# ==實驗7==

# 一階系統頻率響應

利用放大器設計出一個簡單的一階系統,利用正弦波信號為輸入測試信號,量測一 階系統之頻率響應與繪製波德圖,並以軟體 Matlab/Simulink 模擬與驗證。

## と 學習目標

- 1. 瞭解一階系統如何測得頻率響應。
- 2. 量測一階系統之頻率響應與繪製波德圖。
- 3. 以軟體 Matlab/Simulink 模擬與驗證。

## と 相關理論

#### 一階系統之頻率響應分析

控制系統頻率響應的分析是以正弦波為輸入測試信號,量測系統的穩態輸出響應信 號,研究輸出之振幅及相位對頻率之關係,其測試之輸入與輸出之方塊圖,如圖 8-1 所 示。當響應為穩態時,輸出信號亦為正弦波且具有與輸入正弦波信號相同之頻率,但輸 出之振幅及相位卻會有所不同。

這裡我們假設一階系統 $G(s) = \frac{K}{TS+1}$ ,來討論增益與相位。

$$R(s) = \frac{A\omega}{s^2 + \omega^2}$$

$$T(t) = A\sin(\omega t)$$

$$Y(s)$$

$$Y(s)$$

$$Y(t) = B\sin(\omega t + \theta)$$

圖 8-1、頻率響應測試方塊圖

圖 8-1 之轉移函數表示為增益與相位可得(s 用 jω代入)

$$\frac{Y(j\omega)}{R(j\omega)} = G(j\omega) = |G(j\omega)| \angle G(j\omega)$$
 (7-1)

經化簡後,上式可表示為:

$$\frac{Y(j\omega)}{R(j\omega)} = G(j\omega) = \frac{K}{j\tau\omega + 1} = \frac{K}{\sqrt{1 + \tau^2\omega^2}} \angle - tan^{-1}\omega\tau$$
 (7-2)

以下我們設 K=1,

由式(8-2),以頻率對增益與相位之關係,可畫出理論之系統波德圖,如圖 8-2。在此圖中,其重點在兩條漸近線與兩者交點頻率,其交點頻率稱為轉角頻率 $\omega=1/\tau$ 。

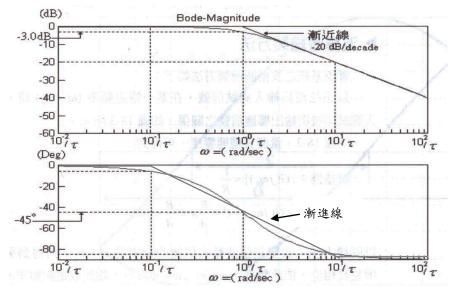


圖 8-2、一階系統之波德圖

在低頻與高頻皆採漸近線之近似值,故一階系統之頻率分析,可得以下結果:

$$|G(j\omega)|_{dB} = \begin{cases} 0 & dB \quad , \omega \le 1/\tau \\ -20\log\omega\tau & dB \quad , \omega > 1/\tau \end{cases}$$
 (7-3)

$$\theta = \begin{cases} 0^{\circ} & , \omega \leq 0.1/\tau \\ -45^{\circ}(1 + \log \omega \tau) & , 0.1/\tau < \omega < 10/\tau \\ -90^{\circ} & , \omega \geq 10/\tau \end{cases}$$
 (7-4)

在轉角頻率 $\omega = 1/\tau$ 時,增益與相位之正確值為增益:

$$|G(j\omega)| = \left|\frac{1}{j\omega\tau + 1}\right| = 0.707$$

$$|G(j\omega)|_{dB} = 20 \log 0.707 = -3dB$$

相位:

$$\theta = \angle G(j\omega) = -\tan^{-1}\omega\,\tau = -45^{\circ}$$

#### 波德圖繪製方法

以正弦波為輸入信號,在某一特定頻率時,其輸入信號與輸出響應信號之關係如 圖 8-3,A 為輸入信號振幅、B 為輸出信號振幅、 $T_1$ 為輸入信號半周期的時間、 $T_2$ 為輸 出信號與輸入信號的延遲時間,可得:

增益為: $|G(j\omega_0)| = B/A$ 

相位為: $\angle G(j\omega_0) = \theta = -180^{\circ}T_2/T_1$ (此時單位是角度制[deg])

以同樣方法,改變正弦波輸入信號的頻率,可得另一組增益與相位,以此類推,如此 取足夠頻率可畫出實際系統波德圖。

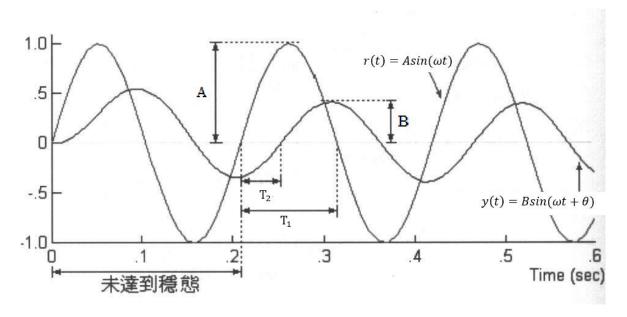


圖 8-3、正弦波輸入信號與輸出響應信號之關係圖

### Matlab 繪製系統波德圖(範例)

以上方式 8-5 為例:

 $G=tf([k_{\omega}], [\tau, 1])$ 

bode(G)

## と 實験 7-1【一階系統頻率響應分析】

### 1. 步驟

(1) 依圖 7-5 完成一階系統頻率響應接線,此系統閉回路轉移函數為:

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{k_{A1} \times P5 \times \frac{1.25}{s}}{1 + k_{A1} \times P5 \times \frac{1.25}{s}} = \frac{1}{\frac{0.8}{k_{A1} \times P5} s + 1}$$

式中時間常數為 $\tau = 0.8/(k_{A1} \times P5)$ 

- (2) 輸入信號為正弦波,正弦波之振幅可用 P3 衰減器來調整,其頻率可由機構單元 面板右下角的旋鈕及切換開關來控制。
- (3) 每次實驗先將開關 SW2 往下切(OFF),將電容短路放電,達到初始值為零,然 後將開關 SW2 往上切(ON),使電容有積分作用。
- (4) 以軟體 Matlab/Simulink 模擬與驗證。

### 2. 請完成

- (1) 請完成輸入信號為正弦波(±5V), P5 為 50%, 觀察示波器顯示之響應波形,將 相關數據記錄於表 8-1,所得之數據畫出波德圖,並以軟體模擬與驗證。
- (2) 利用 MATLAB 畫出波德圖,再點出實驗增益和相位。

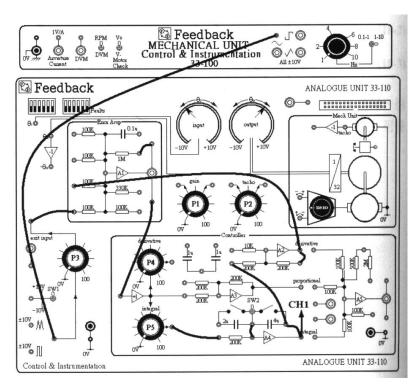


圖 7-5、一階系統頻率響應測試接線圖

### 表 7-1、一階系統之增益與相位 (參考 7-2 頁)

頻率(f)	0.1Hz	0.2Hz	0.4Hz	0.6Hz	0.8Hz	1Hz	2Hz	4Hz	6Hz	8Hz	10Hz
$\omega = 2\pi f$ [rad/s]											
A [V]											
B [V]											
$T_1$ [sec]											
$T_2$ [sec]											
增益 $ G(j\omega)  = \frac{B}{A}$											
增益(dB 值)  G(jω)  <sub>dB</sub>											
相位[deg] -180°T <sub>2</sub> /T <sub>1</sub>											

轉角頻率  $\omega = \frac{1}{\tau}$ 

# ξ 問題討論

- 1. 繳交實驗結果(含:測量波形、填寫表格數值、模擬驗證)。
- 2. 試以漸近線方法以及 MATLAB 畫出下列轉移函數之波德圖。

$$G(s) = \frac{10}{0.1s+1}$$

- 3. 實驗 8-1 中,調整 P5 對響應帶來甚麼樣的影響,請根據模擬波德圖回答。
- 4. 本實驗中,要得到正確輸出信號對輸入信號之幅量比,不能一開始就量測輸出信 號,須等數個週期後,為什麼?
- 5. 請將測得數據描繪成波德圖,並與模擬比對得知實驗與模擬之差別。