

DISZKRÉT MATEMATIKA

8. feladatsor

1. Egy sakktáblára hányféleképpen állíthatunk 8 bábut úgy, hogy minden sorban és minden oszlopban csak 1 bábu álljon?
2. Egy dobozban 5 kék és 6 piros számozott golyó van. Először egy piros golyót, majd egymás után öt kéket, végül ismét egymás után öt pirosat húzunk ki visszatevés nélkül. Hányféle sorrend alakulhat ki?
3. A 0, 1, 2, 3, 4 számjegyekből hány olyan ötjegyű szám írható fel, amelyben legalább az egyik számjegy ismétlődik?
4. Hány betűcsoportot képezhetünk az a, e, i, o, u és l, m, n, s betűkből úgy, hogy minden betűcsoportban 5 betű legyen, a magánhangzók és mássalhangzók felváltva következzenek és egyik betű se ismétlődjék?
5. A vívóedzésen 15 vívóból 6 pár vív egyidejűleg. Hányféleképpen választhatók ki a párok?
6. Egy raktárpolcon 15 üveg bor áll, 10 üvegben fehér és 5 üvegben vörösbor van. Hányféleképpen választhatunk ki 6 palackot úgy, hogy köztük éppen kettőben legyen vörösbor?
7. Hányféleképpen lehet 4 egyenlő részre osztani a 32 lapos magyar kártyapaklit úgy, hogy a négy ász az egyik részbe kerüljön?
8. Egy társaságban 7 fiú és 5 lány van. Hányféleképpen alakulhat ki belőlük 5 egyszerre táncoló fiú-lány pár?
9. Hány különböző módon olvashatjuk ki a következő összeállításból a MATEMATIKA szót, ha a bal felső sarokból indulva csak jobbra vagy lefelé haladhatunk addig, amíg a jobb alsó sarokba nem érünk?

M A T E M
A T E M A
T E M A T
E M A T I
M A T I K
A T I K A

10. Egy cserkészcsapat számháborúra készül. Ehhez piros és kék színű számjegyeket festenek lapokra, mégpedig a 4, 5, 6, 7, 8 számjegyeket választják. A játék kezdetekor minden résztvevő három azonos színű és különböző számjegyet tartalmazó lapot kap, és ezeket tetszőleges sorrendben a homlokára köti. A két szín alapján két csoport alakul ki, és ezek vívják a számháborút. Hány cserkész vehet részt a játékban?
11. Egy rejtvenypályázat első 4 helyezette között 10 könyv kerül kiosztásra úgy, hogy először az 1. helyezett választ 4 könyvet, utána a 2. helyezett 3 könyvet, majd a 3. helyezett 2 könyvet. A 4. helyezett a megmaradó könyvet kapja. Hányféle elosztás alakulhat ki?
12. Hány különböző elemből képezhetünk 176-tal több harmadosztályú ismétléses variációt, mint harmadosztályú ismétlés nélkülit?
13. Kilenc ember csónakázni készül. Három csónak áll rendelkezésükre. Az egyik négy-, a másik három-, a harmadik kétüléses. Hányféleképpen foglalhatják el a csónakokat? Egy csónakon belül a helyek sorrendje nem számít!
14. 20 láda áruból 15 láda első osztályú, a többi másodosztályú. Hányféleképpen választhatunk ki 5 ládát úgy, hogy legfeljebb 2 másodosztályú láda legyen köztük?
15. Egy kockával háromszor dobunk egymás után. Hány olyan dobássorozatot fordul elő, amelyben a 6-os dobás is szerepel?

16. Az 52 lapos bridzskártyában 4 ász és 4 király van. Szétosztjuk a lapokat úgy, hogy 4 játékosnak 13-13 lapot adunk. Hányféle olyan szétosztás lehetséges, melynek során a 4 játékos mindegyikének 1-1 ász és 1-1 király jut, ha a játékosok sorrendjét megkülönböztetjük?
17. Egy gépkocsivezető négyülékes autójával 9 személyt akar 3 csoportban egymás után elszállítani. Hányféleképpen teheti ezt, ha a legidősebb személyt az első menetben kell szállítania?
18. Egy vasúti szerelvény a mozdonyon kívül 9 kocsiból áll. Hányféle sorrendben kapcsolhatók a kocsik a mozdonyhoz, ha köztük 5 személy-, 3 háló- és 1 étkezőkocsi van, és az azonos fajtájú kocsikat nem különböztetjük meg?
19. Egy páncélszekrény 6 egymás mögötti tárcsa megfelelő beállításakor nyitható ki. A tárcsák 9 számjegyet tartalmaznak, amelyekből egy számot kell beállítani. Ha valaki nem tudja, hogy milyen számjegyek beállításával nyitható ki a széf, mennyi időt vesz igénybe, amíg biztosan sorra kerül a helyes beállítás, ha megállás nélkül próbálkozik és egy beállítás 5 másodpercig tart?
20. Hány olyan valódi négyjegyű szám van, amelyben legalább egy páros és legalább egy páratlan számjegy szerepel?
21. Egy kockával öt egymás utáni dobásból álló dobássorozatot dobunk. Hány olyan dobássorozat van, amelyben éppen egy 1-es és egy 2-es dobás fordul elő? (a dobássorozatban a dobások sorrendjét is figyelembe kell venni)
22. Egy érmével bizonyos számú dobásból álló sorozatokat dobunk. Ha a dobássorozat dobásainak számát 2-vel megnöveljük, a különböző sorozatok száma 384-gyel növekszik. Mennyi dobásból állt az eredeti dobássorozat? (a dobások sorrendje is számít)
23. Két játékos bizonyos számú sakkjátszma lejátzásában egyezik meg. Az egyik játékos utólag kéri, hogy növeljék meg 1-gyel a játszmák számát, mert akkor a győzelmek, a döntetlenek és a vereségek lehetséges változatainak száma 9-cel megnőne (az egyes eredmények sorrendjét nem vesszük figyelembe). Hány játszmában állapodtak meg eredetileg?
24. Valaki a lottó 90 száma közül 10-et kiválaszt, és annyi szelvényt vásárol, hogy biztos legyen telitalálata, ha a 10 szám közül húzzák ki az 5 nyerőszámot. Hány szelvényre van szüksége az illetőnek?
25. Hányféle változatban olvasható a LOGIKA szó az alábbi táblán?

			L			
			O		O	
		G		G		G
	I		I		I	
K		K		K		K
A	A		A		A	A

26. Hány szótárt kell kiadnunk, hogy közvetlenül tudjunk fordítani 10 különböző nyelv közül bármelyikről bármelyik másikra?
27. A 30-tagú atlétikai szakosztály csapatokat állít ki a mezei futóversenyre.
- Hányféleképpen állíthatunk ki egy négytagú csapatot?
 - Hányféleképpen jelölhetnek ki négy versenyzőt a svéd típusú váltóra, melyen a csapattagok 100, 200, 400 ill. 800 méteres távot futnak?
28. Egy postahivatalban tízféle képeslapot árulnak. Hányféleképpen vásárolhatunk
- 8 különböző képeslapot?
 - 8 képeslapot?
 - 12 képeslapot?
29. Öt kockán egyenként az alábbi betűk szerepelnek: A, B, C, D, E. Hány sorrendben rakhatjuk egymás mellé az öt kockát, ha
- az A betű közvetlenül a B betű előtt áll?

b) a B betű nem állhat az A betű mellett?

30. Hányféleképpen helyezkedhet el 12 ember három szobában, ha az elsőben ketten, a másodikban hatan, a harmadikban négyen férnek el?

31. Hány nullára végződik a $11^{100} - 1$ szám?

32. Hét férfi és négy nő közül kell kiválasztanunk hat embert úgy, hogy legalább két nő legyen közöttük. Hányféleképpen tehetjük ezt meg?

33. Hat golyó közül három fekete, egy-egy pedig piros, fehér ill. zöld. Hányféleképpen állíthatunk össze ezek felhasználásával egy négy golyóból álló sorozatot?

34. Egy csomag francia kártya 52 lapból áll, amelyek közül 13-13 azonos színű.

a) Hányféleképpen választhatunk ki közülük négy, páronként különböző színű lapot?

b) Hányféleképpen választhatunk ki közülük négy különböző színű lapot, ha még azt is megköveteljük, hogy ne legyen köztük két azonos értékű (pl. két nyolcas vagy két király)?

c) Hányféleképpen választhatunk ki négy lapot úgy, hogy legyen köztük legalább két ász?

35. Az $1, 2, \dots, n$ elemek permutációi között hány olyan van,

a) amelyben az 1 és 2 elemek nem állnak egymás mellett?

b) amelyben az 1, 2, 3 elemek semmilyen sorrendben nem állnak egymás mellett?

c) amelyben az 1, 2, 3 elemek közül semelyik kettő sem áll egymás mellett?

36. Négy férfit és négy nőt le akarunk ültetni egy kerek asztal köré. Két ülésrendet akkor tekintünk azonosnak, ha mindenkinek ugyanaz a bal ill. a jobb szomszédja.

a) Hányféleképpen ülhet le a nyolc ember?

b) Hány olyan ülésrend van, amelynél két előre kijelölt személy egymás mellé kerül?

c) Hányféle ülésrend van, ha a nők nem ülhetnek egymás mellé?

37. Határozzuk meg az alábbi számjegyek permutálásával kapható összes négyjegyű szám összegét (0 nem állhat a négyjegyű szám elején).

a) 1, 2, 3, 4

b) 1, 3, 3, 3

c) 1, 1, 4, 4

d) 0, 1, 2, 3

38. 18 tízforintost osztunk szét öt gyerek között.

a) Hányféle módon végezhetjük el a szétosztást?

b) Hány eset van akkor, ha kikötjük, hogy minden gyerek kap legalább egy tízforintost?

c) Hány eset van akkor, ha kikötjük, hogy minden gyerek kap legalább két tízforintost?

39. Hányféleképpen húzhatunk fel egyik kezünkre öt gyűrűt, ha a hüvelykujjunkra nem kerülhet gyűrű?

40. A könyvespolcon 12 könyv áll. Hányféleképpen lehet közülük kiválasztani ötöt úgy, hogy ezek között ne legyen két egymás melletti?

41. Artúr király kerek asztala körül 12 lovag ül. Mindegyikük hadilábon áll a két szomszédjával (és csak velük). A királynak a hercegnő kiszabadítására úgy kell kiválasztania 5 lovagot, hogy ezek mindegyike békében legyen a másik négygel. Hányféleképpen választhat Artúr király?

42. Egy 10 házaspárból álló társaság csónakkirándulásra indul. Öt, egyenként négyszemélyes csónakba szállnak.

a) Hányféleképpen tehetik ezt meg úgy, hogy mindegyik csónakba 2 férfi és 2 nő kerül?

b) Ezek közül hány esetben kerül

b1) egy előre kijelölt férj

b2) két előre kijelölt férj

egy csónakba a feleségével?

43. Hányféleképpen helyezhetünk el 40 különböző díszhalat két egyforma nagy és egyforma kicsi akváriumba úgy, hogy a nagy akváriumba 10-10, a kicsikbe 5-5 hal kerüljön?

44. Hányféleképpen lehet az 1999 számot
 a) öt nemnegatív egész szám
 b) öt pozitív egész szám
 összegére úgy bontani, hogy két fölbontást akkor is különbözőnek tekintünk, ha csak a tagok sorrendjében térnek el egymástól?
45. Hányféleképpen oszthatunk szét egy csomag francia kártyát 13 játékos között, ha
 a) mindegyikük 4-4 lapot kap?
 b) mindegyik játékos 4 különböző színű lapot kap?
 c) egy játékos 4 különböző színű lapot, a többi pedig 4-4 azonos színű lapot kap?
46. Hányféleképpen húzhatunk ki egy csomag francia kártyából 4 olyan lapot,
 a) amelyek közül két lap színe megegyezik?
 b) amelyek között pontosan két szín fordul elő?
47. Három ember között hat egyforma almát, egy narancsot, egy szilvát, egy citromot, egy körtét, egy banánt és egy barackot osztunk el.
 a) Hányféleképpen tehető ez meg?
 b) Hány olyan elosztás van, amikor mindenki 4-4 gyümölcsöt kap?
48. 10 egyforma szegfűt, 6 egyforma rózsát és 9 egyforma tulipánt hányféleképpen oszthatunk szét 25 lány között úgy, hogy mindenki pontosan egy szál virágot kapjon?
49. Hányféleképpen ültethet le Hófehérke a hét törpe közül ötöt egy hosszú asztal mellé úgy, hogy Tudor és Morgó ne üljön egymás mellett?
50. Hányféleképpen választhatunk ki n tárgy közül páratlan számú tárgyat?
51. Az n elem harmadosztályú ismétlés nélküli variációi számának és az n elem harmadosztályú ismétléses variációi számának aránya 21:32. Határozd meg az n értékét!
52. Az n elem harmadosztályú ismétlés nélküli variációinak számát megkapjuk, ha az n elem harmadosztályú ismétlés nélküli kombinációinak számát megnöveljük az elemek számának ötszörösével. Határozd meg az n értékét!
53. Az n elem harmadosztályú ismétlés nélküli variációinak számát megkapjuk, ha az n elem harmadosztályú ismétléses variációinak számát 225-tel csökkentjük. Határozd meg az n értékét!

Logikai szita

1. Hány
 a) sem 5-tel, sem 7-tel
 b) sem 2-vel, sem 3-mal, sem 5-tel, sem 7-tel
 nem osztható, 1000-nél nem nagyobb nemnegatív egész szám van?
2. Hányféleképpen ültethetünk le egy sorba 3 angolt, 3 franciát és 3 törököt úgy, hogy 3 azonos nemzetiségű ember ne kerüljön egymás mellé?
3. Öt házaspár hányféleképpen táncolhat úgy, hogy egyik férj sem a saját feleségével táncol?
4. Hányféleképpen választható ki a 32 lapos magyar kártyából 10 lap úgy, hogy közöttük mind a négy szín előforduljon?
5. A 92 kiránduló közül 47-en kolbászos, 38-an sajtos, 42-en sonkás, 28-an sajtos és sonkás, 26-an sajtos és kolbászos, 31-en kolbászos és sonkás, 25-en kolbászos, sonkás és sajtos szendvicset vittek a hegymászótúrára, néhányan pedig süteményt. Hányan vittek süteményt?

6. A fogorvosi váróteremben, melyben 7 szék található, 4-en várakoznak. Hányféleképpen ülhetnek át más székre úgy, hogy senki se üljön oda vissza, ahol eredetileg ült?
7. A sivatagban 7 tevelő beduin sorban egymás után halad. Hányféleképpen változtathatnak sorrendet úgy, hogy egyik teve se menjen az után a teve után, mint eddig?
8. A sivatagi oázisban lévő kútnál 7 teve halad egymás után körben. Hányféleképpen változtathatnak sorrendet úgy, hogy egyik teve se menjen az után a teve után, mint eddig?
9. Van 6 különböző fénykép, melyeket 4 ember között kell szétosztani. Hányféleképpen osztható ki az összes fénykép úgy, hogy mindenki kapjon legalább egy fényképet?