ELMÉLETI INFORMATIKA

I. rész

Formális nyelvek és automaták

Chomsky-féle nyelvosztályok, reguláris nyelvek, véges automaták

2. előadás

Chomsky-féle nyelvosztályok

Avram Noam CHOMSKY (1928 –) amerikai nyelvészprofesszor, a cambridge-i Massachusetts Institute of Technology oktatója, az 1950-es években formalizálta a generatív nyelvtanokat, s azokat négy osztályba sorolta be. Ezek az osztályok ***Chomsky-féle nyelvtantípusok*** vagy ***Chomsky-féle hierarchia*** néven ismeretesek. Az egyes nyelvtantípusok közötti különbségek a nyelvtani szabályokra vonatkozó megszorításokban nyilvánulnak meg.

2.1 definíció: (Chomsky-féle nyelvtantípusok)

A $G = (N, \Sigma, P, S)$ generatív nyelvtan

- **0-típusú** (vagy *kifejezés struktúrájú*), ha a P szabályhalmaz szabályaira semmilyen korlátozás nincs.
- **1-típusú** (vagy *környezetfüggő*), ha a P szabályhalmazban minden szabály $\alpha A \beta \longrightarrow \alpha \delta \beta$ alakú, ahol $\alpha, \beta, \delta \in (N \cup \Sigma)^*$, $A \in N$ és $\delta \neq \lambda$. Megengedett az $S \longrightarrow \lambda$ szabály is, ám ekkor S nem szerepelhet egyetlen szabály jobb oldalán sem.
- **2-típusú** (vagy *környezetfüggetlen*), ha a P szabályhalmazban minden szabály $A \longrightarrow \alpha$ alakú, ahol $A \in N$ és $\alpha \in (N \cup \Sigma)^+$. Megengedett az $S \longrightarrow \lambda$ szabály is, ám ekkor S nem szerepelhet egyetlen szabály jobb oldalán sem.
- **3-típusú** (vagy *reguláris* ill. *jobblineáris*), ha a P szabályhalmazban minden szabály $A \longrightarrow aB$ vagy $A \longrightarrow a$ alakú, ahol $A, B \in N$ és $a \in \Sigma$. Megengedett az $S \longrightarrow \lambda$ szabály is, ám ekkor S nem szerepelhet egyetlen szabály jobb oldalán sem.

Megjegyzés:

1) A **környezetfüggő nyelvtan** elnevezés onnan adódik, hogy az ilyen nyelvtanok estében egy nemterminális szimbólum átírása függhet a környezettől. Pl. az $\alpha A\beta \longrightarrow \alpha\delta\beta$ szabállyal egy $(N \cup \Sigma)^*$-beli mondatformában szereplő A nemterminális szimbólum csak abban az esetben írható át a δ szimbólumláncra, ha az A előtt α, utána pedig β szimbólumlánc áll.
2) A **környezetfüggetlen nyelvtan** elnevezés azért indokolt, mivel ha egy szabály $A \longrightarrow \alpha$ alakú, akkor az A nemterminális szimbólum a környezetétől függetlenül mindig átírható az α szimbólumláncra.
3) A **reguláris** (szabályos) **nyelvtan** elnevezés ezen nyelvtanok jól kezelhetőségéből adódik. Az ilyen típusú nyelvtanoknál minden szabály jobb oldalán legfeljebb egy nemterminális szimbólum állhat, mégpedig annak is a jobb oldali végén.

2.2 definíció: (Chomsky-féle nyelvtípusok)

Egy $L \subseteq \Sigma^*$ nyelvet ***i*-típusú**nak nevezünk (ahol $0 \leq i \leq 3$), ha létezik olyan $G = (N, \Sigma, P, S)$ i-típusú nyelvtan, amelyre $L(G) = L$.

Az i-típusú nyelvek osztályát $\mathcal{L}_i$-vel jelöljük (ahol $0 \leq i \leq 3$). Az így bevezetett négy nyelvosztályt **Chomsky-féle nyelvosztályok**nak nevezzük.

$\mathcal{L}_0$ – a 0-típusú (kifejezés struktúrájú) nyelvek osztálya,

$\mathcal{L}_1$ – az 1-típusú (környezetfüggő) nyelvek osztálya,

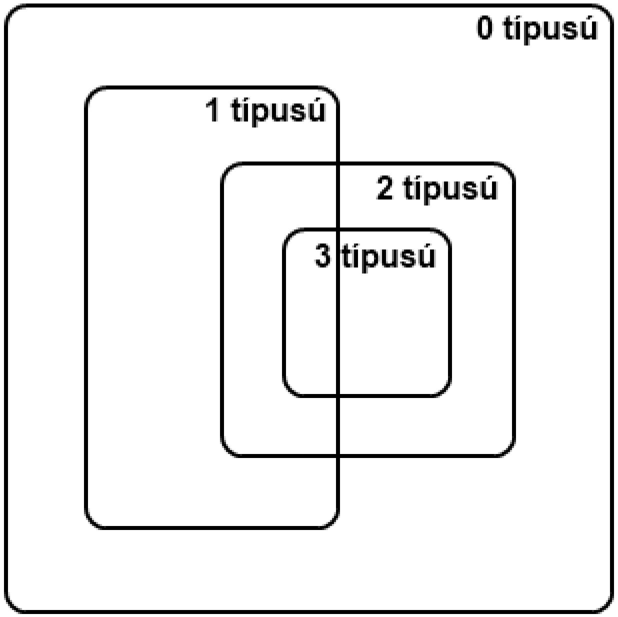
$\mathcal{L}_2$ – a 2-típusú (környezetfüggetlen) nyelvek osztálya,

$\mathcal{L}_3$ – a 3-típusú (reguláris) nyelvek osztálya.

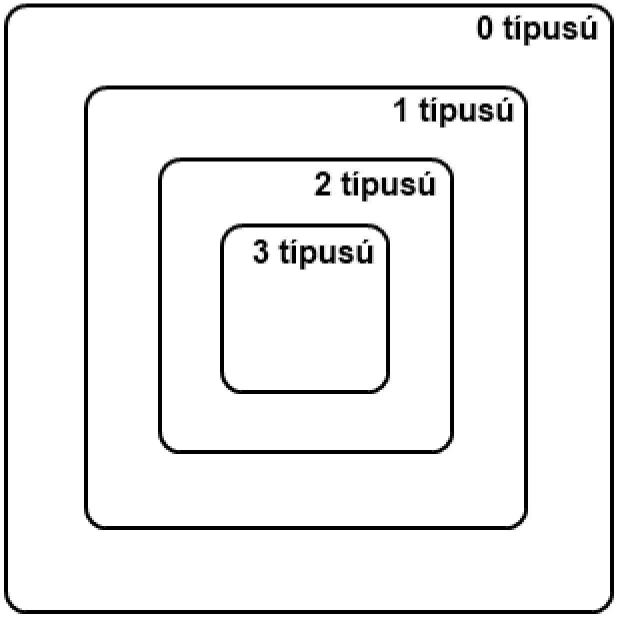
Megjegyzés: Igazolható, hogy $\mathcal{L}_3 \subset \mathcal{L}_2 \subset \mathcal{L}_1 \subset \mathcal{L}_0$.

Selye János Egyetem
GIK, Informatika Tanszék

Tartalmazási diagramok



Nyelvtanok



Nyelvek

2.1 példa: Legyen $G_1 = (N_1, \Sigma_1, P_1, S_1)$, ahol $N_1 = \{S_1, A, B, C\}$, $\Sigma_1 = \{a, 0{,}1\}$ és a P_1 szabályhalmaz elemei:

$$
\begin{aligned}
P_1:\quad & S_1 \longrightarrow ACA \\
& AC \longrightarrow AACA \mid ABa \mid AaB \\
& B \longrightarrow AB \mid A \\
& A \longrightarrow 0 \mid 1
\end{aligned}
$$

A G_1 nyelvtan **1-típusú** (környezetfüggő), és

$$L(G_1) = \{w \in \Sigma_1^* \mid w = uav,\ |u| \neq |v|\}.$$

2.2 példa: Legyen $G_2 = (N_2, \Sigma_2, P_2, K)$, ahol $N_2 = \{K, T, F\}$, $\Sigma_2 = \{a, +, *, (,)\}$ és a P_2 szabályhalmaz elemei:

$$
\begin{aligned}
P_2:\quad & K \longrightarrow K + T \mid T \\
& T \longrightarrow T * F \mid F \\
& F \longrightarrow (K) \mid a
\end{aligned}
$$

A G_2 nyelvtan **2-típusú** (környezetfüggetlen), és az $L(G_2)$ nyelv olyan algebrai kifejezéseket tartalmaz, amelyek a Σ_2 halmaz elemeiből képezhetők.

2.3 példa: Legyen $G_3 = (N_3, \Sigma_3, P_3, S_3)$, ahol $N_3 = \{S_3, X, Y\}$, $\Sigma_3 = \{a, b\}$ és a P_3 szabályhalmaz elemei:

$$
\begin{aligned}
P_3: \quad & S_3 \longrightarrow aX \\
& X \longrightarrow aY \mid a \\
& Y \longrightarrow aY \mid bY \mid a \mid b
\end{aligned}
$$

A G_3 nyelvtan **3-típusú** (reguláris), és az $L(G_3)$ nyelv olyan a és b szimbólumokból álló szavakat tartalmaz, amelyek legalább két a szimbólummal kezdődnek, azaz

$$L(G_3) = \{w \in \Sigma_3^* \mid w = aav,\ v \in \Sigma_3^*\}.$$

2.3 definíció: (láncszabály)

Tetszőleges $G = (N, \Sigma, P, S)$ nyelvtan esetén az $A \longrightarrow B$ alakú (ahol $A, B \in N$) szabályokat **láncszabály**oknak nevezzük.

2.4 definíció: (láncszabálymentes nyelvtan)

A $G = (N, \Sigma, P, S)$ nyelvtan **láncszabálymentes**, ha a P szabályhalmaz nem tartalmaz láncszabályt.

2.1 tétel: Tetszőleges $G = (N, \Sigma, P, S)$ 2-típusú nyelvtanhoz megadható vele ekvivalens $G' = (N, \Sigma, P', S)$ láncszabálymentes 2-típusú nyelvtan. Amennyiben a G nyelvtan 3-típusú, akkor a G' nyelvtan is 3-típusú lesz.

Bizonyítás:

Legyen $G = (N, \Sigma, P, S)$ olyan2-típusú nyelvtan, amelynek P szabályhalmaza tartalmaz láncszabályt. Megadunk egy $G' = (N, \Sigma, P', S)$ láncszabálymentes 2-típusú nyelvtant, amelyre $L(G') = L(G)$.

Először minden $A \in N$ nemterminális szimbólumra meghatározzuk azon $B \in N$ nemterminális szimbólumok halmazát, amelyekre érvényes, hogy $A \Longrightarrow^* B$, miközben a levezetés során csak láncszabályokat alkalmaztunk. Jelöljük ezt a halmazt N_A-val. Nyilvánvaló, hogy $A \in N_A$, mivel $A \Longrightarrow^* A$ nulla darab láncszabály alkalmazásával.

A **2.1 algoritmus** 1-8 sorainak segítségével ezek a halmazok könnyen meghatározhatók.

A P' szabályhalmaz a **2.1 algoritmus** 10-13 soraiban leírtak alapján szerkeszthető meg. Nyilvánvaló, hogy a P' halmazban nem lesznek láncszabályok, és ugyanakkor a P' tartalmazni fog minden olyan P halmazbeli szabályt, ami nem láncszabály. Az is nyilvánvaló, hogy ha a G nyelvtan 2-típusú, akkor a G' nyelvtan is 2-típusú lesz. ■

2.1 algoritmus:

Input: $G = (N, \Sigma, P, S)$ 2-típusú, láncszabályt tartalmazó nyelvtan.

Output: G' 2-típusú, láncszabálymentes nyelvtan.

2.1 algoritmus:

LÁNCSZABÁLY_MENTESÍTÉS (G)
for minden $A \in N$ **do**
  $i \leftarrow 0$
  $N_0 \leftarrow \{A\}$
  repeat
    $i \leftarrow i + 1$
    $N_i \leftarrow N_{i-1} \cup \{C \in N \mid \exists B \in N_{i-1}, B \longrightarrow C \in P\}$
  until $N_i = N_{i-1}$
  $N_A \leftarrow N_i$
$P' \leftarrow \emptyset$
for minden $A \in N$ **do**
  for minden $B \in N_A$ **do**
    if $B \longrightarrow \alpha \in P$ nem láncszabály **then**
      $P' \leftarrow P' \cup \{A \longrightarrow \alpha\}$
return G'

2.4 példa: Legyen $G = (N, \Sigma, P, S)$ 2-típusú nyelvtan, ahol $N = \{S, A, B, C\}$, $\Sigma = \{a, b\}$ és a P szabályhalmaz elemei:

$$
\begin{aligned}
P\colon\quad & S \longrightarrow A \mid ab \\
& A \longrightarrow B \mid bC \\
& B \longrightarrow bB \mid a \\
& C \longrightarrow bb
\end{aligned}
$$

Megadunk egy G' láncszabálymentes nyelvtant, amelyre $L(G') = L(G)$.

Első lépésben meghatározzuk az N_S, N_A, N_B és N_C halmazokat:

$$N_S = \{S, A, B\},\ N_A = \{A, B\},\ N_B = \{B\} \text{ és } N_C = \{C\}.$$

A **2.1 tétel** bizonyításában leírtakat alkalmazva a G' nyelvtan szabályai a következők lesznek:

$$
\begin{aligned}
P'\colon\quad & S \longrightarrow ab \mid bC \mid bB \mid a \\
& A \longrightarrow bC \mid bB \mid a \\
& B \longrightarrow bB \mid a \\
& C \longrightarrow bb.
\end{aligned}
$$

2.2 tétel: Minden véges nyelv 3-típusú.

Bizonyítás:

Legyen $L \subseteq \Sigma^*$ véges nyelv.

Ha $L = \emptyset$, akkor L generálható a $G = (\{S\}, \Sigma, \emptyset, S)$ nyelvtannal, mivel egyetlen terminális szó sem vezethető le az S-ből. Ez a G nyelvtan 3-típusú, mivel a P egyetlen nyelvtani szabályt sem tartalmaz.

Ha $L \neq \emptyset$, akkor $L = \{w_1, w_2, \dots, w_n\}$, ahol $n \geq 1$ és $w_i \in \Sigma^*$. Ekkor $L = \{w_1\} \cup \{w_2\} \cup \dots \cup \{w_n\}$ és mivel a 3-típusú nyelvek osztálya zárt az egyesítés műveletére nézve, elegendő igazolni, hogy a $\{w\}$ alakú nyelvek (ahol $w \in \Sigma^*$) generálhatók 3-típusú nyelvtannal.

- Ha $\{w\} = \lambda$, akkor a $\{w\}$ nyelv generálható a $G = (\{S\}, \Sigma, \{S \longrightarrow \lambda\}, S)$ 3-típusú nyelvtannal.
- Ha $\{w\} \neq \lambda$, akkor $w = a_1 a_2 \dots a_m$, ahol $m \geq 1$ és $a_j \in \Sigma$. Ekkor a $\{w\}$ nyelv generálható a $G = (N, \Sigma, P, S)$ 3-típusú nyelvtannal, ahol $N = \{A_1, A, \dots, A_{m-1}\}$ és a P szabályhalmaz elemei a következők: $S \longrightarrow a_1 A_1,\ A_1 \longrightarrow a_2 A_2,\ \dots,\ A_{m-1} \longrightarrow a_m$. ■

2.5 definíció: (normálalakú nyelvtan)

A $G = (N, \Sigma, P, S)$ nyelvtan **normálalakú**, ha a P szabályhalmazban minden szabály bal oldalán csak nemterminális szimbólumok szerepelnek.

2.3 tétel: Tetszőleges típusú nyelvtanhoz megadható vele ekvivalens megegyező típusú normálalakú nyelvtan.

Bizonyítás:

A 2- és 3- típusú nyelvtanok esetében minden szabály bal oldalán csak egy nemterminális szimbólum szerepel, ezért ezek a nyelvtanok eleve normálalakúak. A bizonyítást tehát csak a 0- és 1-típusú nyelvtanokra kell elvégezni.

Legyen $G = (N, \Sigma, P, S)$ nem normálalakú nyelvtan. Megadunk egy vele ekvivalens azonos típusú $G' = (N', \Sigma, P', S)$ normálalakú nyelvtant.

Legyen $\Sigma_1 = \{a_1, a_2, \dots, a_k\}$ azon terminális szimbólumok halmaza, melyek szerepelnek valamely P szabályhalmazbeli szabály bal oldalán. Legyen $N_1 = \{A_1, A_2, \dots, A_k\}$ új nemterminális szimbólumok halmaza.

A G' nyelvtant a következőképpen szerkesztjük meg: $N' = N \cup N_1$,

A P' szabályhalmaz megadásánál használjuk a köv. függvényt:

h: $N \cup \Sigma \longrightarrow N' \cup \Sigma \setminus \Sigma_1$, ahol $h(a_i) = A_i,\; a_i \in \Sigma_1,\; i = 1,2, \dots, k$

$$h(X) = X,\; X \in N \cup (\Sigma \setminus \Sigma_1)$$

$$P' = \{h(\alpha) \longrightarrow h(\beta) \mid \alpha \longrightarrow \beta \in P\} \cup \{A_i \longrightarrow a_i \mid i = 1,2, \dots, k\}$$

Ebben az esetben $\alpha \Longrightarrow_G^* \beta$ akkor és csakis akkor teljesül, ha $h(\alpha) \Longrightarrow_{G'}^* h(\beta)$.

Ebből pedig azonnal adódik a tétel állítása, hiszen $S \Longrightarrow_G^* w$ akkor és csakis akkor teljesül, ha $S = h(S) \Longrightarrow_{G'}^* h(w) = w$. ■

2.5 példa: Legyen $G = (N, \Sigma, P, S)$ nem normálalakú nyelvtan, ahol $N = \{S, A\}$, $\Sigma = \{a, b\}$ és a P szabályhalmaz elemei:

$$
\begin{aligned}
P\colon\quad S &\longrightarrow aAb \mid bAa \\
aAb &\longrightarrow aaAbb \mid ab \\
bAa &\longrightarrow bbAaa \mid ba
\end{aligned}
$$

Megadunk egy G' normálalakú nyelvtant, amelyre $L(G') = L(G)$.

Mivel a P halmazban a szabályok bal oldalán mindkét terminális szimbólum szerepel, ezért az N' halmazba két új nemterminálist (pl. C és D) kell felvennünk. A P' halmazba vegyük fel a $C \longrightarrow a$ és $D \longrightarrow b$ szabályokat, majd a P halmazban minden szabályban helyettesítsük az a-t C-vel, a b-t pedig D-vel, s az így kapott szabályokat vegyük fel a P' halmazba. A G' normálalakú nyelvtan tehát a következő lesz:

$N' = \{S, A, C, D\}$,

$$
\begin{aligned}
P'\colon\quad S &\longrightarrow CAD \mid DAC \\
CAD &\longrightarrow CCADD \mid CD \\
DAC &\longrightarrow DDACC \mid DC \\
C &\longrightarrow a \\
D &\longrightarrow b.
\end{aligned}
$$

2.6 definíció: (kiterjesztett nyelvtanok)

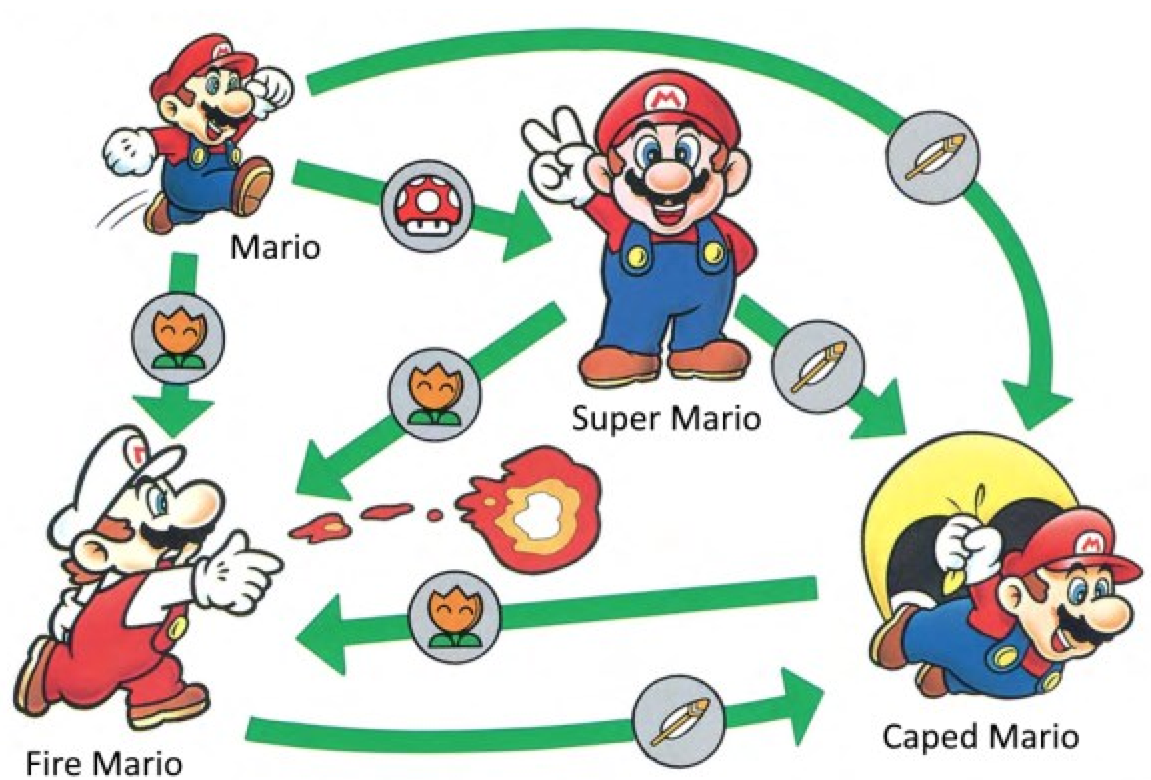
A $G = (N, \Sigma, P, S)$ generatív nyelvtan

- **1-típusú kiterjesztett nyelvtan**, ha a P szabályhalmazban minden szabály $\alpha \longrightarrow \beta$ alakú, ahol $\alpha \in (N \cup \Sigma)^+$ és α tartalmaz legalább egy nemterminális szimbólumot, $\beta \in (N \cup \Sigma)^*$ és $|\alpha| \leq |\beta|$, kivéve az $S \longrightarrow \lambda$ szabályt.
- **2-típusú kiterjesztett nyelvtan**, ha a P szabályhalmazban minden szabály $A \longrightarrow \alpha$ alakú, ahol $A \in N$ és $\alpha \in (N \cup \Sigma)^*$.
- **3-típusú kiterjesztett nyelvtan**, ha a P szabályhalmazban minden szabály $A \longrightarrow wB$ vagy $A \longrightarrow w$ alakú, ahol $A, B \in N$ és $w \in \Sigma^*$.

2.4 tétel: Tetszőleges i-típusú (ahol $0 \leq i \leq 3$) kiterjesztett nyelvtanhoz megadható vele ekvivalens i-típusú nyelvtan.

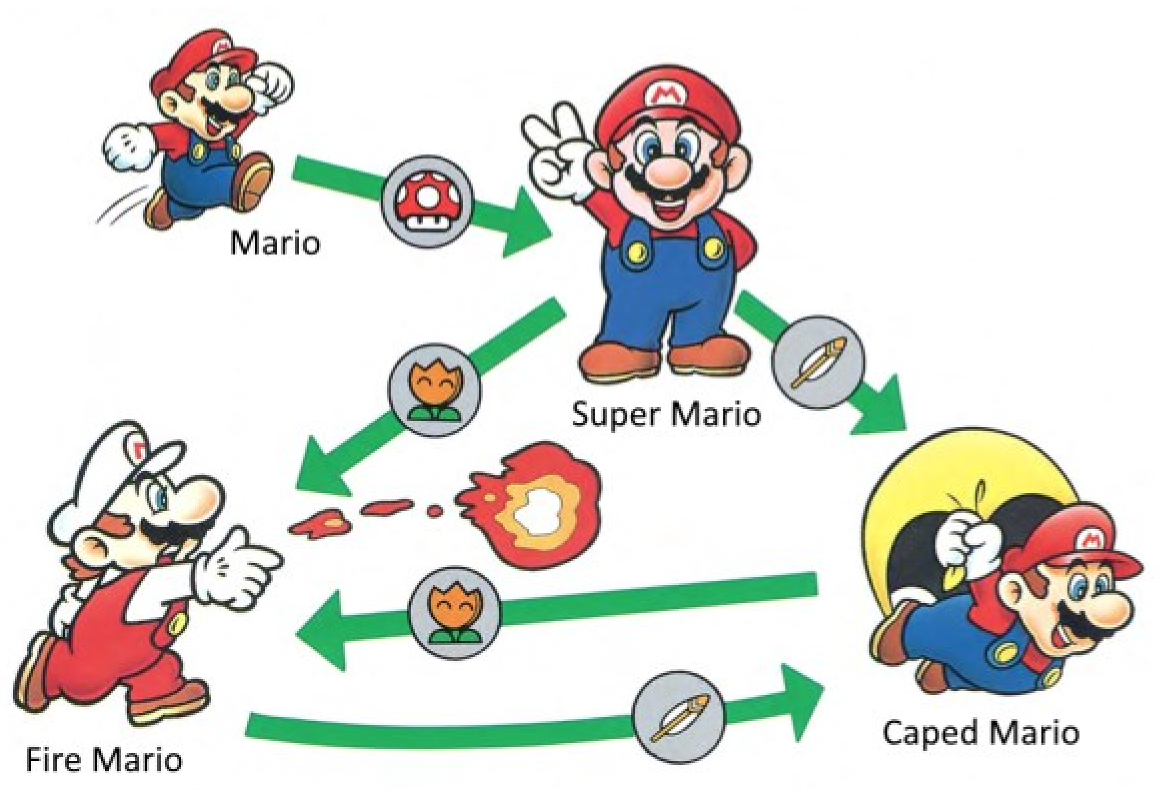
Véges automata

A **véges automata** egy olyan absztrakt gép, amely különböző állapotokban tartózkodhat, és az egyes állapotok közötti átmenet mindig valamilyen esemény hatására következik be.



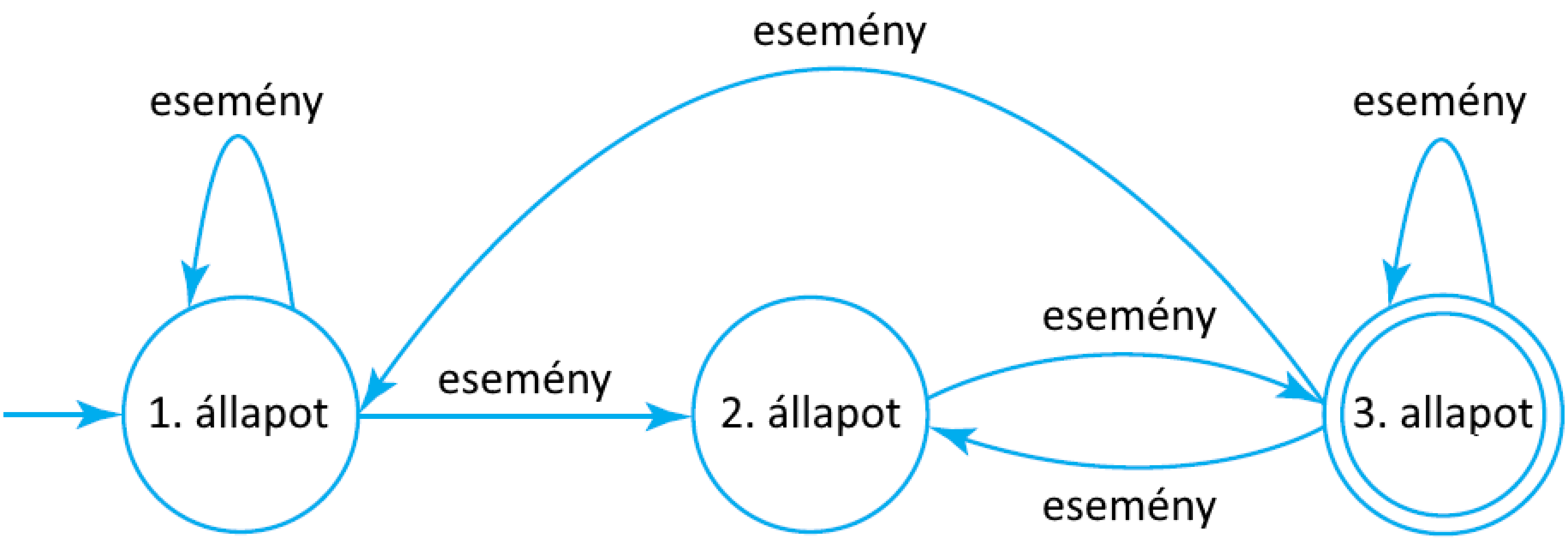
Véges automata

A **véges automata** egy olyan absztrakt gép, amely különböző állapotokban tartózkodhat, és az egyes állapotok közötti átmenet mindig valamilyen esemény hatására következik be.



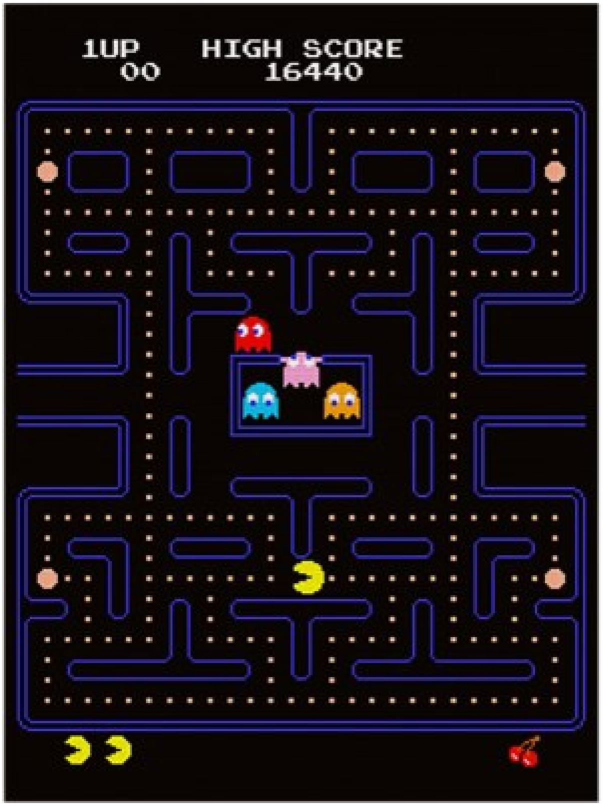
Véges automata

A **véges automata** egy olyan absztrakt gép, amely különböző állapotokban tartózkodhat, és az egyes állapotok közötti átmenet mindig valamilyen esemény hatására következik be.



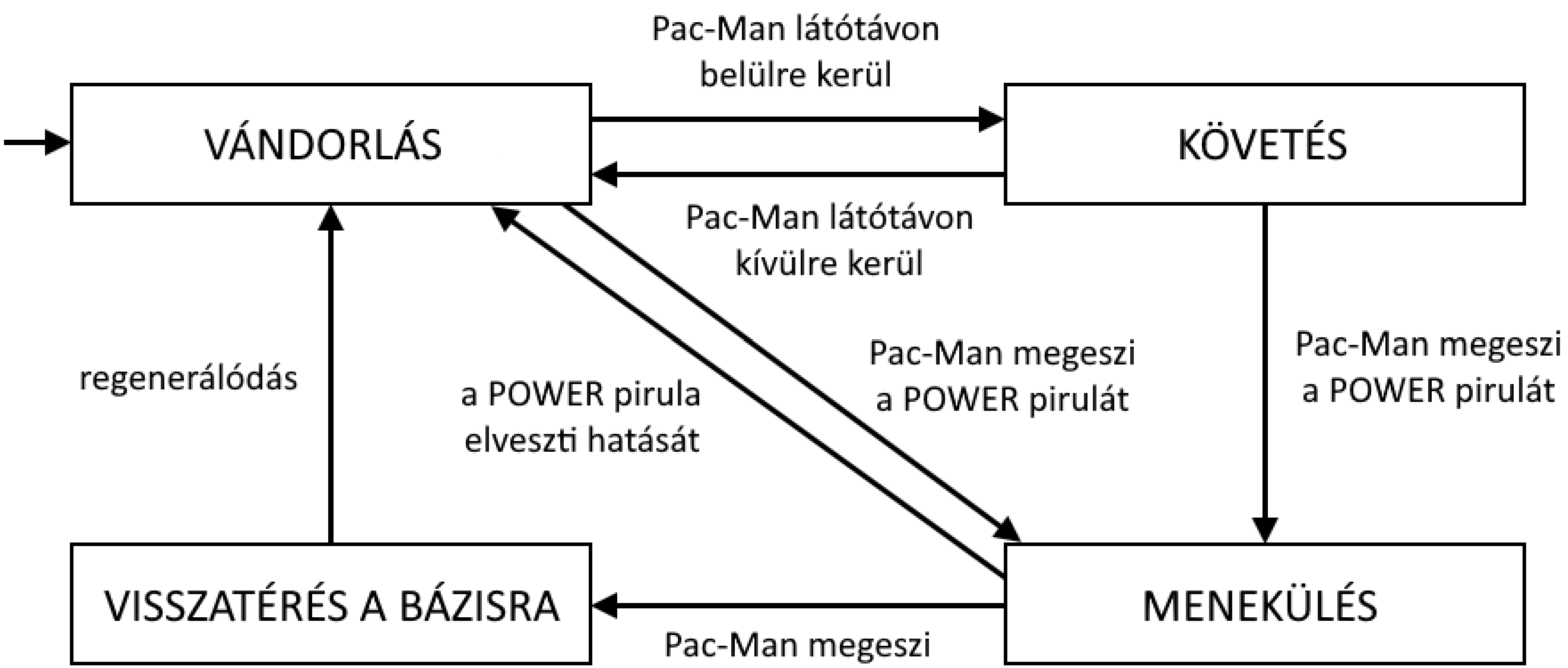
Véges automata

A **véges automata** egy olyan absztrakt gép, amely különböző állapotokban tartózkodhat, és az egyes állapotok közötti átmenet mindig valamilyen esemény hatására következik be.



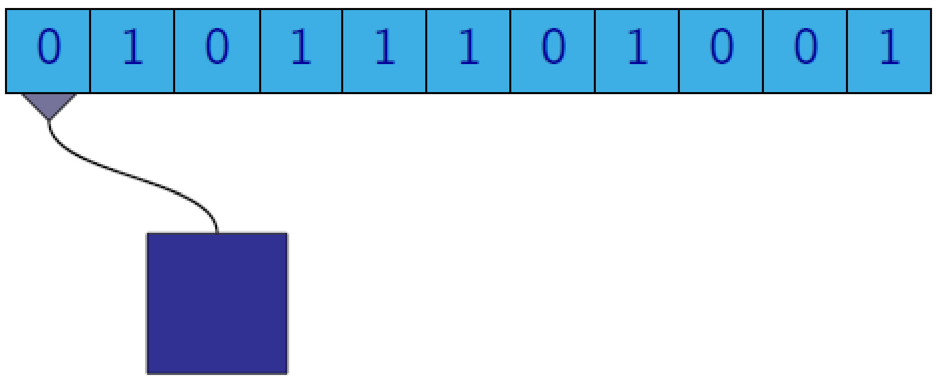
Véges automata

A **véges automata** egy olyan absztrakt gép, amely különböző állapotokban tartózkodhat, és az egyes állapotok közötti átmenet mindig valamilyen esemény hatására következik be.



Véges automata

A **véges automata** egy egyszerű modellel szemléltetve egy olyan absztrakt gép, amely áll egy 1) vezérlőegységből, 2) egy input szalagból és 3) egy olvasófejből.



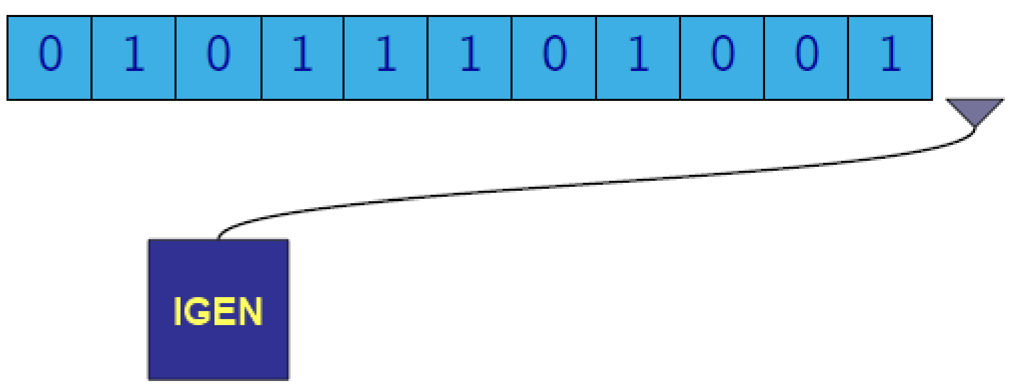
Kiindulási helyzetben a véges automata kezdőállapotban van, az olvasófej pedig az input szalagra felírt szó első szimbólumára mutat.

Véges automata

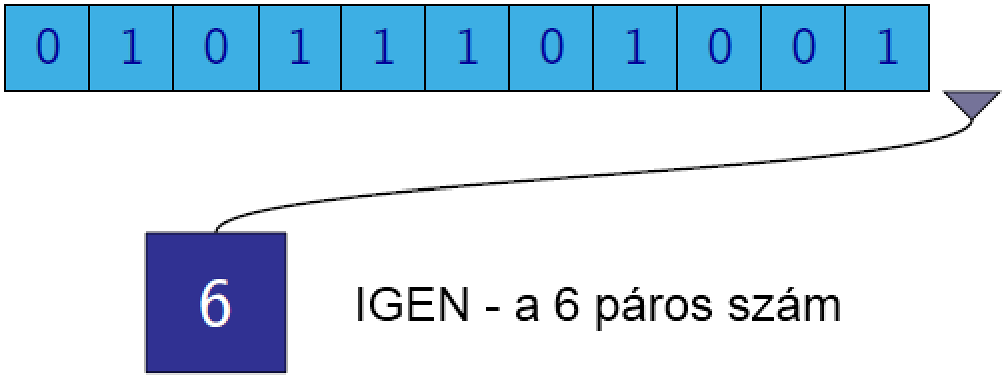
Feladat: Tekintsük a $\Sigma = \{0,1\}$ ábécé feletti szavakat.

Szerkesszünk egy olyan $\boldsymbol{L}$ nyelvet felismerő automatát, amely nyelvbe *páros számú 1-est tartalmazó szavak* tartoznak.

Az automata úgy működne, hogy végigolvas egy adott szót, majd eldönti, hogy ez a szó beletartozik-e az $\boldsymbol{L}$ nyelvbe vagy sem.



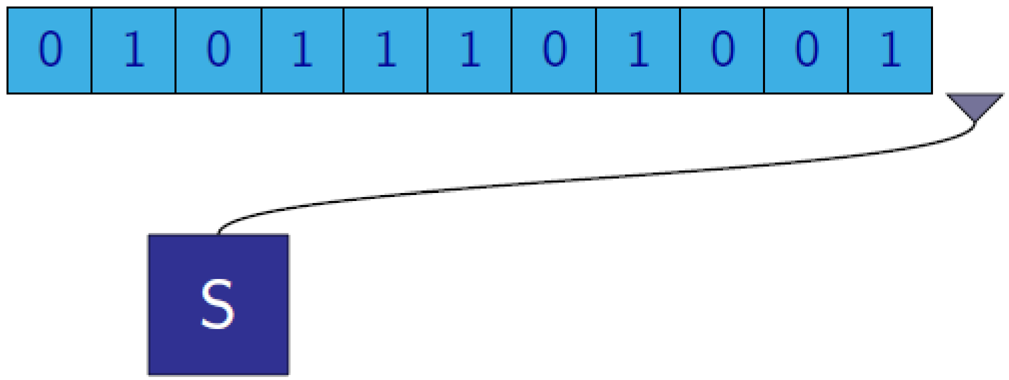
Első ötlet: Számoljuk meg az 1-eseket!



IGEN - a 6 páros szám

Selye János Egyetem
GIK, Informatika Tanszék

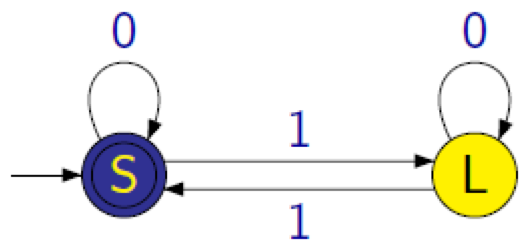
Második ötlet: Figyeljük, hogy a beolvasott 1-esek száma *páros* (**S**) vagy *páratlan* (**L**)!

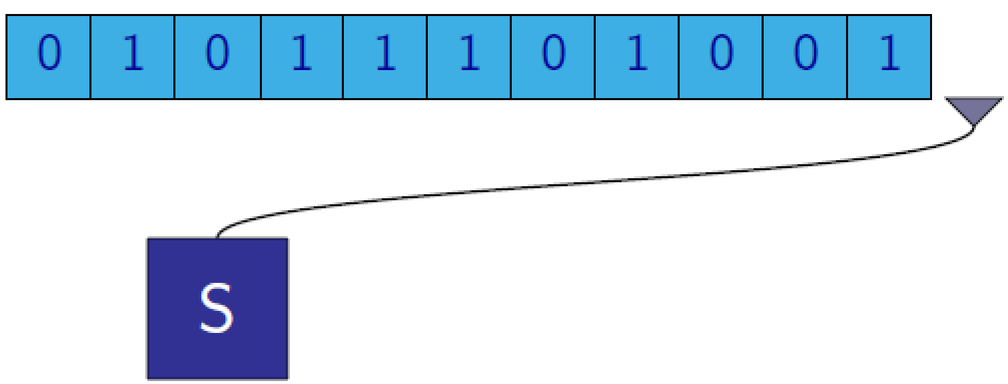


Mivel az automata **S** állapotban állt meg, ezért az input szót **elfogadja** (**felismeri**).

Selye János Egyetem
GIK, Informatika Tanszék

A megszerkesztett automata működése **állapotdiagram** (**átmenetgráf**) segítségével az alábbi módon ábrázolható:





2.7 definíció: (nemdeterminisztikus véges automata, NVA)

A **nemdeterminisztikus véges automata** egy $M = (Q, \Sigma, \delta, I, F)$ rendezett elemötös, ahol

Q – az automata **állapotainak halmaza**; nem üres véges halmaz

Σ – az **input ábécé**

δ – az **átmenetfüggvény**; $\delta : Q \times \Sigma \rightarrow \mathcal{P}(Q)$

I – a **kezdőállapotok halmaza**, $I \subseteq Q$

F – a **végállapotok halmaza**, $F \subseteq Q$

2.7 definíció: (nemdeterminisztikus véges automata, NVA)

A **nemdeterminisztikus véges automata** egy $M = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$ rendezett elemötös, ahol

Q – az automata **állapotainak halmaza**; nem üres véges halmaz

Σ – az **input ábécé**

δ – az **átmenetfüggvény**; $\delta : Q \times \Sigma \rightarrow \mathcal{P}(Q)$

q_0 – **kezdőállapot**, $q_0 \in Q$

F – a **végállapotok halmaza**, $F \subseteq Q$

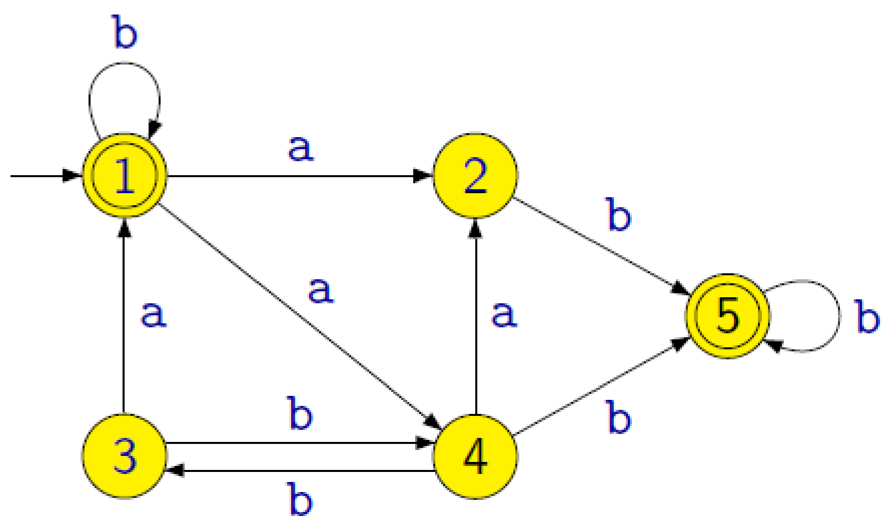
Megjegyzés:

Tetszőleges $q \in Q$ állapot és $a \in \Sigma$ input szimbólum esetén

$$\delta(q, a) = \{q_1, q_2, \dots, q_m\}, \text{ ahol } q_1, q_2, \dots, q_m \in Q.$$

Ilyenkor azt mondjuk, hogy a q állapotban lévő véges automata az inputról egy a szimbólumot olvas be, s annak hatására a $q_1, q_2, \dots, q_m$ állapotok valamelyikébe megy át.

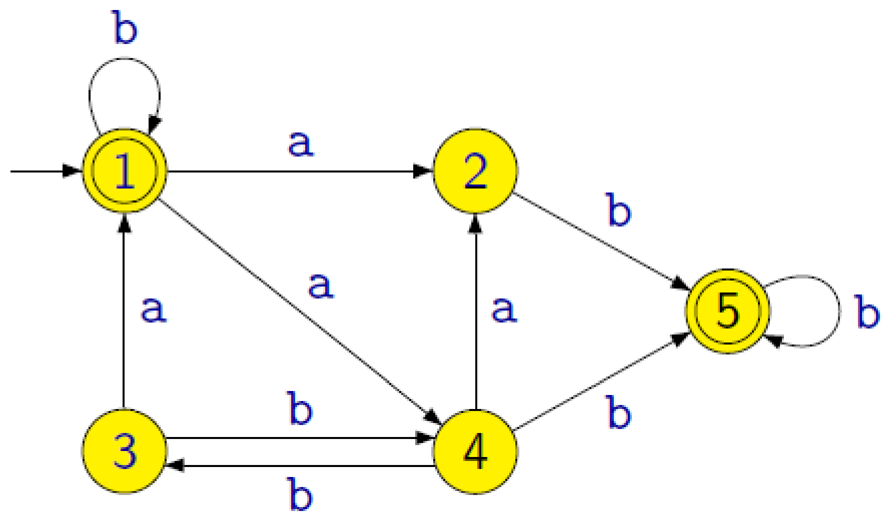
2.6 példa:



$$Q = \{1,2,3,4,5\}$$
$$\Sigma = \{a, b\}$$
$$q_0 = 1$$
$$F = \{1, 5\}$$

$$\delta(1,a) = \{2,4\} \qquad \delta(1,b) = \{1\}$$
$$\delta(2,a) = \emptyset \qquad \delta(2,b) = \{5\}$$
$$\delta(3,a) = \{1\} \qquad \delta(3,b) = \{4\}$$
$$\delta(4,a) = \{2\} \qquad \delta(4,b) = \{3,5\}$$
$$\delta(5,a) = \emptyset \qquad \delta(5,b) = \{5\}$$

2.6 példa:



δ	a	b
$\leftrightarrow 1$	$2, 4$	1
2	$\emptyset$	5
3	1	4
4	2	$3, 5$
$\leftarrow 5$	$\emptyset$	5

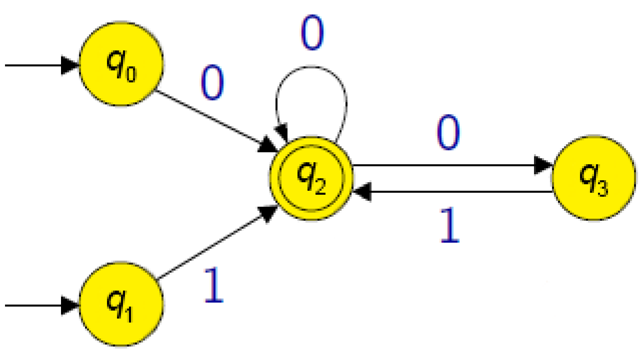
$$Q = \{1, 2, 3, 4, 5\}$$

$$\Sigma = \{\mathtt{a}, \mathtt{b}\}$$

$$q_0 = 1$$

$$F = \{1, 5\}$$

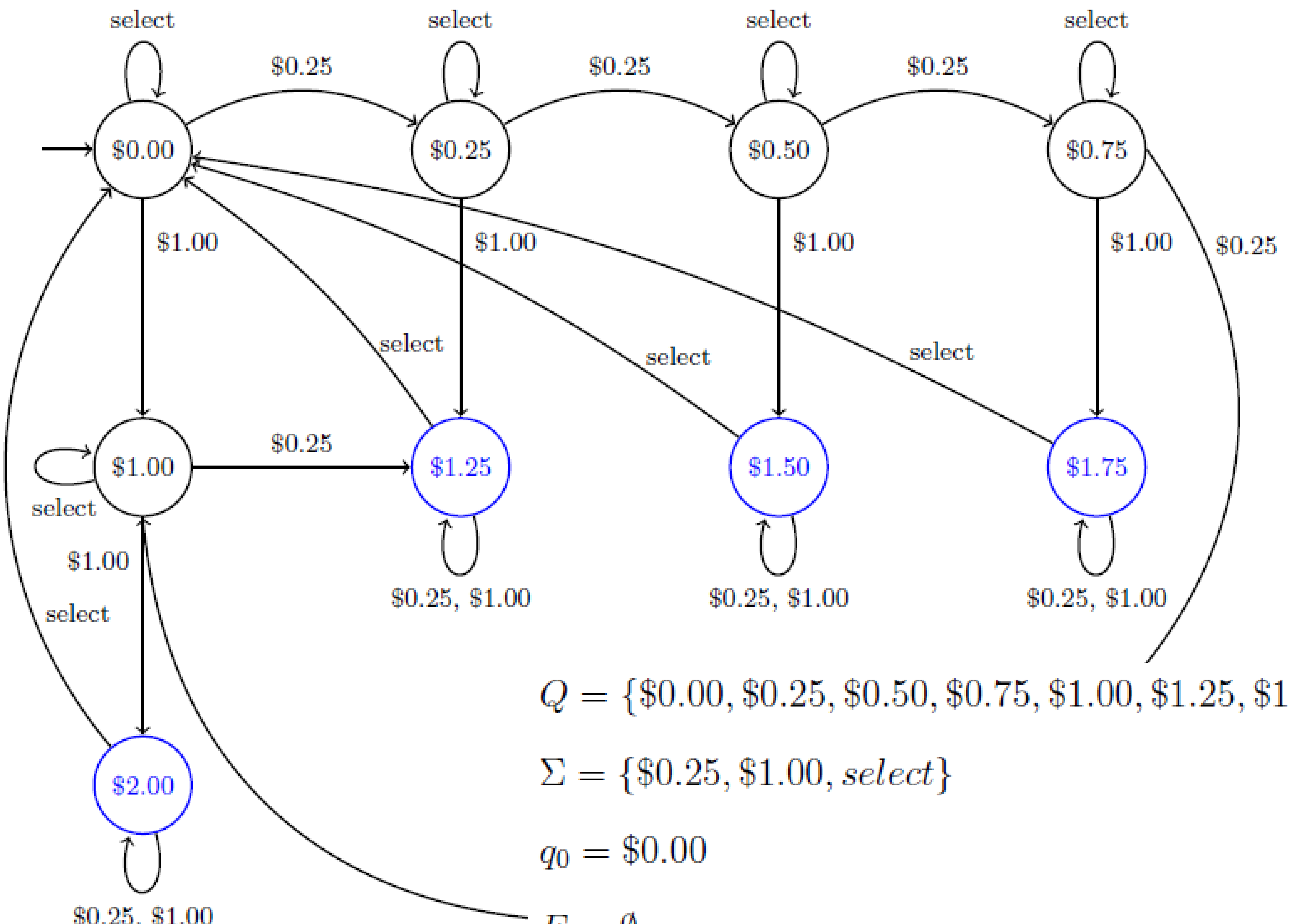
2.7 példa:



δ	0	1
$\rightarrow q_0$	q_2	$\emptyset$
$\rightarrow q_1$	$\emptyset$	q_2
$\leftarrow q_2$	q_2, q_3	$\emptyset$
q_3	$\emptyset$	q_2

Selye János Egyetem
GIK, Informatika Tanszék

2.8 példa:



$$Q = \{\$0.00, \$0.25, \$0.50, \$0.75, \$1.00, \$1.25, \$1.50, \$1.75, \$2.00\}$$

$$\Sigma = \{\$0.25, \$1.00, select\}$$

$$q_0 = \$0.00$$

$$F = \emptyset$$

2.8 definíció: (konfiguráció)

A $C = Q \times \Sigma^*$ halmaz egy elemét az M véges automata **konfiguráció**jának nevezzük. Egy $(q, a_1 a_2 \dots a_n) \in C$ konfiguráció jelentése az, hogy az M automata q állapotban van és a bemeneten az input szó még el nem olvasott $a_1 a_2 \dots a_n$ része szerepel.

2.9 példa: A (2, *babb*) elempár a **2.6 példá**ban szereplő véges automata egy konfigurációja.

Megjegyzés:

A (q, w) konfigurációt **kezdő konfiguráció**nak nevezzük, ha $q = q_0$.

A (q, w) konfiguráció **befejező konfiguráció**, ha $w = \lambda$.

A (q, λ) befejező konfiguráció **elfogadó konfiguráció**, ha $q \in F$.

2.9 definíció: (átmeneti reláció)

A konfigurációk halmazán értelmezett $\vdash_M \subseteq C \times C$ **átmeneti relációt** a következőképpen definiáljuk: tetszőleges Egy (q, w) és (q', w') konfigurációk esetén a $(q, w) \vdash_M (q', w')$ reláció akkor és csakis akkor áll fenn, ha $w = aw'$, és $q' \in \delta(q, a)$ valamilyen $a \in \Sigma$ input szimbólumra.

2.10 példa: A $(2, babb) \vdash (5, abb)$ átmenet a **2.6 példá**ban szereplő véges automata egy lehetséges átmenete.

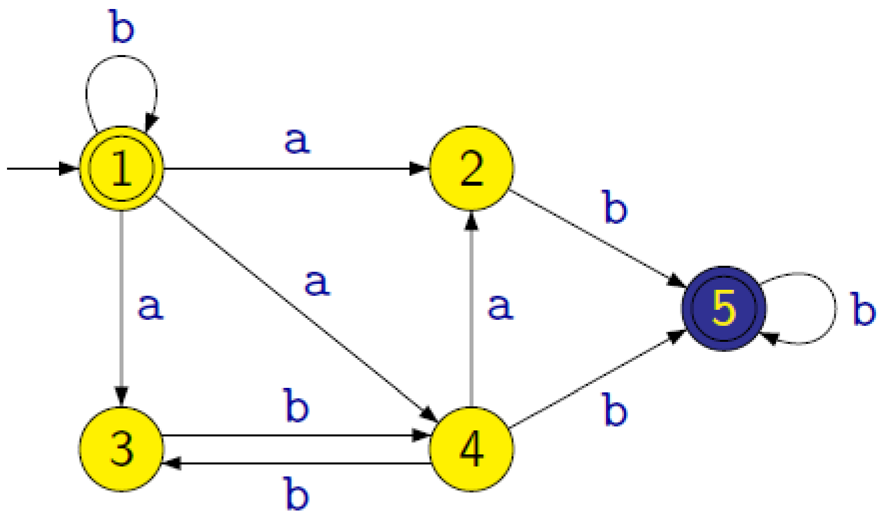
2.10 definíció: (számítás)

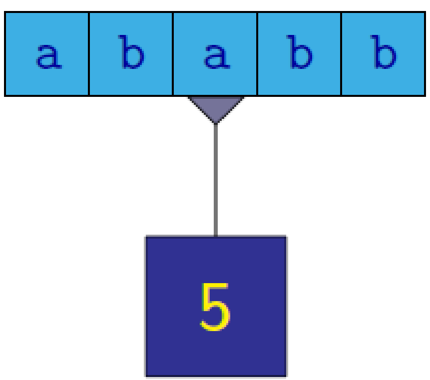
Az M véges automata **számítás**a alatt a $C_0, C_1, \ldots, C_k$ konfigurációk olyan sorozatát értjük, ahol C_0 kezdő konfiguráció, C_k befejező konfiguráció, és minden $i = 1, 2, \ldots, k$ számra érvényes, hogy $C_{i-1} \vdash_M C_i$.

Megjegyzés:

A számítás **produktív**, ha elfogadó konfigurációban ér véget.

2.11 példa:

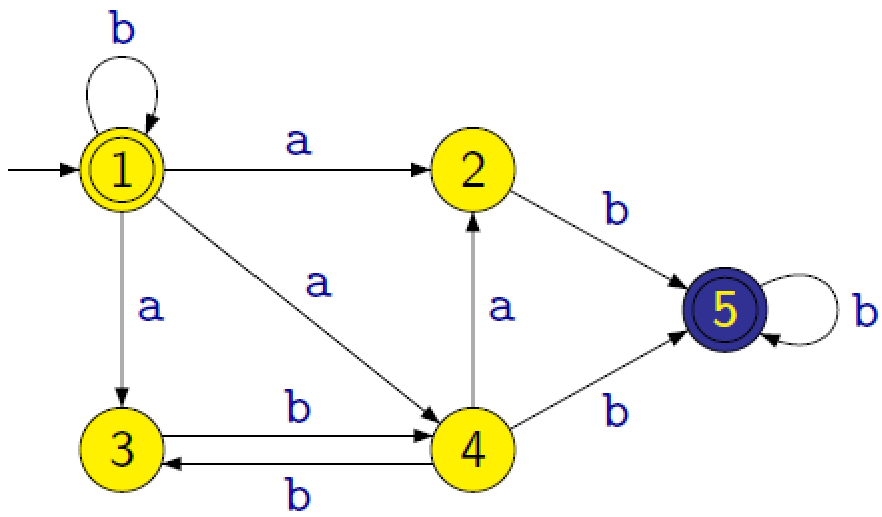


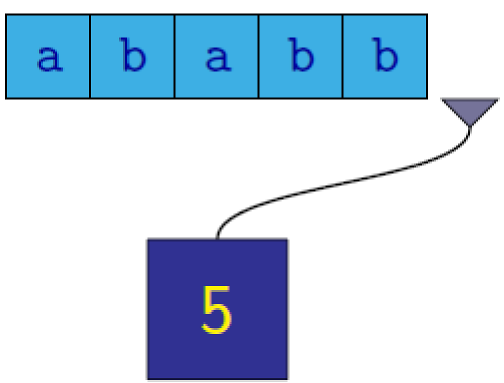


Az automata nem tudja végigolvasni az input szót

$(1, \mathbf{ababb}) \vdash (2, \mathbf{babb}) \vdash (5, \mathbf{abb})$

2.11 példa:





Az automata felismeri
az input szót

$$(1, \mathbf{ababb}) \vdash (3, \mathbf{babb}) \vdash (4, \mathbf{abb}) \vdash (2, \mathbf{bb}) \vdash (5, \mathbf{b}) \vdash (5, \lambda)$$

2.11 definíció: (a NVA által felismert szó)

Az M nemdeterminisztikus véges automata **felismeri** a w input szót, ha létezik legalább egy kezdő konfigurációból induló számítás, amely elfogadó konfigurációban ér véget.

2.12 definíció: (a NVA által felismert nyelv)

Az $M = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$ nemdeterminisztikus véges automata által **felismert nyelv**:

$$L(M) = \{w \in \Sigma^* \mid (q_0, w) \vdash_M^* (q, \lambda), q_0 \in I, q \in F\}$$

Megjegyzés:

Az M véges automata által felismert nyelvbe tehát az összes olyan szó beletartozik, melyeket elfogad (felismer). Egy automata számos szót elfogadhat, de mindig csak egy nyelvet ismerhet fel. Amennyiben az automata egyetlen szót sem fogad el, egy nyelvet még mindig felismer: az üres nyelvet (jelölése $\emptyset$).

2.12 példa: Legyen adott az $M = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$ NVA, ahol

$Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3\}$

$\Sigma = \{a, b\}$

$F = \{q_3\}$

δ: $\delta(q_0, a) = \{q_0, q_1\}$ $\delta(q_0, b) = \{q_0\}$

$\delta(q_1, a) = \emptyset$ $\delta(q_0, b) = \{q_2\}$

$\delta(q_2, a) = \{q_3\}$ $\delta(q_2, b) = \emptyset$

$\delta(q_3, a) = \{q_3\}$ $\delta(q_3, b) = \{q_3\}$

Igazolható, hogy

$$L(M) = \{w \in \Sigma^* \mid w = xabay, \ \ x, y \in \Sigma^*\}$$