计数问题选讲

Harry27182

2025 年 2 月 7 日

- 给定 n, k，问有多少个序列组 $(A_0, A_1, ...A_n)$ 满足：序列 A_i 的长度为 i；所有元素都在 $[1, k]$ 中，A_i 是 A_{i+1} 的子序列且 A_i 的字典序小于 A_{i+1}。
- $n, k \le 300$。

AGC041F

- 给定一个长度为 n 的棋盘，第 i 列只有从下到上前 h_i 个位置。
- 求有多少种放置象棋中车的方案，使得所有位置均能被车覆盖。能被覆盖指在同一行或同一列连通。
- $n \leq 400(4000), h_i \leq n$。

ARC093F

- 给定 2^n 个人，按照满二叉树的形态进行淘汰赛。
- 你是 1 号，存在 m 个人打得过你，剩下人都打不过你。其他人之间的比赛编号小的胜利。
- 问有多少种方案你最后能赢。
- $n, m \leq 16$。

ARC100F

- 定义一个长度为 n，有 k 种颜色的序列是好的，当且仅当存在一个长度为 k 的子区间包含全部 k 种颜色。
- 一个好的序列的权值定义为一个长度为 m 的序列 A 在原序列中的出现次数。求所有好的序列的权值和。
- $n \le 25000, k \le 400$。

qoj5367

- 给定一棵 n 个点的树，求有多少排列 p 满足 $dep(lca(p_i, p_{i+1}) \leq dep(lca(p_{i+1}, p_{i+2}))$。
- $n \leq 80$。

CF1696H

- 定义 $f(S) = \max_{T \subset S, |T|=m} \prod_{x \in T} x$。给定参数 m 和集合 S，求 $\sum_{T \subset S, |T| \geq m} f(T)$。位置不同的两个相等元素看做不同。
- $|S| \leq 600$。

qoj5016

- 有一个长度为 n，值域在 $[1, c]$ 的序列 a，设长度为 m 的序列 b 满足 $b_i = \min_{j=l_i}^{r_i} a_j$。求 a 任取可以得到多少种不同的 b。
- $n \leq 100, c \leq 10^8$。

- 有 nm 本书，第 i 本书权值为 a_i。他想把这些书分成若干无序的组，每组数量都是 m 的倍数。一个分组方案的贡献为所有组权值和的乘积。求所有方案的贡献和。
- $n \le 1500, m \le 100$。

qoj7793

- 把 NOI2023 书本的消耗体力变成第 i 摞书的磨损值加上两摞书的重量之和。
- $\sum n^2 \le 10^8$。

- 对于一个集合 A，将其元素按照任意顺序排列得到 a_i，记 $b_i = \lfloor \frac{\sum_{j=0}^{i} a_j}{10} \rfloor$，定义 $f(A) = \max |B|$。
- 给定可重集合 A，求其所有本质不同的子集 B 的 $f(B)$ 之和。
- $n \leq 2000, a_i \leq 12$。

- 给定 n, V，求 $\sum_{T \quad n} f(T)$，$f(T)$ 为给 T 每个节点在 $[1, V]$ 中赋权的合法方案数。定义一个方案是合法的，当且仅当对于所有连通块 S 满足 $\mathrm{mex}_{i \in S} a_i = \min_{i \notin S} a_i$。
- $n \leq 150$。

致谢

谢谢大家！