# Compito del 14 novembre 2000

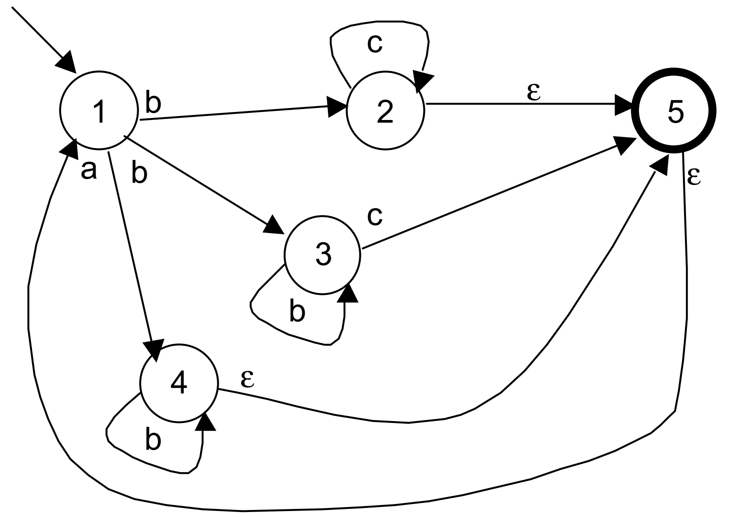
È data la seguente espressione regolare di alfabeto $\Sigma = \{a,b,c\}$

$R = (bc^*|b^+c|ab^*)^+$

1) Ricavare mostrando i passaggi principali l'automa deterministico minimo.
2) Esprimere le stesse regole in forma di grammatica strettamente lineare a sinistra
3) Esprimere le stesse regole in forma di grammatica non contestuale ma non in forma estesa (usando solo gli operatori di concatenamento e unione)
4) Dimostrare l'eventuale correttezza della frase "aabbbc" utilizzando le quattro notazioni ed offrendo uno spettro completo di tecniche di riconoscimento
5) Verificare se sia possibile ottenere frasi ambigue e in caso affermativo, fornirne una.

## SOLUZIONE

1) Disegno l'automa a stati finiti con ε-mosse:




quello che ho tracciato è un automa con ε-mosse, palesemente non deterministico: devo ora eliminarle.

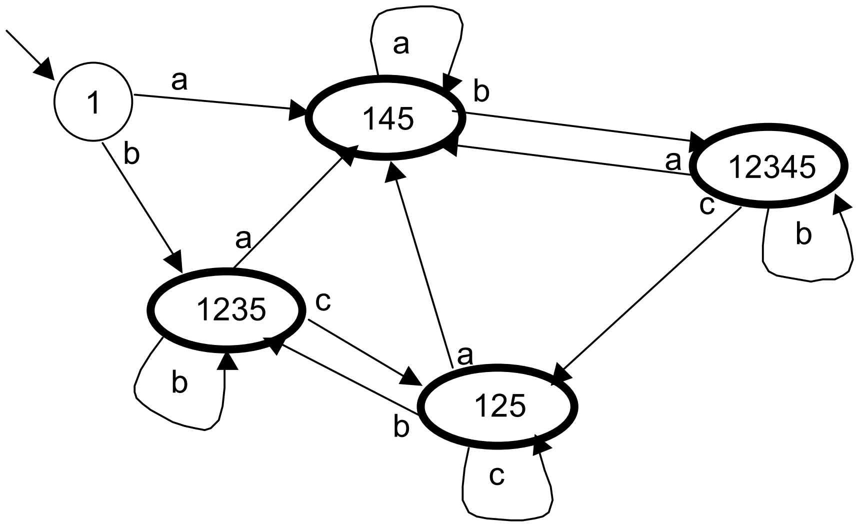
Faccio ora la tabella che indica quali sono gli stati raggiungibili da un certo stato con un certo simbolo terminale.

| | a | b | c |
|---|---|---|---|
| 1 | 1,4,5 | 1,2,3,5 | X |
| 2 | 1,4,5 | 1,2,3,5 | 1,2,5 |

Compito del 14 novembre 2000

| | | | |
|---|---|---|---|
| 3 | X | 3 | 1,5 |
| 4 | 1,4,5 | 1,2,3,4,5 | X |
| 5 | 1,4,5 | 1,2,3,5 | X |

Dallo stato 1 con bεε si va in 1, con bε si va in 5 e con b si va in 2 o in 3, quindi gli stati raggiungibili da 1 col simbolo "b" sono 1,2,3,5.
Qual è la sequenza per raggiungere 1 da 2? εεaεε.
Adesso devo costruire l'automa a stati finiti deterministico corrispondente al precedente.
Ad esempio lo stato 145 è la somma degli stati 1, 4 e 5 ⇒ prendo l'unione delle possibilità offerte dai singoli stati.




Per semplicità ridenominiamo gli stati:
1 → A
145 → B
12345 → C
1235 → D
125 → E
Guardo ora se l'automa a stati finiti ottenuto è minimo.

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| B | X | | | |
| C | X | X | | |
| D | X | X | ! | |
| E | X | X | (C,D) ⇒ ! | ! |
| | A | B | C | D |

Guardiamo gli stati C e D:

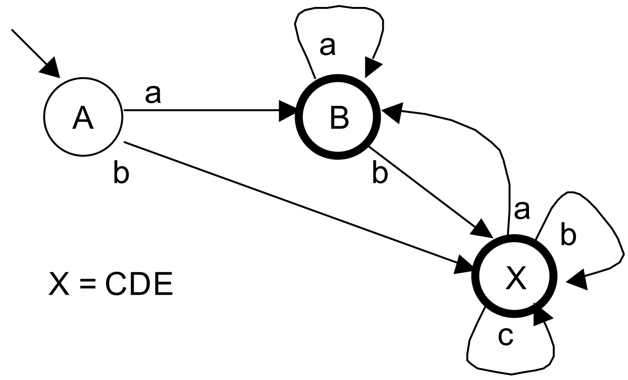
Compito del 14 novembre 2000

$\delta(C,a) \rightarrow B$ $\delta(D,a) \rightarrow B$
$\delta(C,b) \rightarrow C$ $\delta(D,b) \rightarrow D$
$\delta(C,c) \rightarrow E$ $\delta(D,c) \rightarrow E$

Guardiamo gli stati C e E:
$\delta(C,a) \rightarrow B$ $\delta(E,a) \rightarrow B$
$\delta(C,b) \rightarrow C$ $\delta(E,b) \rightarrow D$
$\delta(C,c) \rightarrow E$ $\delta(E,c) \rightarrow E$

Guardiamo gli stati D e E:
$\delta(D,a) \rightarrow B$ $\delta(E,a) \rightarrow B$
$\delta(D,b) \rightarrow D$ $\delta(E,b) \rightarrow D$
$\delta(D,c) \rightarrow E$ $\delta(E,c) \rightarrow E$

$C \equiv D \equiv E$
In conclusione l'automa a stati finiti deterministico minimo è il seguente:




2) $\Sigma = \{a,b,c\}$
$V = \{B,X,F\}$
$S = \{F\}$
$P = \{F \rightarrow B|X$
$X \rightarrow Bb|b|Xb|Xc$
$B \rightarrow a|Ba|Xa$
$\}$

3) $R \rightarrow P|RP$ $P = (bc^*|b^+c|ab^*)$
$P \rightarrow X|Y|Z$ $X = bc^*,\ Y = b^+c,\ Z = ab^*$
$X \rightarrow b|bC$ $C = c^+$
$C \rightarrow c|Cc$
$Y \rightarrow Bc$ $B = b^+$
$B \rightarrow b|Bb$

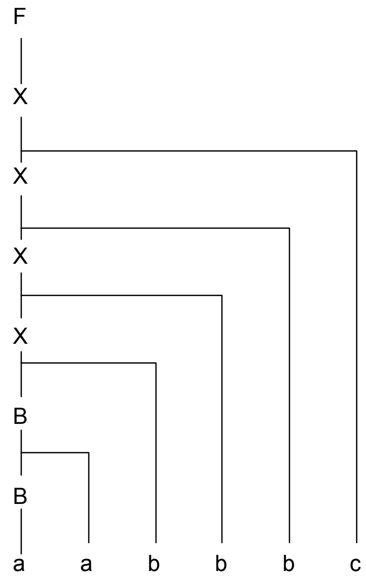
$Z \rightarrow a|aB$

4)

- $R = (bc^*|b^+c|ab^*)^+ \rightarrow (bc^*|b^+c|ab^*)(bc^*|b^+c|ab^*)(bc^*|b^+c|ab^*) \rightarrow (ab^*)(bc^*|b^+c|ab^*)(bc^*|b^+c|ab^*) \rightarrow a(bc^*|b^+c|ab^*)(bc^*|b^+c|ab^*) \rightarrow aab^*(bc^*|b^+c|ab^*) \rightarrow aab(bc^*|b^+c|ab^*) \rightarrow aab\ b^+c \rightarrow aabbbc$
-

| | a | a | b | b | b | c |
|---|---|---|---|---|---|---|
| A | B | B | X | X | X | X |

  Lo stato X è finale ⇒ la stringa è corretta




-

- Usiamo la grammatica non contestuale e facciamo derivazioni sinistre
  $R \rightarrow RP \rightarrow RPP \rightarrow PPP \rightarrow ZPP \rightarrow aPP \rightarrow aZP \rightarrow aaBP \rightarrow aabP \rightarrow aabY \rightarrow aabBc \rightarrow aabbBc \rightarrow aabbbc$

5) Una frase ambigua è quella data: aabbbc, infatti la dimostrazione di correttezza si può ottenere in almeno due modi diversi
$R \rightarrow RP \rightarrow RPP \rightarrow PPP \rightarrow ZPP \rightarrow aPP \rightarrow aZP \rightarrow aaP \rightarrow aaY \rightarrow aaBc \rightarrow aaBbc \rightarrow aaBbbc \rightarrow aabbbc$.
Questa dimostrazione è corretta ma diversa dalla precedente ⇒ la grammatica è ambigua.
Vediamo ora due possibili alberi sintattici:

# Compito del 14 novembre 2000