

DISZKRÉT MATEMATIKA I.

11. előadás

Logika: Következtetések

Bevezető példa



Ha egy nap *van pénzem*, akkor *bevásárolok és elmegyek moziba*.

Ma *nem megyek moziba*.



Ma **nincs pénzem**.

Bevezető példa



Ha egy nap *van pénzem*, akkor *bevásárolok és elmegyek moziba*.

Ma *nem megyek moziba*. \nwarrow FELTÉTELEK (PREMISSZÁK)



Ma **nincs pénzem**. \leftarrow KÖVETKEZMÉNY (KONKLÚZIÓ)

PREMISSZÁK

KONKLÚZIÓ

Ha A akkor B és C

Nem C

} \Rightarrow Nem A

A	i	i	i	i	h	h	h	h
B	i	i	h	h	i	i	h	h
C	i	h	i	h	i	h	i	h
$B \wedge C$	i	h	h	h	i	h	h	h
$A \longrightarrow (B \wedge C)$	i	h	h	h	i	i	i	i
$\neg C$	h	i	h	i	h	i	h	i
$\neg A$	h	h	h	h	i	i	i	i

Következtetési szabály

HELYES:

- ha mindegyik premissza logikai értéke igaz,
- akkor a konklúzió logikai értéke is igaz.

$A \longrightarrow (B \wedge C)$	i	h	h	h	i	\vdots	i	\vdots
$\neg C$	h	i	h	i	h	\vdots	h	\vdots
$\neg A$	h	h	h	h	i	\vdots	i	\vdots

$A \longrightarrow (B \wedge C)$ igaz, $\neg C$ igaz, $\neg A$ igaz

De $A \longrightarrow (B \wedge C)$ igaz, $\neg A$ igaz, $\neg C$ hamis

Következtetési szabály

Legyenek $f_1, f_2, \dots, f_t, \varphi$ logikai formulák, melyekben (együttesen) az x_1, x_2, \dots, x_s logikai változók fordulnak elő.

Ha fennáll, hogy az x_1, x_2, \dots, x_s logikai változók minden olyan értékére, melyre f_1, f_2, \dots, f_t mindegyike igaz, akkor φ logikai értéke is igaz,

akkor azt mondjuk, hogy a f_1, f_2, \dots, f_t **premisszák logikai következménye** φ .

Jelölés: $f_1, f_2, \dots, f_t \models \varphi$

♣ Példák

$A \longrightarrow (B \wedge C)$	i	h	h	h	i	i	i	i
$\neg C$	h	i	h	i	h	i	h	i
$\neg A$	h	h	h	h	i	i	i	i

$$A \longrightarrow (B \wedge C), \neg C \models \neg A$$

$$A \longrightarrow (B \wedge C), \neg A \not\models \neg C$$

$$\neg A, \neg C \models A \longrightarrow (B \wedge C)$$

Leválasztási szabály (modus ponens)

$$A, A \longrightarrow B \models B$$

A	i	i	h	h
B	i	h	i	h
A	i	i	h	h
$A \longrightarrow B$	i	h	i	i
B	i	h	i	h

Hipotetikus szillogizmus

$$A \longrightarrow B, B \longrightarrow C \models A \longrightarrow C$$

A	i	i	i	i	h	h	h	h
B	i	i	h	h	i	i	h	h
C	i	h	i	h	i	h	i	h
$A \longrightarrow B$	\dot{i}	i	h	h	\dot{i}	i	\dot{i}	\dot{i}
$B \longrightarrow C$	\dot{i}	h	i	i	\dot{i}	h	\dot{i}	\dot{i}
$A \longrightarrow C$	\dot{i}	h	i	h	\dot{i}	i	\dot{i}	\dot{i}

Indirekt bizonyítás

$$\neg A \longrightarrow \neg B, B \models A$$

A	i	i	h	h
B	i	h	i	h
$\neg A$	h	h	i	i
$\neg B$	h	i	h	i
$\neg A \longrightarrow \neg B$	i	i	h	i
B	i	h	i	h
A	i	i	h	h

Reductio ad absurdum

$$\neg A \longrightarrow B, \neg A \longrightarrow \neg B \models A$$

A	i	i	h	h
B	i	h	i	h
$\neg A$	h	h	i	i
$\neg B$	h	i	h	i
$\neg A \longrightarrow \neg B$	i	i	h	i
$\neg A \longrightarrow B$	i	i	i	h
A	i	i	h	h

Kontrapozíció

$$A \longrightarrow B \models \neg B \longrightarrow \neg A$$

A	i	i	h	h
B	i	h	i	h
$\neg A$	h	h	i	i
$\neg B$	h	i	h	i
$A \longrightarrow B$	\dot{h}	h	\dot{h}	\dot{h}
$\neg B \longrightarrow \neg A$	\dot{h}	h	\dot{h}	\dot{h}

W. Weaver: Szerencse kisasszony

- Aki nem köteltáncos és zsemlét sem eszik, az öreg.
- A szédülős malacokkal tisztelettel bánnak.
- Okos léghajós esernyőt visz magával.
- Nem ebédelhet nyilvános helyen az, aki nevetségesen néz ki és zsemlét eszik.
- A fiatal léghajósok szédülősek.
- Aki nevetséges külsejű és kövér, még ebédelhet nyilvános helyen, feltéve ha nem köteltáncos.
- Aki okos, az nem megy köteltáncosnak, ha szédülős.
- Egy malac esernyővel nevetségesen néz ki.
- Mindenki kövér, akivel tisztelettel bánnak és nem köteltáncos.
- _____
- ?

W. Weaver: Szerencse kisasszony

- Aki nem köteltáncos és zsemlét sem eszik, az öreg.
- A szédülős malacokkal tisztelettel bánnak.
- Okos léghajós esernyőt visz magával.
- Nem ebédelhet nyilvános helyen az, aki nevetségesen néz ki és zsemlét eszik.
- A fiatal léghajósok szédülők.
- Aki nevetséges külsejű és kövér, még ebédelhet nyilvános helyen, feltéve ha nem köteltáncos.
- Aki okos, az nem megy köteltáncosnak, ha szédülős.
- Egy malac esernyővel nevetségesen néz ki.
- Mindenki kövér, akivel tisztelettel bánnak és nem köteltáncos.
- _____
- **Okos, fiatal malac nem megy léghajósnak.**

Rejtvény!

- A csecsemők illogikusak.
- Senkit sem néznek le, aki krokodillal tud bánni.
- Az illogikus embereket lenézik.
- _____
- ?