Reconnaissance et indexation de formes

Quentin Cormier Yassine Hamoudi

4 mai 2015

Table des matières

1 Introduction

2 Méthode

3 Résultats

Nous exposons les résultats obtenus grâce à la méthode détaillée précédemment. Nous allons étudier dans un premier temps la sensibilité de notre algorithme aux perturbations (rotation, redimensionnement, bruit, ...), puis nous détaillerons les résultats de classification sur le dataset d'images.

3.1 Sensibilité aux perturbations

Les valeurs propres du Laplacien de Dirichlet vérifient un certain nombre de propriétés mathématiques qui garantissent que notre descripteur est insensible au redimensionnement, à la rotation et à la translation. Nous vérifions expérimentalement ces propriétés ci-dessous.

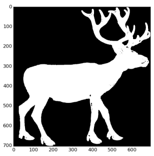
<u>Redimensionnement</u> Etant donné un domaine Ω et un facteur $a > 0$, on a $\lambda_k(a\Omega) = \frac{\lambda_k(\Omega)}{a^2}$ (voir [KHR07]). Or, notre descripteur utilise des rapports de valeurs propres, il est donc inchangé par redimensionnement : $\frac{\lambda_k(a\Omega)}{\lambda_m(a\Omega)} = \frac{\lambda_k(\Omega)}{\lambda_m(\Omega)}$. Nous avons calculé différents rapports pour l'image `camel-1.pgm`, les résultats figurent table 1. Les variations d'une image à l'autre peuvent s'expliquer par les dégrations des contours suite au redimensionnement. Les rapports restent tout de même très proches. En pratique, nous utilisons une longueur de 50 pixels afin d'obtenir des temps de calcul raisonnables (environ 20s pour calculer les valeurs propres associées à une image de taille 50x50).

	λ_1/λ_2	λ_1/λ_3	λ_1/λ_4	λ_2/λ_3	λ_3/λ_4	λ_4/λ_5
75 pixels	0.63	0.42	0.36	0.67	0.84	0.89
50 pixels	0.61	0.42	0.32	0.68	0.83	0.89
25 pixels	0.53	0.39	0.31	0.73	0.80	0.81

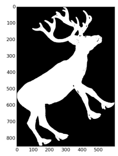
Table 1 – Rapports de valeurs propres en fonctions de la longueur de l'image `camel-1.pgm` redimensionnée (l'image initiale est de taille 346x346)

Translation Nous recadrons systématiquement l'image afin de conserver le plus petit rectangle contenant la figure. Ceci nous permet d'être insensible aux translations.

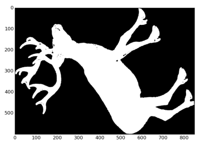
Rotation Il a été démontré mathématiquement que les valeurs propres sont inchangées lorsque le domaine subit une rotation (voir [ZKBM04]). Ce résultat se vérifie facilement à partir de quatre rotations appliquées sur `deer-20.pgm`. Les valeurs propres associées à chaque figure sont regroupées dans la table 2.



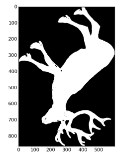
0 degré



30 degrés



120 degrés



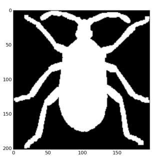
220 degrés

	λ_1	λ_2	λ_3	λ_4	λ_5	λ_6	λ_7	λ_8
0 degré	118.57	177.16	252.35	285.53	361.22	404.89	420.69	489.36
30 degrés	120.28	182.75	257.54	297.97	370.39	413.53	426.99	472.08
120 degrés	120.29	182.88	266.09	308.13	372.66	414.83	428.60	472.21
220 degrés	120.42	182.95	250.94	299.81	366.01	406.55	424.32	478.39

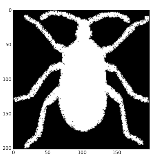
Table 2 – Valeurs propres associées à `deer-20.pgm` en fonctions de l'angle de rotation

Bruit Le bruit peut déformer le domaine de l'image et modifier par conséquent les valeurs propres. Cependant, les premières valeurs propres $(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \dots)$ correspondent à la fondamentale et aux premières harmoniques, et donc aux composantes de la solution au Laplacien de Dirichlet de longueur d'onde élevé. Par conséquent, on peut s'attendre à ce qu'une déformation relativement faible du contour impacte peu ces valeurs (contrairement aux valeurs associées à des longueurs d'onde faibles). Vrai ? Par ailleurs, le redimensionnement systématique de l'image que l'on applique permet de gommer partiellement le bruit.

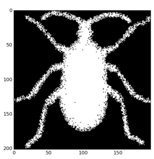
Afin de tester la robustesse au bruit, nous avons implémenté un modèle de bruit de Kanungo (pour un facteur de bruit $0 \leq a \leq 1$, tout point x du domaine à distance d du bord est colorié en noir avec probabilité a^d). La table 3 démontre le faible impact du bruit sur les valeurs propres.



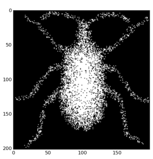
Bruit 0



Bruit 0.3



Bruit 0.6

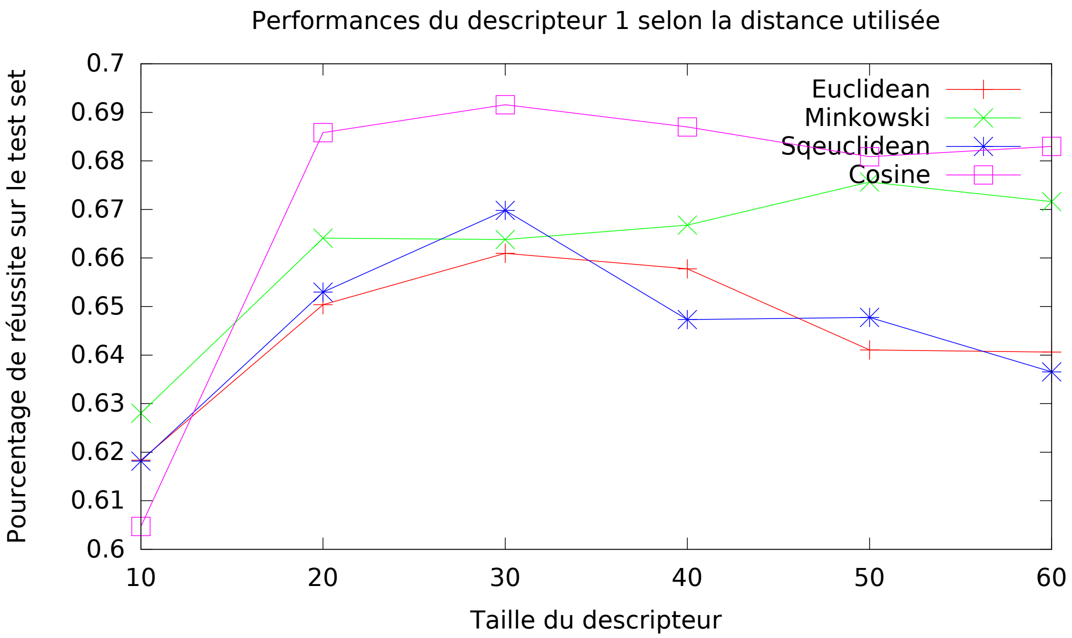


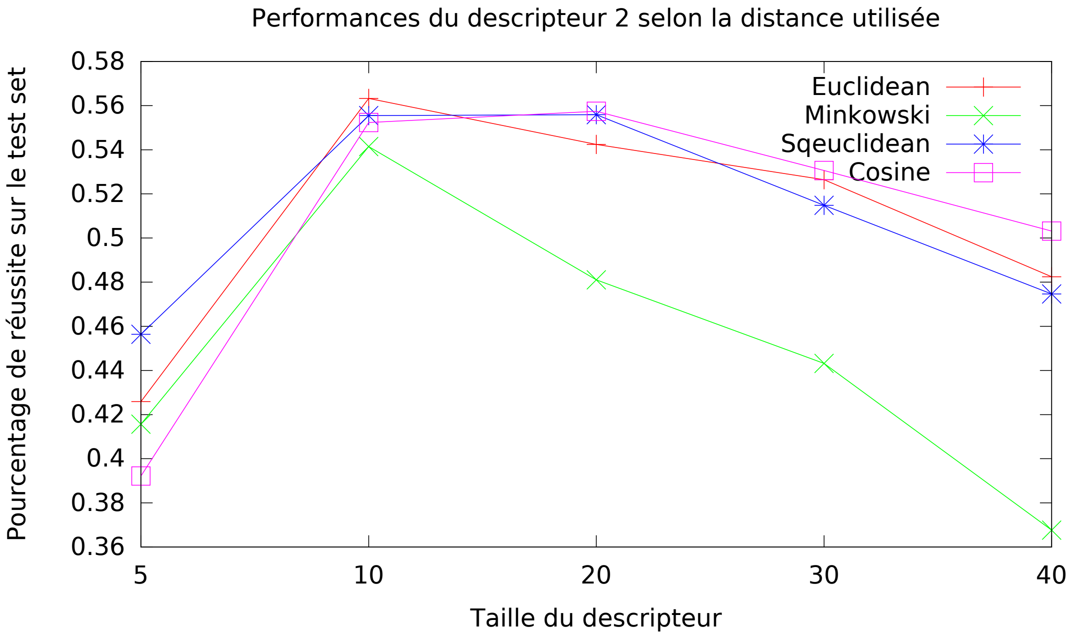
Bruit 0.9

	λ_1	λ_2	λ_3	λ_4	λ_5	λ_6	λ_7	λ_8
Bruit 0	83.93	153.41	258.76	263.10	353.64	378.19	495.73	500.11
Bruit 0.3	84.20	154.12	259.27	264.12	354.84	379.19	498.19	504.15
Bruit 0.6	84.42	155.22	262.05	264.96	355.90	388.19	503.35	514.37
Bruit 0.9	87.02	157.19	264.77	276.22	363.54	388.21	506.28	522.61

TABLE 3 – Valeurs propres associées à `beetle-13.pgm` en fonctions du facteur de bruit

3.2 Performances





4 Discussion

5 Conclusion

Bonus

Nous avons essayé de reconstruire un son à partir des valeurs propres du Laplacien de Dirichlet. Pour cela, à partir du spectre des valeurs propres $\{\lambda_1, \lambda_2, ...\}$ de l'image, on en déduit les fréquences pouvant se propager dans la cavité définie par l'image, de la forme $\{\alpha\sqrt{\lambda_1}, \alpha\sqrt{\lambda_2}, ...\}$, α étant une constante choisie de façon à ce que le spectre obtenu soit compris entre 100Hz et 2kHz.

En pratique, $\alpha = 40$, on ne retient que 3 valeurs propres. Enfin on associe la même puissance à chacune des 3 fréquences calculées.

On peut s'amuser à changer ces différents paramètres pour entendre des sons différents.

Afin d'entendre le son associé à l'image `beetle-11.pgm` par exemple, entrer :

```
python3 sound.py database/beetle-11.pgm
```

Nous avons également développé un petit jeu, accessible par :

```
python3 sound_game.py
```

Il s'agit de retrouver parmi les sons de plusieurs objets celui appartenant à la même catégorie qu'un motif de départ.

Références

[Kac66] Mark Kac. Can one hear the shape of a drum ? *American Mathematical Monthly*, pages 1–23, 1966.

[KHR07] Mohamed A. Khabou, Lotfi Hermi, and Mohamed Ben Hadj Rhouma. Shape recognition using eigenvalues of the dirichlet laplacian. *Pattern Recognition*, 40(1) :141–153, 2007.

[ZKBM04] M. Zuliani, C. S. Kenney, S. Bhagavathy, and B. S. Manjunath. Drums and curve descriptors. In *British Machine Vision Conference*, Sep 2004.