

UNIFEI - UNIVERSIDADE FEDERAL DE ITAJUBÁ
CURSO DE GRADUAÇÃO EM SISTEMAS DE INFORMAÇÃO



SIN110 - ALGORITMOS E GRAFOS
RESOLUÇÃO DOS EXERCÍCIOS E06 DO DIA 25/09/2015

Exercícios E06 – 25/09/15

Aluna: Karen Dantas

Número de matrícula: 31243

1) Para resolver esse exercício usarei o vértice 'A' como raiz.

Grafo 1:

- Algoritmo Prim

Filas: A – B – C – D – E – F – G – H

B – C – D – E – F – G – H

D – C – E – F – G – H

C – E – F – G – H

E – F – G – H

F – G – H

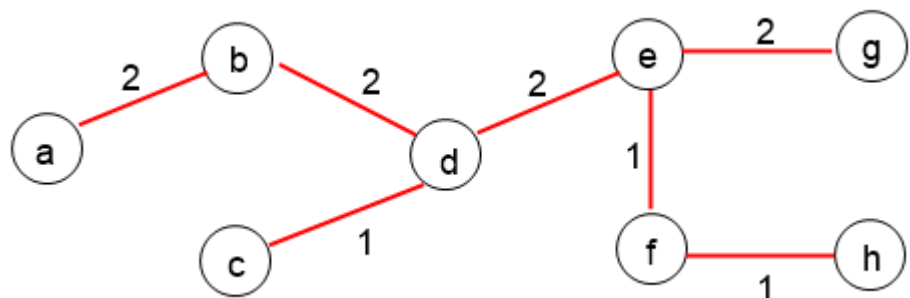
H – G

G

Vértice	Cor(u)	Predecessor(u)	Chave(u)
A	B/P	A	0
B	B/P	A	$\infty / 2$
C	B/P	A/D	$\infty / 3 / 1$
D	B/P	B	$\infty / 2$
E	B/P	D	$\infty / 2$
F	B/P	D/E	$\infty / 4 / 1$
G	B/P	E	$\infty / 2$
H	B/P	F	$\infty / 1$

Total: 11

Árvore geradora mínima:



- Algoritmo Kruskal:

Sub-árvores: {A} {B} {C} {D} {E} {F} {G} {H}

{A} {B} {C, D} {E} {F} {G} {H}

{A} {B} {C, D} {E, F} {G} {H}

{A} {B} {C, D} {E, F, H} {G}

{A, B} {C, D} {E, F, H} {G}

{A, B, C, D} {E, F, H} {G}

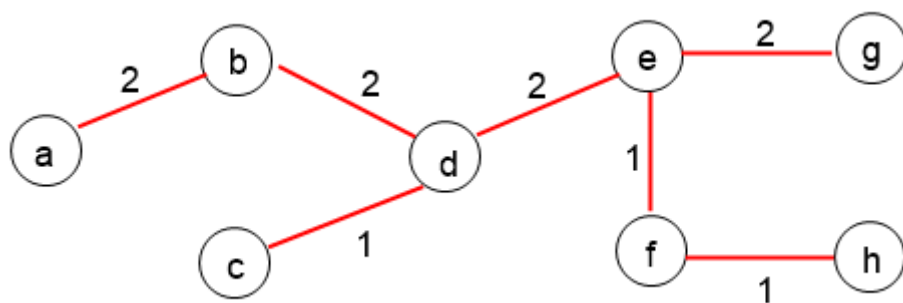
{A, B, C, D, E, F, H} {G}

{A, B, C, D, E, F, G, H}

Conjuntos ordenados	Chave	Indicador de uso do conjunto
(C, D)	1	X
(E, F)	1	X
(F, H)	1	X
(A, B)	2	X
(B, D)	2	X
(D, E)	2	X
(E, G)	2	X
(F, G)	2	-
(A, C)	3	-
(G, H)	3	-
(D, F)	4	-

Total: 11

Árvore geradora mínima:



Grafo 2:

- Algoritmo Prim

Filas: A - B - C - D - E - F - G - H - I - J - K - L

C - J - B - D - E - F - G - H - I - K - L

E - B - J - D - G - F - H - I - K - L

B - K - F - J - D - G - H - I - L

K - F - J - D - G - H - I - L

I - F - L - J - D - G - H

J - F - L - D - G - H

F - L - D - G - H

G - L - D - H

L - D - H

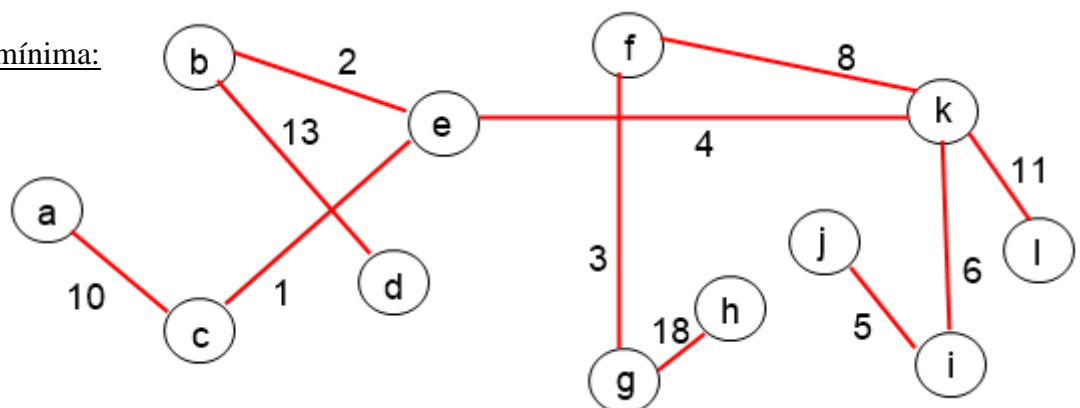
D - H

H

Vértice	Cor(u)	Predecessor(u)	Chave(u)
A	B/P	A	0
B	B/P	A / C / E	∞ / 16 / 7 / 2
C	B/P	A	∞ / 10
D	B/P	B	∞ / 13
E	B/P	C	∞ / 1
F	B/P	E / K	∞ / 9 / 8
G	B/P	C / I / F	∞ / 21 / 17 / 3
H	B/P	J / G	∞ / 19 / 18
I	B/P	K	∞ / 6
J	B/P	A / I	∞ / 12 / 5
K	B/P	E	∞ / 4
L	B/P	K	∞ / 11

Total: 81

Árvore geradora mínima:



- Algoritmo Kruskal:

Sub-árvores: {A} {B} {C} {D} {E} {F} {G} {H} {I} {J} {K} {L}

{A} {B} {C, E} {D} {F} {G} {H} {I} {J} {K} {L}

{A} {B, C, E} {D} {F} {G} {H} {I} {J} {K} {L}

{A} {B, C, E} {D} {F, G} {H} {I} {J} {K} {L}

{A} {B, C, E, K} {D} {F, G} {H} {I} {J} {L}

{A} {B, C, E, K} {D} {F, G} {H} {I, J} {L}

{A} {B, C, E, I, J, K} {D} {F, G} {H} {L}

{A} {B, C, E, F, G, I, J, K} {D} {H} {L}

{A, B, C, E, F, G, I, J, K} {D} {H} {L}

{A, B, C, E, F, G, I, J, K, L} {D} {H}

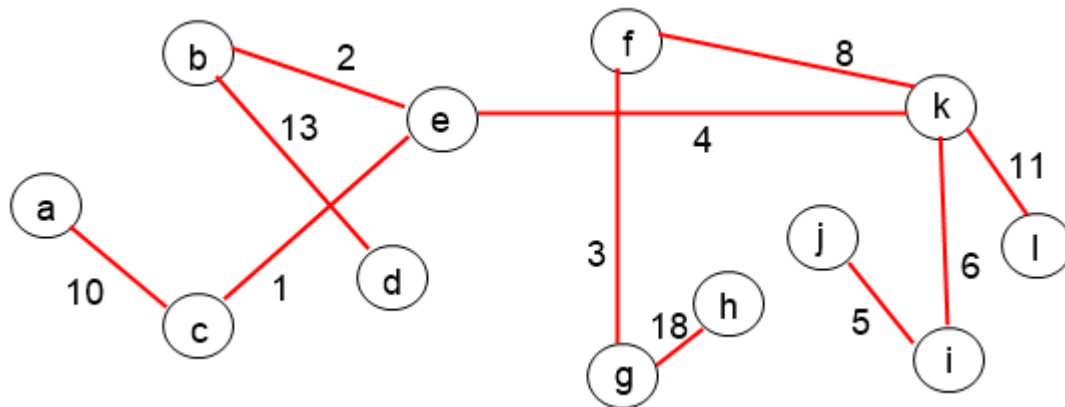
{A, B, C, D, E, F, G, I, J, K, L} {H}

{A, B, C, D, E, F, G, H, I, J, K, L}

Conjuntos ordenados	Chave	Indicador de uso do conjunto
(C, E)	1	X
(B, E)	2	X
(F, G)	3	X
(E, K)	4	X
(I, J)	5	X
(I, K)	6	X
(B, C)	7	-
(F, K)	8	X
(E, F)	9	-
(A, C)	10	X
(K, L)	11	X
(A, J)	12	-
(B, D)	13	X
(I, L)	14	-
(D, G)	15	-
(A, B)	16	-
(G, I)	17	-
(G, H)	18	X
(H, J)	19	-
(F, H)	20	-
(C, G)	21	-

Total: 81

Árvore geradora mínima:



Algoritmo mais adequado em cada pesquisa: Para o grafo de tamanho menor, em ambos os algoritmos a pesquisa foi feita forma adequada e simples. Já para o grafo de tamanho maior, o algoritmo de Prim se mostrou mais complexo para achar a solução, em contrapartida, no algoritmo de Kruskal foi possível quebrar o problema em partes menores e a visualização deste se tornou mais clara possibilitando achar a resposta mais facilmente. Logo, considero o uso do algoritmo de Prim melhor para grafos pequenos e o algoritmo de Kruskal para grafos maiores.

2) Algoritmo:

Predecessores_raiz_s (Pred, s)

1. $\text{pred}[s] \leftarrow s$
2. $x \leftarrow \text{pred}[1]$
3. para cada v em $\text{Adj}[x]$ faça
4. se $w(x, v) < \text{chave}[x]$
5. $\text{chave}[x] \leftarrow w(x, v)$
6. $\text{pred}[x] \leftarrow v$
7. para cada v em $\text{Adj}[s]$ faça
8. se $w(s, v) = \text{chave}[v]$
9. $\text{pred}[v] \leftarrow s$
10. devolve pred

O algoritmo acima recebe o vetor de predecessores com peso 'P' e a nova raiz 's'.

Primeiramente, é adicionado o 's' como seu próprio predecessor. É criada uma variável 'x' que recebe o primeiro elemento do vetor de predecessores que corresponde a raiz antiga. Na linha 3, é realizado um *loop* que encontra o novo predecessor da raiz antiga e atualiza sua chave. Na linha 7, é realizado um outro *loop* que descobre quais vértices a nova raiz irá preceder, comparando a chave do vértice e o peso da aresta. Se forem iguais, quer dizer que a nova raiz precede esse número, caso contrário, quer dizer que outro número o precede. Por fim, é retornado o novo vetor de predecessores com peso 'P'.

3) Para resolver esse exercício usarei o vértice 'A' como raiz.

- Algoritmo Prim

Filas: A - B - C - D - E - F - G

B - D - C - E - F - G

C - E - D - F - G

E - D - F - G

D - F - G

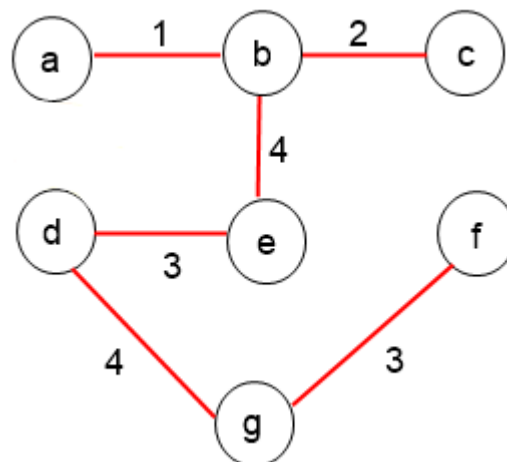
G - F

F

Vértice	Cor(u)	Predecessor(u)	Chave(u)
A	B/P	A	0
B	B/P	A	1
C	B/P	B	2
D	B/P	A / E	4 / 3
E	B/P	B	4
F	B/P	E / G	6 / 3
G	B/P	E / D	7 / 4

Total: 17

Árvore geradora mínima:



- Algoritmo Kruskal:

Sub-árvores: {A} {B} {C} {D} {E} {F} {G}

{A, B} {C} {D} {E} {F} {G}

{A, B, C} {D} {E} {F} {G}

{A, B, C} {D, E} {F} {G}

{A, B, C} {D, E} {F, G}

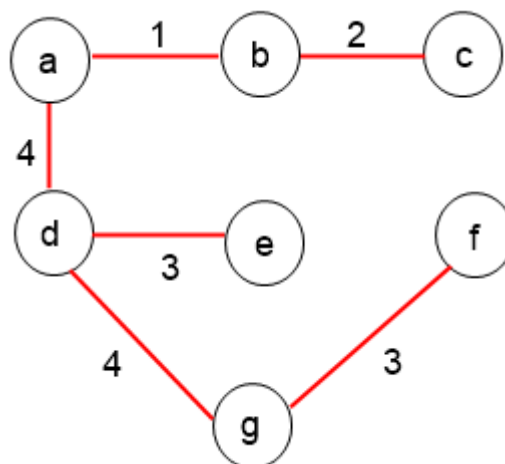
{A, B, C, D, E} {F, G}

{A, B, C, D, E, F, G}

Conjuntos ordenados	Chave	Indicador de uso do conjunto
(A, B)	1	X
(B, C)	2	X
(D, E)	3	X
(F, G)	3	X
(A, D)	4	X
(B, E)	4	-
(D, G)	4	X
(C, E)	5	-
(B, D)	6	-
(C, F)	6	-
(E, G)	7	-
(E, F)	8	-

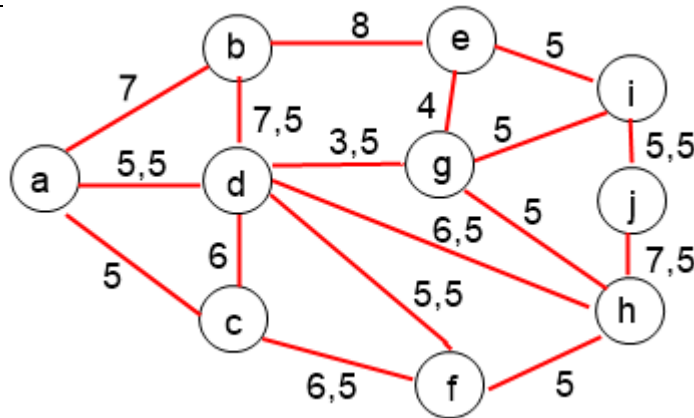
Total: 17

Árvore geradora mínima:

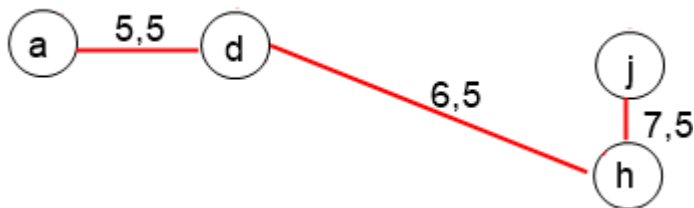


Resposta: Ao observar as árvores geradoras mínimas geradas pelos algoritmos Prim e Kruskal é possível observar que, na soma dos pesos dos vértices, ambos totalizaram 17, porém, há arestas diferentes entre eles. No algoritmo de Prim há uma aresta que liga 'b' com 'e' de peso 4, já na árvore do algoritmo de Kruskal não existe esta aresta, nele existe uma ligação entre 'a' e 'd' também de peso 4 e que não aparece na árvore do Prim. Logo, é possível gerar mais de uma árvore geradora mínima de mesmo peso.

4) Grafo:



a.)



Caminho: A→D→H→J

Custo: $5,5 + 6,5 + 7,5 = 19,5$ ou R\$19.500,00.

b.) Para encontrar o caminho de menor custo usarei o algoritmo Kruskal e considerarei que nos caminhos (A, D), (D, H) e (H, J) já foi instalada a rede elétrica.

Subárvores: {A, D, H, J} {B} {C} {E} {F} {G} {I}

{A, D, G, H, J} {B} {C} {E} {F} {I}

{A, D, E, G, H, J} {B} {C} {F} {I}

{A, C, D, E, G, H, J} {B} {F} {I}

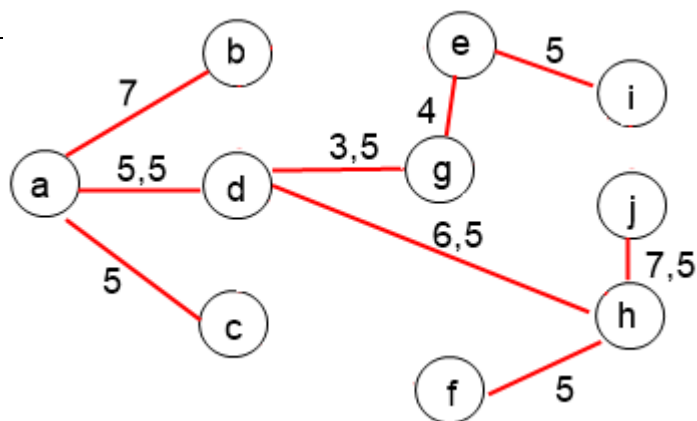
{A, C, D, E, G, H, I, J} {B} {F}

{A, C, D, E, F, G, H, I, J} {B}

{A, B, C, D, E, F, G, H, I, J}

Conjuntos ordenados	Chave	Indicador de uso do conjunto
(D, G)	3,5	X
(E, G)	4	X
(A, C)	5	X
(E, I)	5	X
(F, H)	5	X
(G, H)	5	-
(G, I)	5	-
(A, D)	5,5	X
(D, F)	5,5	-
(I, J)	5,5	-
(C, D)	6	-
(C, F)	6,5	-
(D, H)	6,5	X
(A, B)	7	X
(B, D)	7,5	-
(H, J)	7,5	X
(B, E)	8	-

Árvore geradora mínima:



Custo: $7 + 5,5 + 5 + 3,5 + 6,5 + 5 + 7,5 + 4 + 5 = 49$ ou R\$49.000,00.

c.) Ao fazer a instalação da rede elétrica do sítio A até J através do caminho de menor custo (A→D→H→J) que custou R\$19.500,00, o proprietário gastou 38,79% do custo total para fazer a instalação em todos os sítios a partir deste percurso (R\$49.000,00). Faltam ser vendidos 8 sítios e, para recuperar o dinheiro gasto com a instalação da rede elétrica nesse percurso, o dono deverá subir em R\$2.437,50 o valor dos sítios que estão à venda.