LAVORO ed ENERGIA

I problemi dinamici e statici del punto materiale possono essere risolti mediante ***l'eq.ne di Newton*** (o II° legge della dinamica), tenendo conto delle **nozioni cinematiche** e sfruttando le **semplici nozioni del calcolo vettoriale**.
Ciononostante conviene introdurre 2 nuove grandezze fisiche strettamente legate tra loro: il **Lavoro** e l'**Energia**.
Sono infatti molto **utili** e **interessanti** in quanto aiutano:
1) a capire meglio molte questioni meccaniche e
2) in certi casi, forniscono scorciatoie verso la soluzione di problemi dinamici e statici

UTILITA'

(•) il lavoro serve **a** comprendere il funzionamento delle cosidette "macchine", **a** caratterizzare il comportamento dei vincoli in generale, **a** descrivere meglio le interazioni tra corpi e sistemi meccanici complessi, **a** trovare un nuovo metodo per risolvere i problemi statici,
(•) l'energia meccanica si presenta in due forme, ***cinetica*** (legata al movimento) e ***potenziale*** (legata alla posizione del punto materiale). Essa può **trasformarsi** da una forma all'altra e **trasferirsi** da un corpo all'altro. In **certe circostanze** l'energia meccanica totale di un punto materiale o un sistema di punti materiali, si ***conserva.*** Si ha così una **terza legge di conservazione**, da aggiungere alle altre della **quantità di moto** e **del momento angolare**, utile dal punto di vista pratico in quanto porta ad equazioni differenziali del *1° ordine* anziché del *2° ordine* (Es. moto armonico semplice con forze elastiche: $-kx = m\, d^2x/dt^2 \Rightarrow d^2x/dt^2 + \omega x = 0$, con $\omega = \sqrt{k/m}$), **di più facile soluzione.**
∃ inoltre un teorema fondamentale che lega lavoro all'energia cinetica.

INTERESSANTE

Il concetto di energia si presta ad essere generalizzato al di fuori della meccanica negli altri campi della Fisica e delle scienze affini, introducendo NUOVE FORME di energia (***termica***, ***elettrica*** e ***magnetica***, ***chimica***, ***nucleare***, etc.) che tengono conto dei vari fenomeni di volta in volta studiati. Si trova così che la conservazione dell'energia, tenendo conto di TUTTE le forme di energia , è **una delle leggi fondamentali della Fisica.**

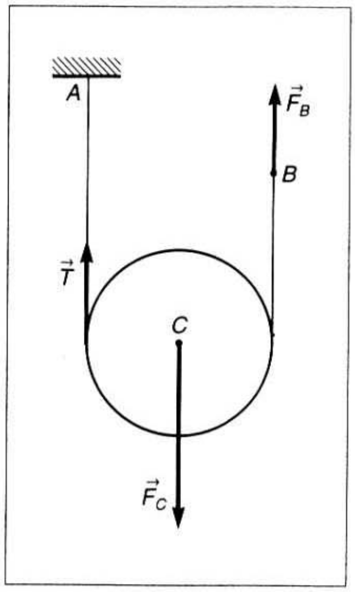
MACCHINE

In meccanica, per "macchina" si intende un dispositivo **vincolato** capace di **spostare il punto di applicazione di una determinata forza**, che chiamiamo **"Resistente"**, **sfruttando un'altra forza che chiamiamo "Motrice"** (anche il suo punto di applicazione si sposta). Oltre a queste due forze sono presenti, naturalmente, anche le forze vincolari.
Le macchine, anche quelle più semplici come la ***carrucola***, il ***piano inclinato*** e la ***leva***, hanno una interessante caratteristica: in certi casi **possono spostare il punto di applicazione di una data forza resistente utilizzando una forza motrice più piccola, in modulo.**
Si consideri , a proposito, il seguente semplice esempio:
si vuole sollevare di un certo tratto, un macigno avendo a disposizione una forza **verticale ascendente** ***F*** di modulo ***n*** volte inferiore al peso ***P*** del macigno.E' possibile solamente suddividendo il macigno in ***n*** frammenti di ugual peso e sollevando (**lentissimamente** con ***a***= 0 essendo la ***F*** superiore di ***P/n*** di un **infinitesimo**) i frammenti uno per volta. Alla fine degli ***n*** viaggi la piccola forza ***F*** ha sollevato l'intero macigno. Una macchina può arrivare allo stesso risultato senza frantumare il macigno.
Da queste considerazioni intuitive, emerge la necessità di introdurre una **nuova garandezza fisica (*il lavoro*) che tenga conto NON SOLO delle forze MA ANCHE degli spostamenti dei loro punti di applicazione**.

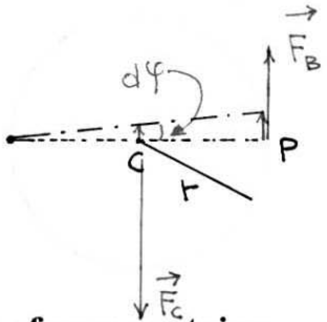
Definiamo questa grandezza **in generale** dopo averla introdotta nei 3 casi **particolari** della *carrucola*, del *piano inclinato* e della *leva.*
Supponiamo che i vincoli siano **ideali** (senza attrito) e che le macchine siano **in condizioni di equilibrio** (***a*** = 0); utilizzeremo così le leggi della statica, più facili di quelle della dinamica, **senza rinunciare del**

tutto agli spostamenti. Infatti **se la forza motrice ha un modulo appena superiore a quello che assicura l'equilibrio, chiaramente essa produrrà gli spostamenti desiderati seppure con estrema lentezza essendo $\boldsymbol{a \cong 0}$.**

I° Esempio *<u>Carrucola Mobile</u>*



$$d\varphi = \frac{dC}{r} = \frac{dP}{2r}$$



$\vec{\mathbf{F}}_B$ **= forza motrice**
$\vec{\mathbf{F}}_C$ **= forza resistente**
$\vec{\mathbf{T}}$ **= forza vincolare (tensione del filo).**

Perché la carrucola sia in condizioni di equilibrio è necessario che sia:

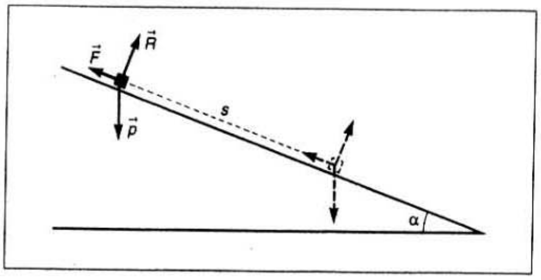
$$|\vec{\mathbf{F}}_B| = \tfrac{1}{2}|\vec{\mathbf{F}}_C| \text{ e } |\vec{\mathbf{T}}| = \tfrac{1}{2}|\vec{\mathbf{F}}_C|$$

Per valori della forza motrice più grandi di **infinitesimi** di quella d'equilibrio, la ruota sale ruotando con **infinita lentezza**. Lo spostamento dell'estremo B della fune tesa è lungo ***<u>il doppio</u>*** del corrispondente spostamento di C ;centro della carrucola. Inoltre gli spostamenti infinitesimi $d\vec{P}$ e $d\vec{C}$ sono rettilinei per una rotazione infinitesima d φ e si possono rappresentare come vettori: uno ***equiverso*** con $\vec{F}_B$ e l'altro ***controverso*** con $\vec{F}_C$, rispettivamente.Se moltiplichiamo scalarmente forze e vettori spostamento dei rispettivi punti di applicazione, otteniamo:

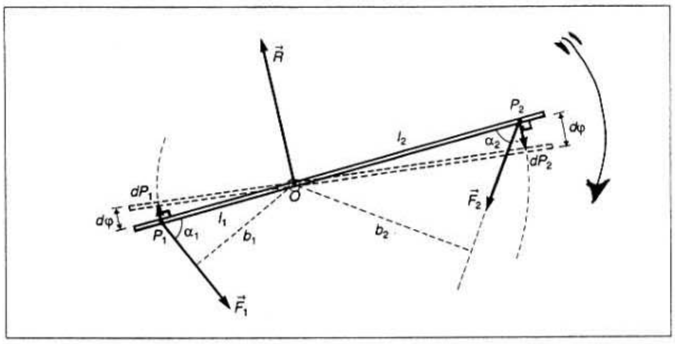
$$\vec{\mathbf{F}}_B \cdot \vec{\mathbf{dP}} = - \vec{\mathbf{F}}_C \cdot \vec{\mathbf{dC}} \text{ essendo } |\vec{\mathbf{dP}}| = 2\, |\vec{\mathbf{dC}}|$$

Cioè: **il prodotto scalare della forza per lo spostamento rettilineo del suo punto di applicazione è *positivo* per la forza motrice e *negativo* per quella resistente e *uguali* in modulo.** Tale prodotto è proprio la **definizione *elementare*** di **Lavoro**, anche se non abbastanza generale a causa dell' ipotesi di forza costante.

2° Esempio *Piano Inclinato*



$\vec{p}$ = forza peso del corpo (forza resistente),
$\vec{F}$ = forza motrice Parallela al piano inclinato e ascendente,
$\vec{R}$ = forza vincolare.



$\vec{F}_1$ e $\vec{F}_2$ le due forze attive
P_1 e P_2 i loro punti di applicazione
$\vec{R}$ la forza vincolare che mantiene fisso il fulcro O.

Supposto il vincolo ideale, la condizione di equilibrio è data da :

$$\mathbf{F_1 b_1 = F_2 b_2} \qquad \text{(a)}$$

b_1 e b_2 sono i **bracci** delle due forze attive.
Se la forza motrice ha un modulo appena superiore a quello dato dalla eq.ne (a), la leva **ruota** e P_1 e P_2 si spostano con estrema lentezza con spostamenti però NON PIU' rettilinei. Per potere ancora parlare di prodotto scalare tra una forza e lo spostamento del suo punto di applicazione, conviene considerare una rotazione infinitesima di un angolo infinitesimo d φ . In tal caso infatti, gli spostamenti di P_1 e P_2, essendo infinitesimi, **possono essere considerati rettilinei e quindi rappresentabili con vettori infinitesimi $\overrightarrow{dP}_1$e $\overrightarrow{dP}_2$.**
(con $\overrightarrow{dP}$ intendiamo un modo abbreviato per scrivere la differenza tra la posizione finale e quella iniziale del punto P considerato, quando queste sono infinitamente vicine: cioè un **vettore infinitesimo**).
l_1 = lunghezza del segmento OP_1,
l_2 = lunghezza del segmento OP_2,

Dalla **condizione di equilibrio,** si ricava**:**

$$\mathbf{F = p\ sen\alpha}$$

Con modulo F superiore a p senα di un **infinitesimo** si può trascinare il punto materiale in alto per un tratto lungo *s* anche se con **infinita lentezza**. Moltiplicando ambo i membri per *s* si ottiene:

$$F\ s = p\ s\ sen\alpha.$$

Considerando $\vec{s}$ come un vettore rettilineo con la direzione orientata della forza $\vec{F}$ (costante), possiamo riscrivere la suddetta identità come:

$$\vec{\mathbf{F}} \bullet \vec{\mathbf{s}} = -\vec{\mathbf{p}} \bullet \vec{\mathbf{s}}$$

$$(\vec{\mathbf{p}} \bullet \vec{\mathbf{s}} = \mathbf{p\ s\ cos\ (\pi/2 + \alpha) = -\ p\ s\ sen\alpha})$$

Di nuovo: **il prodotto scalare della forza per lo spostamento rettilineo del suo punto di applicazione è *<u>positivo</u>* per la forza motrice e *<u>negativo</u>* per quella resistente e *<u>uguali</u>* in modulo.** Tale prodotto è proprio la **definizione *elementare* di Lavoro**, anche se non abbastanza generale a causa dell' ipotesi di forza costante.

3° Esempio: *leva*

α_1 = angolo che F_1 forma con OP_1,
α_2 = angolo che F_2 forma con OP_2.

$$\mathbf{F_1\, l_1\, sen\ \alpha_1 = F_2\, l_2\, sen\ \alpha_2}$$

$$\mathbf{F_1\, l_1\, d\varphi\ sen\ \alpha_1 = F_2\, l_2\, d\varphi\ sen\ \alpha_2.}$$

Dalle formule trigonometriche :
$\cos(\alpha \pm \beta) = \cos\alpha\ \cos\beta \mp \operatorname{sen}\alpha\ \operatorname{sen}\beta$

$$\Rightarrow \mathbf{\cos(\pi/2 - \beta) = sen\ \beta\ ;\ \cos(\pi/2 + \beta) = -\ sen\ \beta}$$

$- F_1\, l_1\, d\varphi \cos(\pi/2 + \alpha_1) = F_2\, l_2\, d\varphi \cos(\pi/2 - \alpha_2)$, ossia:

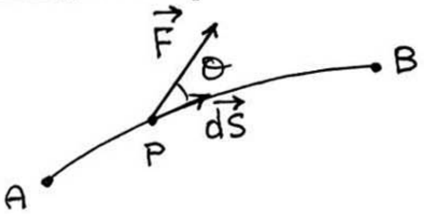
$$- \vec{\mathbf{F}}_1 \bullet \vec{\mathbf{dP}}_1 = \vec{\mathbf{F}}_2 \bullet \vec{\mathbf{dP}}_2.$$

Anche in questo caso: **i prodotti scalari fra ciascuna delle due forze attive e lo spostamento del loro punto di applicazione, risultano OPPOSTI. Pur essendo infinitesimi questi due prodotti scalari possono ancora essere chiamati LAVORO (infinitesimo) della forza *resistente* (< 0) e *motrice* (> 0) , rispettivamente.**

In tutti e 3 gli esempi: **il lavoro della forza resistente è sempre *l'opposto* del corrispondente lavoro della forza motrice.**

LAVORO

Vogliamo definire il lavoro compiuto da una forza $\vec{F}$ (in generale <u>*variabile*</u>) il cui punto di applicazione P si sposta lungo una linea (<u>*in generale curva*</u>) nello spazio di estremi A e B:



Indicando con *s* l'ascissa curvilinea, si suddivide tale linea in un numero tendente all' ∞ di tratti infinitesimi ciascuno dei quali è un vettore spostamento infinitesimo $\vec{ds}$. Durante un generico spostamento $\vec{ds}$, **$\vec{F}$, anche se variabile, subisce una variazione trascurabile in quanto infinitesima, ossia $\vec{F}$ è praticamente costante.**

Si definisce, allora, **lavoro infinitesimo dL come prodotto scalare tra la forza $\vec{F}$ e lo spostamento infinitesimo $\vec{ds}$ del suo punto di applicazione P:**

$$dL = \vec{F} \bullet \vec{ds}$$

Per avere il lavoro L compiuto da $\vec{F}$ durante lo spostamento di P da A a B, si **sommano** tali contributi, ossia si esegue **un integrale di linea:**

$$L = \int_A^B \vec{F} \bullet \vec{ds} = \int_A^B F\, ds \cos\theta \ = \int_A^B F_T\, ds$$

con F_T = ***componente di $\vec{F}$ tangente alla traiettoria***,

$\vec{F}$ e θ variabili lungo la traiettoria.

Distinguiamo:

i) $0 \le \theta < \pi/2 \Rightarrow L > 0 \Rightarrow$ **lavoro motore,**
ii) $\pi/2 < \theta \le \pi \Rightarrow L < 0 \Rightarrow$ **lavoro resistente,**
iii) $\theta = \pi/2 \Rightarrow L = 0 \Rightarrow$ **F normale alla traiettoria.**

(•) $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \ldots, \vec{F}_n$ agenti su P

$$L = \int_A^B \vec{R} \bullet \vec{ds} = \int_A^B \sum_1^n {}_i \vec{F}_i \bullet \vec{ds} = \sum_1^n {}_i \int_A^B \vec{F}_i \bullet \vec{ds} = \sum_1^n {}_i L_i$$

Il lavoro è pari alla somma dei lavori delle singole forze agenti, ciascuno dei quali può essere > 0, < 0 **o *nullo*.**

$$\left.\begin{array}{l} \vec{F}_i = 0 \ \text{per} \ \forall i, \\ \vec{R} = 0, \\ \vec{R} \ \text{normale alla triettoria} \end{array}\right. \Rightarrow L = 0$$

→ **(equilibrio dinamico, v =costante: moto rettilineo o curvilineo uniforme)**

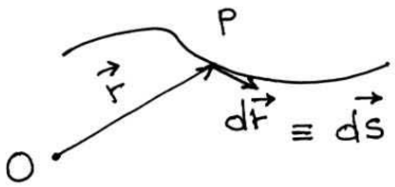
Per esempio in un moto rettilineo uniforme in presenza di attrito, occorre applicare una forza motrice tale per cui sia $\mathbf{L = L_M + L_R = 0}$.

POTENZA

(i) potenza istantanea

$$P = dL/dt = \vec{F} \bullet \vec{ds}/dt = \vec{F} \bullet \vec{dr}/dt = \vec{F} \bullet \vec{v} = F_T v$$

In generale **variabile** durante il moto.



(ii) potenza media

$$\mathbf{P_m = L/t}$$

La potenza misura la **rapidità di erogazione del lavoro**: ***a parità di lavoro svolto, ha maggiore potenza quella macchina che lo eroga in minore tempo.***

Unità di misura

Dalle Definizioni : $\mathbf{dL = \vec{F} \bullet \vec{ds}}$

Nel S.I. **:** $\mathbf{1J = 1N \times 1m}$ **(o 1 joule)**

$$\mathbf{P = dL/dt}$$

$\mathbf{1W = 1J / 1s}$ **(o 1 watt)**

ENERGIA CINETICA

$$dL = F_T\, ds = m\, a_T\, ds = m\, (dv/dt)\, ds = m\, v\, dv$$

$$\mathbf{L = \int_A^B m\, v\, dv = \tfrac{1}{2}\, m v_B^2 - \tfrac{1}{2}\, m\, v_A^2 = \Delta E_k}$$

Il lavoro è uguale alla variazione della quantità ***½ m v²*** **che si chiama** ***Energia Cinetica*** **del punto materiale.**
Il simbolo Δ indica ***valore finale meno valore iniziale***.

Il teorema dell'energia cinetica è stato ricavato utilizzando la legge di Newton **: $\vec{F} = m\,\vec{a}$, pertanto ha validità generale qualunque sia $\vec{F}$.** (radente dinamico)

(♣) $L > 0$ **l'energia cinetica finale è di quella iniziale,**

(♠) $L < 0$ **l'energia cinetica finale è minore di quella iniziale : caso delle forze di attrito che, quali forze resistenti compiono lavoro negativo; con SOLO tali forze agenti la velocità diminuisce.**

(♦) $L = 0$ **l'energia cinetica resta COSTANTE: caso del moto circolare uniforme dove la sola forza centripeta essendo normale allo spostamento NON compie lavoro ⇒ la velocità in modulo resta costante.**

NOTA:

(I) E' stata definita la differenza di energia cinetica!.
Tutte le leggi con cui vengono definite le varie forme di energia ***contengono sempre la variazione di energia***
⇒ tali quantità possono essere allora definite a meno di una costante.

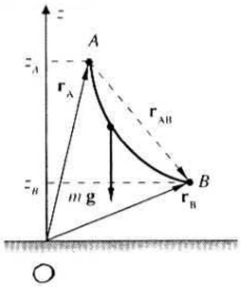
Per esempio si può scrivere $E_K = \frac{1}{2} mv^2 + \text{costante}$, senza con questo modificare l'eq.ne $L = \Delta E_K$. **Però si avrebbe che questa energia, legata al movimento, sarebbe NON nulla anche se fosse $v = 0$, e questo non ha senso. ⇒ $\text{costante} = 0$.**

(II) Il lavoro è la manifestazione dell'azione di una forza ed è quindi conseguenza dell'interazione con l'ambiente circostante .

Si parla allora di ***lavoro scambiato***; ***NON*** si dice mai che ***un corpo possiede lavoro***.

Si parla invece di ***energia posseduta*** da un corpo, che viene modificata dall'interazione con l'ambiente esterno. **Il lavoro è la misura di questa modificazione.**

LAVORO DELLA FORZA PESO



Calcoliamo il lavoro della forza peso $m\vec{g}$ per uno spostamento generico dalla posizione a A quella B. L'asse z, introdotto per facilitare il calcolo di L, è orientato dal suolo verso l'alto ed ha verso opposto di $\vec{g}$. Scriviamo:

$$\mathbf{L = \int_A^B \vec{F} \bullet \vec{ds} = \vec{F} \bullet \int_A^B \vec{ds} = m\vec{g} \bullet \vec{r}_{AB}}$$

Infatti $\vec{F}$ è costante e $\int_A^B \vec{ds} = \vec{r}_{AB} = \vec{r}_B - \vec{r}_A$.

Dal prodotto $\vec{a} \bullet \vec{b} = a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z$ calcolato in un sistema di riferimento cartesiano Oxyz, segue:

$L = -mg\,(z_B - z_A)$, essendo la componente sull'asse z di $\mathbf{m\vec{g}}$ $= \mathbf{-mg}$ e quella di $\vec{\mathbf{r}}_{AB} = (z_B - z_A)$. Possiamo allora scrivere:

$$\mathbf{L = -\,(mg\,z_B - mg\,z_A) = -\,(E_{p,B} - E_{p,A}) = -\,\Delta E_p}$$

Con $\mathbf{E_p = mg\,z}$ indichiamo una funzione della coordinata z del punto (misurata lungo un asse parallelo e di verso opposto a $m\vec{g}$), che ha questa proprietà: ***il lavoro è uguale all'opposto della variazione di questa funzione durante lo spostamento da A a B e pertanto NON dipende dalla particolare traiettoria che collega A a B.***

Distinguiamo i casi:

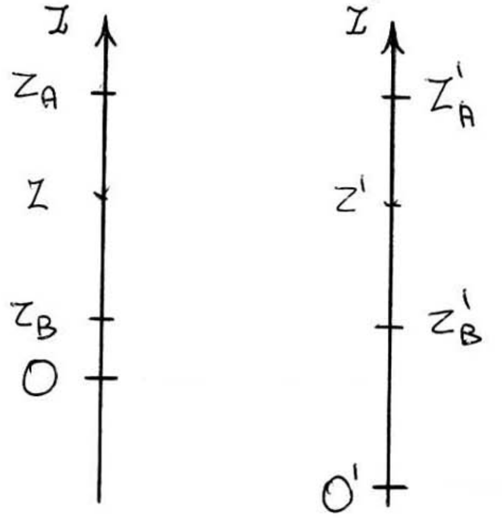
a) B si trova in una posizione più bassa di A ⇒ L è positivo ⇒ **Ep diminuisce andando da A a B.**
E' questo lo spostamento ***naturale*** di un punto P sottosposto alla sola forza peso.

b) B si trova in una posizione più alta di A ⇒ L è< 0 ⇒ $\mathbf{E_p}$ **aumenta andando da A a B .**
perché QUESTO AVVENGA BISOGNA:
(i) applicare al punto un'altra forza motrice il cui lavoro superi quello resistente di $m\vec{g}$ (forza resistente), oppure
(ii) che il punto abbia una sufficiente velocità iniziale così che la diminuzione dell'energia cinetica eguagli il lavoro di $m\vec{g}$.

Come per l'energia cinetica, posso scrivere:

$$\mathbf{E_p = mgz + cost.}$$

dove la costante è il valore assunto da E_p nell'origine, $z = 0$, valore che cambia al cambiare dell'origine dell'asse orientato



secondo la relazione $z' = z + OO'$.
Osserviamo però che è :
$E_p' = mgz' = mgz + OO'$ e
$\mathbf{E_{pB}' - E_{pA}'} = mgz_B - mgz_A = \mathbf{E_{pB} - E_{pA}}$
Cioè , **pur dipendendo il valore di E_p dalla scelta dell'origine, NON NE DIPENDE IL VALORE DI L** della forza peso negli spostamenti del punto materiale.

Arbitrariamente poniamo : ***$E_p = 0$ per $z = 0$***

Per la forza peso posso parlare di **Energia potenziale gravitazionale** (definita tramite il lavoro come E_k) così espressa:

$$\mathbf{E_p = mgz}$$

tale per cui: $\mathbf{L_{AB} = -\Delta Ep = E_{pA} - E_{pB}}$
indipendentemente dal percorso fatto dal punto materiale per andare da A a B.

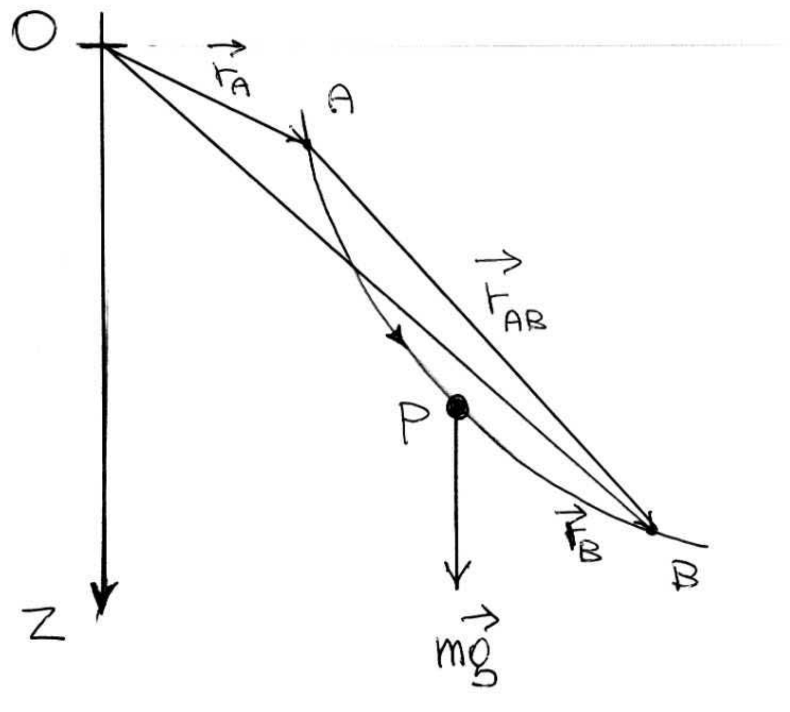
Ovviamente E_p si misura in **joule**.

(•) Quanto detto per mg può essere detto per una qualunque forza $\vec{\mathbf{F}}$ costante. Basta prendere un asse *z* orientato in modo **controverso con $\vec{\mathbf{F}}$:**

$\Rightarrow$ $\mathbf{E_p = F\ z + cost.}$

$\Rightarrow$ $\mathbf{L_{AB} = -\Delta Ep = \left[E_{pA} - E_{pB}\right]}$

(•) cambiando **verso** all'asse orientato *z* :



$$L_{AB} = mg\,\vec{u}_z\ [(x_B - x_A)\vec{u}_x + (y_B - y_A)\vec{u}_y + (z_B - z_A)\vec{u}_z\,]$$

$$= mg\,(z_B - z_A) = -\Delta\, E_p = [E_{pA} - E_{pB}]$$

con $\underline{E_p = -mgz + cost.}$

il segno – perchè la Fisica NON cambia :

a) $L_{AB} > 0$ (corpo in caduta) : **il lavoro motore avviene a scapito della E_p del punto materiale ($E_{pA} > E_{pB}$)**

b) $L_{AB} < 0$ (corpo in "salita" con $\pi/2 < \theta < \pi$) : **il lavoro resistente di mg può solo avvenire** o

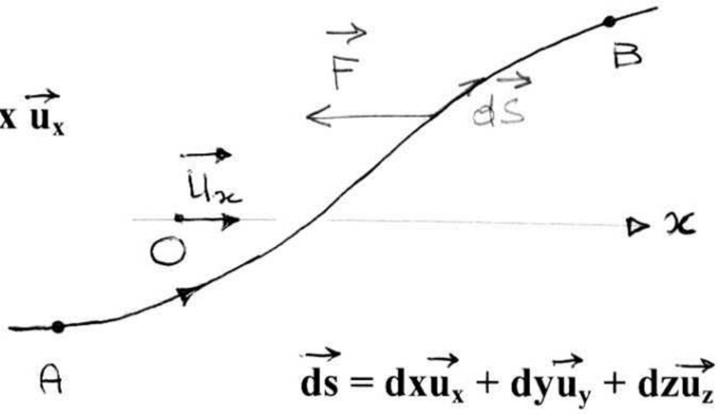
— **a scapito di una v iniziale,** o

— **tramite una forza esterna F = – mg**

per entrambi si ha un aumento di E_p del punto materiale.

Forza elastica unidimensionale

$\vec{F} = -kx\,\vec{u}_x$



$\vec{ds} = dx\vec{u}_x + dy\vec{u}_y + dz\vec{u}_z$

$$L_{AB} = \int_A^B \vec{F} \bullet \vec{ds} = \int_A^B -kx\vec{u}_x \bullet [dx\vec{u}_x + dy\vec{u}_y + dz\vec{u}_z]$$

$$= -k\int_A^B x\,dx = -k\left[\tfrac{1}{2}x^2\right]_A^B = \tfrac{1}{2}kx_A^2 - \tfrac{1}{2}kx_B^2$$

$$= -\Delta E_p \quad \text{con} \quad E_p = \tfrac{1}{2}kx^2$$

energia potenziale elastica

come prima definita a meno di una costante = 0.
Distinguiamo:

(a) $L_{AB} > 0$ $\quad 0 \le \theta < \pi/2$
E_p decresce - forza elastica motrice

(b) $L_{AB} < 0$ $\quad \pi/2 < \theta \le \pi$
Ep cresce - spostamento possibile *<u>solo</u>* o a scapito di E_k o tramite una forza motrice esterna $\vec{F}_{ex.} = -\vec{F}$

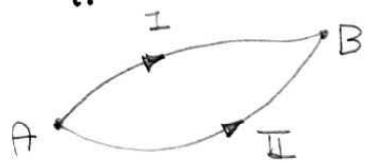
Forza conservativa

Si dicono conservative quelle forze per le quali **il lavoro compiuto <u>NON</u> dipende dal percorso fatto dal suo punto d'applicazione e** per le quali **esiste un funzione E_p della posizione tale per cui :**

$$\mathbf{L_{AB} = -\,\Delta E_p}$$

Per il calcolo di L_{AB}, potendo utilizzare **un qualunque percorso che colleghi A a B**

$$\int_A^B (\vec{F}\cdot\vec{ds})_{I} = \int_A^B (\vec{F}\cdot\vec{ds})_{II} = \int_A^B (\vec{F}\cdot\vec{ds})$$



sceglieremo quello **analiticamente più comodo.**

$$\Rightarrow \int_A^B \vec{F}\bullet\vec{ds} = E_{pA} - E_{pB} = -\,(E_{pB} - E_{pA}) = -\int_B^A \vec{F}\bullet\vec{ds}$$

invertire il segno di percorrenza significa cambiare solo il segno del lavoro.

$$\Rightarrow \int_A^B (\vec{F}\bullet\vec{ds})_{I} + \int_B^A (\vec{F}\bullet\vec{ds})_{-II} = \oint \vec{F}\bullet\vec{ds} =$$

$$= \int_A^B (\vec{F}\bullet\vec{ds})_{I} - \int_A^B (\vec{F}\bullet\vec{ds})_{II} = 0$$

lungo un percorso chiuso il lavoro è nullo.
(definizione di forza conservativa)

Sono forze conservative:

(♣) **forza peso** $\Rightarrow$ $\mathbf{E_p = mgz}$

(♦) **forza elastica unidimensionale** $\Rightarrow$ $\mathbf{E_p = \frac{1}{2} kx^2}$

<u>**NON è conservativa**</u> la **forza di attrito radente dinamica**

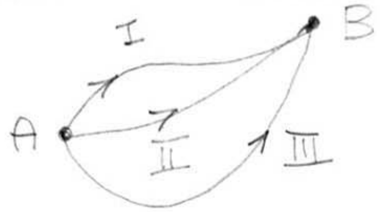
$$\vec{F}_{ad} = -\mu_d N \vec{u}_v$$

$\vec{u}_v$ **(versore velocità) è <u>parallelo</u> e concorde con** $\vec{ds}$

$$\vec{ds} = ds\, \vec{u}_v$$

$$L_{AB} = \int_A^B \vec{F}_{ad} \bullet \vec{ds} = \int_A^B -\mu_d N \vec{u}_v \bullet ds \vec{u}_v = -\mu_d N \int_A^B ds$$

dove $\int_A^B ds$ **= lunghezza del percorso da A a B misurata lungo la traiettoria effettiva percorsa dal punto materiale e quindi diversa da traiettoria a traiettoria.**



$\Rightarrow$ quindi **NON è esprimibile come differenza dei valori di una funzione delle coordinate dei punti A e B**

o anche $\nexists$ $\mathbf{E_p}$

$\Rightarrow$ il lavoro è **sempre negativo (resistente).**
Perché possa verificarsi il moto:

(a) deve agire un'altra forza (motrice) $\vec{F} = -\vec{F}_{ad}$

(b) oppure **il punto materiale deve possedere una velocità iniziale v_o, ovvero una $E_k = \frac{1}{2} m v_o^2$.**
E_k diminuisce lungo il percorso, $E_{kB} < E_{kA}$, mentre E_p aumenta. In particolare il punto materiale si ferma dopo un percorso S_{AB} : $E_{kB} - E_{kA} = - E_{kA} = - \mu_d N S_{AB}$

$$S_{AB} = E_{kA} / \mu_d N$$

Conservazione energia meccanica

♣ Se sul punto materiale agiscono ***solo*** forze conservative:

$$\mathbf{L_{AB} = \Delta E_k = E_{kB} - E_{kA}}$$
$$\mathbf{L_{AB} = -\Delta E_p = E_{pA} - E_{pB}}$$

$\Rightarrow$
$$\mathbf{E_{kA} + E_{pA} = E_{kB} + E_{pB}}$$

la somma di E_k ed E_p di un punto materiale , che si muove sotto l'azione **di SOLE forze conservative resta costante durante il moto,** cioè ***si conserva.*** Tale somma si chiama **Energia Meccanica, E_m,** del punto materiale.
O anche, in presenza di sole forze conservative vale il principio di **conservazione dell'energia meccanica:**

$$\mathbf{E_m = E_k + E_p = costante}$$

Quello che succede durante il moto è che:

(a) $\mathbf{E_k} \uparrow$ **e** $\mathbf{E_p} \downarrow$, oppure

(b) $\mathbf{E_k} \downarrow$ **e** $\mathbf{E_p} \uparrow$.

La loro somma rimane però **costante.**

♦ Quando agiscono **ANCHE forze dissipative** (tipo forze d'attrito):

$\mathbf{L_{AB} = L_{ABcons.} + L_{AB\ diss.} = \Delta E_k}$

con $\mathbf{L_{ABcons.} = -\Delta E_p = E_{pA} - E_{pB}}$

$$\mathbf{L_{ABdiss.} = (E_{kB} + E_{pB}) - (E_{kA} + E_{pA})}$$

$$\mathbf{= E_{m,B} - E_{m,A}}$$

⇒ **in presenza di forze dissipative l'energia meccanica NON si conserva e la sua variazione è uguale al lavoro fatto dalle forze dissipative.**

⇒ In pratica, essendo ***sempre*** presenti *forze dissipative*, per le quali è $\mathbf{L_{AB} < 0}$, **l'energia meccanica diminuisce sempre**. E, anche, nei **processi ciclici** dove si ritorna al punto di partenza il bilancio energetico è sempre in perdita: **il corpo assorbe più di quanto dà.** Cosa che **non succede** in presenza di **sole forze conservative; sono esempi:**

(1) piano inclinato liscio,

(2) forza elastica agente in piano orizzontale liscio,

(3) pendolo semplice.