

QOJ8776 Not Another Constructive!

- 给定一个包含大写字母和 ? 的字符串，求能否将所有 ? 替换为大写字母，使得字符串中 NAC 子序列的数量恰好为 k 。
- $1 \leq n \leq 40$
- $0 \leq k \leq 2500$

QOJ8776 Not Another Constructive!

- 在每个 A 处计算贡献。
- $f(i, x, y, k)$ 表示长度为 i 的前缀，前缀有 x 个 N，后缀有 y 个 C，前缀中的 A 总贡献为 k 是否能达到。
- 用 bitset 优化，时间复杂度 $O\left(\frac{n^3 k}{64}\right)$ 。

QOJ8784 Dwarfs' Bedtime

- 交互题。
- 有 n 个人，每个人每天会恰好睡 12 小时，并且入睡时间一定是整分钟。
- 你可以在某个时刻（整分钟）查看某个人是睡着还是醒着的，但这些时刻必须是不降的，且每个人至多查看 50 次。
- 求出每个人的入睡时间。
- $1 \leq n \leq 100$

QOJ8784 Dwarfs' Bedtime

- 我们只需要对于每个人设计一个询问时间递增的策略，然后每次进行需要询问的时间最早的人的询问即可。
- 首先询问 0 时间，不妨设在睡觉。我们尝试找到他什么时候起床，当我们发现他最晚 x 时间还在睡觉， y 时间是醒着的，那么 $x + 1$ 和 y 之间的所有时间都有可能，并且在之后我们只能从 $x + 1 + 720$ 开始逐个尝试，找到他睡觉的时间。因此我们依次询问 48, $48 + 47$, $48 + 47 + 46, \dots$ ，如果在第 i 次询问发现他起床了，则我们还有 $49 - i$ 次询问，可能的时间范围也是 $49 - i$ ，因此询问次数是足够的。

QOJ8794 (Un)labeled graphs

- 通信题。
- 第一次：给定一个 n 个点的有标号无向图 G ，输出一个 m 个点的无标号无向图 H ，其中 $m = n + \lceil \log_2 n \rceil + 3$ 。
- 第二次：给定 n, m 和你输出的 H ，还原 G 。
- $3 \leq n \leq 2024$

QOJ8794 (Un)labeled graphs

- 考虑用 $\lfloor \log_2 n \rfloor$ 个编号点来为每个点编号，就只需识别这些编号点，以及它们的顺序。
- 设另外的三个点分别为 A, B, C 。按如下方式连边：
 - 原图的边保持不变。
 - 原图中每个点根据编号和若干编号点连边。
 - 编号点按顺序连成一条链。
 - A 与原图中的所有点和所有编号点连边。
 - 连边 $(A, B), (B, C)$ ， B 与原图中的所有点，以及 C 与第一个编号点。
- 还原的方式如下：
 - 图中度数最大（等于 $n + \lfloor \log_2 n \rfloor + 1$ ）的点是 A 。（事实上，如果 n 是 2 的幂且 n 的度数为 $n - 1$ ，它会和 A 混淆，但是它们的邻居是一样的，所以不影响答案。）
 - 唯一和 A 不相邻的点是 C ，与 C 相邻的度数较大（等于 $n + 2$ ）的点是 B ，另一个点是第一个编号点。
 - 和 B 相邻的除 A, C 以外的点是原图中的点，其余点是编号点，且顺序已经确定。
 - 根据编号还原原图。

GYM105161A. Two's Company but Three's Trumpery

- 给一个 n 个点的森林，加尽量少的边使得图满足边双连通并且没有三元环。
- $1 \leq n \leq 10^5$

GYM105161A. Two's Company but Three's Trumpery

- 假设输入是树，则将叶子两两匹配，答案可以做到 $\min\left\{\left\lceil\frac{L}{2}\right\rceil, l_x\right\}$ ，其中 L 是总叶子数， l_x 是和 x 相邻的叶子数。
- 把森林练成树，则 L 是固定的，只需要最小化 l_x 。
- 二分答案，只需要所有连通块必须连的度数和不超 $2(cnt - 1)$ 。

QOJ8793 Toilets

- 一个长度为 L 的环，环上有 m 个厕所。
- n 个人，第 i 个人会在 t_i 时间从坐标 p_i 出发，沿方向 s_i 开始寻找厕所，以 1 的速度移动，遇到第一个未被占用的厕所后会占用这个厕所 d_i 时间。保证 t_i 严格递增。
- 如果同一时刻有多个人到达同一个厕所， t_i 小的人优先占用。
- 求每个人上厕所的坐标和时间。
- $1 \leq n, m \leq 2 \cdot 10^5$

QOJ8793 Toilets

- 因为所有人的速度是相等的，当一直没有人找到厕所时，同一方向的人以及没有人占用的厕所的相对位置是不会改变的。对于每个方向，用平衡树维护这个相对位置的序列，并且对于相邻的人和厕所，维护它们相遇的时间。
- 接下来只需按时间顺序处理以下的几种事件：
 - 有一个新的人开始找厕所。
 - 一个人使用完厕所，厕所重新变得可用。
 - 一个人找到了厕所。
- 时间复杂度 $O((n + m) \log(n + m))$ 。

QOJ8780 Training, Round 2

- 初始时你有两个参数 a, b ，然后你要依次做 n 道题。
- 每道题你只有在 $a \in [la_i, ra_i]$ 且 $b \in [lb_i, rb_i]$ 时才能做出来。
- 如果你选择做出来，则你需要选择 a 或者 b 增加 1。
- 求最多做出多少道题。
- $1 \leq n \leq 5\,000$
- 时间限制：6 秒

QOJ8780 Training, Round 2

- 设 $f(i, j, k)$ 表示考虑前 i 个题，是否能恰好加 j 次实现水平和 k 次思维水平。注意这里当某个 (j, k) 能达到时，之后都能达到。
- 因此我们对每个 j 维护两个集合：已经能达到的 k 的集合以及已经更新过的 k 的集合。
- 对于每个问题，我们只需找到矩形中能达到但还未被更新过的 (j, k) ，将 $(j + 1, k)$ 和 $(j, k + 1)$ 都加入能达到的集合。因为每个 (j, k) 只会被更新一次，所以时间复杂度是 $O(n^2 \log n)$ 。

QOJ8759 小班课

- 有 n 个学生和 m 门课，每个课的容量是 b_i 个学生。
- 每个学生有一个课程偏好列表 a_i 。每个学生会选择列表中最靠前的未满足的课程，如果不存在则不选任何课程。
- 你可以任意排列学生选课的顺序，使得最后选上课的学生尽可能多。
- $1 \leq n, m \leq 500$

QOJ8759 小班课

- 可以证明答案就是最大匹配。
- 如果匹配中有一个人选择的是最偏好的课程，则可以让他先选课。
- 如果不存在这样的学生，那么从选择的课程调整成偏好的课程，因为形成的是基环树森林，一定存在可能的调整。

QOJ8757 图

- 给定一张 n 个点 m 条边的无向图，令 $k = \left\lceil \frac{m}{n-1} \right\rceil$ ，找到一对点 u, v 以及它们之间的 k 条边不相交路径。
- $2 \leq n \leq 10^5$
- $1 \leq m \leq 2 \cdot 10^5$

QOJ8757 图

- 维护 k 个图 G_1, \dots, G_k , 满足如果 (u, v) 在 G_{i+1} 中连通, 则在 G_i 中也连通。
- 加一条边时, 二分出最小的 i 满足 G_i 中 (u, v) 不连通, 然后将这条边加入 G_i 。
- 因为每张图都是森林, 且 $m > k(n - 1)$, 所以 G_k 有边, 对应 k 张图的各一条路径。

QOJ8506 Beating the Record

- 你在玩一个游戏，想要打破 T 秒的速通世界纪录。
- 游戏有 N 个难点，游戏开始到第一个难点的时间是 S 秒。
- 第 i 个难点你有两种策略可以选择，每种策略用 (P, G, B) 表示。
 - 成功率为 P ，如果成功，则到达下一个难点（或游戏结束，如果 $i = N$ ）所需时间为 G ，否则为 B 。
- 如果你在某次游戏结束时耗时严格小于 T 秒，则成功打破世界纪录。
- 求最优策略下，期望总游玩时间的最小值。
- $1 \leq N \leq 4$
- $1 \leq T \leq 5\,000$

QOJ8506 Beating the Record

- 二分答案 x ，认为重开的代价为 x 。
- 设 $f(i, j)$ 为在第 i 个难点之前用时 j 秒的最小代价。
- 如果 $f(1, S) + S \geq x$ ，则答案大于等于 x ，否则答案小于 x 。

QOJ8778 Shadow Line

- 二维平面上有一堵墙 $x = w$ ($w > 0$) 。
- 有 n 条不相交的纵向障碍（线段），横坐标在 0 到 w 之间（不包含）。
- 一个光源在 x 轴上从 $x = 0$ 开始向左移动，这些障碍物会在墙上形成影子。
- 在移动的过程中，有一些区间影子会连成一片，求这些区间长度的总和。
- $1 \leq n \leq 3\,000$
- 时间限制：10 秒

QOJ8778 Shadow Line

- 注意到要判断是否只有一片影子，只需要知道每个端点在墙上的位置的相对关系。而这些相对关系只会有 $O(n^2)$ 次变化，也就是在两两的连线与 x 轴交点的位置。算出这些变化的位置之后就可以进行模拟。
- 只有一片影子的充要条件是对于每个真前缀，下端点的数量大于上端点的数量。因为每次都是交换位置相邻的端点，因此这个条件可以在 $O(1)$ 时间内维护。
- 要注意的细节包括在有三点共线时的交换顺序，以及 x 轴上的下端点应该始终排在上端点之前。
- 时间复杂度 $O(n^2 \log n)$ 。

AtCoder JSC2022 Final F. Share the Recipe

- N 个点的完全图，初始时只有点 1 是黑色。
- 按一定顺序操作所有边，操作一条边时，如果某一端点是黑色，则两端点都变成黑色。
- 问有多少种操作顺序满足对 $2 \leq i \leq N$ ，点 i 在第 A_i 次操作后是黑色，对 998 244 353 取模。
- $2 \leq N \leq 13$
- 时间限制：8 sec

AtCoder JSC2022 Final F. Share the Recipe

- 设目前染黑的点集是 S , DP 需要记录 S 、 S 和 S 之间的边集 A 、 S 和 \bar{S} 之间的边集 B 、 \bar{S} 和 \bar{S} 之间的边集 C 。
- 因为点之间没有区别, S 只需要记录大小, 连的边数到某个 A_i 时选一个点作为 i 。
- A 不会再改变 S , 因此只需记录大小。
- C 中边之间没有区别, 只需要知道大小, 所有大小相同的集合方案数也相同。
- B 只需要知道 \bar{S} 中的每个点的度数的可重集合, 可以用折线表示, 结合 $|S|$ 不超过 2^n 种。
- 状态数 $O(2^n n^4)$, 转移需要枚举新加入 S 的点的度数。