

图论有什么知识点呢？

最短路、拓扑序、优化建图、强连通、基环树、树、欧拉路径、DAG、二分图、竞赛图、圆方树、弦图.....

但是单独抽出一个知识点来，并不会有太多牛逼算法（或者说牛逼算法都不会考，弦图可能除外），所以更重要的是提升乱搞技巧。

说得好听一点，就是提高挖掘性质或转化问题的能力，把一些莫名其妙的条件整合在一起，或者在题目中没有出现图的情况下造一个图出来。

（然而我也不是很会）

讲课主要以讲题和解题技巧为主，有约 20 道题，应该够 上午+作业 了吧。套路的总结等讲课的时候再说。

默认所有知识点都会。

如无特殊说明， n, m 指图中的点数和边数。

因为做题面基本只限于 CF 和 AT，所以如果做过的题目太多请轻喷。

A

给一个 $n \times m$ 的棋盘，已经做好了 1×2 的骨牌覆盖。你可以删掉任意一个骨牌，然后移动剩下的骨牌（只能沿着长边平移），且需要满足最终的位置与初始位置有交。

我们只关心最后两个空位在哪里，而不关心骨牌的摆放方式。输出最终得到的地图有多少种。

$$n \cdot m \leq 2 \times 10^5$$

B

给定一个 01 串，每次可以选择一个 01 个数相等的区间，把它翻转并反转（ $001101 \rightarrow 010011$ ），求能得到的拓扑序最小的串。

$$|s| \leq 5 \times 10^5$$

C

有 n 个人，第 i 个人拥有第 i 个物品，并且有一个自己的 **preference** 排列。给出最终的分配方案，第 i 个人拿到了第 p_i 个物品。

一个分配方案是合法的，当且仅当不存在一个集合 S ，使得存在一个分配方案，满足 S 里的人都拿到的是 S 里的物品，且不存在 S 里的一个人更不开心，且至少存在 S 里的一个人更开心。

已知给出的分配方案是合法的，求有多少种满足条件的 **preference** 序列。（总方案数是 $(n!)^n$ ）

$$n \leq 40$$

D

给定一个无向图，把它定向成 DAG，然后选取两个拓扑序使得对应位置相等的个数最少，输出方案。

$$n, m \leq 5 \times 10^5$$

E

给定 n, k ，问是否存在一个排列，使得每个环的大小都是 k 的约数，且不存在 $p_i = i$ 。

多组数据， $T \leq 10^4, n \leq 10^{18}, k \leq 10^{15}$ ，不同的 k 不超过 50 个。

F

交互题。

有一个竞赛图，每条边的颜色是红色或绿色。红色边及它们的方向会告诉你。

进行不超过 $2n$ 次询问，每次询问一条绿边的方向。找到一个点 S ，使得对于任意一个点 x ，都存在一条边的颜色相同的路径 $S \rightarrow x$ 。

$$n, m \leq 10^5$$

G

对于一个数集，可以定义一个图，两个点有边当且仅当两个数不互质。

定义图中的一个点 **fair**，当且仅当它与剩下的每个点都有连边。

定义一个图合法，当且仅当每个点都 **fair** 或每个点都 **not fair**。

给出 n 个数，找出恰好 k 个数，使得它们对应的图是合法的。

$$6 \leq 2k \leq n \leq 10^5, 2 \leq a_i \leq 10^7$$

H

给定一个无向图，把边染成 $[1, k]$ 的颜色。对于一个点，设 s_i 为和它相邻的颜色为 i 的边数，那么要求 s 的极差不超过 2。

$$n \leq 100, m \leq 1000, k \leq 1000$$

I

给一个竞赛图，你可以反向几条边，使得图强连通。要求反向的边数最少。

$$n \leq 2000$$

J

Cyberland 有 n 座城市，编号从 1 到 n ，有 m 条双向道路连接这些城市。第 j 条路连接城市 a_j 和 b_j 。每天，都有成千上万的游客来到 Cyberland 游玩。

在每一个城市，都有纪念品售卖，第 i 个城市售价为 w_i 。这个售价有时会变动。

每一个游客的游览路径都有固定起始城市和终止城市，且不会经过重复的城市。

他们会在路径上的城市中，售价最低的那个城市购买纪念品。

你能求出每一个游客在所有合法的路径中能购买的最低售价是多少吗？

你要处理 q 个操作：

c a w：表示 a 城市的纪念品售价变成 w 。

A a b: 表示有一个游客要从 a 城市到 b 城市，你要回答在所有他的旅行路径中最低售价的最低可能值。

$$1 \leq n, m, q \leq 10^5, \quad 1 \leq w_i \leq 10^9。$$