第二章

自信息量：$I(a_i)=f[P(a_i)]=\log_r\frac{1}{P(a_i)}=-\log_r P(a_i)$

信息熵（平均自信息量）：$H_r(X)=E\left(\log_r\frac{1}{p(a_i)}\right)=-\sum_{i=1}^{q}p(a_i)\log_r p(a_i)$

熵函数$H\left(P\right)$：$H(X)=-\sum_{i=1}^{q}P(a_i)\log P(a_i)=-\sum_{i=1}^{q}p_i\log p_i=H(p_1,p_2,\cdots,p_q)=H(\mathbf{P})$

离散平稳无记忆N次扩展信源的熵：$H(X)=H(X^N)=N\cdot H\left(X\right)$

联合概率分布与条件概率分布的关系：$P(a_j\mid a_i)=\frac{P(a_ia_j)}{P(a_i)}\quad(i,j=1,2,...,q)$

X_1X_2的联合熵：$H(X_1X_2)=-\sum_{i=1}^{q}\sum_{j=1}^{q}P(a_ia_j)\log P(a_ia_j)$

二维平稳信源的平均符号熵：$H_2(X)=\frac{1}{2}H(X_1X_2)$

条件熵：
$$\begin{aligned}H(X_2\mid X_1)&=\sum_{i=1}^{q}P(a_i)H(X_2\mid X_1=a_i)\\&=-\sum_{i=1}^{q}\sum_{j=1}^{q}P(a_i)P(a_j\mid a_i)\log P(a_j\mid a_i)\\&=-\sum_{i=1}^{q}\sum_{j=1}^{q}P(a_ia_j)\log P(a_j\mid a_i)\end{aligned}$$

联合熵与条件熵的关系：$H(X_1X_2)=H(X_1)+H(X_2/X_1)$

离散平稳信源极限熵：$H_\infty=\lim_{N\to\infty}H_N(X)=\lim_{N\to\infty}H(X_N\mid X_1X_2...X_{N-1})$

当N不很大时有：$H_\infty\approx H_N\left(X\right)$或$H_\infty\approx H(XN\mid X1X2\ldots XN-1)$

信源效率：$\eta=\frac{H_\infty}{H_0}$，$H_0=\log q$

信源冗余度：$\gamma=1-\eta=1-\frac{H_\infty}{H_0}$

第三章

先验熵：$H(X)=\sum_{i=1}^{r}P(a_i)\log\frac{1}{P(a_i)}=-\sum_{X}P(x)\log P(x)$

信道疑义度（损失熵）：
$$\begin{aligned}H(X\mid Y)&=E[H(X/b_j)]=\sum_{j=1}^{s}P(b_j)H(X/b_j)\\&=\sum_{j=1}^{s}P(b_j)\sum_{i=1}^{r}P(a_i\mid b_j)\log\frac{1}{P(a_i\mid b_j)}\\&=\sum_{X,Y}P(xy)\log\frac{1}{P(x\mid y)}\end{aligned}$$

互信息量：$I(x_i;y_j)=I(x_i)-I(x_i/y_i)=\log\frac{1}{p(x_i)}-\log\frac{1}{p(x_i\mid y_j)}=\log\frac{p(x_i\mid y_j)}{p(x_i)}$

平均互信息：$I(X;Y)=\sum_j\sum_i p(x_iy_j)I(x_i;y_j)=\sum_j\sum_i p(x_iy_j)\log\frac{p(x_i\mid y_j)}{p(x_i)}$

平均互信息与各类熵的关系：

$I(X;Y)=H(X)-H(X\mid Y)$　　$H(X\mid Y)=H(X)-I(X;Y)$

$I(X;Y)=H(Y)-H(Y\mid X)$　　$H(Y\mid X)=H(Y)-I(X;Y)$

$I(X;Y)=H(X)+H(Y)-H(XY)$　　$H(XY)=H(X)+H(Y)-I(X;Y)$

其中：

随机变量X的熵：$H(X)=\sum_X p(x)\log\frac{1}{p(x)}$　随机变量Y的熵：$H(Y)=\sum_Y p(y)\log\frac{1}{p(y)}$

损失熵：$H(X\mid Y)=\sum_{X,Y} p(xy)\log\frac{1}{p(x\mid y)}$　　噪声熵：$H(Y\mid X)=\sum_{X,Y} p(xy)\log\frac{1}{p(y\mid x)}$

联合熵：$H(XY)=\sum_{X,Y} p(xy)\log\frac{1}{p(xy)}$

信道转移矩阵：$P=\begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} & \cdots & p_{1s} \\ p_{21} & p_{22} & \cdots & p_{2s} \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ p_{r1} & p_{r2} & \cdots & p_{rs} \end{bmatrix}$满足：$p_{ij}\ge 0$，$\sum_{j=1}^{s} p_{ij}=1$

信息传输率：$R=I(X;Y)=H(X)-H(X\mid Y)$（比特/符号）

信息传输速率：$R_t=R/t=I(X;Y)/t=H(X)/t-H(X\mid Y)/t$（比特/秒）

信道容量C(最大的信息传输率)：$C=\max_{P(X)}\{I(X;Y)\}$，$C_t=\frac{C}{t}$

对称离散信道的信道容量：$C=\max_{P(x)}[H(Y)-H(p_1',p_2',\ldots,p_s')]$

$$=\log s-H(p_1',p_2',\ldots,p_s')\quad(bit/symbol)$$

第四章

率失真函数$R(D)$的下界：$D_{\min}=\sum_x p(x)\min_y d(x,y)$

率失真函数$R(D)$的上界：$D_{\max}=\min_y\sum_x p(x)d(x,y)$

第五章

克拉夫特不等式:$\sum_{i=1}^{q} r^{-l_i}\le 1$

平均码长:$\bar{L}=\sum_{i=1}^{q} p(a_i)l_i$

编码效率：$\eta=\frac{H_r(S)}{\bar{L}}$, r进制

信息传输率：$R=\dfrac{H_r(S)}{\overline{L}}$

r元霍夫曼编码，信源符号个数：$q=n(r-1)+r$

算术编码累积概率递推公式：$G(\overline{\alpha}r)=G(\overline{\alpha})+p(\overline{\alpha})P(r)$

第六章

生成矩阵:$\overline{C}=\overline{M}G$

系统形式的生成矩阵：$G=\left[I_k \vdots P\right]$

一致校验矩阵：$H\overline{C}^T=\overline{0}^T \quad \overline{C}H^T=0^T$

系统形式的一致校验矩阵：$H=\left[P^T \vdots I_r\right]$

循环码：$x^n+1=g(x)h(x)$，$g(x)$为生成多项式，$h(x)$为校验多项式

循环码的生成矩阵：$G(x)=\begin{bmatrix} x^{k-1}g(x) \\ x^{k-2}g(x) \\ \vdots \\ xg(x) \\ g(x) \end{bmatrix}$

循环码的一致校验矩阵：$H(x)=\begin{bmatrix} h^*(x) \\ xh^*(x) \\ \vdots \\ x^{n-k-2}h^*(x) \\ x^{n-k-1}h^*(x) \end{bmatrix}$，$h^*(x)$为$h(x)$的反多项式