

DISZKRÉT MATEMATIKA

6. feladatsor

1. Legyen $\varphi: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$, ahol $\varphi(x) = x + 1$ és legyen $\psi: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$, ahol $\psi(x) = 3x$. Határozzák meg a következő összetett leképezéseket:

- a) $(\psi\varphi)(5)$
- b) $(\varphi\psi)(5)$
- c) $(\psi\varphi)(x)$
- d) $(\varphi\psi)(x)$
- e) $(\varphi\varphi)(x)$
- f) $(\psi\psi)(x)$

2. Határozzák meg az $(\varphi\psi)(x)$ és $(\psi\varphi)(x)$ összetett leképezéseket, ha:

- a) $\varphi(x) = 6x^3$, $\psi(x) = 2x$
- b) $\varphi(x) = \frac{x-1}{2}$, $\psi(x) = 4x^2$
- c) $\varphi(x) = \lceil x \rceil$, $\psi(x) = \lfloor x \rfloor$

3. Határozzák meg az alábbi megfeleltetések értelmezési tartományát, értékkészletét és inverzét!

- a) $\rho = \{(1,6), (2,2), (3,7), (3,2), (5,7)\}$
- b) $A = \{1, 2, 3, 4\}$, $B = \left\{\frac{1}{2}, 1, 2\right\}$, $\rho = \{(a,b) \in A \times B; a.b \text{ páros egész szám}\}$
- c) $A = \{-3, 1, 2, 4\}$, $B = \{-1, 0, 4\}$, $\rho = \{(a,b) \in A \times B; a + b = 1\}$

4. Legyen $A = \{a, b, c, d\}$. Milyen tulajdonságokkal rendelkeznek az alábbi, A halmazon értelmezett relációk? Ekvivalenciareláció esetén adják meg az A halmaz megfelelő osztályozását!

- a) $\rho_1 = \{(a,a), (b,b), (c,c), (d,d)\}$
- b) $\rho_2 = \{(a,c), (b,b), (d,b), (a,a)\}$
- c) $\rho_3 = \{(c,b)\}$
- d) $\rho_4 = \{(a,d), (a,c), (d,b), (d,a), (c,a), (b,d)\}$
- e) $\rho_5 = \{(a,a), (a,d), (d,a), (d,d), (c,c), (c,b), (b,c), (b,b)\}$
- f) $\rho_6 = \{(a,a), (b,a), (a,b), (b,c), (c,b), (a,c), (c,c), (b,b), (c,a), (d,d)\}$
- g) $\rho_7 = \{(a,a), (a,c), (b,d), (d,d), (c,c), (c,d), (a,d), (b,a), (b,b), (b,c)\}$

5. Milyen tulajdonságokkal rendelkeznek az alábbi relációk? Ekvivalenciareláció esetén adják meg az adott halmaz megfelelő osztályozását!

- a) $\rho_1 \subset \mathbb{N} \times \mathbb{N}$, $x\rho_1 y \Leftrightarrow x = y$
- b) $\rho_2 \subset \mathbb{N} \times \mathbb{N}$, $x\rho_2 y \Leftrightarrow x \geq y$
- c) $\rho_3 \subset \mathbb{N} \times \mathbb{N}$, $x\rho_3 y \Leftrightarrow x$ osztója y -nak

- d) $\rho_4 \subset \mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$, $x\rho_4 y \Leftrightarrow x$ osztója y - nak
- e) $\rho_5 \subset \mathbb{N} \times \mathbb{N}$, $x\rho_5 y \Leftrightarrow x - y$ páros szám
- f) $\rho_6 \subset \mathbb{R} \times \mathbb{R}$, $x\rho_6 y \Leftrightarrow x - y \in \mathbb{Q}$
- g) Legyen A egy adott sík egyeneseinek halmaza. $\rho_7 \subset A \times A$, $x\rho_7 y \Leftrightarrow x$ párhuzamos y - nal
- h) Legyen A egy adott sík egyeneseinek halmaza. $\rho_8 \subset A \times A$, $x\rho_8 y \Leftrightarrow x$ metszi y - t
- i) Legyen A egy adott sík egyeneseinek halmaza. $\rho_9 \subset A \times A$, $x\rho_9 y \Leftrightarrow x \perp y$ - ra