**TDTC(Ele-Tel) – PROVA SCRITTA DEL 15 LUGLIO 2003 – SOLUZIONI TESTO A**

**Problema 1**

I dispositivi di aerazione interna di un cabinet per apparecchiature elettroniche assicurano una portata di 2.4 $m^3$/min. Nel cabinet sono inseriti un microprocessore che dissipa fino a 55 W ed apparecchiature elettriche ed elettroniche di vario tipo che dissipano complessivamente altri 190 W. Il microprocessore è inoltre caratterizzato da temperatura massima ammissibile 65°C e superficie di scambio 1.3 $cm^2$, ed è raffreddato mediante un dissipatore di calore a superficie alettata con resistenza termica 0.35°C/W e resistenza di contatto 0.00002 $m^2$·°C/W tra dissipatore e microprocessore, riferita all'unità di superficie. Si assumano per l'aria una densità pari a 1.16 kg/$m^3$, un calore specifico a pressione costante pari a 1007 J/(kg·°C), ed una temperatura nell'ambiente esterno di 30°C. Stimare la massima temperatura raggiunta dal microprocessore, verificando che questo operi in sicurezza. Inoltre, assumendo la temperatura media dell'aria nel cabinet pari alla media aritmetica delle temperatura in ingresso e in uscita precedentemente calcolate, stimare la potenza termica trasmessa attraverso le pareti (tipicamente trascurata in favore di sicurezza). Il cabinet presenta dimensioni esterne 40 cm x 80 cm x 25 cm, spessore di parete 3 mm e conduttività termica di parete 16 W/(m·°C); tutte le sue superfici sono libere ed i coefficienti di adduzione interno ed esterno valgono, rispettivamente, 15 W/($m^2$·°C) e 10 W/($m^2$·°C).

| | | |
|---|---|---|
| a) massima temperatura del microprocessore | | |
| b) potenza trasmessa attraverso le pareti del cabinet | | |

*Dati*

$\dot{V}$ = 2.4 $m^3$/min = 0.04 $m^3$/s

$\dot{Q}_{mp}$ = 55 W

$\dot{Q}_{alia}$ = 190 W

$T_{mp,max}$ = 65°C

$A_{mp}$ = 1.3 $mm^2$ = $1.3 \cdot 10^{-4}$ $m^2$

$R_d$ = 0.35°C/W

$R''_c$ = 0.00002 $m^2$·°C/W

$\rho$ = 1.16 kg/$m^3$

c = 1007 J/(kg·°C)

$T_{amb}$ = 30°C

$L_1$ = 40 cm = 0.40 m

$L_2$ = 80 cm = 0.80 m

$L_3$ = 25 cm = 0.25 m

$s_p$ = 3 cm = 0.003 m

$\lambda_p$ = 16 W/(m·°C)

$h_i$ = 15 W/($m^2$·°C)

$h_e$ = 10 W/($m^2$·°C)

*Determinare*

Massima temperatura raggiunta dal microprocessore

$\dot{Q}_p$ trasmessa attraverso le pareti del cabinet

*Ipotesi*

Aria gas ideale. Coefficienti di convezione omogenei sulle pareti del cabinet, $T_i = (T_1 + T_2)/2$

*Soluzione*

Il problema si risolve nel valutare la massima temperatura che l'aria può raggiungere nel cabinet e, a partire da questa, la massima temperatura raggiungibile dal microprocessore.

Il cabinet costituisce un sistema aperto con un ingresso ed una uscita, soggetto ad un flusso stazionario di fluido. La massima temperatura al suo interno può essere quindi stimata a partire dall'equazione di bilancio dell'energia (vedi Es.D.I-II):

$$\dot{Q} - \dot{L} = \dot{m}\left[h_2 - h_1 + \frac{w_2^2 - w_1^2}{2} + g\left(z_2 - z_1\right)\right]$$

Nel caso in esame, si possono trascurare in favore di sicurezza gli scambi di calore attraverso le pareti del cabinet (ma se ne farà una stima successivamente). Inoltre, le variazioni di energia cinetica ed energia potenziale sono piccole, essendo minime le variazioni di velocità e di quota dell'aria, e vengono quindi trascurate. Tipicamente piccolo e, di conseguenza, trascurabile è anche il lavoro fornito dai dispositivi di ventilazione. L'equazione di bilancio dell'energia assume pertanto la seguente forma semplificata:

$$\dot{Q} = \dot{m}\left(h_2 - h_1\right)$$

La potenza termica complessivamente dissipata dai dispositivi elettronici e fornita all'aria (positiva nelle convenzioni termodinamiche) è pari alla potenza elettrica complessivamente assorbita:

$$\dot{Q} = \dot{Q}_{mp} + \dot{Q}_{alia} = 245\,\mathrm{W}$$

La portata in massa vale:

$$\dot{m} = \rho\dot{V} = 0.0464\ \ \mathrm{kg/s}$$

In condizioni ambiente tipiche, l'aria può essere considerata un gas perfetto. Perciò, considerando che il processo avviene a pressione pressoché costante, la variazione di entalpia può essere valutata come segue:

$$h_2 - h_1 = \int_{T_1}^{T_2} c_p(T)\,dT \cong c_p\left(T_2 - T_1\right)$$

La temperatura dell'aria aspirata nel cabinet è pari alla temperatura dell'aria nell'ambiente esterno:

$$T_1 = T_a = 30°C$$

Pertanto, la massima temperatura dell'aria all'interno cabinet, che viene raggiunta in prossimità dell'uscita, vale:

$$T_2 = T_1 + \frac{\dot{Q}}{\dot{m}c_p} = 35.2°C$$

Dati la temperatura massima dell'aria di raffreddamento ($T_2$) ed il dissipatore di calore con la sua resistenza termica $R_d$, la temperatura del microprocessore in condizioni di carico massimo può essere valutata mediante l'analogia elettrotermica (vedi Es.E.X-XII):

$$T_{mp} = T_2 + \left(R_c + R_d\right)\cdot \dot{Q}_{mp}$$

La resistenza di contatto microprocessore-dissipatore è valutabile come segue (vedi Es.E.XI):

$$R_c = \frac{R_c''}{A_{mp}} = 0.154\ \ °C/W$$

In definitiva, la temperatura massima del processore sarà pari a

$$T_{mp} = T_2 + \left(R_c + R_d\right)\cdot \dot{Q}_{mp} = 63\ \ °C\ \ <\ \ T_{mp,max} = 65\ \ °C$$

La soluzione di raffreddamento è soddisfacente, ma porta il microprocessore a lavorare in condizioni molto prossime al limite operativo ed è quindi, nella pratica, da considerare con qualche riserva.

La potenza termica trasmessa attraverso le pareti del cabinet si può in prima approssimazione stimare mediante il prodotto della resistenza termica delle pareti stesse per la differenza tra la temperatura media dell'aria nel cabinet e la temperatura esterna. La temperatura media dell'aria all'interno del cabinet si assume per ipotesi pari a:

$$T_i = \frac{\left(T_1 + T_2\right)}{2} = 32.6\ \ °C$$

In generale, la resistenza equivalente di un insieme di pareti che delimitano un vano e presentano identiche caratteristiche rispetto alla direzione normale alle loro superfici principali (materiali, spessori, coefficienti di convezione) è pari alla resistenza di una singola parete con area di passaggio del calore uguale alla somma delle aree delle pareti dell'insieme suddetto. La superficie esterna del cabinet è pari a:

$$A_e = 2\cdot\left(L_1\cdot L_2 + L_1\cdot L_3 + L_2\cdot L_3\right) = 1.24\ \ m^2$$

La resistenza convettiva esterna vale:

$$R_e = \frac{1}{h_e \cdot A_e} = 0.0806 \ \ ^\circ C/W$$

Il virtù del ridotto spessore delle pareti, è lecito assimilare l'area della sezione di passaggio del calore per conduzione attraverso le pareti e l'area della superficie interna delle stesse all'area della superficie esterna:

$$A_p \cong A_i \cong A_e = 1.24 \ \ m^2$$

Ciò consente di compensare in qualche misura gli effetti di bordo in corrispondenza degli spigoli del cabinet. La resistenza conduttiva delle pareti vale quindi:

$$R_p = \frac{s_p}{\lambda_p \cdot A_p} = 0.00015 \ \ ^\circ C/W$$

La resistenza convettiva interna vale:

$$R_i = \frac{1}{h_i \cdot A_i} = 0.0538 \ \ ^\circ C/W$$

La resistenza totale alla trasmissione del calore delle pareti è pari alla somma delle singole resistenze:

$$R = R_e + R_p + R_i = 0.135 \ \ ^\circ C/W$$

In conclusione, la potenza termica trasmessa attraverso le pareti vale:

$$\dot{Q}_p = \frac{T_i - T_a}{R} = 19.5 \ \ W$$

<u>*Commenti*</u>

Il valore stima per la potenza termica trasmessa attraverso le pareti rappresenta circa l' 8% della potenza termica complessivamente dissipata dai dispositivi elettronici. Averla trascurata fornisce un margine di sicurezza aggiuntivo. Infatti, la potenza termica effettivamente da estrarre mediante la ventilazione interna e fornita all'aria è pari a:

$$\dot{Q}_{eff} = \dot{Q}_{mp} + \dot{Q}_{alia} - \dot{Q}_p = 225.5\,W$$

Pertanto, la massima temperatura dell'aria all'interno cabinet, raggiunta in prossimità dell'uscita, vale:

$$T_2' = T_1 + \frac{\dot{Q}_{eff}}{\dot{m}c_p} = 34.8^\circ C$$

La stima può essere perfezionata mediante una procedura iterativa, utilizzando la temperatura dell'aria in uscita per ricalcolare la temperatura media dell'aria nel cabinet e, da questa, la potenza termica trasmessa attraverso le pareti e la potenza termica effettivamente da estrarre mediante il dispositivo di ventilazione.

$$T_i' = \frac{(T_1 + T_2')}{2} = 32.4 \ \ ^\circ C$$

$$\dot{Q}_p = \frac{T_i' - T_a}{R} = 17.9 \ \ W$$

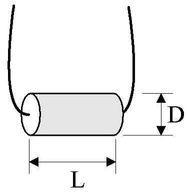
$$\dot{Q}_{eff}' = \dot{Q}_{mp} + \dot{Q}_{alia} - \dot{Q}_p' = 227.1\,W$$

$$T_2'' = T_1 + \frac{\dot{Q}_{eff}'}{\dot{m}c_p} = 34.9^\circ C$$

Ulteriori iterazioni non porterebbero a modifiche significative del risultato. Nella pratica, il margine di sicurezza aggiuntivo è in generale minimo (0.3°C nel caso in esame), per cui può essere tranquillamente trascurato.

**Problema 2**

Un sensore come in figura, caratterizzato da L = 20 mm, D = 4 mm, $\lambda$ = 5.2 W/(m·°C), c = 1800 J/(kg·°C) e $\rho$ = 1500 kg/m$^3$, serve a monitorare le temperature in un processo industriale. Il sensore viene ciclicamente estratto da una sostanza alimentare con una temperatura inizialmente uguale a quella della sostanza stessa, pari a 85°C, e lasciato esposto per circa 4 min all'aria ambiente a 31°C, con coefficiente di convezione pari a 12 W/(m$^2$·°C), quindi viene immerso di nuovo nella sostanza, in cui si ha un coefficiente di convezione 90 W/(m$^2$·°C). Determinare:




a) temperatura del sensore quando viene immerso
b) tempo dall'immersione dopo cui $|T_{sostanza} - T_{sensore}| < 1°C$

| | |
|---|---|
| | |
| | |

*Dati*

H = 20 mm = 0.020 m

D = 4 mm = 0.004 m

$\lambda$ = 5.2 W/(m·°C)

c = 1800 J/(kg·°C)

$\rho$ = 1500 kg/m$^3$

$T_1 = T_{sost}$ = 85°C

$T_a$ = 31°C

$t_{12}$ = 4 min = 240 s

$h_{12}$ = 12 W/(m$^2$·°C)

$\Delta T = |T_3 - T_{sost}| \leq 1$°C

$h_{23}$ = 90 W/(m$^2$·°C)

*Determinare*

$T_2$ dopo un tempo $t_{12}$ dall'estrazione dalla sostanza alimentare

Tempo $t_{23}$ per scendere ad una differenza di temperatura $\Delta T$ dopo l'immersione nella sostanza alimentare

*Ipotesi*

Proprietà termofisiche omogenee e indipendenti dalla temperatura, coefficienti di convezione uniformi, effetti degli eventuali fili di connessione del sensore trascurabili, tempi di estrazione e di immersione pressoché nulli

*Soluzione*

Per verificare se si può assumere uniforme la temperatura nel sensore durante i transitori occorre stimare il numero di Biot. È a tal scopo necessario valutare la lunghezza caratteristica del problema, che nel caso in esame vale (vedi Es.G.II):

$$L_c = \frac{V}{A} \cong \frac{\pi(D/2)^2 H}{\pi DH + 2 \cdot \pi(D/2)} = \frac{D}{6} = 0.00091 \text{ m}$$

Si sono trascurati, in favore di sicurezza, gli scambi termici attraverso i (necessari) fili del sensore e le loro superfici, mentre si sono considerate le due superfici circolari di estremità (il ridotto allungamento del sensore non consente di ignorarle). Il numero di Biot nel primo transitorio vale quindi:

$$Bi_{12} = \frac{h_{12} L_c}{\lambda} = \frac{12 \cdot 0.00091}{5.2} = 0.0021 \quad << 1$$

Poiché $Bi_{12}$ è molto minore dell'unità, è accettabile l'ipotesi di uniformità della temperatura nel sensore. È quindi possibile studiare il problema a parametri concentrati. Il tempo caratteristico del problema, $t_{c,12}$, vale:

$$t_{c,12} = \frac{\rho c L_C}{h_{12}} = \frac{1500 \cdot 1800 \cdot 0.00091}{12} = 205 \text{ s}$$

Una volta che il sensore viene estratto dalla sostanza alimentare e lasciato esposto all'aria ambiente, la sua temperatura non varia istantaneamente, ma diminuisce a poco a poco, fino a portarsi asintoticamente alla temperatura dell'aria. La sua temperatura dopo un tempo $t_{12}$ è valutabile mediante la relazione:

$$T_2 = T_a + \left(T_1 - T_a\right)\cdot e^{\frac{t_{12}}{t_{c,12}}} = 47.7\ \text{°C}$$

A questo punto il sensore viene nuovamente immerso nella sostanza alimentare e la sua temperatura aumenterà a poco a poco, fino a portarsi asintoticamente alla temperatura $T_s$ della sostanza stessa. Il numero di Biot in questo secondo transitorio vale:

$$Bi_{23} = \frac{h_{23}L_c}{\lambda} = \frac{90 \cdot 0.00091}{5.2} = 0.0157 \quad << 1$$

Anche in questo caso, poiché $Bi_{23}$ è molto minore dell'unità, è accettabile l'ipotesi di uniformità della temperatura nel sensore. È quindi possibile studiare il problema a parametri concentrati. Il tempo caratteristico del problema, $t_{c,23}$, vale:

$$t_{c,23} = \frac{\rho c L_C}{h_{23}} = \frac{1500 \cdot 1800 \cdot 0.00091}{90} = 27\ \text{s}$$

Data la differenza di temperatura massima ammissibile tra sensore e corrente d'aria, pari a 1°C, il tempo di risposta che si vuole stimare è quello in cui la temperatura del sensore, che aumenta progressivamente, raggiunge un valore:

$$T_3 = T_s - \Delta T = 84\ \text{°C}$$

In conclusione, si ha che

$$\frac{T_3 - T_s}{T_2 - T_s} \equiv \frac{\Delta T}{T_s - T_2} = e^{-t_{23}/t_{c,23}}$$

ovvero

$$t_{23} = -t_{c,23} \ln\left(\frac{T_3 - T_s}{T_2 - T_s}\right) = 98.7\ \text{s}$$

**Problema 3**

Si analizzi un sistema di riscaldamento a pompa di calore, basato su un ciclo frigorifero ideale a R134a, impiegato per riscaldare un ambiente a 26.72°C prelevando calore da un ambiente a –12°C. La potenza termica del sistema di riscaldamento deve essere pari a 11 kW. Determinare:

a) potenza assorbita dal compressore
b) COP della pompa di calore

| | |
|---|---|
| | |
| | |

Nella valvola di laminazione entra liquido saturo, nel compressore vapore saturo secco. Descrivere le varie fasi del processo, rappresentarlo graficamente, individuarlo qualitativamente sul diagramma T-s ed indicare le ipotesi di lavoro.

*Dati*

fluido di lavoro: Freon R134a

$T_F$ = –12°C

$T_C$ = 26.72

$\dot{Q}_C$ = 11 kW = 11000 W

*Determinare*

Vedi testo

*Ipotesi*

Ciclo ideale ⇒ processi internamente reversibili (eccetto la laminazione)

Singoli componenti ⇒ sistemi aperti in condizioni stazionarie

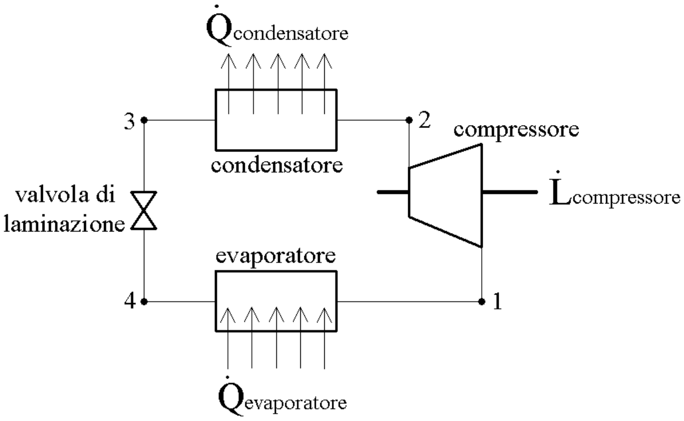
Variazioni di energia cinetica e potenziale trascurabili

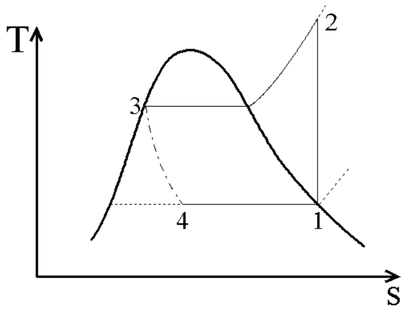
Compressore e valvola di laminazione adiabatici

Nel compressore entra vapore saturo secco, dal condensatore esce liquido saturo

<u>*Soluzione*</u>

L'architettura del sistema ed il ciclo a cui viene sottoposto il fluido di lavoro sono rappresentati di seguito.




Per risolvere il problema, è necessario individuare gli stati del fluido di lavoro all'inizio e alla fine di ogni trasformazione, vale a dire all'ingresso e all'uscita di ogni componente, e determinare i corrispondenti valori dell'entalpia specifica (vedi Es.D.XII). Schematizzando i singoli componenti del ciclo come sistemi aperti a due correnti in condizioni stazionari, in cui si trascurano le variazioni di energia cinetica potenziale, l'equazione di bilancio dell'energia assume per tutti la forma:

$$\dot{m} \cdot \Delta h = \dot{Q} - \dot{L} \qquad \Leftrightarrow \qquad \Delta h = q - l$$

Lo stato in 1 è per ipotesi quello di vapore saturo secco. Pertanto, la pressione di saturazione e le proprietà di interesse del fluido si possono ricavare dalla tabella in temperatura delle proprietà dell' R134a saturo:

$$T_1 = T_F = -12°C \Rightarrow \begin{array}{l} p_1 = p_{sat@T_1} = 0.18540 \text{ MPa} \\ h_1 = h_{v@T_1} = 240.15 \text{ kJ/kg} = 0.24015 \cdot 10^6 \text{ J/kg} \end{array}$$

Poiché il processo di condensazione è isobaro, la pressione in 2, all'uscita del compressore e all'ingresso del condensatore, sarà pari alla pressione di condensazione. Il valore di questa può essere ricavato dalla tabella in pressione delle proprietà dell' R134a saturo sulla base della temperatura di condensazione:

$$T_C = 26.72°C \Rightarrow p_2 = p_{condensatore} = p_{sat@T_C} = 0.70 \text{ MPa}$$

La temperatura al termine della compressione rimane tuttavia incognita. Considerando però che nel compressore, che è un sistema aperto a due correnti operante in condizioni stazionarie, si realizza una compressione adiabatica e reversibile, si ricava dall'equazione di bilancio entropico dei sistemi aperti (cfr. Es.D.V) che la trasformazione è anche isoentropica. Dalla tabella in temperatura delle proprietà dell' R134a saturo si ricava quindi

$$s_2 = s_1 = s_{v@T_1} = 0.9267 \text{ kJ/(kg} \cdot \text{K)}$$

Dalle tabelle delle proprietà dell' R134a si ottiene che a pressione $p_2$ = 0.70 MPa e temperatura $T_{2A}$ = 30°C l'entropia specifica del vapore surriscaldato vale

$$s_{2A} = s_{@p_2\&T_{2A}} = 0.9197 \text{ kJ/(kg} \cdot \text{K)}$$

mentre alla stessa pressione $p_2$ = 0.70 MPa e temperatura $T_{2B}$ = 40°C l'entropia specifica del vapore surriscaldato vale

$$s_{2B} = s_{@p_2\&T_{2B}} = 0.9539 \text{ kJ/(kg} \cdot \text{K)}$$

La temperatura del vapore surriscaldato al termine della compressione si può ricavare per interpolazione lineare:

$$T_2 = T_{2A} + \left(T_{2B} - T_{2A}\right)\frac{s_2 - s_{2A}}{s_{2B} - s_{2A}} = 32.05 \text{ °C}$$

Sempre per interpolazione lineare si può a questo punto calcolare l'entalpia specifica del vapore surriscaldato al termine della compressione. Dalle tabelle delle proprietà dell' R134a si ottiene che a pressione $p_2$ = 0.70 MPa e temperatura $T_{2A}$ = 30°C l'entalpia specifica del vapore surriscaldato vale

$$h_{2A} = h_{@p_2\&T_{2A}} = 265.37 \text{ kJ/kg}$$

mentre alla stessa pressione $p_2$ = 0.70 MPa e temperatura $T_{2B}$ = 40°C l'entalpia specifica vale

$$h_{2B} = h_{@ p_2 \& T_{2B}} = 275.93 \text{ kJ/kg}$$

L'entalpia specifica al termine della compressione vale quindi:

$$h_2 = h_{2A} + \left(h_{2B} - h_{2A}\right)\frac{s_2 - s_{2A}}{s_{2B} - s_{2A}} = 267.53 \text{ kJ/kg} = 0.26753 \cdot 10^6 \text{ J/kg}$$

Lo stato in 3 è per ipotesi quello di liquido saturo. Pertanto, la pressione di saturazione e le proprietà di interesse del fluido si possono ricavare dalla tabella in pressione delle proprietà dell' R134a saturo:

$$p_3 = p_{condensatore} = 0.70 \text{ MPa} \Rightarrow h_3 = h_{\ell @ p_3} = 86.78 \text{ kJ/kg} = 0.08678 \cdot 10^6 \text{ J/kg}$$

Infine, dall'equazioni di bilancio energetico dei sistemi aperti si ricava che una laminazione adiabatica è anche isoentalpica (cfr. Es.D.IX). Si ha pertanto:

$$h_4 = h_3 = 86.78 \text{ kJ/kg} = 0.08678 \cdot 10^6 \text{ J/kg}$$

Applicando l'equazione di bilancio di sistema aperto al condensatore, in cui non sono presenti dispositivi che scambiano lavoro meccanico col fluido, si ottiene la portata di fluido frigorifero nel sistema:

$$\dot{m} = \frac{\left|\dot{Q}_{condensatore}\right|}{\left|h_3 - h_2\right|} = \frac{\dot{Q}_C}{h_2 - h_3} = 0.061 \text{ kg/s} = 61 \text{ g/s}$$

Applicando l'equazione di bilancio di sistema aperto al compressore, che opera adiabaticamente, si ottiene:

$$\left|\dot{L}_{compressore}\right| = \left|-\dot{m} \cdot \left(h_2 - h_1\right)\right| \equiv \dot{m} \cdot \left(h_2 - h_1\right) = 1.666 \text{ W} = 1.67 \text{ kW}$$

Infine, il coefficiente di prestazione della pompa di calore, dato dal rapporto tra potenza termica ceduta dal condensatore all'ambiente riscaldato e potenza meccanica assorbita dal compressore, vale:

$$COP = \frac{\left|\dot{Q}_{condensatore}\right|}{\left|\dot{L}_{compressore}\right|} = \frac{h_2 - h_3}{h_2 - h_1} = 6.60$$

---

*Trattare SINTETICAMENTE, a parole e con le necessarie formule, diagrammi o equazioni, le tematiche indicate di seguito, riportando tutte le trattazioni relative, in forma chiara e leggibile, sul retro del presente stampato. PARTI RIPORTATE ALTROVE NON SARANNO VALUTATE!*

- Spiegare perché un sistema che opera ciclicamente e scambia calore con due serbatoi a 1000°C e 300 K, ad ogni ciclo assorbendo dal primo 250 kJ ed erogando un lavoro netto pari a 160 kJ, esegue una trasformazione irreversibile.
- Raggio critico di isolamento termico.
- Emissività, coefficienti di assorbimento, riflessione e trasmissione in irraggiamento termico e relazioni reciproche.