

### 3ª Lista de Exercícios

Ygor Tavela Alves 10687642

**1.2.4)** Queremos provar que a  $A^{-1}$  existe se e, somente se, não existe  $y$  não nulo tal que  $Ay = 0$ .

$\Rightarrow$ ) Seja  $Ay = b$  e supondo que a inversa  $A^{-1}$  exista, temos:

$$Ay = b \Rightarrow A^{-1}Ay = A^{-1}b \Rightarrow Iy = A^{-1}b$$

Sendo  $b = 0$ , temos que,  $y = 0$ . Desta forma, não existe  $y$  não nulo tal que  $Ay = 0$ .

$\Leftarrow$ ) Podemos provar a contra positiva, isto é, se  $A$  é singular então existe  $y$  não nulo tal que  $Ay = 0$ . Sendo  $A$  não inversível, temos que,  $A$  não será uma transformação linear injetora. Portanto, existem dois vetores  $u$  e  $v$  tal que  $Au = b$  e  $Av = b$ . Assim,  $Au - Av = A(u - v) = 0$  logo, supondo que  $b = 0$ , a combinação linear dos vetores  $u$  e  $v$ ,  $u - v$ , será uma solução não trivial para o sistema  $Ay = 0$ .

**1.3.7)**

```

1 k = 1
2
3 while b[k] == 0 and k <= n:
4     k = k + 1
5
6 for i in range(k, n, -1):
7     for j in range(1, i - 1):
8         b[i] = b[i] - g[i][j]*b[j]
9
10    if g[i][i] == 0:
11        set error flag, exit
12
13    b[i] = b[i]/g[i][i]
```

**1.3.15)**

```

1 for i in range(n, 1, -1):
2     for j in range(n, i + 1, -1):
3         b[i] = b[i] - g[i][j]*b[j]
4
5     if g[i][i] == 0:
6         set error flag, exit
7
8     b[i] = b[i]/g[i][i]
```