

DP 选讲, Preview

Alan_Zhao

2025 年 7 月 21 日

目录

- 1 AGC061C
- 2 P11427
- 3 P5972
- 4 QOJ 7597
- 5 P10004
- 6 ABC 310 Ex
- 7 ARC 138 F
- 8 P8350
- 9 UOJ 84
- 10 UOJ 823

AGC061C. First Come First Serve

有 n 个人，其中第 i 个人会在 a_i 和 b_i 两个数中选一个，问这 n 个人的数字有多少种可能的**顺序**，对 998244353 取模。

$n \leq 5 \times 10^5$, a_i, b_i 形成一个 $1, 2, \dots, 2n$ 的排列, $a_i < a_{i+1}$, $b_i < b_{i+1}$ 。

P11427. 绝顶之战

有一个长度为 m 的空间和 n 个物品，第 i 个物品的长度为 a_i 。

按顺序将物品放入空间，若有长度 $\geq a_i$ 的空位则必须任选一个放入，否则跳过。

求所有可能的空间占用长度，空间占用长度定义为被放入物品的长度之和。

$n \leq 14, m, a_i \leq 10^{16}$ 。

P5972. Desant

给定一个 $1, 2, \dots, n$ 的排列 a 。

对于每个 $k \in [1, n]$, 求出：

- a 中长度为 k 的子序列的最小逆序对数。
- 取得该最小值的子序列数量。

$n \leq 40$ 。

QOJ 7597. Alexey the Sage of The Six Paths

有一张初始为空的二分图，左部和右部各有 n 个点，编号为 $1, 2, \dots, 2n$ 。你需要添加恰好 m 条边，如果添加后第 i 个点的度数为 d_i ，那么需要花费 p_{i,d_i} 的代价。

给定 l, r ，求最大匹配大小在 $[l, r]$ 间的最小代价，或者输出无解。

$n, m \leq 30$ 。

P10004. Permutation Counting 2

给定 n , 求有多少个 $1 \sim n$ 的排列 p 满足:

- p 有 x 个相邻升序对 ($p_i < p_{i+1}$)。
- p 的逆排列 p^{-1} 有 y 个相邻升序对。逆排列定义为满足 $p_{p_i}^{-1} = i$ 的排列 p^{-1} 。

对于所有 $x, y \in [0, n)$ 求答案, 对给定的模数 MOD 取模。

$n \leq 500$ 。

ABC 310 Ex. Negative Cost

你有 n 种技能，初始 0 魔力，打一个 H 血的怪。

第 i 种技能消耗 C_i 魔力，造成 D_i 伤害。魔力值需要时刻非负。 D_i 是正的，但是 C_i 可以为负数。

技能可以无限次使用，求杀死怪物的最少技能发动次数。

$n \leq 300$, $H \leq 10^{18}$, 至少有一个 C_i 是负的。

ARC 138 F. KD Tree

给定点列 (i, p_i) , p 是一个 $1, 2, \dots, n$ 的排列。

每次操作可以选平行于 x 轴或者平行于 y 轴的一条直线, 该直线将点集分成非空的两部分, 然后对两部分分别做这个过程。递归到点只剩一个时加入答案序列。(描述的其实就是 KD 树的建树过程。)

求能生成多少种不同的答案序列, 对 $10^9 + 7$ 取模。

$n \leq 30$ 。

P8350. 进制转换

记 $a(i), b(i)$ 分别为 i 的二进制和三进制下的数位和。

求 $\sum_{i=1}^n x^i y^{a(i)} z^{b(i)} \pmod{998244353}$ 。

$n \leq 10^{13}$ 。

UOJ 84. 水题走四方

给定一棵树，开始时有两个人在根节点处。每秒钟，两个人都可以各自向下走一条边。任意时刻，一个人都不可以花费时间地传送到另外一个人所在的节点上。求至少到达树上每个节点至少一次，花费的最短时间。

$n \leq 5 \times 10^6$ 。

UOJ 823. 铁轨回收

给定两个长为 n 的非负整数序列 A, B , 对于 $i = 1, 2, \dots, (n - 1)$, 依次进行如下操作:

- 随机选一个整数 $j \in [i + 1, n]$, 执行 $A_j \leftarrow \min(A_i + A_j, B_j)$ 。

对于每个 $i = 0, 1, \dots, B_n$, 求所有操作后 $A_n = i$ 的概率, 对 998244353 取模。

$n \leq 50, A_i, B_i \leq 30$ 。