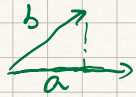
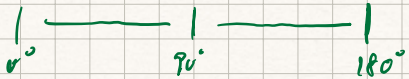


$$\text{Proj}_a(b) = \frac{a \cdot b}{a \cdot a} \cdot |a|.$$



acute right obtuse.



Line:

Point A.  $(a, b)$  direction vector  $(c, d)$ .

Vector form:  $x = (a, b) + t(c, d)$ .

parametric form:  $x = a + tc$

$y = b + td$ .

general form:  $ax + by + c = 0$ .

Plane: normal form:  $ax + by + cz = 0$  ( $a/b/c \neq 0$ )

6:20 PM Wed Feb 5

blog.csdn.net

OWL : MATH 1600B 00... owl.uwo.ca/access/co... owl.uwo.ca/access/co... owl.uwo.ca/access/co... 自由变量和约束变量 - 维... 求解Ax=0: 主变量...

CSDN 首页 博客 学院 下载 论坛 问答 活动 专题 招聘 APP VIP会员 博客之星 Python工程师 写博客 登录/注册

xdfyoga1

TA的个人主页

原创 42

粉丝 185

获赞 134

评论 28

访问 19万+

等级: 博客5 周排名: 7万+ 积分: 2268 总排名: 2万+

关注 私信

facebook

Facebook (脸书) 官方网站 Facebook (脸书) - 连接世界

最新文章

protarctor搭建测试环境

functools — 处理函数的工具

itertools— 迭代函数

operator — Built-in Operators的函数接口

OpenCV中parallel\_for 和 parallel\_for\_学习笔记

分类专栏

c/c++ 9篇

opencv 5篇

matlab 2篇

线性代数 27篇

Python 3篇

展开

归档

2018年7月 1篇

2018年5月 3篇

2015年3月 6篇

2014年11月 5篇

2014年8月 9篇

2014年7月 19篇

2014年6月 5篇

求解Ax=0: 主变量、自由变量、特殊解

原创 xdfyoga1 最后发布于2014-07-02 10:28:55 阅读数 6604 收藏 展开

上一篇简单介绍了列空间 (column space) 和零空间 (null space) , 这一次主要介绍如何求出零空间内的向量, 即主要讨论Ax=0。假设有矩阵 $A=\begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 & 2 \\ 2 & 4 & 6 & 8 \\ 3 & 6 & 8 & 10 \end{bmatrix}$ , 略微观察一下其行和列可看出, 列2是列1的倍数, 行3等于行1加行2, 他们都是相关的, 这些相关性会在消元中体现出来。当我们对A进行消元, 在消元的过程中, 解是不会变的, 因此零空间不会变化, 但列空间会随着消元发生改变, 对A的消元过程如下, 最终得到矩阵U。

$$A=\begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 & 2 \\ 2 & 4 & 6 & 8 \\ 3 & 6 & 8 & 10 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 2 & 4 \\ 0 & 0 & 2 & 4 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 2 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = U$$

从上面的消元我们可以看出, 最后一行全为0, 消元可以告诉我们如果有行变成了全0, 那么那一行必定是其他行的线性组合, 消元会将这些没有用的行消除。A有两个主元 (pivots): 第1行的1以及第2行的2, 主元的个数可以称为矩阵的秩 (rank of matrix), 两个主元所在的列称为主元列 (pivot columns), 在本例中是列1和列3, 其他两列即列2和列4称为自由列 (free columns), 与主元列对应的x称为主变量 (pivot variable), 如x1和x3, 与自由列对应的变量称为自由变量 (free variable), 如x2和x4, 自由的意思就是x2和x4可以任取。更为一般的结论, 假设矩阵A大小为m\*n, 在消元过程中发现其有r个主变量, 即秩是r, 那么这个矩阵就有n-r个自由变量。对于上面举的例子, 现在取x2=1, x4=0, 就可得到零空间中的一个向量 $\begin{bmatrix} -2 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ , 容易理解更一般的形式 $\begin{bmatrix} -2 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ 都是Ax=0的解, 由于x2和x4是自由变量, 因此我也可以取x2=0, x4=1, 这样得到的另一个解向量 $\begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ -2 \\ 1 \end{bmatrix}$ , 容易理解更一般的形式 $\begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ -2 \\ 1 \end{bmatrix}$ 也都是Ax=0的解, 这两组解也称为方程的特殊解 (special solution), 特殊体

现在我们给自由变量取了特定值, 即每次让一个自由变量为1, 其他自由变量为0, 最终零空间就是这两个向量所有的线性组合, 注意当自由变量选取其他值时, 得到的最终解全是这两个向量的线性组合。

那么上面的这两解 $\begin{bmatrix} -2 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ 和 $\begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ -2 \\ 1 \end{bmatrix}$ 跟矩阵A到底是什么关系呢? 可不可以当满足一定条件时, 我们就能直接写出这两个基解x, 而不用去进行回代 (backsubstitution) 呢?

首先尽管我们已经对A进行了化简, 得到了看起来像阶梯状的矩阵U, 但为了更容易求特殊解, 其实我们可将U进一步化简, 得到U的简化行阶梯阵 (reduced row echelon form of U), 记为R, 过程为对U向上消元, 即让主元的上方也变成0, 简化过程如下。

$$U=\begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 2 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 2 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = R$$

上面第2步到第3步是为了让主元为1, 所以将第2行除以了2, MATLAB中有专门的函数rref (reduced row echelon form of matrix) 函数可以完成上面A到R的整个过程, R以最简单的形式包含了所有信息, 首先它指出了主元行, 即第1行和第2行, 指出了主元列, 即列1和列3, 另外它还包含了一个单位阵, 位于主元行与主元列的交汇处, 现在我们将R中的主元列与自由列分开, 即交换一下列, 使得主元列在一起, 自由列在一起, R就变成 $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 & -2 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ , 假设矩阵R中的 $\begin{bmatrix} 2 & -2 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$ 部分记为F,  $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$