

DISZKRÉT MATEMATIKA

4. feladatsor

1. Legyen $A = \{x; x \in \mathbb{N} \wedge x \geq 5\}$, $B = \{10, 12, 16, 20\}$, $C = \{x; \exists y \in \mathbb{N} : x = 2y\}$. Döntsék el, hogy az alábbi állítások közül melyek igazak:

- | | |
|---------------------------------|--|
| a) $B \subseteq C$ | h) $\{12\} \subseteq B$ |
| b) $B \subset A$ | i) $\{x; x \in \mathbb{N} \wedge x < 20\} \not\subset B$ |
| c) $A \subseteq C$ | j) $5 \subseteq A$ |
| d) $26 \in C$ | k) $\{\emptyset\} \subseteq B$ |
| e) $\{11, 12, 13\} \subseteq A$ | l) $\emptyset \notin A$ |
| f) $\{11, 12, 13\} \subset C$ | |
| g) $\{12\} \in B$ | |

2. Legyen $A = \{a, \{a\}, \{\{a\}\}\}$, $B = \{a\}$, $C = \{\emptyset, \{a, \{a\}\}\}$. Döntsék el, hogy az alábbi állítások közül melyek igazak:

- | | | |
|----------------------------|-------------------------------|----------------------------|
| a) $B \subseteq A$ | e) $\emptyset \in C$ | h) $B \subseteq C$ |
| b) $B \in A$ | f) $\{a, \{a\}\} \in A$ | i) $\{\{a\}\} \subseteq A$ |
| c) $C \subseteq A$ | g) $\{a, \{a\}\} \subseteq A$ | |
| d) $\emptyset \subseteq C$ | | |

3. Legyen $A = \{x; x \in \mathbb{N} \wedge x^2 < 15\}$ és $B = \{x; x \in \mathbb{N} \wedge 2x < 7\}$. Igazolja, hogy $A = B$

4. Legyen $C = \{x; x \in \mathbb{R} \wedge x^2 - 4x + 3 = 0\}$ és $D = \{x; x \in \mathbb{N} \wedge 1 \leq x \leq 4\}$. Igazolja, hogy $C \subset D$

5. Az A, B, C halmazok elemeire való hivatkozás nélkül bizonyítsák be, hogy

- $A \subseteq (B \cup C) \Leftrightarrow (A \cap \overline{B}) \subseteq C$
- $A \cap (A \cup B) = A \cup (A \cap B) = A$
- $A \subseteq B \Rightarrow (A \setminus C) \subseteq (B \setminus C)$

6. Ha A, B, C páronként diszjunkt halmazok (azaz a metszetük üres halmaz), akkor mivel egyenlő az $((A \setminus B) \cap (C \setminus B)) \cup (\overline{C} \cap A) \cup (A \cap B \cap C)$ halmaz?

7. Legyen adott az X halmaz, továbbá $A, B, C \subset X$, $A \subset B \subset C$. Mivel egyenlő az $(A \cap B) \cup (\overline{A} \cup \overline{B}) \cup (A \cup C) \setminus (A \cap B \cap C)$ halmaz?

8. Mutassa meg, hogy tetszőleges A, B halmazokra teljesül:

- $P(A \cap B) = P(A) \cap P(B)$
- $P(A) \cup P(B) \subseteq P(A \cup B)$. Mely halmazokra teljesül a $P(A) \cup P(B) = P(A \cup B)$ egyenlőség?