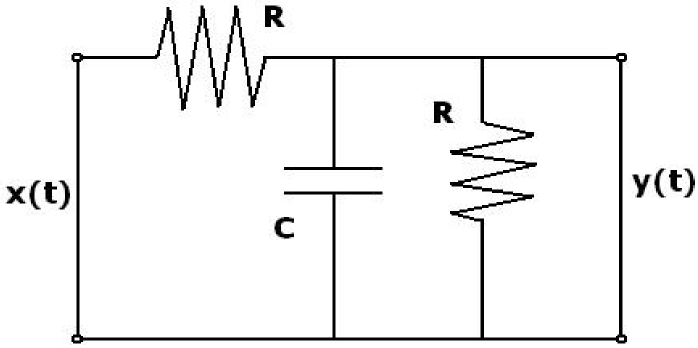
1. Fornire l'espressione della convoluzione tra una serie temporale $\{a_n\}$ e una funzione x(t) tempo-continua e continua nei valori. Fornire un esempio di segnali esprimibili mediante tale convoluzione. Enunciare e dimostrare il teorema della convoluzione nell'ipotesi che $\{a_n\}$ e x(t) siano ad energia finita.
2. Calcolare la funzione di trasferimento del quadripolo di figura, in cui $R=1K\Omega$ e $C=1\mu F$. Fornire poi le espressioni delle caratteristiche di ampiezza e di fase in funzione della frequenza e disegnarne l'andamento, evidenziando il valore della frequenza di taglio a -3dB. Considerando inoltre applicato all'ingresso di tale quadripolo il segnale $x(t)=1 + \cos 2\pi f_1 t - 3 \text{ sen } 2\pi f_2 t$, con $f_1=20Hz$ e $f_2=3000Hz$, si calcoli la risposta y(t). Si calcolino infine e si disegnino gli spettri di ampiezza, fase e potenza di y(t).



3. Calcolare il valor medio e la funzione di autocorrelazione del processo stocastico $\{a_n\}$ discreto nei valori e tempo-discreto, ottenuto dal processo $\{x_n\}$ (serie temporali i cui elementi sono le cifre binarie 0 e 1) con la seguente legge di corrispondenza:

$$x_n=0 \rightarrow a_n=-1$$

$$x_n=1 \rightarrow a_n= 1$$

4. Calcolare la densità di probabilità del primo ordine del processo stocastico y(t) all'uscita di un derivatore al cui ingresso sia presente un processo x(t) ergodico e gaussiano con spettro di potenza costante e uguale a G_0 in $(0, \omega_m)$ e nullo altrove.
5. Definire stazionarietà ed ergodicità di una funzione aleatoria tempo-continua e discreta nei valori.
6. Definire la risposta impulsiva discreta e la funzione di trasferimento di un sistema discreto lineare e tempo-invariante.
7. Definire la risposta impulsiva di un quadripolo tempo continuo lineare e tempo invariante.
8. Definire i segnali a potenza finita e con riferimento ad essi la funzione di autocorrelazione e la densità spettrale di potenza.
9. Disegnare lo schema a blocchi di un filtro trasversale e determinarne la funzione di trasferimento. Nel caso particolare di un filtro trasversale simmetrico, con N coefficiente dispari, indicarne una possibile metodologia sub-ottima di progetto.
10. Dare la definizione di ergodicità di una funzione aleatoria tempo-continua e continua nei valori e indicare come è possibile determinarne la densità di

probabilità del primo ordine, disponendo di una sola funzione campione dell'insieme di funzioni che definisce la funzione aleatoria.

11. Un segnale telefonico x(t) viene campionato con intervallo di campionamento $T=125\mu s$ e ogni valore campionato viene tenuto per un intervallo di tempo $\tau=1\mu s$. Indicando con $X(\omega)$ la trasformata di Fourier di x(t), calcolare la trasformata di Fourier della successione di impulsi rettangolari s(t) così ottenuta. Mostrare inoltre che nelle condizioni considerate è possibile riottenere x(t) a partire da s(t) e determinare la funzione di trasferimento del circuito lineare necessario a tale scopo. Evidenziare infine le semplificazioni che è possibile introdurre in tale circuito, tenendo conto che risulta $\tau \ll T$.
12. Un rumore n(t) gaussiano ergodico a valore medio nullo, ha densità spettrale di potenza unilatera G_0 costante in $(0, \omega_m)$ e nullo per $\omega>\omega_m$. Calcolare la funzione di autocorrelazione e la densità di probabilità del primo ordine.
13. Dare la definizione di quadripolo lineare tempo invariante, definirne la funzione di trasferimento e determinare la risposta y(t) al tono sinusoidale $x(t)=M\cos(\omega t-\varphi)$ applicato all'ingresso. Fornire almeno una delle due possibili forme equivalenti della risposta y(t) del quadripolo quando all'ingresso è presente un segnale x(t) trasformabile secondo Fourier.
14. Enunciare e dimostrare il teorema del campionamento nel dominio dei tempi.
15. Definire il valore medio statistico, il valore quadratico medio e la media statistica del prodotto $x(t)x(t+\tau)$ di una generica funzione aleatoria x(t) tempo continua e continua nei valori. Definirne poi le corrispondenti medie temporali e discutere il confronto fra i due tipi di medie corrispondenti.
16. Calcolare la funzione di autocorrelazione $C_y(\tau)$ della risposta y(t) di un quadripolo lineare e tempo-invariante avente funzione di trasferimento $H(\omega)$ ad un segnale d'ingresso x(t) a potenza finita avente funzione di autocorrelazione $C_x(\tau)$.
17. Data una funzione aleatoria tempo-continua e discreta nei valori, definirne stazionarietà ed ergodicità; nel caso ergodico esprimerne il valore medio statistico, il valore quadratico medio e la funzione di autocorrelazione, sia come media statistica che come media temporale.
18. $x(t)=A-B\cos[(2\pi/T)t-\varphi]+C\cos[(4\pi/T)t-\psi]+D\cos[(6\pi/T)t-\gamma]$,

    con A, B, C, D costanti positive e $\varphi=0{,}1\pi$, $\psi=0{,}7\pi$, $\gamma=0{,}5\pi$, rappresenta il segnale d'ingresso a un filtro passa basso ideale avente funzione di trasferimento

    $$H(\omega)=\begin{cases} e^{-j\omega t_0} & \text{, per } |\omega|\leqslant 3\pi/T \\ 0 & \text{, altrove,} \end{cases}$$

    con t0=T/10, calcolare la risposta y(t) di tale filtro a x(t). Disegnare poi gli spettri di ampiezza, di fase e di potenza dei segnali x(t) e y(t).