

== 實驗 4 ==

PID 直流馬達速度控制系統

探討 PID 控制器對直流馬達速度控制系統功能，分析其對系統暫態響應與穩態響應之影響，並以軟體 Matlab 模擬與驗證。

§ 學習目標

1. 比例控制器對速度控制系統之影響。
2. 比例微分控制器對速度控制系統之影響。
3. 比例積分控制器對速度控制系統之影響。
4. 比例積分微分控制器對速度控制系統之影響。
5. 以軟體 Matlab 模擬與驗證。

§ 相關理論

以 PID 控制器應用於控制系統，若受控體為直流馬達，以速度作為負回授信號，稱為 PID 直流馬達速度控制系統，如圖 4-1 所示。

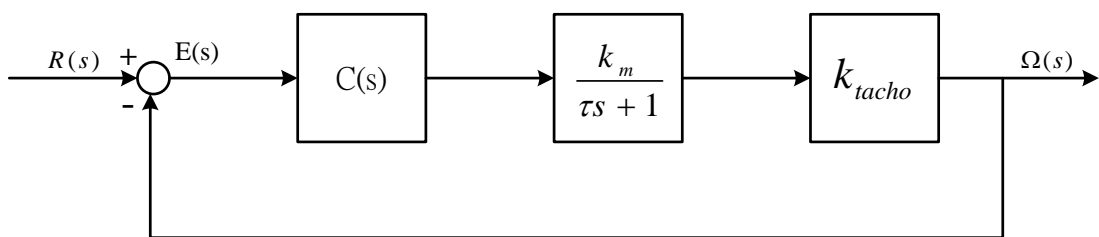


圖 4-1 PID 直流馬達速度控制系統方塊圖

圖 4-1 中， $C(s)$ 為 PID 控制器，其轉移函數為

$$C(s) = k_p + \frac{k_I}{s} + k_D s \quad (4-1)$$

以下將分別討論各類控制器對於直流馬達速度控制系統之影響：

P 控制器：

誤差信號之比例控制稱為 P 控制，而比例控制器如圖 4-2 所示，其輸出控制信號正比於輸入之誤差值，其轉移函數為

$$\frac{Y_1(s)}{E(s)} = -\frac{R_f}{R_i} = -k_P \quad (4-2)$$

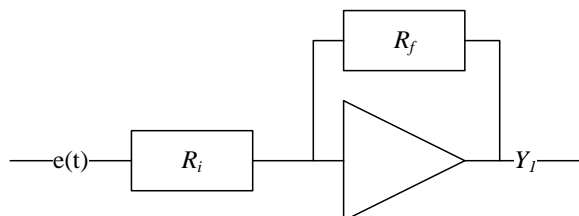


圖 4-2 比例控制器

系統閉迴路轉移函數為

$$\frac{\Omega(s)}{R(s)} = \frac{\frac{k_p k_w}{1 + \tau s}}{1 + \frac{k_p k_w}{1 + \tau s}} = \frac{\frac{k_p k_w}{1 + \tau s}}{1 + \frac{\tau}{1 + k_p k_w} s} \quad (4-3)$$

誤差轉移函數

$$\frac{E(s)}{R(s)} = \frac{R(s) - \Omega(s)}{R(s)} \quad (4-4)$$

★其中： $k_w = k_m k_{tach}$

由式(4-3)中，系統之時間常數由 τ 變成 $\tau/(1 + k_p k_w)$ ，因此提高 k_P 值，能透降低時間常數，可得到更快的暫態響應。此時系統形式為 type0，其對步階信號輸入之穩態誤差如下式，因此提高 k_P 值亦可減少穩態誤差。 $k_w = k_m k_{tach}$

$$\text{輸入訊號} \quad R(s) = \frac{A}{s} \quad (4-5)$$

$$\text{誤差函數} \quad e(t) = r(t) - \omega(t) \quad (4-6)$$

$$\text{穩態誤差} \quad e_{ss} = \lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = \lim_{s \rightarrow 0} s(R(s) - \Omega(s)) = A \lim_{s \rightarrow 0} \left(1 - \frac{\frac{k_p k_w}{1 + k_p k_w}}{1 + \frac{\tau}{1 + k_p k_w} s} \right) \quad (4-7)$$

$$= \frac{A}{1 + k_p k_w}$$

$$\text{理論值} \quad e_{ss} = \frac{A}{1 + k_p k_w} \quad (4-8)$$

$$\text{量測值} \quad e_{ss} = R(s) - \Omega(s) \quad (4-9)$$

PI 控制器：

將誤差信號之積分併入比例誤差信號中稱為 PI 控制，而積分器如圖 4-3 所示，其轉移函數為

$$\frac{Y_2(s)}{E(s)} = -\frac{Z_{IC}}{Z_{IR}} = -\frac{1}{sR_IC_I} = -\frac{k_I}{s} \quad (4-10)$$

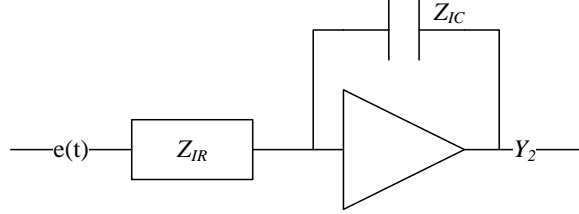


圖 4-3 積分控制器

系統閉迴路轉移函數為

$$\frac{\Omega(s)}{R(s)} = \frac{(k_P s + k_I)k_\omega}{\tau s^2 + (1 + k_P k_\omega)s + k_I k_\omega} \quad (4-11)$$

穩態誤差

$$e_{ss} = A \lim_{s \rightarrow 0} \left(1 - \frac{(k_P s + k_I)k_\omega}{\tau s^2 + (1 + k_P k_\omega)s + k_I k_\omega} \right) = 0 \quad (4-12)$$

此時系統型式變為 type1，其對步階信號輸入之穩態誤差為 $e_{ss} = 0$ ，故於系統中加入積分控制在步階信號輸入時，可以消除穩態誤差。

PD 控制器：

將誤差信號之微分併入比例誤差信號中稱為 PD 控制，而比例控制器如圖 4-4 所示，其輸出控制信號正比於輸入之誤差值，其轉移函數為

$$\frac{Y_3(s)}{E(s)} = -\frac{Z_{DR}}{Z_{DC}} = -R_D C_D s = -k_D s \quad (4-13)$$

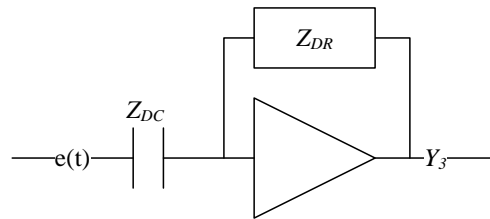


圖 4-4 微分控制器

系統閉迴路轉移函數為

$$\frac{\Omega(s)}{R(s)} = \frac{(k_P + k_D s)k_\omega}{1 + \frac{\tau + k_D k_\omega}{1 + k_P k_\omega} s} \quad (4-14)$$

$$\text{穩態誤差} \quad e_{ss} = A \lim_{s \rightarrow 0} \left(1 - \frac{(k_p + k_D s)k_\omega}{1 + \frac{1 + k_p k_\omega}{\tau + k_D k_\omega} s} \right) = \frac{A}{1 + k_p k_\omega} \quad (4-15)$$

系統之時間常數為 $\frac{\tau + k_D k_\omega}{1 + k_p k_\omega}$

因此提高 k_D 值將會使系統之時間常數增大，使暫態響應變慢。此時系統型式為 type0，故在系統中加入微分控制無法改善穩態誤差。

PID 控制器：

直流馬達速度控制系統閉迴路轉移函數為

$$\frac{\Omega(s)}{R(s)} = \frac{(k_D s^2 + k_P s + k_I)k_\omega}{(k_D k_\omega + \tau)s^2 + (1 + k_P k_\omega)s + k_I k_\omega} \quad (4-16)$$

$$\text{穩態誤差} \quad e_{ss} = A \lim_{s \rightarrow 0} \left(1 - \frac{(k_D s^2 + k_P s + k_I)k_\omega}{(k_D k_\omega + \tau)s^2 + (1 + k_P k_\omega)s + k_I k_\omega} \right) = 0 \quad (4-17)$$

此時系統型式為 type1，其對步階信號輸入之穩態誤差為 0。

下列為各類控制器對於直流馬達速度控制系統作用之重點：

1. P 控制器：可得較快之暫態響應，並可減少穩態誤差。
2. PI 控制器：消除穩態誤差，改善穩態響應。
3. PD 控制器：使暫態響應變快，無法改善穩態誤差。
4. PID 控制器：可得較快之暫態響應並消除穩態誤差以及使系統穩定。

§ 實習 4-1 【P 控制器對速度控制之影響】

1. 步驟

- (1) 接線前，必須檢查馬達是否轉動。
- (2) 輸入信號為步階+5V，依圖 4-5 完成接線。
- (3) 以軟體 Matlab 模擬與驗證。

2. 請完成

- (1) 請繪出圖 4-5 之實際系統方塊圖。
- (2) 完成表 4-1。
- (3) 觀察示波器顯示之響應波形，並以軟體模擬與驗證。

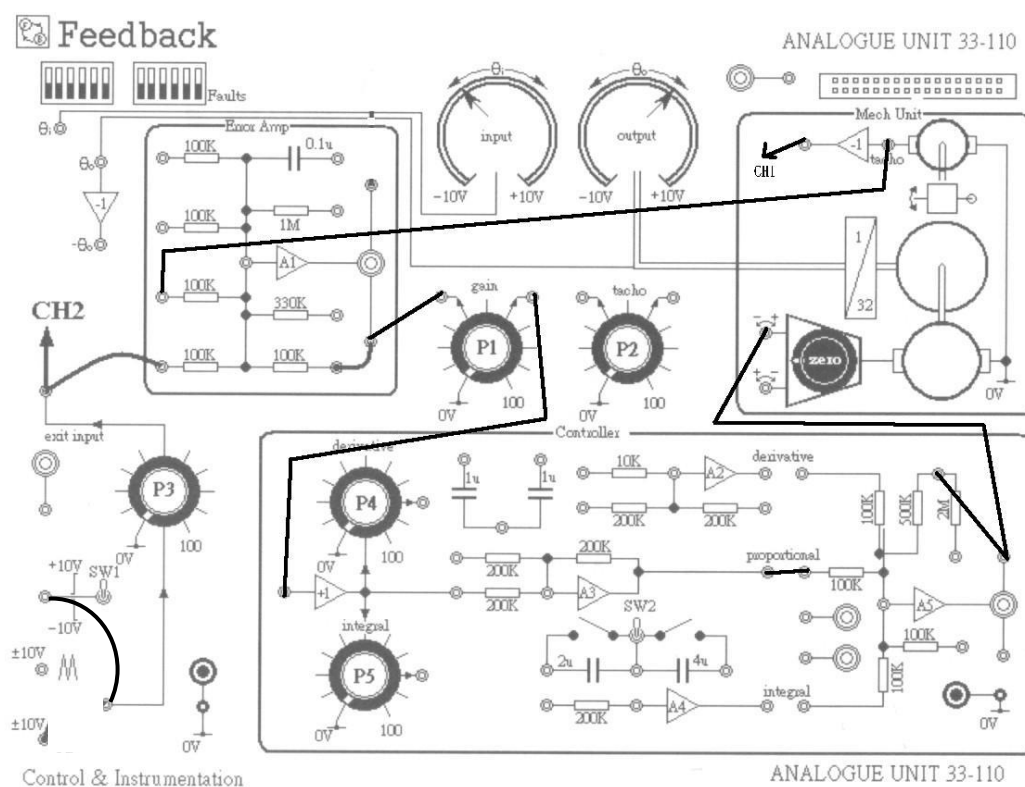


圖 4-5、P 控制之直流馬達速度控制系統接線圖

表 4-1 P 控制對速度控制系統之影響

衰減器 P1	輸入信號 $E_a (v)$	穩態響應值 $\omega_{t,ss} (v)$	時間常數 τ_c	穩態誤差 e_{ss}
50%				
100%				

§ 實習 4-2 【PI 控制器對速度控制之影響】

1. 步驟

- (1) 接線前，必須檢查馬達是否轉動。
- (2) 輸入信號為步階+5V，依圖 4-6 完成接線。
- (3) 以軟體 Matlab 模擬與驗證。

2. 請完成

- (1) 請繪出圖 4-6 之實際系統方塊圖。
- (2) 完成表 4-2。
- (3) 觀察示波器顯示之響應波形，並以軟體模擬與驗證。

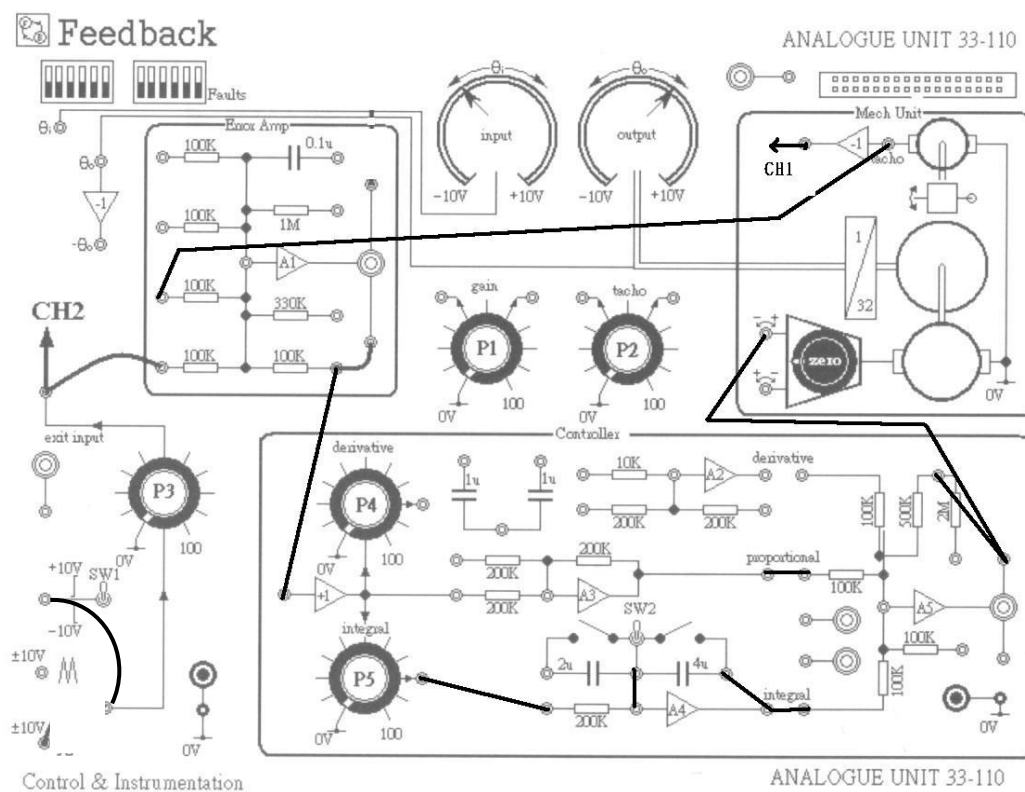


圖 4-6、PI 控制之直流馬達速度控制系統接線圖

表 4-2 PI 控制對速度控制系統之影響

衰減器 P5	輸入信號 $E_a (v)$	穩態響應值 $\omega_{t,ss} (v)$	時間常數 τ_c	穩態誤差 e_{ss}
50%				
100%				

§ 實習 4-3 【PD 控制器對速度控制之影響】

1. 步驟

- (1) 接線前，必須檢查馬達是否轉動。
- (2) 輸入信號為步階+5V，依圖 4-7 完成接線。
- (3) 以軟體 Matlab 模擬與驗證。

2. 請完成

- (1) 請繪出圖 4-7 之實際系統方塊圖。
- (2) 完成表 4-3。
- (3) 觀察示波器顯示之響應波形，並以軟體模擬與驗證。

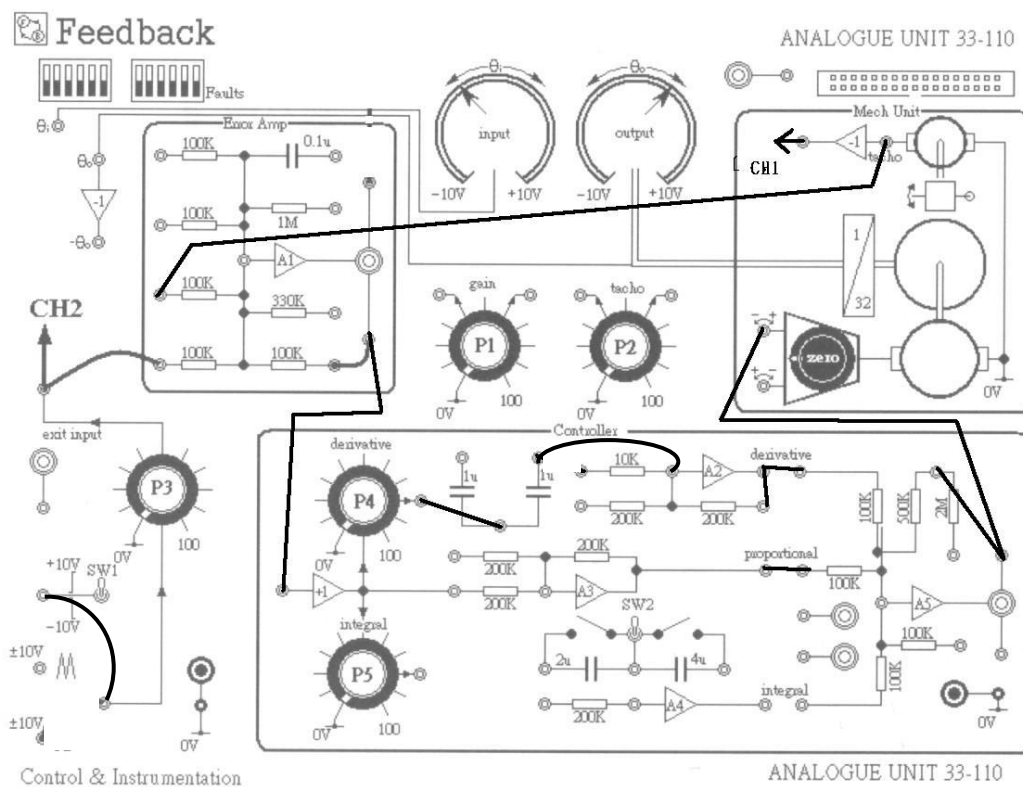


圖 4-7、PD 控制之直流馬達速度控制系統接線圖

表 4-3 PD 控制對速度控制系統之影響

衰減器 P4	輸入信號 $E_a (v)$	穩態響應值 $\omega_{t,ss} (v)$	時間常數 τ_c	穩態誤差 e_{ss}
10%				
30%				

實習 4-4 【PID 控制器對速度控制之影響】

1. 步驟

- (1) 調整零位調整器 (zero) 使馬達停止不動。
- (2) 輸入信號為步階+5V，依圖 4-8 完成接線。
- (3) 以軟體 Matlab 模擬與驗證。

2. 請完成

- (1) 請繪出圖 4-8 之實際系統方塊圖。
- (2) 完成表 4-4 輸入步階 (+5V)，調整 P4=10%、P5=50%。
- (3) 觀察示波器顯示之響應波形，並以軟體模擬與驗證。

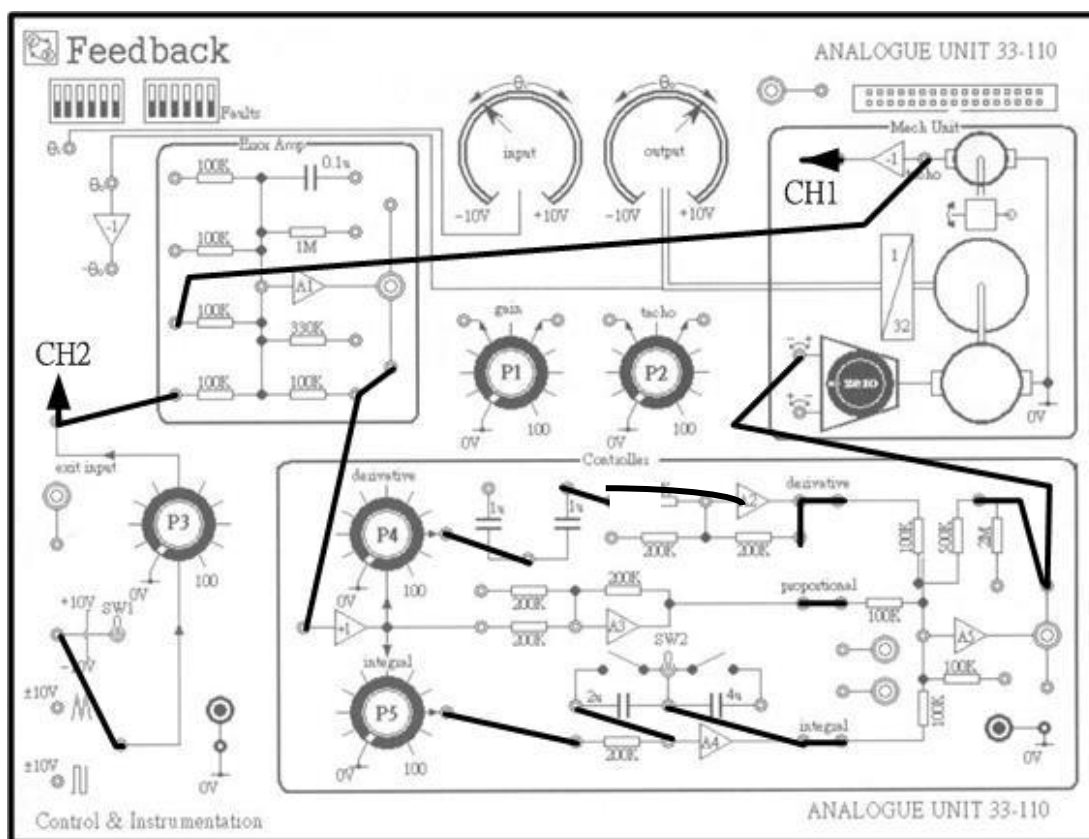


圖 4-8、PID 控制之直流馬達速度控制系統接線圖

表 4-4 PID 控制對速度控制系統之影響

衰減器 P4,P5	輸入信號 $E_a (v)$	穩態響應值 $\omega_{t,ss} (v)$	時間常數 τ_c	穩態誤差 e_{ss}	穩態轉速 $\omega_{ss} (rpm)$
10%, 50%	+5V				

問題與討論：

1. 請敘述 PID 控制器之比例、積分、微分各有何功能？
2. 試述比例微分控制器之優點與缺點。
3. 試數比例積分控制器之優點與缺點。