Matematika informatikusoknak 2 – Differenciálszámítás

5. gyakorlat

1.

Állapítsa meg, hogy folytonos-e az alábbi függvény:

$$f(x) = \begin{cases} e^x, & \text{ha } x \geq 0 \\ x^2 + 1, & \text{ha } x < 0 \end{cases}$$

1.

Állapítsa meg, hogy folytonos-e az alábbi függvény:

$$f(x) = \begin{cases} e^x, & \text{ha } x \geq 0 \\ x^2 + 1, & \text{ha } x < 0 \end{cases}$$

$$f(0) = e^0 = 1$$

$$\lim_{x \to 0^+} f(x) = \lim_{x \to 0^+}$$

$$\lim_{x \to 0^-} f(x) = \lim_{x \to 0^-}$$

2.

Állapítsa meg, hogy folytonos-e az alábbi függvény:

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt{x+1} - 1, & \text{ha } x \geq -1 \\ -x - 2, & \text{ha } x < -1 \end{cases}$$

2.

Állapítsa meg, hogy folytonos-e az alábbi függvény:

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt{x+1} - 1, & \text{ha } x \geq -1 \\ -x - 2, & \text{ha } x < -1 \end{cases}$$

$$f(-1) = \sqrt{-1+1} - 1 = -1$$

$$\lim_{x \to -1^+} f(x) = \lim_{x \to -1^+}$$

$$\lim_{x \to -1^-} f(x) = \lim_{x \to -1^-}$$

3.

Állapítsa meg, hogy folytonos-e az alábbi függvény:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-9}{x+3}, & \text{ha } x \neq -3 \\ -6, & \text{ha } x = -3 \end{cases}$$

3.

Állapítsa meg, hogy folytonos-e az alábbi függvény:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-9}{x+3}, & \text{ha } x \neq -3 \\ -6, & \text{ha } x = -3 \end{cases}$$

$$f(-3) = -6$$

$$\lim_{x \to -3} f(x) = \lim_{x \to -3}$$

4.

Állapítsa meg, hogy folytonos-e az alábbi függvény:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-4}{x-2}, & \text{ha } x \neq 0 \\ 1, & \text{ha } x = 0 \end{cases}$$

4.

Állapítsa meg, hogy folytonos-e az alábbi függvény:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-4}{x-2}, & \text{ha } x \neq 0 \\ 1, & \text{ha } x = 0 \end{cases}$$

$$f(0) = 1$$

$$\lim_{x\to 0} f(x) = \lim_{x\to 0}$$

5.

Állapítsa meg, hogy folytonos-e az alábbi függvény:

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 2, & \text{ha } x \geq 0 \\ -x, & \text{ha } x < 0 \end{cases}$$

5.

Állapítsa meg, hogy folytonos-e az alábbi függvény:

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 2, & \text{ha } x \geq 0 \\ -x, & \text{ha } x < 0 \end{cases}$$

$$f(0) = 0^2 + 2 = 2$$

$$\lim_{x \to 0^+} f(x) = \lim_{x \to 0^+}$$

$$\lim_{x \to 0^-} f(x) = \lim_{x \to 0^-}$$

6.

Állapítsa meg, hogy folytonos-e az alábbi függvény:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{3x^2+1}-1}{x^2}, & \text{ha } x \neq 0 \\ \frac{3}{2}, & \text{ha } x = 0 \end{cases}$$

6.

Állapítsa meg, hogy folytonos-e az alábbi függvény:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{3x^2+1}-1}{x^2}, & \text{ha } x \neq 0 \\ \frac{3}{2}, & \text{ha } x = 0 \end{cases}$$

$$f(0) = \frac{3}{2}$$

$$\lim_{x\to 0} f(x) = \lim_{x\to 0}$$

7.

Határozzuk meg az "a" paraméter értékét úgy, hogy a következő függvény mindenütt folytonos legyen

$$f(x) = \begin{cases} a.x^2 + 1, & \text{ha } x > 0 \\ -x, & \text{ha } x \leq 0 \end{cases}$$

7.

Határozzuk meg az "a" paraméter értékét úgy, hogy a következő függvény mindenütt folytonos legyen

$$f(x) = \begin{cases} a.x^2 + 1, & \text{ha } x > 0 \\ -x, & \text{ha } x \leq 0 \end{cases}$$

$$f(0) = -0 = 0$$

$$\lim_{x \to 0^+} f(x) = \lim_{x \to 0^+}$$

$$\lim_{x \to 0^-} f(x) = \lim_{x \to 0^-}$$

8.

Határozzuk meg az "a" paraméter értékét úgy, hogy a következő függvény mindenütt folytonos legyen

$$f(x) = \begin{cases} a.x - 1, & \text{ha } x \leq 1 \\ 3x^2 + 1, & \text{ha } x > 1 \end{cases}$$

8.

Határozzuk meg az "a" paraméter értékét úgy, hogy a következő függvény mindenütt folytonos legyen

$$f(x) = \begin{cases} a.x - 1, & \text{ha } x \leq 1 \\ 3x^2 + 1, & \text{ha } x > 1 \end{cases}$$

$$f(1) = a.1 - 1 = a - 1$$

$$\lim_{x \to 1^+} f(x) = \lim_{x \to 1^+}$$

$$\lim_{x \to 1^-} f(x) = \lim_{x \to 1^-}$$

9.

Az f és g függvények nem folytonosak az $x = a$ pontban. Következik-e ebből, hogy $f + g$ nem folytonos az a-ban? Ha nem, adjunk ellenpéldát!

10.

Az f és g függvények nem folytonosak az $x = a$ pontban. Következik-e ebből, hogy $f.g$ nem folytonos az a-ban? Ha nem, adjunk ellenpéldát!

11.

Igazolja, hogy az

$$x^5 - 6x^4 - 3x^3 + x^2 - x - 1 = 0$$

egyenletnek van pozitív gyöke.

12.

Van-e valós megoldása a

$$\sqrt{x^4 + x + 2} = \sqrt[3]{x^5 - 8x + 1}$$

egyenletnek?