем сеансе.
7. Каждый день в кассе продавался хотя бы один билет, при этом в течение 100 дней было продано 150 билетов. Докажите, что найдется несколько подряд идущих дней, в которые было суммарно продано ровно 49 билетов.
8. По краю круглого стола равномерно расставлены таблички с фамилиями дипломатов, участвующих в переговорах. После начала переговоров оказалось, что ни один из них не сидит напротив своей таблички. Можно ли повернуть стол так, чтобы по крайней мере два дипломата сидели напротив своих табличек?
9. В кошельке лежат 50 монет на сумму 98 копеек. Верно ли, что деньги из кошелька можно разделить на две равные части?
10. В выпуклом многоугольнике на плоскости содержится не меньше $m^2 + 1$ точек с целыми координатами. Докажите, что в нём найдутся $m + 1$ точек с целыми координатами, которые лежат на одной прямой.