Za 选数数 (A)

有一部分题目存在比正解更简单的非常规解法。

所以建议大家预习 / 思考时善用程序解决一些问题（）

Problem A

有 n 中颜色的球，第 i 种颜色有 f_i 个。

现要选出恰好 s 个球，求颜色的可重集有多少种，对 10^9+7 取模。

$1 \le n \le 20$，$0 \le s \le 10^{14}$，$0 \le f_i \le 10^{12}$。

Problem B

求在 $\{1 \ldots n\}$ 的非空子集中选择 m 个不同子集的方案数，使得每个元素都被选择了偶数次，答案对 10^8+7 取模。

Problem C

有一张 $\sum C_{i,j}$ 个点的无向图。$\forall 1 \le i \le j \le n$，有 $C_{i,j}$ 个点的标签为区间 $[i,j]$。两点间有边当且仅当两点的标签有交。求该图的生成树数目，模 998244353。

$2 \le N \le 400$，$1 \le C_{i,j} \le 10^4$。

Problem D

给定长度为 $3n$、值域为 $[0,3]$ 的整数序列 $S = s_1 s_2 \cdots s_{3n}$。你需要首先将 S 中的每个 0 替换为 $[1,3]$ 中的任意一个整数，得到序列 $T = t_1 t_2 \cdots t_{3n}$，然后给出 n 个长度为 3 的整数序列 $\{a_{i,1}, a_{i,2}, a_{i,3}\}_{1 \le i \le n}$，使得

- $\forall 1 \le i \le n$，$1 \le a_{i,1} < a_{i,2} < a_{i,3} \le 3n$；
- $\forall (i_1, j_1) \ne (i_2, j_2)$，$a_{i_1,j_1} \ne a_{i_2,j_2}$；
- $\forall 1 \le i \le n$，$\{t_{a_{i,1}}, t_{a_{i,2}}, t_{a_{i,3}}\}$ 是 $\{1,2,3\}$ 的一个排列且逆序对数为奇数。

Problem E

求括号序列数，对 10^9+7 取模，满足：

- 左右括号数分别为 n, m；
- 最长合法子序列长度为 $2k$。

多测，$t \le 3\times 10^3$，$n, m, k \le 2\times 10^3$。

Problem F

求有多少排列 $p_{1...n}$，满足 $(p_1, p_n) = (s, t)$，$\forall 1 < i < n, (p_i - p_{i-1})(p_i - p_{i+1}) > 0$，对 10^9+7 取模。

$2 \le n \le 2\times 10^3$，$1 \le s, t \le n$。

Problem G

给定整数 N, r，求有多少六元有序数组 (a, b, c, a', b', c') 满足同余方程 $ab + a'b' \equiv bc + b'c' \equiv ca + c'a' \equiv r \pmod N$，对 998244353 取模。其中 $a, b, c, a', b', c' \in \{0, 1, \ldots, N-1\}$。

$0 \le r < N \le 10^{18}$，$N \ge 2$，$\mu(N) \ne 0$。

Problem H

给定 P, q。q 次给定 n, m，求满足 $a_i \in [0, m]$ 且 $\nexists 1 \le i < j < k \le n$，$a_k < a_i < a_j$ 的序列 $a_{1...n}$ 的数目。答案对 P 取模。$n \le 100$，$m \le 8\times 10^4$。