

1) Considere um *campeonato de futebol* com  $n$  times se enfrentando todos contra todos (com uma só partida entre cada par de times), onde nunca há empates (se necessário disputam-se pênaltis). Queremos saber se esse campeonato é consistente, isto é: caso um time  $i$  tenha perdido para um time  $j$ , nunca ocorrerá uma sequência de times  $t_i, t_1, t_2, \dots, t_k, t_j$  tal que  $t_i$  venceu  $t_1$ ,  $t_1$  venceu  $t_2$ , ... e  $t_k$  venceu  $t_j$ . Modele o problema de verificar se “o campeonato é consistente”, como um problema em grafos e proponha um algoritmo de tempo linear no tamanho do grafo para resolvê-lo.

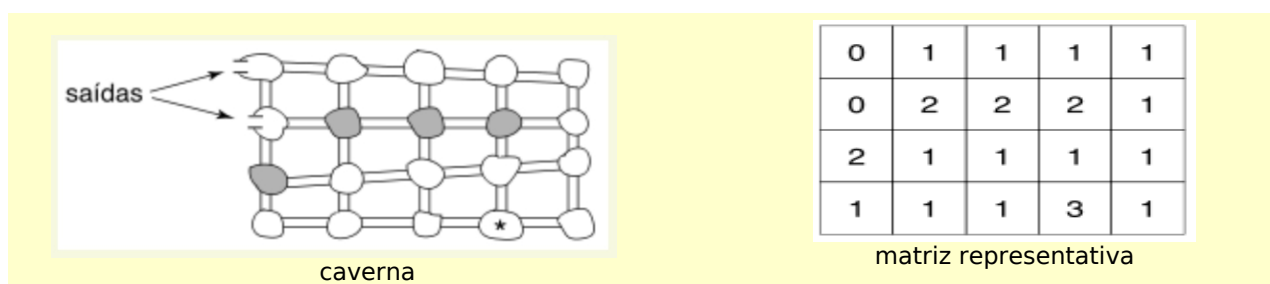
2) Denote por  $\text{dist}(v,w)$  a distância entre dois vértices  $v$  e  $w$  num grafo conexo. O diâmetro de um grafo conexo é o valor máximo da expressão  $\text{dist}(v,w)$  com  $v$  e  $w$  variando no conjunto de todos os vértices. Escreva uma função que calcule o diâmetro de qualquer grafo conexo.

3) [Adaptado de [spoj.com/problems/problema\\_2608](http://spoj.com/problems/problema_2608)] “O duende perdido”.

*Dud*, o duende, ficou preso em uma caverna e precisa sair o mais rapidamente possível. A caverna é formada por salões interligados por túneis, na forma de uma grade retangular, com  $N$  linhas e  $M$  colunas. Alguns dos salões da caverna têm paredes de cristal.

Duendes, *como todos sabem*, não gostam de ficar em ambientes com qualquer tipo de cristal, pois seus organismos entram em ressonância com a estrutura de cristais, e em casos extremos os duendes podem até mesmo explodir!

Compreensivelmente, *Dud* não quer entrar em nenhum salão com parede de cristal. A figura abaixo mostra uma caverna com quatro linhas e cinco colunas de salões; os salões cinza têm paredes de cristal. A posição inicial de *Dud* é indicada com um caractere “\*”, conforme ilustra a figura:



Empregando teoria de grafos, escreva um algoritmo em que, dadas a configuração da caverna e a posição inicial de *Dud* dentro da caverna, calcule qual o número mínimo de salões pelos quais o duende deve passar antes de sair da caverna (não contando o salão em que o duende está inicialmente), mas contando o salão que tem saída para o exterior). Na caverna da figura, o duende deverá percorrer no mínimo 8 salões até encontrar a saída.

A caverna será modelada como uma matriz de duas dimensões, vide figura acima, cujos elementos representam os salões. Um salão que não tem parede de cristal e que tem saída para o exterior da caverna é representado pelo valor 0; um salão que não tem parede de cristal e não tem saída para o exterior é representado pelo valor 1; um salão que tem parede de cristal é representado pelo valor 2; e o salão em que o duende está inicialmente (que não tem saída para o exterior e nem paredes de cristal) é representado pelo valor 3.

Além de projetar, mostre a correção de seu algoritmo e quanto tempo consome para processar a pesquisa.

4) Mr Bean é muito metódico. Todos os dias pela manhã, segue o mesmo ritual para se vestir. Faz parte do seu vestuário: cueca, calça, cinto, camisa, gravata, paletó, meias e sapato, além de um vistoso relógio de pulso. Ele sempre veste a cueca antes de colocar as meias e a calça. Os sapatos são calçados após o professor ter vestido a cueca, calça e meias. O cinto vai depois da calça e da camisa. O relógio pode ser colocado em qualquer momento. O paletó só é vestido depois do cinto e da gravata que é colocada depois da camisa. Utilize a ordenação topológica para ajudar Mr Bean, determinando em que sequência deve vestir as peças para que o seu ritual seja cumprido.