DISZKRÉT MATEMATIKA

3. feladatsor

1. Legyenek adottak a következő halmazok: $A = \{1,2,3\}$, $B = \{\otimes,\oplus\}$, $C = \{w, x, y, z\}$. Adja meg a P(A), P(B) és P(C) halmazokat!

2. Adja meg elemeivel a P(∅), P(P(∅)) és P(P(P(∅))) halmazokat!

3. Legyen $A = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\}$. Döntse el, hogy az alábbi állítások közül melyik igaz és melyik nem igaz:
$\emptyset \in A$, $\emptyset \subseteq A$, $\{\emptyset\} \in A$, $\{\emptyset\} \subseteq A$, $\{\{\emptyset\}\} \in A$, $\{\{\emptyset\}\} \subseteq A$, $\{\{\emptyset\},\emptyset\} \in A$, $\{\{\emptyset\},\emptyset\} \subseteq A$

4. Mivel egyenlő a $H = (A \cap (\overline{C} \setminus B)) \cup (A \setminus (B \cup C))$ halmaz, ha $A = \{\, n \in N \,;\, n \text{ páratlan}\}$, $B = \{\, n \in N \,;\, 15 \le n \,\}$ és $C = \{\, n \in N \,;\, n \text{ osztható hárommal}\}$

5. Mit mondhatunk el az A és B halmazokról, ha tudjuk, hogy $A \,\Delta\, B = \emptyset$

6. Igazolja grafikusan, elemekre való hivatkozással és azonosságokkal, hogy tetszőleges A, B halmazokra fennállnak az alábbi egyenlőségek:

a) $A \,\Delta\, (A \,\Delta\, B) = B$

b) $A \setminus B = (A \cup B) \setminus B = A \setminus (A \cap B) = A \cap (A \setminus B)$

c) $A \cap B = A \setminus (A \setminus B)$

d) $A = A \setminus (B \setminus A) = (A \cup B) \setminus (B \setminus A) = (A \cap B) \cup (A \setminus B)$

e) $(\overline{A} \cup B) \cap A = A \cap B$

f) $(A \,\Delta\, B) \,\Delta\, (A \cap B) = A \cup B$

7. Igazolja grafikusan, elemekre való hivatkozással és azonosságokkal, hogy tetszőleges A, B, C halmazokra fennállnak az alábbi egyenlőségek:

a) $A \cap (B \setminus C) = (A \setminus C) \cap (B \setminus C)$

b) $(A \cap B) \setminus (A \cap C) = (A \cap B) \setminus C$

c) $A \setminus (B \setminus C) = (A \setminus B) \cup (A \cap C)$

d) $(A \setminus B) \setminus C = A \setminus (B \cup C)$

e) $A \cap (B \,\Delta\, C) = (A \cap B) \,\Delta\, (A \cap C)$

f) $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap C$, ha $A \subseteq C$

g) $((A \cap C) \cup B) \setminus B = (A \cap C) \setminus B$

h) $(A \cap B) \setminus (B \setminus (A \cup C)) = A \cap B$

i) $A \cap (B \cup (A \cap C)) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$

j) $A \setminus (A \setminus (B \setminus (B \setminus C))) = A \cap B \cap C$

k) $\overline{A \setminus (B \cup C)} = \overline{A} \cup B \cup C$

l) $(A \setminus C) \cup (B \setminus C) = \overline{\overline{(A \cup B)} \cup C}$

m) $(A \cap B) \cup (A \cap C) = A \setminus (\overline{B} \cap \overline{(A \cap C)})$

n) $A \setminus (B \cup C) = (A \setminus B) \cap (A \setminus C)$

o) $A \setminus (B \cap C) = (A \setminus B) \cup (A \setminus C)$

p) $(A \cup B) \setminus C) = (A \setminus C) \cup (B \setminus C)$

q) $(A \cap B) \setminus C) = (A \setminus C) \cap (B \setminus C)$

r) $(A \setminus B) \cap C) = (A \cap C) \setminus B$