# Síkgeometria

Botló Bence Balázs

Selye János Egyetem

January 26, 2024

### Thalész-tétel

## Thalész-tétel

- A Thalész-tétel és megfordítása: Egy háromszög akkor és csak akkor derékszögű, ha köré írható körének középpontja az egyik oldalának felezőpontja.

## Magasságtétel, befogótétel

## Magasságtétel, befogótétel

- Magasságtétel: Egy derékszögű háromszög magasságának hossza mértani közepe azon két szakasz hosszának, amelyekre a magasság az átfogót osztja.

## Magasságtétel, befogótétel

- Magasságtétel: Egy derékszögű háromszög magasságának hossza mértani közepe azon két szakasz hosszának, amelyekre a magasság az átfogót osztja.
- Befogótétel: Egy derékszögű háromszög befogójának hossza mértani közepe az átfogó és a befogó átfogóra eső merőleges vetülete hosszának.

## A háromszög néhány további területképlete

## A háromszög néhány további területképlete

Jelölje $a$, $b$, $c$ a háromszög oldalainak hosszát, $\alpha$, $\beta$, $\gamma$ a megfelelő belső szögeket, $m_a, m_b, m_c$, a magasságok hosszait, $s$ a kerület felét és $R$ a köré írható kör sugarát!

## A háromszög néhány további területképlete

Jelölje $a$, $b$, $c$ a háromszög oldalainak hosszát, $\alpha$, $\beta$, $\gamma$ a megfelelő belső szögeket, $m_a, m_b, m_c$, a magasságok hosszait, $s$ a kerület felét és $R$ a köré írható kör sugarát!

$t = \frac{a \cdot m_a}{2} = \frac{b \cdot m_b}{2} = \frac{c \cdot m_c}{2}$.

## A háromszög néhány további területképlete

Jelölje $a$, $b$, $c$ a háromszög oldalainak hosszát, $\alpha$, $\beta$, $\gamma$ a megfelelő belső szögeket, $m_a, m_b, m_c$, a magasságok hosszait, $s$ a kerület felét és $R$ a köré írható kör sugarát!

$$t = \frac{a \cdot m_a}{2} = \frac{b \cdot m_b}{2} = \frac{c \cdot m_c}{2}.$$

$$t = \frac{a \cdot b \cdot \sin\gamma}{2} = \frac{b \cdot c \cdot \sin\alpha}{2} = \frac{a \cdot c \cdot \sin\beta}{2}.$$

## A háromszög néhány további területképlete

Jelölje $a$, $b$, $c$ a háromszög oldalainak hosszát, $\alpha$, $\beta$, $\gamma$ a megfelelő belső szögeket, $m_a, m_b, m_c$, a magasságok hosszait, $s$ a kerület felét és $R$ a köré írható kör sugarát!

$$t = \frac{a \cdot m_a}{2} = \frac{b \cdot m_b}{2} = \frac{c \cdot m_c}{2}.$$

$$t = \frac{a \cdot b \cdot \sin\gamma}{2} = \frac{b \cdot c \cdot \sin\alpha}{2} = \frac{a \cdot c \cdot \sin\beta}{2}.$$

$$t = \frac{a^2 \cdot \sin\beta \cdot \sin\gamma}{2 \cdot \sin\alpha}.$$

## A háromszög néhány további területképlete

Jelölje $a$, $b$, $c$ a háromszög oldalainak hosszát, $\alpha$, $\beta$, $\gamma$ a megfelelő belső szögeket, $m_a, m_b, m_c$, a magasságok hosszait, $s$ a kerület felét és $R$ a köré írható kör sugarát!

$$t = \frac{a \cdot m_a}{2} = \frac{b \cdot m_b}{2} = \frac{c \cdot m_c}{2}.$$

$$t = \frac{a \cdot b \cdot \sin\gamma}{2} = \frac{b \cdot c \cdot \sin\alpha}{2} = \frac{a \cdot c \cdot \sin\beta}{2}.$$

$$t = \frac{a^2 \cdot \sin\beta \cdot \sin\gamma}{2 \cdot \sin\alpha}.$$

$$t = 2 \cdot R^2 \cdot \sin\alpha \cdot \sin\beta \cdot \sin\gamma.$$

## A háromszög néhány további területképlete

Jelölje $a$, $b$, $c$ a háromszög oldalainak hosszát, $\alpha$, $\beta$, $\gamma$ a megfelelő belső szögeket, $m_a, m_b, m_c$, a magasságok hosszait, $s$ a kerület felét és $R$ a köré írható kör sugarát!

$t = \frac{a \cdot m_a}{2} = \frac{b \cdot m_b}{2} = \frac{c \cdot m_c}{2}$.

$t = \frac{a \cdot b \cdot \sin\gamma}{2} = \frac{b \cdot c \cdot \sin\alpha}{2} = \frac{a \cdot c \cdot \sin\beta}{2}$.

$t = \frac{a^2 \cdot \sin\beta \cdot \sin\gamma}{2 \cdot \sin\alpha}$.

$t = 2 \cdot R^2 \cdot \sin\alpha \cdot \sin\beta \cdot \sin\gamma$.

$t = \frac{R^2}{2} \cdot (\sin 2\alpha + \sin 2\beta + \sin 2\gamma)$.

## A háromszög néhány további területképlete

Jelölje $a$, $b$, $c$ a háromszög oldalainak hosszát, $\alpha$, $\beta$, $\gamma$ a megfelelő belső szögeket, $m_a, m_b, m_c$, a magasságok hosszait, $s$ a kerület felét és $R$ a köré írható kör sugarát!

$t = \frac{a \cdot m_a}{2} = \frac{b \cdot m_b}{2} = \frac{c \cdot m_c}{2}$.

$t = \frac{a \cdot b \cdot \sin\gamma}{2} = \frac{b \cdot c \cdot \sin\alpha}{2} = \frac{a \cdot c \cdot \sin\beta}{2}$.

$t = \frac{a^2 \cdot \sin\beta \cdot \sin\gamma}{2 \cdot \sin\alpha}$.

$t = 2 \cdot R^2 \cdot \sin\alpha \cdot \sin\beta \cdot \sin\gamma$.

$t = \frac{R^2}{2} \cdot (\sin 2\alpha + \sin 2\beta + \sin 2\gamma)$.

$t = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$, Heron-képlet.

## Trapéz

## Trapéz

- A négyszög belső szögeinek összege $360^\circ$ .

## Trapéz

- A négyszög belső szögeinek összege $360^\circ$ .
- Ha egy négyszögnek van két párhuzamos oldala, akkor **trapéznak** nevezzük.

## Trapéz

- A négyszög belső szögeinek összege $360^\circ$ .
- Ha egy négyszögnek van két párhuzamos oldala, akkor **trapéznak** nevezzük.
- A trapéz párhuzamos oldalait **alapoknak**, a másik két oldalát **száraknak** nevezzük.

## Trapéz

- A négyszög belső szögeinek összege $360^\circ$ .
- Ha egy négyszögnek van két párhuzamos oldala, akkor **trapéznak** nevezzük.
- A trapéz párhuzamos oldalait **alapoknak**, a másik két oldalát **száraknak** nevezzük.
- A **trapéz magassága** az alapokat merőlegesen összekötő szakasz. (az alapok távolsága)

## Trapéz

- A négyszög belső szögeinek összege $360^\circ$ .
- Ha egy négyszögnek van két párhuzamos oldala, akkor **trapéznak** nevezzük.
- A trapéz párhuzamos oldalait **alapoknak**, a másik két oldalát **száraknak** nevezzük.
- A **trapéz magassága** az alapokat merőlegesen összekötő szakasz. (az alapok távolsága)
- A **trapéz középvonala** a szárak felezőpontjait összekötő szakasz.

## Trapéz

- A négyszög belső szögeinek összege $360^\circ$ .
- Ha egy négyszögnek van két párhuzamos oldala, akkor **trapéznak** nevezzük.
- A trapéz párhuzamos oldalait **alapoknak**, a másik két oldalát **száraknak** nevezzük.
- A **trapéz magassága** az alapokat merőlegesen összekötő szakasz. (az alapok távolsága)
- A **trapéz középvonala** a szárak felezőpontjait összekötő szakasz.
- A trapéz szárainak felezőpontjait összekötő középvonala párhuzamos az alapokkal, hossza pedig az alapok hosszainak számtani közepe.

## Trapéz

- A négyszög belső szögeinek összege $360^\circ$ .
- Ha egy négyszögnek van két párhuzamos oldala, akkor **trapéznak** nevezzük.
- A trapéz párhuzamos oldalait **alapoknak**, a másik két oldalát **száraknak** nevezzük.
- A **trapéz magassága** az alapokat merőlegesen összekötő szakasz. (az alapok távolsága)
- A **trapéz középvonala** a szárak felezőpontjait összekötő szakasz.
- A trapéz szárainak felezőpontjait összekötő középvonala párhuzamos az alapokkal, hossza pedig az alapok hosszainak számtani közepe.
- A trapézban az egy száron fekvő szögek összege 180 fok. (társszögek)

## Trapéz

- A négyszög belső szögeinek összege $360^\circ$ .
- Ha egy négyszögnek van két párhuzamos oldala, akkor **trapéznak** nevezzük.
- A trapéz párhuzamos oldalait **alapoknak**, a másik két oldalát **száraknak** nevezzük.
- A **trapéz magassága** az alapokat merőlegesen összekötő szakasz. (az alapok távolsága)
- A **trapéz középvonala** a szárak felezőpontjait összekötő szakasz.
- A trapéz szárainak felezőpontjait összekötő középvonala párhuzamos az alapokkal, hossza pedig az alapok hosszainak számtani közepe.
- A trapézban az egy száron fekvő szögek összege 180 fok. (társszögek)
- A **trapéz derékszögű**, ha van derékszöge.

## Trapéz 2

## Trapéz 2

- A **trapéz egyenlő szárú**, ha szárai egyenlő hosszúak.

## Trapéz 2

- A **trapéz egyenlő szárú**, ha szárai egyenlő hosszúak.
- Ha egy trapéz tengelyesen szimmetrikus, akkor **szimmetrikus trapéznak** nevezzük

## Trapéz 2

- A **trapéz egyenlő szárú**, ha szárai egyenlő hosszúak.
- Ha egy trapéz tengelyesen szimmetrikus, akkor **szimmetrikus trapéznak** nevezzük
- A szimmetrikus trapéz alapon fekvő szögei egyenlők.

## Trapéz 2

- A **trapéz egyenlő szárú**, ha szárai egyenlő hosszúak.
- Ha egy trapéz tengelyesen szimmetrikus, akkor **szimmetrikus trapéznak** nevezzük
- A szimmetrikus trapéz alapon fekvő szögei egyenlők.
- Minden szimmetrikus trapéz egyenlő szárú, de nem minden egyenlő szárú trapéz szimmetrikus.

## Trapéz 2

- A **trapéz egyenlő szárú**, ha szárai egyenlő hosszúak.
- Ha egy trapéz tengelyesen szimmetrikus, akkor **szimmetrikus trapéznak** nevezzük
- A szimmetrikus trapéz alapon fekvő szögei egyenlők.
- Minden szimmetrikus trapéz egyenlő szárú, de nem minden egyenlő szárú trapéz szimmetrikus.
- A szimmetrikus trapézok köré kör írható (húrtrapéz).

## Trapéz 2

- A **trapéz egyenlő szárú**, ha szárai egyenlő hosszúak.
- Ha egy trapéz tengelyesen szimmetrikus, akkor **szimmetrikus trapéznak** nevezzük
- A szimmetrikus trapéz alapon fekvő szögei egyenlők.
- Minden szimmetrikus trapéz egyenlő szárú, de nem minden egyenlő szárú trapéz szimmetrikus.
- A szimmetrikus trapézok köré kör írható (húrtrapéz).
- A szimmetrikus trapéz szimmetria-tengelye felezi az alapokat és merőleges azokra.

## Trapéz 2

- A **trapéz egyenlő szárú**, ha szárai egyenlő hosszúak.
- Ha egy trapéz tengelyesen szimmetrikus, akkor **szimmetrikus trapéznak** nevezzük
- A szimmetrikus trapéz alapon fekvő szögei egyenlők.
- Minden szimmetrikus trapéz egyenlő szárú, de nem minden egyenlő szárú trapéz szimmetrikus.
- A szimmetrikus trapézok köré kör írható (húrtrapéz).
- A szimmetrikus trapéz szimmetria-tengelye felezi az alapokat és merőleges azokra.
- A trapéz területét megkapjuk, ha az alapok hosszainak számtani közepét megszorozzuk a trapéz magasságának hosszával.

## Paralelogramma

## Paralelogramma

- Ha egy négyszög szemközti oldalai párhuzamosak, akkor **paralelogrammának** nevezzük.

## Paralelogramma

- Ha egy négyszög szemközti oldalai párhuzamosak, akkor **paralelogrammának** nevezzük.
- Egy négyszög akkor és csak akkor paralelogramma, ha

## Paralelogramma

- Ha egy négyszög szemközti oldalai párhuzamosak, akkor **paralelogrammának** nevezzük.
- Egy négyszög akkor és csak akkor paralelogramma, ha
    - szemközti szögei egyenlők;

## Paralelogramma

- Ha egy négyszög szemközti oldalai párhuzamosak, akkor **paralelogrammának** nevezzük.
- Egy négyszög akkor és csak akkor paralelogramma, ha
  - szemközti szögei egyenlők;
  - az egy oldalon fekvő szögeinek összege 180°;

## Paralelogramma

- Ha egy négyszög szemközti oldalai párhuzamosak, akkor **paralelogrammának** nevezzük.
- Egy négyszög akkor és csak akkor paralelogramma, ha
  - szemközti szögei egyenlők;
  - az egy oldalon fekvő szögeinek összege $180^\circ$;
  - szemközti oldalai egyenlők;

## Paralelogramma

- Ha egy négyszög szemközti oldalai párhuzamosak, akkor **paralelogrammának** nevezzük.
- Egy négyszög akkor és csak akkor paralelogramma, ha
  - szemközti szögei egyenlők;
  - az egy oldalon fekvő szögeinek összege $180^\circ$;
  - szemközti oldalai egyenlők;
  - ha van két szemközti oldala, amelyek egyenlők és párhuzamosak;

## Paralelogramma

- Ha egy négyszög szemközti oldalai párhuzamosak, akkor **paralelogrammának** nevezzük.
- Egy négyszög akkor és csak akkor paralelogramma, ha
    - szemközti szögei egyenlők;
    - az egy oldalon fekvő szögeinek összege $180^\circ$;
    - szemközti oldalai egyenlők;
    - ha van két szemközti oldala, amelyek egyenlők és párhuzamosak;
    - középpontosan szimmetrikus;

## Paralelogramma

- Ha egy négyszög szemközti oldalai párhuzamosak, akkor **paralelogrammának** nevezzük.
- Egy négyszög akkor és csak akkor paralelogramma, ha
    - szemközti szögei egyenlők;
    - az egy oldalon fekvő szögeinek összege $180^\circ$;
    - szemközti oldalai egyenlők;
    - ha van két szemközti oldala, amelyek egyenlők és párhuzamosak;
    - középpontosan szimmetrikus;
    - átlói felezik egymást.

## Paralelogramma 2

## Paralelogramma 2

- A paralelogramma két szemközti oldalának felezési pontjait összekötő szakaszt a **paralelogramma** középvonalának nevezzük.

## Paralelogramma 2

- A paralelogramma két szemközti oldalának felezési pontjait összekötő szakaszt a **paralelogramma** középvonalának nevezzük.
- A paralelogramma két szemközti oldalának felezési pontjait összekötő középvonala párhuzamos a másik két oldallal és velük egyenlő hosszú.

## Paralelogramma 2

- A paralelogramma két szemközti oldalának felezési pontjait összekötő szakaszt a **paralelogramma** középvonalának nevezzük.
- A paralelogramma két szemközti oldalának felezési pontjait összekötő középvonala párhuzamos a másik két oldallal és velük egyenlő hosszú.
- A paralelogramma adott oldalához tartozó **magassága** a szemközti oldal egy pontjából az adott oldal egyenesére bocsátott merőleges szakasz.

## Paralelogramma 2

- A paralelogramma két szemközti oldalának felezési pontjait összekötő szakaszt a **paralelogramma** középvonalának nevezzük.
- A paralelogramma két szemközti oldalának felezési pontjait összekötő középvonala párhuzamos a másik két oldallal és velük egyenlő hosszú.
- A paralelogramma adott oldalához tartozó **magassága** a szemközti oldal egy pontjából az adott oldal egyenesére bocsátott merőleges szakasz.
- A paralelogramma területét megkapjuk, ha egyik oldalának hosszát megszorozzuk a hozzá tartozó magasság hosszával.

## Deltoid

## Deltoid

- Ha egy négyszög valamelyik átlójára tengelyesen szimmetrikus, akkor **deltoidnak** nevezzük.

## Deltoid

- Ha egy négyszög valamelyik átlójára tengelyesen szimmetrikus, akkor **deltoidnak** nevezzük.
- A deltoid átlói merőlegesek egymásra.

## Deltoid

- Ha egy négyszög valamelyik átlójára tengelyesen szimmetrikus, akkor **deltoidnak** nevezzük.
- A deltoid átlói merőlegesek egymásra.
- A deltoid szimmetriaátlója felezi a másik átlót.

## Deltoid

- Ha egy négyszög valamelyik átlójára tengelyesen szimmetrikus, akkor **deltoidnak** nevezzük.
- A deltoid átlói merőlegesek egymásra.
- A deltoid szimmetriaátlója felezi a másik átlót.
- A deltoidnak két-két szomszédos oldala egyenlő hosszú.

## Deltoid

- Ha egy négyszög valamelyik átlójára tengelyesen szimmetrikus, akkor **deltoidnak** nevezzük.
- A deltoid átlói merőlegesek egymásra.
- A deltoid szimmetriaátlója felezi a másik átlót.
- A deltoidnak két-két szomszédos oldala egyenlő hosszú.
- A deltoid szimmetriaátlóval szemközti szögei egyenlők.

## Deltoid

- Ha egy négyszög valamelyik átlójára tengelyesen szimmetrikus, akkor **deltoidnak** nevezzük.
- A deltoid átlói merőlegesek egymásra.
- A deltoid szimmetriaátlója felezi a másik átlót.
- A deltoidnak két-két szomszédos oldala egyenlő hosszú.
- A deltoid szimmetriaátlóval szemközti szögei egyenlők.
- Van konkáv deltoid is.

## Deltoid

- Ha egy négyszög valamelyik átlójára tengelyesen szimmetrikus, akkor **deltoidnak** nevezzük.
- A deltoid átlói merőlegesek egymásra.
- A deltoid szimmetriaátlója felezi a másik átlót.
- A deltoidnak két-két szomszédos oldala egyenlő hosszú.
- A deltoid szimmetriaátlóval szemközti szögei egyenlők.
- Van konkáv deltoid is.
- A deltoid területe egyenlő az átlók hosszai szorzatának felével.

## Rombusz

## Rombusz

- Ha egy négyszög oldalai egyenlő hosszúak, akkor **rombusznak** nevezzük.

## Rombusz

- Ha egy négyszög oldalai egyenlő hosszúak, akkor **rombusznak** nevezzük.
- Minden rombusz paralelogramma is (tehát rendelkezik a paralelogramma összes tulajdonságával).

## Rombusz

- Ha egy négyszög oldalai egyenlő hosszúak, akkor **rombusznak** nevezzük.
- Minden rombusz paralelogramma is (tehát rendelkezik a paralelogramma összes tulajdonságával).
- Minden rombusz deltoid is (tehát rendelkezik a deltoid összes tulajdonságával).

# Téglalap

## Téglalap

- Ha egy négyszög szögei egyenlők, akkor **téglalapnak** nevezzük.

## Téglalap

- Ha egy négyszög szögei egyenlők, akkor **téglalapnak** nevezzük.
- A téglalap szögei 90 fokosak

## Téglalap

- Ha egy négyszög szögei egyenlők, akkor **téglalapnak** nevezzük.
- A téglalap szögei 90 fokosak
- A téglalap

## Téglalap

- Ha egy négyszög szögei egyenlők, akkor **téglalapnak** nevezzük.
- A téglalap szögei 90 fokosak
- A téglalap
  - szemközti oldalai egyenlők és párhuzamosak egymással;

## Téglalap

- Ha egy négyszög szögei egyenlők, akkor **téglalapnak** nevezzük.
- A téglalap szögei 90 fokosak
- A téglalap
  - szemközti oldalai egyenlők és párhuzamosak egymással;
  - átlói felezik egymást;

## Téglalap

- Ha egy négyszög szögei egyenlők, akkor **téglalapnak** nevezzük.
- A téglalap szögei 90 fokosak
- A téglalap
  - szemközti oldalai egyenlők és párhuzamosak egymással;
  - átlói felezik egymást;
  - középpontosan szimmetrikus az átlók felezéspontjára nézve;

## Téglalap

- Ha egy négyszög szögei egyenlők, akkor **téglalapnak** nevezzük.
- A téglalap szögei 90 fokosak
- A téglalap
  - szemközti oldalai egyenlők és párhuzamosak egymással;
  - átlói felezik egymást;
  - középpontosan szimmetrikus az átlók felezéspontjára nézve;
  - tengelyesen szimmetrikus a szemközti oldalfelező pontokon átmenő egyenesekre.

## Téglalap

- Ha egy négyszög szögei egyenlők, akkor **téglalapnak** nevezzük.
- A téglalap szögei 90 fokosak
- A téglalap
  - szemközti oldalai egyenlők és párhuzamosak egymással;
  - átlói felezik egymást;
  - középpontosan szimmetrikus az átlók felezéspontjára nézve;
  - tengelyesen szimmetrikus a szemközti oldalfelező pontokon átmenő egyenesekre.
- A téglalap területe egyenlő az egy csúcsában összefutó oldalak hosszainak szorzatával.

## Téglalap

- Ha egy négyszög szögei egyenlők, akkor **téglalapnak** nevezzük.
- A téglalap szögei 90 fokosak
- A téglalap
  - szemközti oldalai egyenlők és párhuzamosak egymással;
  - átlói felezik egymást;
  - középpontosan szimmetrikus az átlók felezéspontjára nézve;
  - tengelyesen szimmetrikus a szemközti oldalfelező pontokon átmenő egyenesekre.
- A téglalap területe egyenlő az egy csúcsában összefutó oldalak hosszainak szorzatával.
- Minden téglalap húrtrapéz, derékszögű trapéz, paralelogramma is.

## Négyzet

## Négyzet

- Ha egy négyszög minden oldala egyenlő hosszú és minden szöge egyenlő, akkor **négyzetnek** nevezzük.

## Négyzet

- Ha egy négyszög minden oldala egyenlő hosszú és minden szöge egyenlő, akkor **négyzetnek** nevezzük.
- A négyzet területe egyenlő oldalhosszának négyzetével.

## Négyzet

- Ha egy négyszög minden oldala egyenlő hosszú és minden szöge egyenlő, akkor **négyzetnek** nevezzük.
- A négyzet területe egyenlő oldalhosszának négyzetével.
- Egy négyszög két középvonala felezve metszi egymást.

## Négyzet

- Ha egy négyszög minden oldala egyenlő hosszú és minden szöge egyenlő, akkor **négyzetnek** nevezzük.
- A négyzet területe egyenlő oldalhosszának négyzetével.
- Egy négyszög két középvonala felezve metszi egymást.

## Érintőnégyszögek

## Négyzet

- Ha egy négyszög minden oldala egyenlő hosszú és minden szöge egyenlő, akkor **négyzetnek** nevezzük.
- A négyzet területe egyenlő oldalhosszának négyzetével.
- Egy négyszög két középvonala felezve metszi egymást.

## Érintőnégyszögek

- Azokat a négyszögeket, amelyeknek van beírt körük, **érintőnégyszögeknek** nevezzük.

## Négyzet

- Ha egy négyszög minden oldala egyenlő hosszú és minden szöge egyenlő, akkor **négyzetnek** nevezzük.
- A négyzet területe egyenlő oldalhosszának négyzetével.
- Egy négyszög két középvonala felezve metszi egymást.

## Érintőnégyszögek

- Azokat a négyszögeket, amelyeknek van beírt körük, **érintőnégyszögeknek** nevezzük.
- Egy konvex négyszög akkor és csak akkor érintőnégyszög, ha a szemközti oldalak hosszainak összege egyenlő.

## Négyzet

- Ha egy négyszög minden oldala egyenlő hosszú és minden szöge egyenlő, akkor **négyzetnek** nevezzük.
- A négyzet területe egyenlő oldalhosszának négyzetével.
- Egy négyszög két középvonala felezve metszi egymást.

## Érintőnégyszögek

- Azokat a négyszögeket, amelyeknek van beírt körük, **érintőnégyszögeknek** nevezzük.
- Egy konvex négyszög akkor és csak akkor érintőnégyszög, ha a szemközti oldalak hosszainak összege egyenlő.
- Az érintőnégyszög területét úgy is megkaphatjuk, ha beírt körének sugarát megszorozzuk a kerület felével.

## Húrnégyszögek

## Húrnégyszögek

- Azokat a négyszögeket, amelyeknek van körülírt körük, **húrnégyszögeknek** nevezzük.

## Húrnégyszögek

- Azokat a négyszögeket, amelyeknek van körülírt körük, **húrnégyszögeknek** nevezzük.
- Egy négyszög akkor és csak akkor húrnégyszög, ha szemközti szögeinek összege $180^\circ$.

## Húrnégyszögek

- Azokat a négyszögeket, amelyeknek van körülírt körük, **húrnégyszögeknek** nevezzük.
- Egy négyszög akkor és csak akkor húrnégyszög, ha szemközti szögeinek összege 180°.
- Ptolemaiosz-tétel: A húrnégyszög átlóinak szorzata egyenlő a szemközti oldalpárok szorzatának összegével.

## Sokszögek

## Sokszögek

- Egy **sokszög konvex**, ha minden szöge konvex, egy **sokszög konkáv**, ha van konkáv szöge.

## Sokszögek

- Egy **sokszög konvex**, ha minden szöge konvex, egy **sokszög konkáv**, ha van konkáv szöge.
- Az n-oldalú konvex sokszög átlóinak száma: $\frac{n(n-3)}{2}$.

## Sokszögek

- Egy **sokszög konvex**, ha minden szöge konvex, egy **sokszög konkáv**, ha van konkáv szöge.
- Az n-oldalú konvex sokszög átlóinak száma: $\frac{n(n-3)}{2}$.
- Az n-oldalú sokszög belső szögeinek összege: $(n-2) \cdot 180^\circ$

## Sokszögek

- Egy **sokszög konvex**, ha minden szöge konvex, egy **sokszög konkáv**, ha van konkáv szöge.
- Az n-oldalú konvex sokszög átlóinak száma: $\frac{n(n-3)}{2}$.
- Az n-oldalú sokszög belső szögeinek összege: $(n-2) \cdot 180^\circ$
- Egy sokszög szabályos, ha minden oldala egyenlő hosszú, és minden szöge egyenlő nagyságú.

# Kör és részei, körív hossza, körcikk területe

## Kör és részei, körív hossza, körcikk területe

- A **kör** azon pontok halmaza a síkon, amelyek a sík egy adott O pontjától adott $r$ távolságra vannak.

## Kör és részei, körív hossza, körcikk területe

- A **kör** azon pontok halmaza a síkon, amelyek a sík egy adott $O$ pontjától adott $r$ távolságra vannak.
- A kör két különböző pontját összekötő szakaszt **húrnak**, a húrt tartalmazó egyenest **szelőnek** nevezzük.

## Kör és részei, körív hossza, körcikk területe

- A **kör** azon pontok halmaza a síkon, amelyek a sík egy adott O pontjától adott $r$ távolságra vannak.
- A kör két különböző pontját összekötő szakaszt **húrnak**, a húrt tartalmazó egyenest **szelőnek** nevezzük.
- A kör középpontján átmenő húrt **átmérőnek** nevezzük.

## Kör és részei, körív hossza, körcikk területe

- A **kör** azon pontok halmaza a síkon, amelyek a sík egy adott O pontjától adott $r$ távolságra vannak.
- A kör két különböző pontját összekötő szakaszt **húrnak**, a húrt tartalmazó egyenest **szelőnek** nevezzük.
- A kör középpontján átmenő húrt **átmérőnek** nevezzük.
- A kört két különböző pontja két **körívre** osztja fel.

## Kör és részei, körív hossza, körcikk területe

- A **kör** azon pontok halmaza a síkon, amelyek a sík egy adott O pontjától adott $r$ távolságra vannak.
- A kör két különböző pontját összekötő szakaszt **húrnak**, a húrt tartalmazó egyenest **szelőnek** nevezzük.
- A kör középpontján átmenő húrt **átmérőnek** nevezzük.
- A kört két különböző pontja két **körívre** osztja fel.
- A körlap azon részét, amelyet a kör egy íve és az ív végpontjaiba húzott sugarak határolnak, **körcikknek** nevezzük.

## Kör és részei, körív hossza, körcikk területe

- A **kör** azon pontok halmaza a síkon, amelyek a sík egy adott O pontjától adott $r$ távolságra vannak.
- A kör két különböző pontját összekötő szakaszt **húrnak**, a húrt tartalmazó egyenest **szelőnek** nevezzük.
- A kör középpontján átmenő húrt **átmérőnek** nevezzük.
- A kört két különböző pontja két **körívre** osztja fel.
- A körlap azon részét, amelyet a kör egy íve és az ív végpontjaiba húzott sugarak határolnak, **körcikknek** nevezzük.
- A körlap azon részét, amelyet a kör egy íve és az ív végpontjait összekötő húrja határolnak, **körszeletnek** nevezzük.

## Kör és részei, körív hossza, körcikk területe

- A **kör** azon pontok halmaza a síkon, amelyek a sík egy adott O pontjától adott $r$ távolságra vannak.
- A kör két különböző pontját összekötő szakaszt **húrnak**, a húrt tartalmazó egyenest **szelőnek** nevezzük.
- A kör középpontján átmenő húrt **átmérőnek** nevezzük.
- A kört két különböző pontja két **körívre** osztja fel.
- A körlap azon részét, amelyet a kör egy íve és az ív végpontjaiba húzott sugarak határolnak, **körcikknek** nevezzük.
- A körlap azon részét, amelyet a kör egy íve és az ív végpontjait összekötő húrja határolnak, **körszeletnek** nevezzük.
- A sík két koncentrikus köre által közrefogott részét **körgyűrűnek** nevezzük.

## Kör és részei, körív hossza, körcikk területe

- A **kör** azon pontok halmaza a síkon, amelyek a sík egy adott O pontjától adott $r$ távolságra vannak.
- A kör két különböző pontját összekötő szakaszt **húrnak**, a húrt tartalmazó egyenest **szelőnek** nevezzük.
- A kör középpontján átmenő húrt **átmérőnek** nevezzük.
- A kört két különböző pontja két **körívre** osztja fel.
- A körlap azon részét, amelyet a kör egy íve és az ív végpontjaiba húzott sugarak határolnak, **körcikknek** nevezzük.
- A körlap azon részét, amelyet a kör egy íve és az ív végpontjait összekötő húrja határolnak, **körszeletnek** nevezzük.
- A sík két koncentrikus köre által közrefogott részét **körgyűrűnek** nevezzük.
- A **kör érintője** a kör síkjának olyan egyenese, amelynek egyetlen közös pontja van a körrel.

## Kör és részei, körív hossza, körcikk területe

- A **kör** azon pontok halmaza a síkon, amelyek a sík egy adott O pontjától adott $r$ távolságra vannak.
- A kör két különböző pontját összekötő szakaszt **húrnak**, a húrt tartalmazó egyenest **szelőnek** nevezzük.
- A kör középpontján átmenő húrt **átmérőnek** nevezzük.
- A kört két különböző pontja két **körívre** osztja fel.
- A körlap azon részét, amelyet a kör egy íve és az ív végpontjaiba húzott sugarak határolnak, **körcikknek** nevezzük.
- A körlap azon részét, amelyet a kör egy íve és az ív végpontjait összekötő húrja határolnak, **körszeletnek** nevezzük.
- A sík két koncentrikus köre által közrefogott részét **körgyűrűnek** nevezzük.
- A **kör érintője** a kör síkjának olyan egyenese, amelynek egyetlen közös pontja van a körrel.
- A kör érintője merőleges az érintési pontba húzott sugárra.

# Kör és részei, körív hossza, körcikk területe 2

## Kör és részei, körív hossza, körcikk területe 2

- Egy külső pontból a körhöz húzott két érintőszakasz egyenlő hosszú.

## Kör és részei, körív hossza, körcikk területe 2

- Egy külső pontból a körhöz húzott két érintőszakasz egyenlő hosszú.
- (Körhöz húzott érintő- és szelőszakaszok tétele) Adott körhöz adott külső pontból húzott érintőszakaszok hossza mértani közepe azon két szakasz hosszának, amelyek az adott ponton átmenő szelőn a ponttól a körrel alkotott metszéspontokig terjednek.

## Kör és részei, körív hossza, körcikk területe 2

- Egy külső pontból a körhöz húzott két érintőszakasz egyenlő hosszú.
- (Körhöz húzott érintő- és szelőszakaszok tétele) Adott körhöz adott külső pontból húzott érintőszakaszok hossza mértani közepe azon két szakasz hosszának, amelyek az adott ponton átmenő szelőn a ponttól a körrel alkotott metszéspontokig terjednek.
- (Körhöz külső pontból húzott szelőszakaszok tétele) Adott körhöz adott külső ponton át húzott szelőn az adott ponttól a körrel alkotott metszéspontokig terjedő szelőszakaszok hosszának szorzata állandó, csak a körtől és az adott ponttól függ.

## Kör és részei, körív hossza, körcikk területe 2

- Egy külső pontból a körhöz húzott két érintőszakasz egyenlő hosszú.
- (Körhöz húzott érintő- és szelőszakaszok tétele) Adott körhöz adott külső pontból húzott érintőszakaszok hossza mértani közepe azon két szakasz hosszának, amelyek az adott ponton átmenő szelőn a ponttól a körrel alkotott metszéspontokig terjednek.
- (Körhöz külső pontból húzott szelőszakaszok tétele) Adott körhöz adott külső ponton át húzott szelőn az adott ponttól a körrel alkotott metszéspontokig terjedő szelőszakaszok hosszának szorzata állandó, csak a körtől és az adott ponttól függ.
- Adott körhöz adott belső pontján át húzott szelőn az adott ponttól a körrel alkotott metszéspontokig terjedő szelőszakaszok hosszának szorzata állandó, csak a körtől és az adott ponttól függ.

## Kör és részei, körív hossza, körcikk területe 2

- Egy külső pontból a körhöz húzott két érintőszakasz egyenlő hosszú.
- (Körhöz húzott érintő- és szelőszakaszok tétele) Adott körhöz adott külső pontból húzott érintőszakaszok hossza mértani közepe azon két szakasz hosszának, amelyek az adott ponton átmenő szelőn a ponttól a körrel alkotott metszéspontokig terjednek.
- (Körhöz külső pontból húzott szelőszakaszok tétele) Adott körhöz adott külső ponton át húzott szelőn az adott ponttól a körrel alkotott metszéspontokig terjedő szelőszakaszok hosszának szorzata állandó, csak a körtől és az adott ponttól függ.
- Adott körhöz adott belső pontján át húzott szelőn az adott ponttól a körrel alkotott metszéspontokig terjedő szelőszakaszok hosszának szorzata állandó, csak a körtől és az adott ponttól függ.
- Ha egy szög csúcsa egy adott kör középpontja, akkor középponti szögnek nevezzük.

# Kör és részei, körív hossza, körcikk területe 3

## Kör és részei, körív hossza, körcikk területe 3

- Egy körben a középponti szögek nagysága és a hozzájuk tartozó körívek hosszai egyenesen arányosak. $\frac{\alpha}{\beta} = \frac{i_\alpha}{i_\beta}$.

## Kör és részei, körív hossza, körcikk területe 3

- Egy körben a középponti szögek nagysága és a hozzájuk tartozó körívek hosszai egyenesen arányosak. $\frac{\alpha}{\beta} = \frac{i_\alpha}{i_\beta}$.
- Ívmérték: **1 radián** az szög, amelyhez mint középponti szöghöz a kör sugarával egyenlő hosszú körív tartozik. $\pi$ radián $= 180°$.

## Kör és részei, körív hossza, körcikk területe 3

- Egy körben a középponti szögek nagysága és a hozzájuk tartozó körívek hosszai egyenesen arányosak. $\frac{\alpha}{\beta} = \frac{i_\alpha}{i_\beta}$.
- Ívmérték: **1 radián** az szög, amelyhez mint középponti szöghöz a kör sugarával egyenlő hosszú körív tartozik. $\pi$ radián $= 180°$.
- Adott $r$ sugarú körben az $\alpha$ középponti szöghöz tartozó körív hossza:

$$i_{\alpha^\circ} = \frac{r\pi}{180^\circ}\alpha, \text{ illetve } i_{\hat{\alpha}} = r\hat{\alpha}.$$

## Kör és részei, körív hossza, körcikk területe 3

- Egy körben a középponti szögek nagysága és a hozzájuk tartozó körívek hosszai egyenesen arányosak. $\frac{\alpha}{\beta} = \frac{i_\alpha}{i_\beta}$.
- Ívmérték: **1 radián** az szög, amelyhez mint középponti szöghöz a kör sugarával egyenlő hosszú körív tartozik. $\pi$ radián $= 180^\circ$.
- Adott $r$ sugarú körben az $\alpha$ középponti szöghöz tartozó körív hossza:
$$i_{\alpha^\circ} = \frac{r\pi}{180^\circ}\alpha, \text{ illetve } i_{\hat{\alpha}} = r\hat{\alpha}.$$
- Egy körben a középponti szögek nagysága és a hozzájuk tartozó körcikkek területei egyenesen arányosak. $\frac{\alpha}{\beta} = \frac{t_\alpha}{t_\beta}$.

## Kör és részei, körív hossza, körcikk területe 3

- Egy körben a középponti szögek nagysága és a hozzájuk tartozó körívek hosszai egyenesen arányosak. $\frac{\alpha}{\beta} = \frac{i_\alpha}{i_\beta}$.
- Ívmérték: **1 radián** az szög, amelyhez mint középponti szöghöz a kör sugarával egyenlő hosszú körív tartozik. $\pi$ radián $= 180^\circ$.
- Adott $r$ sugarú körben az $\alpha$ középponti szöghöz tartozó körív hossza:

$$i_{\alpha^\circ} = \frac{r\pi}{180^\circ}\alpha, \text{ illetve } i_{\hat{\alpha}} = r\hat{\alpha}.$$

- Egy körben a középponti szögek nagysága és a hozzájuk tartozó körcikkek területei egyenesen arányosak. $\frac{\alpha}{\beta} = \frac{t_\alpha}{t_\beta}$.
- Adott $r$ sugarú körben az $\alpha$ középponti szöghöz tartozó körcikk területe:

$$t_{a^\circ} = \frac{r^2\pi}{360^\circ}\alpha, \text{ illetve } t_{\hat{a}} = \frac{i_{\hat{a}} r}{2}.$$

## Kerületi szögek, látókör

## Kerületi szögek, látókör

- Ha egy szög csúcsa egy adott körvonal pontja, szárai pedig vagy a kör két húrjára, vagy egy húrra és egy érintőre illeszkednek, akkor a kör **kerületi szögének** nevezzük. Ha a kerületi szög egyik szára egy érintőre illeszkedik, akkor **érintőszárú kerületi szögnek** nevezzük.

## Kerületi szögek, látókör

- Ha egy szög csúcsa egy adott körvonal pontja, szárai pedig vagy a kör két húrjára, vagy egy húrra és egy érintőre illeszkednek, akkor a kör **kerületi szögének** nevezzük. Ha a kerületi szög egyik szára egy érintőre illeszkedik, akkor **érintőszárú kerületi szögnek** nevezzük.
- (Kerületi és középponti szögek tétele) Egy körben egy adott ívhez tartozó középponti szög kétszerese az ugyanazon ívhez tartozó kerületi szögnek.

## Kerületi szögek, látókör

- Ha egy szög csúcsa egy adott körvonal pontja, szárai pedig vagy a kör két húrjára, vagy egy húrra és egy érintőre illeszkednek, akkor a kör **kerületi szögének** nevezzük. Ha a kerületi szög egyik szára egy érintőre illeszkedik, akkor **érintőszárú kerületi szögnek** nevezzük.
- (Kerületi és középponti szögek tétele) Egy körben egy adott ívhez tartozó középponti szög kétszerese az ugyanazon ívhez tartozó kerületi szögnek.
- (Kerületi szögek tétele) Egy körben egy adott ívhez tartozó kerületi szögek egyenlők.

## Kerületi szögek, látókör 2

## Kerületi szögek, látókör 2

- (Látószög-körív; látókör) A síkon azoknak a pontoknak a halmaza, amelyekből egy adott $AB$ szakasz adott ($0^\circ < \alpha < 180^\circ$) szögben látszik, két szimmetrikus körív.

## Kerületi szögek, látókör 2

- (Látószög-körív; látókör) A síkon azoknak a pontoknak a halmaza, amelyekből egy adott $AB$ szakasz adott ($0° < \alpha < 180°$) szögben látszik, két szimmetrikus körív.
  - Az $AB$ szakasz a két körív közös húrja, és az $A$ és $B$ pontok nem tartoznak a látószögkörívhez.

## Kerületi szögek, látókör 2

- (Látószög-körív; látókör) A síkon azoknak a pontoknak a halmaza, amelyekből egy adott $AB$ szakasz adott ($0^\circ < \alpha < 180^\circ$) szögben látszik, két szimmetrikus körív.
  - Az $AB$ szakasz a két körív közös húrja, és az $A$ és $B$ pontok nem tartoznak a látószögkörívhez.
  - (Thalész-tétel) Adott kör egy tetszőleges $AB$ átmérője a kör bármely $A$-tól és $B$-től különböző pontjából derékszögben látszik.

## Kerületi szögek, látókör 2

- (Látószög-körív; látókör) A síkon azoknak a pontoknak a halmaza, amelyekből egy adott $AB$ szakasz adott $(0^\circ < \alpha < 180^\circ)$ szögben látszik, két szimmetrikus körív.
  - Az $AB$ szakasz a két körív közös húrja, és az $A$ és $B$ pontok nem tartoznak a látószögkörívhez.
  - (Thalész-tétel) Adott kör egy tetszőleges $AB$ átmérője a kör bármely $A$-tól és $B$-től különböző pontjából derékszögben látszik.
  - (A Thalész-tétel megfordítása) Ha egy háromszög $AB$ oldala a szemközti $C$ csúcsból derékszögben látszik, akkor a $C$ csúcs az $AB$ átmérőjű kör $A$-tól és $B$-től különböző pontja.