

蓬泊大师星尘斗士

superguymj

2023 年 11 月

- 网格平面上有 n 个格子是黑色的。每秒钟，若一个白色格子和两个及以上的黑色格子四相邻，它会变成白色。
- 求当不再有格子变色时，黑色格子的个数。
- $n \leq 1e5$ 。

- 本质是矩阵求交。按照 x 轴排序，用两棵线段树维护 y 轴的关系。
- 时间复杂度 $O(n \log n)$ 。

- 有一个 n 个点 m 条边的有向图，你需要给每个点赋一个整数权 $val_i \in [1, n + 1)$ ，并且使得每条边 $(u \rightarrow v)$ 都有 $val_u < val_v$ 。
- 我们希望这张图的 $\sum_{(u \rightarrow v)} val_v - val_u$ 最小。输出这个最小值和构造方案。若无解，输出 *NIE*。
- $n \leq 300, m \leq 1500$ 。

- 对偶后为一个费用流模型。首先对于原图的边，依然连一条流量无限，费用为 1 的边。其次，对于原图每一个点，若入度小于出度，则从 s 连一条流量为出度减入度，费用为 0 的边；若出度小于入度，则向 t 连一条流量为入度减出度，费用为 0 的边。
- 因为这张图入流量等于出流量，所以流量跑满时对偶问题满足。跑一个最大费用最大流即可。
- 考虑如何输出方案。有流量的边显然两端的 val_i 差值为 1，那么问题变为一个查分约束。
- 时间复杂度 $O(N^3)$ 。

This could be lupus

- 有两个长度均为 n 且由 $\{0, 1, 2\}$ 构成的字符串，求它们的最长上升公共子序列的长度。
- $n \leq 1e7$ 。

This could be lupus

- 考虑枚举 2 的个数，并强制第一个串的 1 的个数小于等于第二个串的 1 的个数。
- 假设现在第一个 2 的位置在 (i, i') ，则问题为求所有满足 $s1_i - s1_j \leq t1_{i'} - t1_{j'}$ 的位置中 $s1_i - s1_j + \min(s0_i, t0_{i'})$ 。合并同类项后，插入为插入所有的 (j, j') 位置的值。
- 观察到插入的位移和查询的位移分别都是 $O(n)$ 级别的，因此可以用链表维护单调栈。时间复杂度 $O(n)$ 。

- 有一个长度为 n 的字符串， m 次询问，每次询问一个子串的价值。
- 一个字符串的价值为一个二元组 (len, cnt) ， len 为该字符串的某个最短子串长度，并且删去该子串，剩下的两个字符串拼接生成的新串为回文串。 cnt 为在最短的前提下的删除方案数。
- $n, m \leq 5e5$ 。

- 假设字符串 $S = A + B + A^R$, 其中 A^R 为 A 串的翻转。那么最后保留的部分一定是 A, A^R 和 B 的最长回文前缀 (或后缀)。
- 假设保留的部分为 B 的最长回文前缀 B^P , 则方案数为 A 与 $A + B^P$ 的最长公共后缀的长度加一。
- 保留部分为 B 的最长回文后缀同理。
- 时间复杂度 $O(n + m \log n)$ 。

- 给一个长度为 15000 且由 $\{1, 2, \dots, 8, 9, x\}$ 构成的序列，你需要在元素之间加入 $\{+, -, \times, \sqrt{\cdot}\}$ 四种运算和左右括号（其中 \sqrt{x} 为先将 x 的绝对值开根号在向下取整）。设添加完毕后的函数为 $f(x)$ ，你需要该函数在 $[1, 9]$ 的整点取值满足 $f(x_i) = y_i, x_i \in \{1, 2, \dots, 9\}$ ，其中 y_i 均为自然数且小于等于 $1e9$ 。

- 拉格朗日插值法。
- 构造函数 $g_i(x)$, 当 $x = i$ 时, $g(x) = 1$, 否则 $g(x) = 0$ 。

Monster Generator

- 有 m 天，每天都需要消灭 n 只怪物。每天，消灭怪物的顺序由你决定。
- 第 i 天，消灭第 j 只怪物需要扣 $a_j + \delta a_j * i$ 的血量，消灭后，会返还 $b_j + \delta b_j * i$ 的血量。注意，你的血量不能被降到负数，否则失败。
- 假设第 k 天需要的最少初始血量为 s_k ，求 $\sum_{k=1}^m s_k$ 。
- $n \leq 100, m \leq 1e18$ 。

- 共有 n^2 个关键日期，相邻关键日期之间的消灭顺序是一样的。
- $s_k = \max(0, \sum_{j=1}^i a_{p_j} - \sum_{j=1}^{i-1} b_{p_j})$ ，这是 n 条以日期为自变量的直线取 \max 。
- 时间复杂度 $O(n^3 \log n)$ 。

- 有一张 n 个点的完全无向图，其中有 m 条边没有连接。
- 求最短路为 $k = 1 \dots n - 1$ 的点对个数。
- $n, m \leq 1e5$ 。

- 这张图的补图为 n 个点 m 条边的无向图。若补图中 $\deg_u + \deg_v < n$ 则 $\text{dis}(u, v) \leq 2$ 。
- 我们将补图度数大于等于二分之 n 的点拉出来跑一遍最短路径即可。
- 时间复杂度 $O(\frac{m(m+n)}{n})$ 。

- 我们假设存在 n 个编号从 1 到 n 的囚犯，我们把包含每个人号码的纸条随机放置在一个密闭房间的 n 个盒子中，每次只准进入一个囚犯，他可以打开 n 个盒子中的任意 k 个寻找号码，之后必须原封不动的出去，并且不能和其他人交流。如果他们都找到了自己的号码，则都可以获得自由，但如果有一个没找到，那么都要接受惩罚。但他们可以在进入房间前商量策略。
- 求在最优策略下，囚犯能全部自由的概率。
- $n \leq 1e6$ 。

- 策略为：编号 x 的囚犯先打开 x 号盒子，若其中纸条为 y 再打开编号为 y 的盒子，以此类推。
- 概率为所有环长小于等于 k 的全排列个数。
- 时间复杂度 $O(n)$ 。

Forged in the Barrens

- 有一个由 n 个数构成的序列，你需要将序列切成 k 段，使得每段的最大值与最小值之差的总和最大。
- 输出 $k = 1, 2, \dots, n$ 的答案。
- $n \leq 200000$ 。

Forged in the Barrens

- 首先最大值关于 k 是凸的。
- 考虑 $f_{(s_l, s_r)}(l, r, k)$ 表示区间 l, r 已经决定了 k 对最大最小值，且两端的状态分别为 s_l, s_r 的最大值。
- 合并是闵可夫斯基和。
- 时间复杂度 $O(n \log n)$ 。

- 有 n 个字符串 s_i , 你要求有多少对回文字符串 (P, Q) , $P, Q \in S$, S 为所有 s_i 的字符串构成的字符串集合, 且 $P + Q$ 回文。
- $\sum |s_i| \leq 1e6$ 。

- 显然 $P, Q, P + Q$ 拥有共同的周期 t , 其中 t 为回文串。
- 建立回文自动机, 通过 fail 指针寻找整周期即可。
- 时间复杂度 $O(n)$ 。

