

贪心/构造/博弈杂题选讲

wlx

2025 年 2 月 7 日

- 你初始有 W 块钱，你需要在接下来的 n 天内炒股赚到尽可能多的钱。
- 已知第 i 天的股票值 c_i 块钱，且买卖和持有股票没有数量限制，但必须是整数股。每一天买/卖股票分别需要付 a 块/ b 块每股的手续费。
- 问 n 天后你最多能赚多少钱。 $n \leq 10^7$ ，保证答案小于 10^{18}

- 一个平面上有一个圆，圆上等距分布着 $2n$ 个端点。
- 给定这些端点形成的一组大小为 n 的匹配，将匹配的点相连，可得到 n 条线段。
- 问最少需要几条直线，才能使每条线段与至少一条直线在非端点处相交。
- $n \leq 2 \times 10^5$

- 给定一个长为 n 的 01 序列 S 。
- 你可以选择任意区间 $S[l, r]$ ，花费 $|c_0 - c_1| + 1$ 的代价将其排序。此处 c_i 为 $S[l, r]$ 中 i 的个数。
- 问使 S 变得有序的最小代价。 $n \leq 2 \times 10^5$

- 有一个下标从 0 到 n 的数组 a , 初始 $a_0 = a_n = 1$, 有 m 个给定位置为 1, 其余位置为 0。
- 现在需要再选 k 个为 0 的位置变为 1。记相邻 1 位置之间的最近距离为 l , 最远距离为 r , 你需要最小化 $r - l$ 。
- $n \leq 10^{15}, m \leq 4 \times 10^5, k \leq n - m$

- 给定一个 $1 \sim n$ 的排列 p , 问选择 p 的一个长为 k 的子序列, 将其按原顺序移动到 p 的开头后, 排列的最小逆序对数。
- 你需要对每个 $k \in [0, n] \cap \mathbb{N}$ 求出答案。 $n \leq 2 \times 10^5$

- 给定一颗大小为 n 以 1 为根的树，有 x 个字符 a 和 $n - x$ 个字符 b。
- 你需要给每个结点分配两种字符中的一个，此时所有从根结点开始到树上某一点结束的路径对应 n 个字符串。
- 请最小化不同的字符串数目。 $n \leq 10^5$

- 有一个下标为任意整数的数组 a ，初始 $a_i = 0, \forall i \leq 0$ 和 $i > 2n, a_i = (i \ \& \ 1) + 1, \forall i \in [1, 2n]$ 。
- 每次，你可以选择两个相邻且非零的位置，和两个相邻且为零的位置，整体交换其上的值。
- 最终，你需要将 a 中所有 1 调换到 2 的前面，并保证非零位置连续。
- 请构造方案，使得操作步数最小。 $3 \leq n \leq 10^6$

- 给定两个 $2 \times n$ 的二维数组 a, b ，其中的数均组成 1 到 $2n$ 的排列。
- 每次可以选择 $a_{p,i}$ 和 $a_{q,j}$ 进行交换 ($p, q \in \{0, 1\}$)，要求 $a_{p,i} > a_{1-p,i}, a_{q,j} > a_{1-q,j}$
- 问能否在 $5n$ 步内将 a 变成 b ，可以则给出方案。 $n \leq 2 \times 10^3$

- 给定一个长为 n 的字符串 S , 请你构造一个长为 n 且字典序最小的 01 串, 使两者拥有相同的周期。若不存在报告无解。
- 称 $p \in [1, n)$ 是 S 的周期, 如果 $S_i = S_{i+p}, \forall i \in [1, n-p]$ 。
- $n \leq 2 \times 10^5$

- 给你一棵 n 个结点树，第 i 个结点上有 a_i 个石子。Alice 和 Bob 要轮流移动一个标记。
- 每次需要从标记所在结点取走一颗石子，再将标记移动到相邻结点，标记无法移动时判负。
- 问标记初始在哪些结点时先手必胜。 $n \leq 3000$

P10

- 给定一棵 n 个结点的树，Alice 和 Bob 轮流取点，每次可取走一个叶子（度数 ≤ 1 ），Alice 先手。
- Alice 想让自己取走的结点的编号的最大值尽可能大，而 Bob 想要这个值尽可能小。
- 问两人都取最优策略时 Alice 取到结点的最大编号。 $n \leq 10^5$

- 有 n 堆石子，第 i 堆大小为 a_i ，Alice 和 Bob 要玩取石子游戏。
- Alice 每次可以从一堆中拿走 A 个石子，Bob 每次可以拿走 B 个。石子数量不够不能拿，某回合不能操作的一方判负。
- 有四种可能的局面：Alice 必胜，Bob 必胜，先手必胜，后手必胜。问对于所有 $A, B \in [1, m]$ 的 (A, B) 对，每种局面各有几个
- $n, m \leq 10^5$

- 给定一棵 n 个结点的树和一个 $1 \sim n$ 的排列 p ，初始结点 k 上有一个棋子。
- Alice 和 Bob 正在博弈。Alice 需要将 p 排序，而 Bob 需要阻止 Alice。
- 每一轮，Alice 可以选择 p 的两个位置交换，然后 Bob 将棋子移动到一个相邻结点。交换时，Alice 不能选择其上的值等于棋子所在结点标号的位置。
- 问 Alice 能否达成目标。 $3 \leq n \leq 2 \times 10^5$