

问题 A.简单的几何问题

输入文件：	标准输入
输出文件：	标准输出
时间限制	5 秒 内存限制
	256 兆字节

给你一个长度为 n 的整数序列 $\{A_i\}$ 和一条由两个整数 k 、 b 表示的直线 $y = kx + b$ 。

当且仅当 $i+r \leq n$ ， $i-r > 0$ ，且 $A_{i+r} - A_{i-r} = kr + b$ 时，我们说中心 i 的整数半径 r 是**好半径**。我们将 $\text{rad}(i)$ 定义为最大整数 r_0 ，这样对于每 $1 \leq r \leq r_0$ ， r 都是中心 i 的良好半径。

您需要处理两种类型的查询：

- 1 $l\ r\ v$ ：对于每 $l \leq i \leq r$ ，用 v 增加 A_i ；
- 2 i ：计算 $\text{rad}(i)$ 。

输入

第一行输入包含四个整数 n 、 q 、 k 和 b ($1 \leq n$ ， $q \leq 2 \times 10^5$ ， $|k|$ ， $|b| \leq 10^3$)，分别表示整数序列的长度、查询次数和行数。

第二行包含 n 个整数 A_1, A_2, \dots, A_n ($|A_i| \leq 10^3$)，表示整数序列。

接下来的 q 行每行都包含一个查询，格式如语句所示。对于第一种类型的每个查询，保证 $1 \leq l \leq r \leq n$ 且 $|v| \leq 10^3$ 。对于第二种类型的每个查询，保证 $1 \leq i \leq n$ 。

输出

对于每个类型 2 的查询，输出一行表示答案。

示例

标准输入	标准输出
6 6 6 2	1
1 5 9 10 15 18	0
2 2	2
1 3 3 -3	0
2 2	
1 3 4 3	
2 3	
2 4	

问题 B.多集计数

输入文件：	标准输入
输出文件：	标准输出
时间限制	10 秒 内存限
制	256 兆字节

对于由非负整数组成的多集合 S ，让 $p(S)$ 表示通过对 S 的元素进行置换而得到的不同序列的个数。

例如，如果 $S = \{1, 1, 2\}$ ，那么就有三个不同的序列： $\{1, 1, 2\}$ 、 $\{1, 2, 1\}$ 和 $\{2, 1, 1\}$ ，因此 $p(S) = 3$ 。

对于非负整数 n, x, y ，设 $f(n, x, y)$ 是满足以下条件的多重集合 S 的个数： $|S| = n$ ， $\sum_{i \in S} i = x$ ，或 $\sum_{i \in S} i = y$ ，且 $p(S)$ 为奇数。

现在，给定非负整数 n, x, y_{\max} ，计算二进制表示 y 的任意子集 y 的 $f(n, x, y)_{\max}$ ，模数为 $10^9 + 7$ 。

输入

第一行包含一个正整数 T ($1 \leq T \leq 100$)，表示测试用例的数量。

接下来的 T 行，每行包含三个非负整数 n, x, y_{\max} ($1 \leq n < 2^{30}$ ， $0 \leq x < 2^{45}$ ， $0 \leq y_{\max} < 2^{15}$)，表示每个测试用例。

让 $\text{pcnt}(x)$ 表示 x 的二进制表示中 1 的个数：

- $\text{pcnt}(y_{\max}) > 5$ 的测试用例不超过 30 个。
- $\text{pcnt}(y_{\max}) > 10$ 的测试案例数量不超过 4 个。

输出

对于每个测试用例，输出一行包含多个整数的数据。具体来说，对于二进制表示的 y_{\max} 的所有子集 y ，按 y 的升序输出 $f(n, x, y)$ ，中间用空格隔开。

示例

标准输入	标准输出
2	0 0 1 3 0 2 2 2
7 10 7	0 0 1 0 0 0 0 0
9 16 7	

问题 c. 数字字符串

星期六

输入文件：标准输入
输出文件：标准输出
时间限制：6.5 秒 内存限制
制：256 兆字节

给定长度为 n 的字符串 s 。

当且仅当存在满足 $1 \leq l \leq r \leq n$ 的整数 l, r 时，我们说字符串 t 在 s 中被提及、 $\gcd(l, r) = 1$ 且 $s[l, r] = t$ 。

这里， $s[l, r]$ 被定义为由 s_l, s_{l+1}, \dots, s_r 组成的字符串。而 $\gcd(l, r)$ 表示 l 和 r 的最大公约数。

您应该计算 s 中提到的所有不同的非空字符串的长度之和。

输入

输入的第一行包含整数 n ($1 \leq n \leq 100000$)。

第二行包含字符串 s ，其中只有小写英文字母。

输出

打印一行中所有不同的非空字符串的长度总和。

示例

标准输入	标准输出
4 abca	14

问题 D. 支架顺序

星期六

输入文件：标准输入
 输出文件：标准输出
 时间限制：4 秒 内存限制：1024 兆字节

当一个序列可以用几个连接在一起的 $()$ 来表示时，它就是一个好序列。

形式上，当 $s_1 = s_3 = \dots = s_{2n-1} = ($ 和 $s_2 = s_4 = \dots = s_{2n} =)$ 时，长度为 $2n$ 的序列 s 是好序列。在这种情况下，我们称 n 为**深度**。

给定一个长度为 n 的序列 s ，它由 $($ 和 $)$ 组成。设 $f(l, r, k)$ 是由 s_l, s_{l+1}, \dots 组成的序列 t 中深度为 k 的良好子序列的个数。

给你 q 个查询，每个查询包含 op, l, r, k 四个数字。

- 如果 $op = 1$ ，则需要计算 $f(l, r, k)$ 。
- 如果 $op = 2$ ，则需要计算 $\sum_{l \leq l' \leq r' \leq r} f(l', r', k)$ 。

由于答案可能很大，因此需要输出答案的模数 998244353。

输入

第一行包含两个数字 n, q ($1 \leq n \leq 10^5, 1 \leq q \leq 10^6$)。

第二行包含长度为 n 的序列 s 。

下面的 q 行包含四个数字 op, l, r, k ($op \in \{1, 2\}, 1 \leq l \leq r \leq n, 1 \leq k \leq 20$)。

输出

输出 q 个整数：每个查询的答案，模数为 998244353。

示例

标准输入	标准输出
5 20	0
((OO	2
1 1 2 1	2
1 1 3 1	5
1 1 4 1	1
1 1 5 1	1
1 2 3 1	3
1 2 4 1	0
1 2 5 1	1
1 3 4 1	1

1 3 5	1	3
1 4 5	1	星期六
2 1 3	1	6
2 1 4	1	16
2 1 5	1	1
2 2 3	1	2
2 2 4	1	7
2 2 5	1	2
2 3 5	1	1
2 4 5	1	2
1 1 5	2	3
2 1 5	2	

问题 E. 支配点

星期六

输入文件：标准输入

输出文件：标准输出

时间限制 1 秒 内存限制

256 兆字节

给你一个有 n 个顶点的完整有向图 G 。如果对于每个

$v \neq u$ ，要么存在一条边 $(u \rightarrow v)$ ，要么存在一个满足 $(u \rightarrow w)$ 和 $(w \rightarrow v)$ 的顶点 w 。

现在，您需要在给定的图形中找到 3 个不同的主顶点。如果少于 3 个主顶点，则输出 "未找到"。

输入

第一行输入包含一个整数 n ($1 \leq n \leq 5000$)。

接下来的 n 行输入分别包含一个二进制字符串 s_i 。如果 s_u 的第 v 个字符为 1，则存在边 $(u \rightarrow v)$ ；否则，不存在这样的边。保证在每 $1 \leq i < j \leq n$ 时， $s_{i,j} = 1$ 和 $s_{j,i} = 1$ 恰好有一个成立，而在每 $1 \leq i \leq n$ 时， $s_{i,i} = 0$ 恰好有一个成立。

输出

第一行输出包含三个整数 a 、 b 、 c ，表示找到的答案，如果没有足够的主顶点，则表示未找到答案。

实例

标准输入	标准输出
6 011010 000101 010111 100001 010100 100010	3 1 4
3 011 001 000	未找到
3 010 001 100	1 3 2

问题 F. 一个简单的计数问题

星期六

输入文件：标准输入

输出文件：标准输出

时间限制 6 秒 内存限制

256 兆字节

给你三个整数 k 、 p 、 x 。求满足以下条件的整数对 (a, b) 的个数：

1. $0 \leq b \leq a < p^k$;

2. $\frac{a}{b} \equiv x \pmod{p}$.

输入

输入的唯一一行包含三个整数： k ($1 \leq k \leq 2^{1000}$)、 p ($2 \leq p \leq 5000$) 和 x ($1 \leq x < p$)。

整数 k 以二进制形式给出，从最高位开始。

保证 p 是质数，且输入中 k 的第一个数字是 1。

输出

输出一个整数 - 答案的模数为 998244353。

实例

标准输入	标准输出
1 7 5	2
1 43 17	17
1111111111 4999 1954	195378837

问题 G. 一个简单的数学问题^{星期六}

输入文件：标准输入

输出文件：标准输出

时间限制 1 秒 内存限制

128 兆字节

给你一个整数 n 。对于每个 $p \leq q$ （其中 $pq \mid n$ ），表示 $r \equiv q$ 。求不同的 r 的值。

输入

输入的第一行包含一个整数 q （ $1 \leq q \leq 2000$ ），表示测试用例的数量。接下来的 q 行各含一个整数 n （ $1 \leq n \leq 10^{10}$ ）。

输出

对于每个测试用例，打印一行：一个整数，即 r 的不同值的个数。

示例

标准输入	标准输出
10	1
1	2
2	2
3	3
4	2
5	5
6	2
7	4
8	3
9	5
10	

问题 H. 再次淘汰系列赛

星期六

输入文件：标准输入
 输出文件：标准输出
 时间限制：2 秒 内存限制：512 兆字节

2^n 名选手参加编程比赛。他们的标号从 1 到 2^n ，标号为 i 的参赛者的等级为 a_i 。保证 a_1, a_2, \dots, a_{2^n} 构成长度为 2^n 的排列（即每个 a_i 是范围 $[1, 2^n]$ 中的整数，且 a_1, a_2, \dots, a_{2^n} 是成对不同的）。

比赛采用淘汰赛的形式。比赛共分 n 轮，每轮正好淘汰一半选手。在每轮比赛中，设 m 为当前参赛选手的人数，那么标签最小的选手（即每位选手的标签在整个比赛期间保持不变）将与标签第二小的选手竞争，标签第三小的选手将与标签第四小的选手竞争，以此类推。在每次比赛中，级别较低的选手将被淘汰，而级别较高的选手将晋级下一轮。

小 D 是标号为 x 的参赛者。他想在**比赛前**使用魔法赢得尽可能多的比赛。具体来说，他可以执行以下操作不超过 k 次：选择**除他之外的**两名参赛者并交换他们的等级。注意，这个操作只能在**比赛前**进行。

对于每个 $x = 1, 2, \dots, 2^n$ ，打印他最多可以赢得的比赛次数。

输入

第一行包含两个整数 n ($1 \leq n \leq 20$) 和 k ($0 \leq k < 2^n$)。

第二行包含 2^n 个整数 a_1, a_2, \dots, a_{2^n} 。保证 a 是一个排列组合。

输出

对于每个 $x = 1, 2, \dots, 2^n$ ，打印小 D 能赢得的最大比赛次数。

示例

标准输入	标准输出
2 1 1 2 3 4	0 1 1 2

问题 I. 最大 GCD

星期六

输入文件：标准输入
 输出文件：标准输出
 时间限制：3 秒 内存限制：1024 兆字节

给你一个长度为 n 的数组 a 。

我们将区间 $[l, r]$ 的值定义为

$$\max_{\substack{l \leq i < j < k \\ \leq r, j-i \leq k-j}} \gcd(a_i, a_j, a_k).$$

如果 $r - l \leq 1$ ，数值为 0。

将有 q 个查询。在每个查询中，您都需要找到特定区间的值。

输入

第一行包含两个整数 n 和 q ($3 \leq n \leq 1.5 \times 10^5$, $1 \leq q \leq 10^5$)。第

二行包含 n 个整数 a_1, a_2, \dots, a_n ($1 \leq a_i \leq 10^6$)。

接下来的 q 行中，每一行都包含两个整数 l 和 r ($1 \leq l \leq r \leq n$)。

输出

对于每个查询，输出一行整数，即区间值。

示例

标准输入	标准输出
8 8	4
8 24 4 6 6 7 3 3	2
1 5	3
2 6	1
3 7	3
5 8	4
4 8	2
1 3	3
2 5	
3 8	

问题 J. 改变图形

星期六

输入文件：标准输入

输出文件：标准输出

时间限制 2 秒 内存限

制：32 兆字节 32 兆字节

有 $10^9 + 1$ 图形，每个图形有 n 个顶点。在第 0 个图 $G_0(V_0, E_0)$ 中，所有 $1 \leq i < n$ 的顶点 i 和 $i + 1$ 之间都有一条边。

用 $d_i(x, y)$ 表示图 i 中 x 和 y 之间最短路径的长度。如果 x 和 y 互不可达，则 $d_i(x, y)$ 为 -1。在图 i 中 ($i \geq 1$)，当且仅当 $d_{i-1}(x, y) \geq k$ 时， x 和 y 之间有一条边。

有 q 个查询。在每个查询中，您会得到五个数字 t, n, k, x, y 。您需要输出 $d_t(x, y)$ 。

输入

第一行包含一个数字 q ($1 \leq q \leq 10^6$)。

在下面的 q 行中，有五个数字 t, n, k, x, y ($0 \leq t \leq 10^9, 2 \leq n \leq 10^9, 1 \leq k \leq 10^9, 1 \leq x, y \leq n, x \neq y$)，表示查询。

输出

对于每个查询，输出一行，其中包含一个数字 $d_t(x, y)$ 。

示例

标准输入	标准输出
5	3
1 5 3 2 4	2
1 10 4 2 4	-1
2 10 5 2 4	1
1 3 2 1 3	-1
1 3 2 1 2	

问题 K. 冰箱里的企鹅

星期六

输入文件：标准输入
输出文件：标准输出
时间限制：3 秒 内存限制：512 兆字节

共有 n 只企鹅，其中第 i 只企鹅的宽度为 w_i 。它们进入冰箱的顺序由排列组合 p_i 指定：第 p_i 只企鹅在第 i 个位置进入冰箱。

冰箱的宽度为 W ，深度为无限。所有企鹅进入冰箱后，如果相邻企鹅的宽度之和不大于 W ，它们就可以交换位置。一只企鹅可以多次交换位置。

计算有多少种不同的离开冰箱的顺序，以及企鹅离开冰箱的所有可能方式中最小的顺序。

冰箱只有一扇门，以 "后进先出" (LIFO) 的方式运行，这意味着企鹅将以进入冰箱的相反顺序离开。

输入

第一行包含两个正整数 n 和 W ($1 \leq n \leq 10^6$, $1 \leq W \leq 10^9$)，分别代表企鹅的数量和冰箱的宽度。

第二行包含长度为 n 的排列，表示为 p_i ($1 \leq p_i \leq n$)，代表企鹅进入冰箱的顺序。

第三行包含 n 个正整数， w_i ($1 \leq w_i \leq W$)，每个正整数代表企鹅的宽度，对应的数字是 i 。

保证 p_i 是 $\{1, 2, \dots, n\}$ 。

输出

第一行，输出一个整数，代表从冰箱里出来的企鹅的序号，模数为 $10^9 + 7$ 。

第二行，输出一个长度为 n 的排列，表示在所有可能的排列中，企鹅从冰箱中出来的顺序在词典上最小。

实例

标准输入	标准输出
5 10 1 2 3 4 5 6 5 3 9 2	3 5 4 2 1 3
5 10 1 2 3 4 5 2 4 3 3 8	30 1 5 2 3 4

问题 L. 棱镜宫

星期六

输入文件：标准输入
输出文件：标准输出
时间限制 1 秒 内存限制
256 兆字节

小 D 想用自己拥有的两个平行平面 A ($z = 0$) 和 B ($z = 10^9$) 建造一个棱宫。为了完成建造，她向小 N 借了一个由 n 个点组成的凸多边形 P 。这两个多边形必须与 P 完全相同，并且必须能够在不旋转的情况下将 A 上的多边形沿某个向量 $(d_x, d_y, 10^9)$ 平移到 B 上的多边形上，从而使其重合。

这两个多边形在一起，在它们之间形成了一个棱形宫殿。假设棱柱的各边垂直于平面 A 的投影面积为 S_1, S_2, \dots, S_n ，多集 $\{S_i\}$ 被冷却的概率为 $f(r)$ ，假定 (d_x, d_y) 从以圆为中心的圆中均匀随机选择。

$(0, 0)$ 的半径为 r ，即 $d_x^2 + d_y^2 \leq r^2$ 。这里，实数的多集 S 是冷的，如果存在一个 S 中的元素 x ，使得 $\sum_{y \in S} y = 2x$ 。可以证明，极限 $\lim_{r \rightarrow \infty} f(r)$ 确实存在，而你

需要找到这个极限。

输入

第一行输入包含一个整数 n ($3 \leq n \leq 2 \times 10^5$)，表示多边形 P 的顶点数。

接下来的 n 行分别包含两个整数 (x_i, y_i) ($|x_i|, |y_i| \leq 10^9$)，表示多边形 P 的顶点。多边形 P 由 (x_i, y_i) 和 $(x_{i \bmod n+1}, y_{i \bmod n+1})$ 连接而成，其中 $1 \leq i \leq n$ 。保证多边形是凸形，即多边形的每个内角都小于 π 。

输出

输出结果只包含一个实数，表示你的答案。

让你的输出为 u ，答案为 p 。当且仅当 $|u - p| \leq 10^{-6}$ 时，你会被录取。 $\max(1, p)$

实例

标准输入	标准输出
3 0 0 1 0 0 1	1.0000000000000000
4 0 0 0 1 1 1	0.0000000000000000

1 0	星期六
4	0.5000000000000000
0 0	
0 3	
1 2	
1 1	

备注

对于第一个测试案例，你可以看到，无论两个多边形的位置如何，三个投影面积中最大的一个总是其他两个的总和，所以答案是 100% 或 1.0。

问题 M. 随机变量

星期六

输入文件：标准输入
输出文件：标准输出
时间限制 1 秒 内存限制
制 64 兆字节

有 n 个随机变量。每个变量从 $[1, m] \cap \mathbb{Z}$ 中均匀随机选择。

让 occ_i ，其中 $i \in [1, m] \cap \mathbb{Z}$ ，表示值 i 在 n 个变量中出现的次数。让 $M = \max\{occ_i \mid i \in [1, m] \cap \mathbb{Z}\}$ 。

例如，如果 $n = 5$ ， $m = 5$ ，变量可能是 $\{4, 4, 3, 1, 5\}$ ，概率为 $\frac{1}{5}$ 。我们有 $occ_1 = 1$ 、 $occ_2 = 0$ ， $occ_3 = 1$ ， $occ_4 = 2$ ， $occ_5 = 1$ ， $M = \max\{1, 0, 1, 2, 1\} = 2$ 。

现在给你 n 和 m ；请算出 M 的期望值。为方便起见，我们把答案记为 $E(M)$ ，那么你只需输出 $E(M) \times m^n \bmod p$ 。

输入

第一行包含两个正整数 T 和 p ($1 \leq T \leq 10^4$ ， $2 \leq p \leq 10^9 + 7$) -- 测试用例数和模数。

下面的 T 行分别包含两个正整数 n 和 m ($1 \leq n \leq 1000$ ， $1 \leq m \leq 10^9$) -- 随机变量的个数和每个随机变量的上限。

保证所有测试用例的 n 之和不超过 10^4 。

输出

对于每个测试用例，打印一行，一个整数 - $E(M) \times m^n \bmod p$ 。

示例

标准输入	标准输出
3 123456789	18
3 2	7145
5 5	2066323
7 7	

备注

在第一个测试用例中，对于结果 $\{1, 1, 2\}$ ， $\{1, 2, 1\}$ ， $\{1, 2, 2\}$ ， $\{2, 1, 1\}$ ， $\{2, 1, 2\}$ ， $\{2, 2, 1\}$ ， M 等于 2；对于结果 $\{1, 1, 1\}$ ， $\{2, 2, 2\}$ ， M 等于 3。因此，总结果为 $1 \times 0 + 2 \times 6 + 3 \times 2 = 18$ ，等于 18 modulo 123456789。

问题 N. Python 程序

星期六

输入文件：标准输入
输出文件：标准输出
时间限制：1 秒 内存限制：256 兆字节

您需要计算一个 Python 程序的输出。

为简化问题，代码需满足以下限制条件。程序正好有 5 行。代码

的第一行是

```
答案 =0
```

第二行和第三行的格式为

```
for i in range ( a, b, c):  
    for j in range ( d, e, f):
```

这里， i 和 j 是循环变量。 i 和 j 可以是任意两个不同的小写英文字母。 a 、 b 、 c 、 d 、 e 、 f 可以是不带前导零的整数，也可以是之前引入的循环变量。代币 c 或 f （或两者）可以省略。省略时，它们等于 1。

第四行代码的形式为

```
答案 +=j
```

这里， j 是内循环的循环变量（注意，可以是 j 以外的字母）。代码的第五行是

```
打印 ( 答案 )
```

对于任意 $c \neq 0$ ，语句

```
for i in range ( a, b, c):
```

在 Python 语言中解释如下。

- 如果 $c > 0$ ， i 将取 a 、 $a + c$ 、 $a + 2c$ 、- - - 直到 $a + kc$ 的值，其中 k 是 $a + kc < b$ 的最大整数。
- 如果 $c < 0$ ， i 将取 a 、 $a + c$ 、 $a + 2c$ 、- - - 直到 $a + kc$ 的值，其中 k 是 $a + kc > b$ 的最大整数。

输入

5 行，代表代码。

保证每行末尾没有多余的空格。不过，输入文件中可能会有额外的换行符。请注意，在输入文件中，每个制表符代表 4 个空格。

保证 $1 \leq a, b, |c|, d, e, |f| \leq 10^6$ 。

输出

一个整数，代表程序的输出。

实例

星期六

标准输入	标准输出
<pre>ans=0 for a in range(1,3): for b in range(5,1,-2): ans+=b print(ans)</pre>	16
<pre>ans=0 for q in range(100,50,-1): for i in range(q,77,20): ans+=i print(ans)</pre>	2092

备注

在第一个例子中， a 将依次取值 1、2，而对于 a 取的每一个值， b 将取值 5、3，因此答案是 $2 \times (5 + 3) = 16$ 。

您可以使用 Python 解释器测试程序。