

文章编号 1004-924X(2023)08-1150-12

# 基于双目视觉与罗德里格斯旋转的机械臂全工作空间域绝对定位精度提升方法

韩彭威<sup>1</sup>, 段发阶<sup>1\*</sup>, 李 杰<sup>2</sup>, 吴凌昊<sup>2</sup>, 王霄枫<sup>2</sup>

(1. 天津大学 精密测试技术及仪器国家重点实验室, 天津 300072;

2. 中国航发四川燃气涡轮研究院, 四川 成都 611730)

**摘要:**机械臂的绝对定位精度较低, 目前常采用基于运动回路法的运动学标定来提高机械臂绝对定位精度, 但标定空间的大小限制了机器人全工作空间域绝对定位精度。为此, 本文提出了一种利用双目视觉及二维棋盘格靶标相融合的机械臂全工作空间域绝对定位精度提升方法。首先, 使机械臂单轴转动, 利用双目相机记录单轴旋转轨迹, 利用罗德里格斯旋转进行空间圆拟合, 得到机械臂的旋转轴线, 根据 D-H 法则建立关节坐标系, 根据关节坐标系之间的相对位置关系解算出机械臂的运动学参数。其次, 通过分析关节实际转角与编码器输出值之间的关系标定关节电机减速比。最后, 通过实验对所提方法进行验证, 并与多种精度提升方法进行对比。实验结果表明, 通过本文方法进行标定后机械臂的绝对定位精度相对标定前提升了 67%, 在标定空间内外效果一致, 可提高机械臂全工作空间域的绝对定位精度。

**关键词:**机械臂; 运动学标定; 减速比标定; 视觉测量

**中图分类号:** TP394.1; TH691.9 **文献标识码:** A **doi:** 10.37188/OPE.20233108.1150

## A method for improving absolute positioning accuracy of industrial robot in entire workspace domain based on stereo vision

HAN Pengwei<sup>1</sup>, DUAN Fajie<sup>1\*</sup>, LI Jie<sup>2</sup>, WU Linghao<sup>2</sup>, WANG Xiaofeng<sup>2</sup>

(1. State Key Laboratory of Precision Measuring Technology & Instruments, Tianjin University,  
Tianjin 300072, China;

2. AECC Sichuan Gas Turbine Research Establishment, Chengdu 611730, China)

\* Corresponding author, E-mail: fjduan@tju.edu.cn

**Abstract:** The absolute positioning accuracy of industrial robots is low. At present, kinematics calibration based on the motion loop method is often used to improve the absolute positioning accuracy of the manipulator. However, the size of the calibration space limits the absolute positioning accuracy of the robot's entire workspace. To solve this problem, a method is proposed to improve the absolute positioning accuracy of the robotic arm in the entire workspace domain using the fusion of stereo vision and two-dimensional checkerboard targets. First, the industrial robot is rotated on a single axis and a stereo camera is used to re-

收稿日期: 2022-11-14; 修订日期: 2022-12-07.

**基金项目:** 国家重点研发计划资助项目(No. 2020YFB2010800); 国家自然科学基金项目(No. 61905175, No. 61971307); 青年人才托举工程资助项目(No. 2021QNRC001); 国防科技重点实验室基金资助项目(No. 6142212210304); 霍英东教育基金会资助(No. 171055); 广东省重点研发计划资助项目(No. 2020B0404030001)

cord the single-axis rotation trajectory. The Rodrigues rotation is then used to perform three-dimensional curve fitting to obtain the rotation axis of the industrial robot. Second, a joint coordinate system is established according to the D-H rule and the kinematic parameters of the industrial robot are calculated according to the relative positional relationship between the joint coordinate systems. Third, the reduction ratio of the joint motor is calibrated by analyzing the relationship between the actual rotation angle of the joint and the output value of the encoder. Finally, the proposed method is verified by experiments and the results are compared with those of other accuracy improvement methods. The experimental results show that the absolute positioning accuracy of the manipulator is improved by 67% after calibration using the method in this study and that the effect is the same inside and outside the calibration space, which can improve the absolute positioning accuracy of the industrial robot in the entire working space domain.

**Key words:** industrial robot; kinematic calibration; deceleration ratio calibration; visual measurement

## 1 引言

机械臂是工业生产中的重要设备,在焊接,码垛以及非接触测量等领域中有着重要应用。然而由于机械臂本体制造中存在机械制造公差,装配误差导致的运动学参数误差以及电机转角与关节转角间减速比误差等,导致机械臂存在重复性定位精度较高(0.05 mm以内)而绝对定位精度较低(1~2 mm)的情况。因此需要对机械臂进行标定,提高机械臂的绝对定位精度<sup>[1]</sup>。

业界将机械臂标定分为三级<sup>[2]</sup>:第一级为指令转角与关节实际转角的标定,即运动变量误差,这部分误差对机械臂末端定位精度影响最大;第二级在第一级的基础上为机械臂的运动学参数标定,主要是描述连杆之间相对位置间的连杆参数;第三级为动力学与非几何标定,主要是标定关节柔性与不同连杆的挠度等。

在机械臂几何参数标定的研究中,常将控制器指令转角视为关节真实转角<sup>[3]</sup>,然而减速器存在减速比误差<sup>[4]</sup>,控制器输出的是伺服电机的转角,所以标定减速比是必要的<sup>[5]</sup>。机械臂参数辨识的方法有运动回路法与轴线测量法,运动回路法通过测量机械臂末端位置,求解机械臂微分运动方程获得连杆参数<sup>[1,6-11]</sup>。但是此方法依赖关节转角的准确性且无法标定减速比,需要进行两次测量。其次此方法对标定点所在的工作空间内的精度有明显提升,但是在非标定点外的工作空间域,依然存在不可忽略的残余误差和较大的估计误差,导致机械臂在标定点所在空间以外的定位精度较低<sup>[12]</sup>。

轴线测量法是通过旋转轨迹求得机械臂关节旋转轴线在空间中的位置,通过轴线间的相对位置关系获得连杆参数<sup>[13-14]</sup>。由连杆参数的几何意义可知,此方法获得参数即为实际连杆参数,使得机械臂在整个工作空间内保持较高的精度,并且轴线测量法通过一次测量便可同时标定连杆参数与减速比,操作便捷,故文中采取此方法对机械臂进行标定。

激光跟踪仪和视觉系统作为机械臂末端位姿测量设备,常用于机械臂标定的研究中<sup>[15]</sup>。其中基于激光跟踪仪的研究最为成熟,并且衍生出了许多机械臂标定商业软件,如roboDyn,roboDK等。由于激光跟踪仪价格昂贵,此类方法普遍成本高昂,商用软件以roboDyn为例,采用的测量设备为Leica AT960跟踪仪以及T-mac传感器,整套系统的成本约为200万元。视觉系统具有成本低的优点,在侧重于使用视觉测量系统对机械臂进行运动学标定的研究中,多采用运动回路法进行参数辨识<sup>[16-19]</sup>。

本文利用双目视觉测量系统对机械臂末端位置进行测量,通过分析末端圆轨迹的圆心角与拟合转轴轴线精度之间的关系来确定机械臂的运动范围;通过运动范围确定测量范围,并以此设计双目视觉测量系统,使其在满足视场要求下保持测量所需的精度。利用罗德里格斯旋转对轨迹信息进行拟合,得到各关节的实际旋转轴线,通过轴线间的相对位置关系以及机械臂模型参数的几何定义得到机械臂的实际运动学参数。在识别末端靶标轨迹获取几何参数的基础上,分析实际关节转角与指令转角之间的线性关系,确

定减速器的减速比。本文方法在提高机械臂的绝对定位精度的同时,具备了极高的经济适用性,且操作简便,进行一次测量可以同时标定运动学参数以及关节电机减速比,提高了机械臂的生产效率,利用激光跟踪仪对机械臂进行性能测试,验证本文方法的有效性。

## 2 机械臂参数识别方案

基于轴线测量法对机械臂进行标定,其首要工作是为机械臂各关节确定其旋转轴。为获取关节轴线的空间位置,需要对机械臂各关节进行单轴运动,如图1所示,利用外部测量设备对末端特征点 $p$ 进行识别,获取被跟踪点 $p$ 在笛卡尔空间中的圆形轨迹,进而识别机械臂各关节参数。

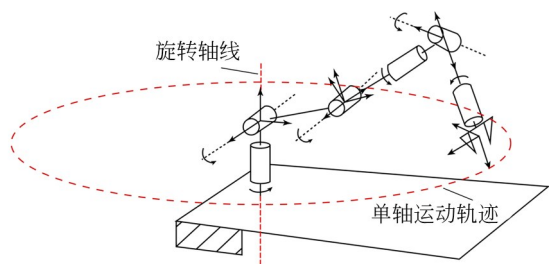


图1 机械臂单轴旋转示意图

Fig. 1 Schematic diagram of single-axis rotation of industrial robot

### 2.1 空间圆拟合算法

根据空间圆轨迹 $p_i (i=1, 2, \dots, n)$ , 求解该轨迹所在平面法向量 $n_i$ , 圆心坐标 $c_i$ 以获取关节实际旋转轴线的空间位置。由于空间圆拟合算法过于复杂, 为提高计算效率, 将空间圆转化为平面圆来进行拟合求解, 求解过程分为两步: 平面拟合和圆拟合。

#### 2.1.1 平面拟合

设 $c$ 为拟合平面上的一点,  $n$ 为平面法向量, 则空间点集到平面的距离为 $(p_i - c)^T n$ , 使得该平面到所有点的距离之和最小有:

$$\min_{c, \|n\|=1} \sum_{i=1}^n ((p_i - c)^T n)^2, \quad (1)$$

其中 $c = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n p_i$

此时令 $A^T = [p_1 - c, p_2 - c, \dots, p_n - c]$ 。

则式(1)可化为:

$$\min_{\|n\|=1} \|An\|_2^2. \quad (2)$$

对 $A$ 进行奇异值分解有:

$$\|An\|_2^2 = \|UDV^T n\|_2^2 = \|DV^T n\|_2^2. \quad (3)$$

令 $a = V^T n$ , 则式(1)等价于:

$$\min_{\|a\|=1} [(\lambda_1 a_1)^2 + (\lambda_2 a_2)^2 + (\lambda_3 a_3)^2]. \quad (4)$$

因为 $\|n\|=1$ , 当且仅当 $a = [0 \ 0 \ 1]^T$ 时 $\|An\|_2^2$ 能取到最小值, 则有:

$$\begin{aligned} V^T n &= a \\ VV^T n &= Va \end{aligned} \quad (5)$$

$$n = Va = V \cdot [0 \ 0 \ 1]^T = V(:, 3)$$

平面法向量 $n$ 即为所求。

#### 2.1.2 圆拟合

进行圆拟合的首要工作是将当前测量坐标系 $\{M\}$ 投影到平面坐标系 $\{P\}$ 上。平面坐标系按以下方式建立: 坐标系的 $Z$ 轴由平面法向量 $n$ 确定,  $X, Y$ 轴由测量坐标系的 $X, Y$ 轴旋转而来, 以 $X$ 轴为例说明这一旋转过程。测量坐标系下的 $X$ 轴为 $[1 \ 0 \ 0]^T$ , 记为 $X^M$ , 测量坐标系下的 $Z$ 轴为 $[0 \ 0 \ 1]^T$ , 记为 $Z^M$ ; 平面坐标系下的 $X$ 轴记为 $X^P$ , 由罗德里格斯旋转可知有如下关系:

$$\begin{aligned} X^P &= X^M \cos \theta + (k_1 \times X^M) \sin \theta + \\ &\quad k_1 (k_1 \cdot X^M) (1 - \cos \theta), \end{aligned} \quad (6)$$

$$\theta = \arccos \left( \frac{n \cdot z}{\|n\| \cdot \|z\|} \right)$$

其中

$$k_1 = \left( \frac{n \times z}{\|n \times z\|} \right)$$

将拟合得到平面方程与 $Z^M$ 联立, 可得一空间点 $[0 \ 0 \ c]^T$ 记为 $P_{\text{org}}$ 作为平面坐标系的原点可得

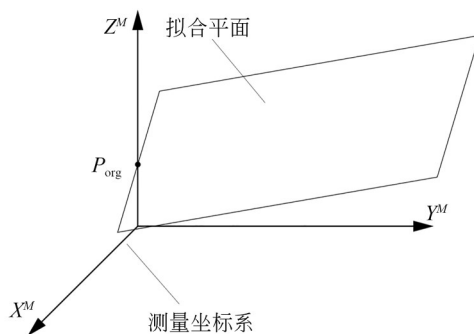


图2 拟合平面与测量坐标系位置关系

Fig. 2 Relationship between fitting plane and measurement coordinate system

到测量坐标系 $\{M\}$ 与平面坐标系 $\{P\}$ 之间的齐次变换矩阵:

$$T_P^M = \begin{bmatrix} X^P & Y^P & Z^P & P_{\text{org}} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (7)$$

三维点可以通过此关系转换为平面坐标系下的点:

$$p_M (T_P^M)^{-1} = p_P. \quad (8)$$

此时三维空间中的点以转化为平面坐标系 $\{p\}$ 下的点,可在平面上对这些点进行拟合,对于半径为 $r$ ,且圆心坐标为 $[x_p, y_p]$ 的平面圆有如下方程:

$$\begin{aligned} (x - x_p)^2 + (y - y_p)^2 &= r^2 \\ (2x_p)x + (2y_p)y + (r^2 - x_p^2 - y_p^2) &= x^2 + y^2 \\ c_0x + c_1y + c_2 &= x^2 + y^2. \end{aligned} \quad (9)$$

令 $c = [c_0 \ c_1 \ c_2]^T$ ,有 $Ac = b$ ,其中:

$$A = \begin{bmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ \dots & \dots & \dots \\ x_n & y_n & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} x_1^2 + y_1^2 \\ x_2^2 + y_2^2 \\ \dots \\ x_n^2 + y_n^2 \end{bmatrix}. \quad (10)$$

可得如下的优化问题:

$$\min_{c \in R^3} \|b - Ac\|_2^2. \quad (11)$$

即可解出 $c$ ,进而求出坐标系 $\{p\}$ 下的圆心坐标 $C_p = [x_p, y_p, 0]$ ,最终得到三维圆心坐标

$$C_M = T_P^M C_P. \quad (12)$$

考虑到实际标定中存在测量噪声,为了验证本文提出的空间圆拟合算法的有效性和鲁棒性,进行仿真实验如下:首先生成一个空间圆,在空间圆上任意取 $n$ 个点,给这些点集添加信噪比为30 dB的随机噪声,利用本文提出的空间圆拟合算法对这些点集进行圆拟合,仿真结果如图3所示(彩图见期刊电子版)。

图中黑色实线代表生成的空间圆,橙色虚线为拟合圆,可以看出根据添加了噪声的空间点拟合出的拟合圆非常接近生成圆,证明了算法的有效性和鲁棒性。

由于空间圆拟合的效果与轨迹所对应的圆心角有关,于是在有噪声的情况对不同圆心角对应的轨迹进行仿真,轨迹上每间隔 $1^\circ$ 取一个点,以与标准圆半径的差值作为拟合圆半径误差,仿真结果如图4所示。

由仿真结果知,圆心角 $60^\circ$ 时拟合圆半径的

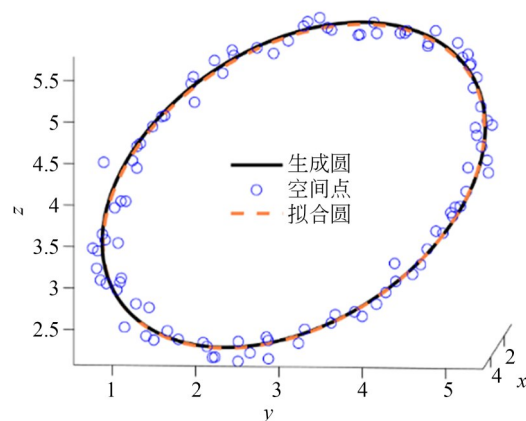


图3 拟合算法有效性测试

Fig. 3 Fitting Algorithm Effectiveness Test

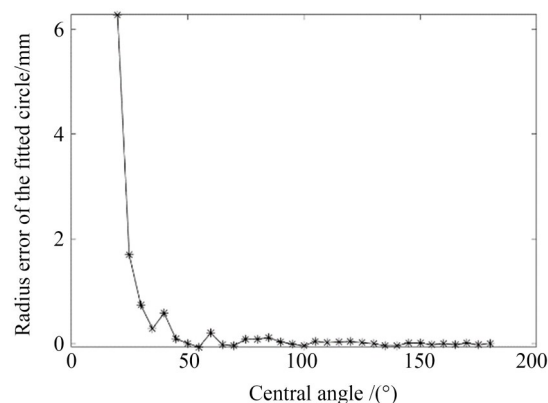


图4 圆心角大小与拟合圆半径误差之间的关系

Fig. 4 Relationship between the size of the central angle and the radius error of the fitted circle

平均误差为0.041 mm,且整条误差曲线斜率趋于平缓。由此可知,通过本文算法,当点集对应的圆心角大于 $60^\circ$ 即可获得较高拟合精度得空间圆。

## 2.2 建立机械臂关节坐标系

上节介绍的空间圆拟合算法可以求解出机械臂单轴实际旋转轴线,根据各关节的实际轴线,按照D-H法则建立机械臂各连杆的关节坐标系,并确定连杆参数。在本文中,相邻两关节间的齐次变换矩阵为:

$$T_i^{i-1} = \begin{bmatrix} c\theta_i & -s\theta_i & 0 & a_{i-1} \\ c\alpha_{i-1}s\theta_i & c\alpha_{i-1}c\theta_i & -s\alpha_{i-1} & -d_i s\alpha_{i-1} \\ s\alpha_{i-1}s\theta_i & s\alpha_{i-1}c\theta_i & c\alpha_{i-1} & d_i c\alpha_{i-1} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (13)$$

根据关节之间相对位置关系的不同,分为相邻平行关节与非平行关节两种情况建立关节坐标系。

### 2.2.1 相邻非平行关节坐标系的建立

相邻非平行关节如图 5 所示,已知关节  $i$  和关节  $i+1$  的实际旋转轴线,以  $R_i$  作为坐标系  $\{i\}$  的  $Z_i$  轴,由 D-H 法定义可知关节  $i$  和关节  $i+1$  的公垂线方向为  $X_i$  轴的方向,  $Y_i$  轴由右手定则可得。

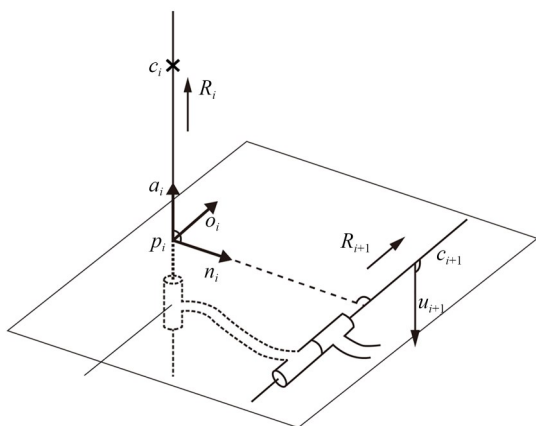


图 5 非平行关节示意图

Fig. 5 Schematic diagram of non-parallel joints

于是有:

$$\begin{aligned} a_i &= R_i \\ n_i &= R_{i+1} \times R_i \\ o_i &= a_i \times n_i = R_i \times R_{i+1} \times R_i \end{aligned} \quad (14)$$

根据 D-H 法则定义,坐标系  $\{i\}$  的原点  $p_i$  为  $R_i$  与  $R_{i+1}$  的公垂线与  $R_i$  的交点,即  $R_i$  与  $R_{i+1}$  的公垂线在  $R_i$  上的垂足,可得  $p_i$

$$T_i^m = \begin{bmatrix} n_i & o_i & a_i & p_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (15)$$

其中,上标  $m$  代表测量坐标系下关节  $\{i\}$  坐标系的位置。

### 2.2.2 相邻平行关节坐标系的建立

相邻平行关节由图 6 所示,由于两平行关节间的公垂线不唯一,所以要对这种情况单独考虑,示意图如图 6。

各个坐标轴如下:

$$\begin{cases} a_i = R_i \\ o_i = \frac{a_i \times (c_{i+1} - c_i)}{|a_i \times (c_{i+1} - c_i)|} \\ n_i = o_i \times a_i \end{cases} \quad (16)$$

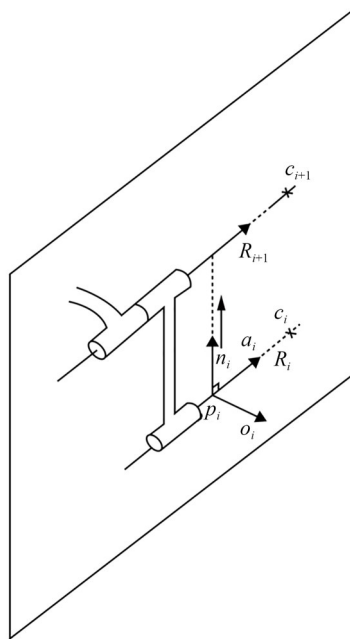


图 6 平行关节示意图

Fig. 6 Schematic diagram of parallel joints

根据 D-H 法则,当关节轴  $i$  与关节轴  $i+1$  平行时,坐标系  $\{i\}$  原点的选择应满足  $d_i=0$ ,所以原点  $p_i$  在转轴  $i$  与转轴  $i-1$  的公垂线上。

原点  $p_i$  既在公垂线(坐标系  $\{i-1\}$  的  $x$  轴)上又在  $R_i$  上,联立两直线方程,可求得  $p_i$ 。

$$\begin{cases} \frac{p_{i,x} - p_{i-1,x}}{n_{i-1,x}} = \frac{p_{i,y} - p_{i-1,y}}{n_{i-1,y}} = \frac{p_{i,z} - p_{i-1,z}}{n_{i-1,z}} \\ \frac{p_{i,x} - c_{i,x}}{R_{i,x}} = \frac{p_{i,y} - c_{i,y}}{R_{i,y}} = \frac{p_{i,z} - c_{i,z}}{R_{i,z}} \end{cases} \quad (17)$$

综上可得证式(15)。

### 2.2.3 连杆参数获取

综上得到各连杆在测量坐标系下的坐标系,通过机械臂相邻关节坐标系之间的转换关系,结合参数的几何意义求出实际连杆参数。求解过程如下:

$$\begin{aligned} a_{i-1} &= \frac{\|(a_i \times a_{i-1}) \cdot (p_i - p_{i-1})\|}{\|a_i \times a_{i-1}\|} \\ d_i &= \frac{\|(n_i \times n_{i+1}) \cdot (p_{i+1} - p_i)\|}{\|n_i \times n_{i+1}\|} \\ \alpha_{i-1} &= \arccos\left(\frac{a_i \cdot a_{i-1}}{\|a_i\| \|a_{i-1}\|}\right) \cdot \text{sgn}((a_i \times a_{i-1}) \cdot n_{i-1}) \end{aligned}$$



$$\theta_i = \arccos \left( \frac{\mathbf{n}_i \cdot \mathbf{n}_{i-1}}{\|\mathbf{n}_i\| \|\mathbf{n}_{i-1}\|} \right) \cdot \text{sgn}((\mathbf{n}_i \times \mathbf{n}_{i-1}) \cdot \mathbf{a}_{i-1}). \quad (18)$$

### 2.3 减速比标定

获取圆轨迹和圆心后,利用单轴旋转的轨迹计算关节实际旋转角度。如图7所示,对于关节 $i$ ,取运动起始点记为 $A$ ,在轨迹上任取一点 $B_j$ ,则弦 $AB_j$ 对应的圆心角为:

$$\theta_{ej} = \arccos \left( \frac{\overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{CB_j}}{\|\overrightarrow{CA}\| \cdot \|\overrightarrow{CB_j}\|} \right). \quad (19)$$

电机转角可由编码器输出值进行计算:

$$\theta_{ej} = 2\pi \cdot \frac{\Delta U}{n \cdot E}, \quad (20)$$

其中: $\Delta U$ 为 $A$ 与 $B_j$ 之间编码器输出值的差, $n$ 为编码器的线数, $E$ 为每线对应的电平数。

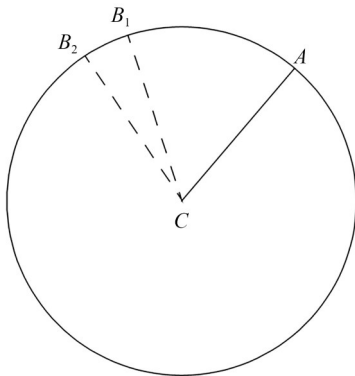


图7 减速比计算示意图

Fig. 7 Schematic diagram of reduction ratio calculation

在机械臂单轴运动形成的轨迹上取多组,利用最小二乘法找到之间的对应关系,得到直线:

$$\theta_e = k \cdot \theta_j. \quad (21)$$

斜率 $k$ 即为实际的关节减速比。

## 3 测量系统工作原理及设计

图8为机械臂末端位置测量系统的整体设计方案,测量系统主要由双目相机、平面棋盘格靶、同步控制器和计算机组成,标靶由工装固定在机械臂末端,由双目相机获取特征点的三维坐标。

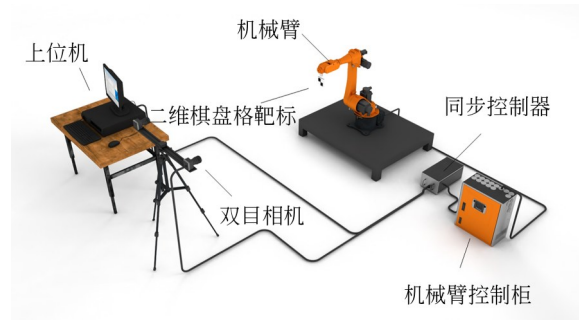


图8 基于双目视觉的机械臂末端位置测量系统

Fig. 8 Industrial robot end position measurement system based on binocular vision

### 3.1 双目视觉三维测量原理

双目视觉三维坐标测量系统是仿照人类视觉的原理,通过左右相机对同一个物体进行采集,实现空间三维坐标的测量。图9示出了双目视觉测量系统成像模型

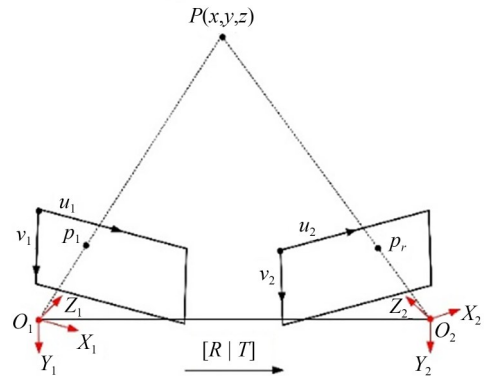


图9 双目视觉测量系统成像模型

Fig. 9 Imaging model of stereo vision measurement system

有一空间点 $P$ ,在双目视觉系统中在左右像面上各成一像,分别记作 $P_L$ 与 $P_R$ 。 $O_1$ 与 $O_2$ 分别为左右相机的光心,以此为原点建立相机坐标系 $O_1-X_1Y_1Z_1$ 与 $O_2-X_2Y_2Z_2$ ,令左右相机焦距为 $f_l$ 和 $f_r$ ,根据小孔成像模型可得空间点 $P$ 在相机坐标系 $O_1-X_1Y_1Z_1$ 下的三维坐标为 $(x_c, y_c, z_c)$ 和其在像平面坐标系下的二维坐标 $(X_U, Y_U)$ 之间的关系为:

$$X_U = f \frac{x_c}{z_c}, \quad Y_U = f \frac{y_c}{z_c}. \quad (22)$$

设 $R_L$ 和 $R_R$ 分别为相机坐标系与世界坐标系的旋转矩阵, $T_L$ 和 $T_R$ 分别为相机坐标系与世界坐标系的平移矩阵,则有:

$$\begin{aligned} P_L &= R_L P + T_L \\ P_R &= R_R P + T_R, \end{aligned} \quad (23)$$

由式(23)可得:

$$P_L = R_L R_R^{-1} P_R - R_L R_R^{-1} T_b + T_a. \quad (24)$$

可得左右相机间的旋转平移关系,分别记为  $R$  和  $T$ , 令:

$$R = \begin{bmatrix} r_1 & r_2 & r_3 \\ r_4 & r_5 & r_6 \\ r_7 & r_8 & r_9 \end{bmatrix}, \quad T = \begin{bmatrix} t_x \\ t_y \\ t_z \end{bmatrix}. \quad (25)$$

带入相机坐标系与像平面坐标值之间的小孔透视变换,联立求解可得理想情况下空间点  $P$  的三维坐标:

$$\begin{aligned} x_c &= \frac{z X_l}{f_l} \\ y_c &= \frac{z Y_l}{f_l} \\ z_c &= \frac{f_l(f_r t_x - X_r t_z)}{X_r(r_7 X_l + r_8 Y_l + f_l r_9) - f_r(r_1 X_l + r_2 Y_l + f_l r_3)} = \\ &= \frac{f_l(f_r t_y - Y_r t_z)}{Y_r(r_7 X_l + r_8 Y_l + f_l r_9) - f_r(r_4 X_l + r_5 Y_l + f_l r_6)}. \end{aligned} \quad (26)$$

实际情况下  $P$  点三维坐标常通过最小二乘法求解,令:

$$\left\{ \begin{aligned} M &= \begin{bmatrix} X_r r_7 - f_r r_1 & X_r r_8 - f_r r_2 & X_r r_9 - f_r r_3 \\ Y_r r_7 - f_r r_4 & Y_r r_8 - f_r r_5 & Y_r r_9 - f_r r_6 \\ f_l & 0 & -X_l \\ 0 & f_l & -Y_l \end{bmatrix} \\ B &= \begin{bmatrix} f_r t_x - X_r t_z \\ f_r t_y - Y_r t_z \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \end{aligned} \right. \quad (27)$$

由式(23),式(26)与式(27)知空间点  $P$  满足以下关系:

$$MP = B. \quad (28)$$

所以  $P$  点在相机坐标系三维坐标  $(x_c, y_c, z_c)$  为:

$$\begin{bmatrix} x_c & y_c & z_c \end{bmatrix}^T = (M^T M)^{-1} M^T B. \quad (29)$$

### 3.2 双目视觉结构参数与有效视场之间的关系

为了完成机械臂标定,必然要保证机械臂末端靶标处于双目视觉测量系统的公共视场内。

考虑到视场大小对坐标测量精度的影响,首先对双目视觉的有效视场进行数学描述。

如图10所示,两台型号相同的相机对称放置,设COMS芯片尺寸为  $S_x \times S_y$  (假设  $S_x = S_y$ ), 焦距为  $f$ , 基线距  $b$ ,  $O_L$  和  $O_R$  分别为左右相机的光心,分别以为原点建立相机坐标系。两相机的光轴在前方交于一点,记此点为  $O$ , 以  $O$  点为圆心在双目相机公共视场内做最大内切球,可以用内切球的半径  $R$  对双目视觉的公共视场范围进行描述,可得内切球半径  $R$  与双目测量系统结构参数的约束关系。

$$R = b \sin \left( \arctan \left( \frac{S_x}{2f} \right) \right) / 2 \sin \alpha. \quad (30)$$

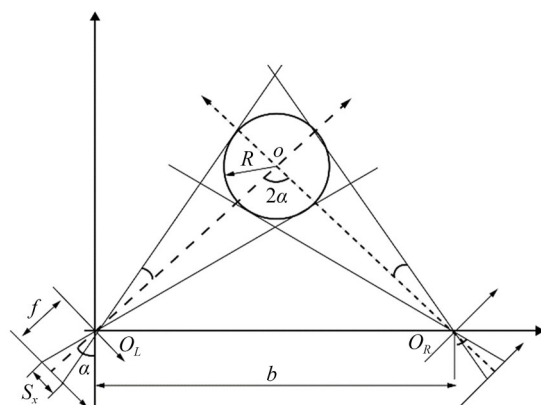


图10 双目视觉有效视场

Fig. 10 Effective field of view for stereo vision

### 3.3 双目视觉结构参数设计方案

确定双目视觉测量系统的有效视场后,得到视场结构参数之间的约束关系,通过分辨率、精度以及结构参数自身的约束关系来得到具体的结构参数。以下是设计双目系统结构参数的一般步骤:

Step 1: 根据视场角获得焦距的约束条件,假设相机COMS的像元素尺寸为  $\mu$ , 相机分辨率为  $m \times n$ , 则焦距与视场角满足如式(31)的关系:

$$\theta = \arctan \left( \frac{\mu n}{f} \right). \quad (31)$$

Step 2: 假设观测物最小成像尺寸为  $a \times b$  个像素, 则实际像高  $h = \mu b$ , 则物距  $Z$ 、物体实际高度  $H$ 、焦距  $f$  有如式(32)的关系:

$$h = f \times \frac{H}{Z}. \quad (32)$$

Step 3: 设测量系统所需的深度分辨率为  $\Delta z$ , 则基线距与可由式(33)确定:

$$\Delta z = \frac{Z^2}{f \cdot b} \Delta d, \quad (33)$$

其中:  $\Delta d$  为最小允许的视差增量。

Step 4: 考虑到长焦距镜头的畸变较小; 以焦距越长, 公共视场越大为优的准则; 选择最大焦距值初值, 迭代设计基线距和光轴与基线夹角, 最后给出双目系统结构参数设计方案。

由于圆拟合不仅与点的个数有关, 同时也与点的分布有关。测量范围有所限制, 在实际测量中不可能让机械臂进行  $360^\circ$  旋转。

因此根据 2.1 节中分析, 拟合圆半径误差与圆心角之间的关系确定机械臂各关节转角为  $60^\circ$ , 结合连杆长度得出机械臂的运动范围大小约为  $750 \times 550 \times 150$  (单位 mm), 根据运动范围大小确定双目视觉系统的有效视场大小, 依此设计双目视觉测量系统结构参数为  $\alpha = 30^\circ$ ,  $f = 12$  mm,  $b = 680$  mm。

### 3.4 双目图像同步采集与传输

由于机械臂末端线速度较大, 若双目图像的采集不同步, 则目标点在左右两幅图像中的成像位置不一致, 不利于双目图像的匹配, 同时为了实现标定过程的自动化, 本系统基于 TCP 协议设计了一种双目同步采集和传输系统如图 11 所示。

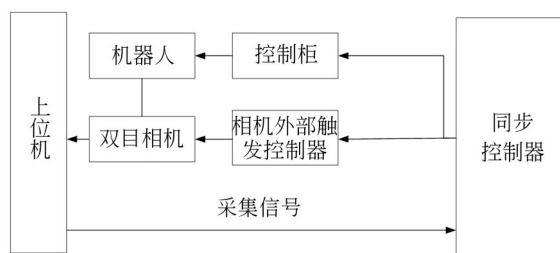


图 11 同步采集传输系统框图

Fig. 11 Synchronous acquisition and transmission system block diagram

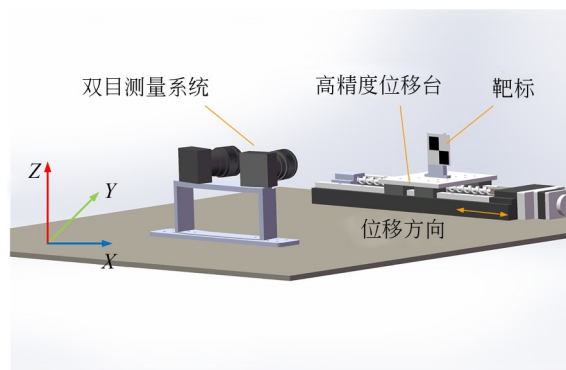
上位机将采集信号发送至同步控制器, 同步控制器通过 TCP 协议与机械臂控制柜和双目相机进行通讯, 实现机械臂运动到特定位置时双目相机开始同步采集图像。

## 4 实验验证与分析

### 4.1 测量系统精度验证实验

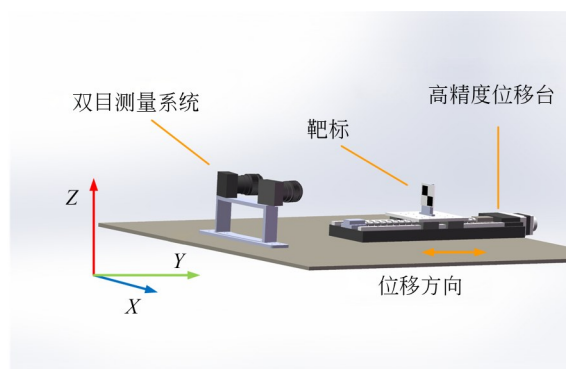
测量系统由两台 BASLER acA3800-10gm 工业相机组成, 单台售价为 4 200 元, 使用的镜头为 Computar V1214-MP2, 单个售价为 510 元, 此套双目测量系统的总成本约为 9 420 元, 远远低于激光跟踪仪的设备成本。为了验证双目测量系统的精度是否满足测量要求, 设计实验如下: 如图 12 所示将靶标固定在带光栅尺的高位移台上, 将位移台放置在测量系统实际工作距离处 (约 1.5 m), 建立如下图所示的测量坐标系, 验证测量系统在两个方向上的精度。

将位移台以固定步长分别沿测量坐标系的  $x$  轴和  $y$  轴运动, 并控制相机拍摄一张靶标图像, 重



(a) 测量系统x方向上精度测试示意图

(a) Schematic diagram of the accuracy test in the x-direction of the measurement system



(b) 测量系统y方向上精度测试示意图

(b) Schematic diagram of the accuracy test in the y-direction of the measurement system

图 12 测量系统精度测试示意图

Fig. 12 Schematic diagram of measurement system accuracy test

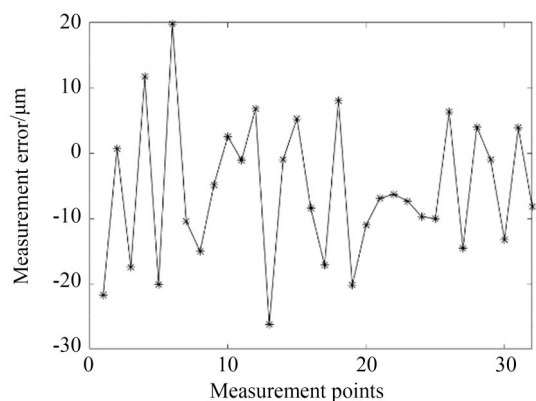


复  $n$  次得到  $n+1$  张图像,对获取到的  $n+1$  张图像进行特征点识别,获得靶标在测量系统下的位移量,并与实际值进行比较,测量误差定义为:

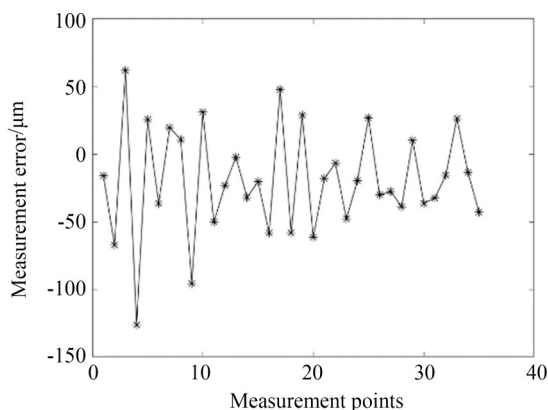
$$\Delta d = \|p_{i+1} - p_i\| - \lambda,$$

其中:  $p_i$  为第  $i$  张图片中靶标在测量坐标系下的三维位置,  $\lambda$  为位移台的步长,本次实验中步长为 10 mm。

测量误差实验结果如图 13 所示。



(a) 测量系统x方向上的误差  
(a) Error in the x-direction of the measuring system



(b) 测量系统y方向上的误差  
(b) Error in the y-direction of the measuring system

图 13 测量系统误差

Fig. 13 Error in measurement system

可知,两个方向的平均测量误差分别为  $-5.7215 \mu\text{m}$  和  $-19.6531 \mu\text{m}$ ,未标定的机械臂末端定位误差 1 mm 以上,此系统能够满足测量需求。

## 4.2 机械臂标定实验

本文采用新时达公司生产的 SA1400 机械臂开展标定实验,将靶标固定在末端法兰上,用双

目测量系统测量特征点位置,实验现场如图 14 所示。



图 14 实验现场

Fig. 14 Experimental site

控制机械臂运动到初始零位,对于关节  $i$ ,进行单轴运动,保持其余关节处于零位,依次进行此操作,直到 6 个关节全部测量完毕。根据采样点拟合的圆轨迹如图 15 所示。

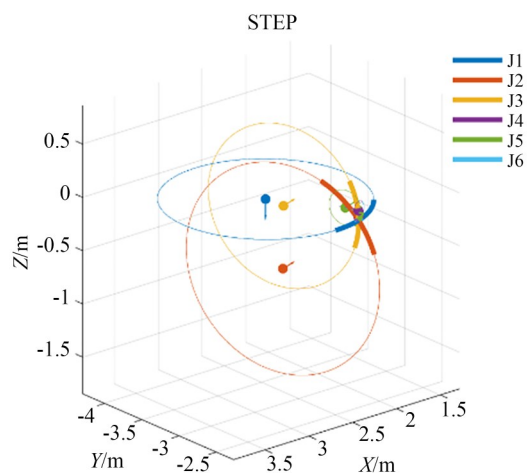


图 15 机械臂各关节运动轨迹

Fig. 15 Motion trajectory of each joint of industrial robot

根据轴线方程识别到的 D-H 参数及减速比分别由表 1 与表 2 示出

由表 2 可以看出,机械臂各关节减速比均存在一定偏差,并且偏差幅度并不相同。其中 1,2,3 关节的减速器本身精度较高,而 4,5,6 轴存在耦合关系导致 5 轴减速比偏差较大。

表1 D-H参数识别结果

Tab.1 D-H parameter identification results

关节	$\alpha_{i-1}/(^{\circ})$	$a_{i-1}/\text{mm}$	$d_i/\text{mm}$	$\theta_i/(^{\circ})$
1	0	0	415	0
2	-90.009 6	179.786 7	0.103 7	-89.870 3
3	0.010 5	590.381 9	0.144 0	-0.161 3
4	-90.046 6	115.188 0	624.918 3	0.033 3
5	89.923 4	0	0	-0.089 1
6	-90.013 6	-0.538 2	0.545	0

表2 减速比标定结果(无量纲常数)

Tab.2 Deceleration ratio calibration result (dimensionless constant)

关节	减速比名义值	减速比实际值
1	120	119.969
2	120	120.724
3	120	120.835
4	50	49.972
5	80	81.205
6	50	50.047

### 4.3 机械臂性能测试

为了验证通过本文方法标定后对机械臂绝对定位精度的改善效果,采用Leica AT960激光跟踪仪作为测量设备对机械臂进行性能测试,在机械臂末端固定激光反射靶球作为测量目标,测试现场如图16所示。



图16 机械臂性能测试现场

Fig.16 Industrial robot performance test site

测试点在机械臂的全工作空间内均布,共选取35个测试点,机械臂的绝对定位误差 $\Delta d$ 定义为实到位置与名义位置之间的距离,如下式所示:

$$\Delta d = \|\bar{p}_i - p_i\|,$$

式中 $\bar{p}_i$ 为名义位置的三维坐标, $p_i$ 为实到位置的三维坐标。

同时采用文献<sup>[19]</sup>中的算法、文献中<sup>[20]</sup>的算法与机械臂标定软件roboDyn对机械臂进行标定,并进行性能测试与本文方法做对比,实验结果如图17所示。

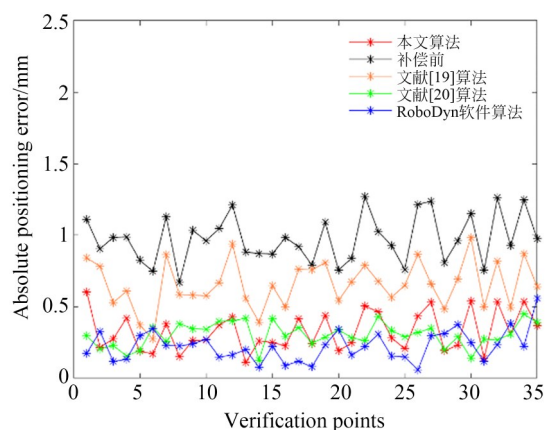


图17 不同算法性能对比实验

Fig.17 Performance comparison experiments of different algorithms

根据图17中的显示结果知,机械臂标定前平均绝对定位误差为0.975 2 mm,标准差为0.167 9;文献<sup>[19]</sup>标定后平均绝对定位误差为0.665 5 mm,标准差为0.165 8;文献<sup>[20]</sup>标定后平均绝对定位误差为0.303 4 mm,标准差为0.0837;使用roboDyn软件标定后平均绝对定位误差为0.223 4 mm,标准差为0.106 2;本文方法标定后平均绝对定位误差为0.325 0 mm,标准差为0.136 8。

从图17(彩图见期刊电子版)绝对定位误差分布曲线对比可发现,对于文献<sup>[19]</sup>采用的误差模型易受标定空间的大小影响,标定空间内的点(图中黄线上第5,6个点)精度较高,而双目相机的视场较小,标定空间过小,在未标定的工作空间内精度较低;文献<sup>[20]</sup>利用关节坐标系的偏移建立误差模型,通过激光跟踪仪对机械臂进行标定,增大标定空间,稳定性较好,平均误差与本文方法相差不大,但设备成本较高;roboDyn软件效果最好,但是在使用激光跟踪仪的基础上引入T-mac传感器,成本在文献<sup>[20]</sup>的基

础上大幅提高。本文根据双目相机视场相对较小这一特点,使用轴线测量参数识别模型解决了标定空间过小导致的外延差这一问题。测试结果表明,该方法能在较低成本以及较小标定空间的情况下有效的提升机械臂全工作空间域绝对定位精度。

## 5 结 论

本文针对机械臂运动学标定中全工作空间域绝对定位精度较差以及测量经济性问题,提出了一种利用双目视觉标定机械臂运动学参数及减速比的方法。使机械臂单轴旋转,利用罗德里格斯公式拟合出旋转轴的空间位置,并根据 D-H 法则建立关节坐标系,通过相邻关节坐标系之间的相对位置关系得到机械臂的运动学参数。

## 参考文献:

- [1] 任永杰. 测量机器人本体标定技术研究[D]. 天津: 天津大学, 2007.  
REN Y J. *Research on Calibration Technology of Measuring Robot Body* [D]. Tianjin: Tianjin University, 2007. (in Chinese)
- [2] 王东署, 迟健男. 机器人运动学标定综述[J]. 计算机应用研究, 2007, 24(9): 8-11, 39.  
WANG D SH, CHI J N. Survey on robot kinematics calibration[J]. *Application Research of Computers*, 2007, 24(9): 8-11, 39. (in Chinese)
- [3] 李婧瑜, 杨简宁, 张笑宇, 等. 基于多点动态捕捉的机器人关节位移与几何参数标定[J]. 力学季刊, 2022, 43(1): 34-45.  
LI J Y, YANG J N, ZHANG X Y, *et al.* A calibration method of robot joint displacement and geometric parameters based on multi-point motion capture system[J]. *Chinese Quarterly of Mechanics*, 2022, 43(1): 34-45. (in Chinese)
- [4] 刘辉, 李斌, 张国伟, 等. 机械臂 D-H 参数和减速比几何标定及误差补偿[J]. 计算机测量与控制, 2016, 24(1): 269-272, 276.  
LIU H, LI B, ZHANG G W, *et al.* Geometrical calibration and error compensation of D-H parameters and joint reduction ratios of manipulator[J]. *Computer Measurement & Control*, 2016, 24(1): 269-272, 276. (in Chinese)
- [5] 厉志飞, 沈斌, 赵建峰, 等. 减速比补偿对于工业机器人标定误差的影响[J]. 计量技术, 2019(8): 27-29.  
LI ZH F, SHEN B, ZHAO J F, *et al.* Influence of reduction ratio compensation on calibration error of industrial robot[J]. *Metrology Science and Technology*, 2019(8): 27-29. (in Chinese)
- [6] GUO Y, YIN S B, REN Y J, *et al.* A multilevel calibration technique for an industrial robot with parallelogram mechanism [J]. *Precision Engineering*, 2015, 40: 261-272.
- [7] 张旭, 魏鹏. 针对机器人位姿测量立体标靶的单目视觉标定方法[J]. 红外与激光工程, 2017, 46(11): 221-229.  
ZHANG X, WEI P. Monocular vision calibration method of the stereo target for robot pose measurement[J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2017, 46(11): 221-229. (in Chinese)
- [8] JIANG Z, HUANG M, TANG X, *et al.* A new calibration method for joint-dependent geometric errors of industrial robot based on multiple identification spaces [J]. *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing*, 2021, 71: 102175.
- [9] LUO G Y, ZOU L, WANG Z L, *et al.* A novel kinematic parameters calibration method for industrial robot based on Levenberg-Marquardt and Differential Evolution hybrid algorithm [J]. *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing*, 2021, 71:

测量坐标系中得到关节坐标系的位置,测量坐标系与世界坐标系之间的变换为刚体变换,不会影响关节坐标系间的相对位姿关系,所以得到运动学参数为实际运动学参数,并不是某个工作空间内的最优解。同时,相比常规运动学参数标定方法,本文方法操作简单,耗时少,简化了参数辨识过程,提高了计算效率。其次,根据测量特点提出了双目视觉系统的设计方案,根据此方案设计的双目视觉系统在两个方向的平均测量误差分别为  $-5.721\ 5\ \mu\text{m}$  和  $-19.653\ 1\ \mu\text{m}$ 。用激光跟踪仪验证了标定方法的有效性,机械臂标定前绝对定位误差平均值为  $0.975\ 2\ \text{mm}$ ,本文方法标定后为  $0.325\ 0\ \text{mm}$ ,误差减少了约 67%。测试结果表明,该方法在小标定空间的情况下有效提升了机械臂全工作空间域的绝对定位精度,且设备成本较低,具有一定的经济性。

- 102165.
- [10] 于连栋,曹家铭,赵会宁,等. 关节臂式坐标测量机的运动学建模[J]. 光学精密工程, 2021, 29(11): 2603-2612.  
YU L D, CAO J M, ZHAO H N, *et al.* Kinematics model of articulated arm measuring machine [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2021, 29(11): 2603-2612. (in Chinese)
- [11] 姜一舟,于连栋,常雅琪,等. 基于改进差分进化算法的机器人运动学参数标定[J]. 光学精密工程, 2021, 29(7): 1580-1588.  
JIANG Y Z, YU L D, CHANG Y Q, *et al.* Robot calibration based on modified differential evolution algorithm[J]. *Opt. Precision Eng.*, 2021, 29(7): 1580-1588. (in Chinese)
- [12] 杨聚庆,王大勇,董登峰,等. 机械臂全工作空间域非参数约束位姿误差估算[J]. 光学精密工程, 2018, 26(10): 2430-2437.  
YANG J Q, WANG D Y, DONG D F, *et al.* Estimation of pose errors with non-parametric constraint of manipulator in entire workspace domain [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2018, 26(10): 2430-2437. (in Chinese)
- [13] 解则晓,辛少辉,李绪勇,等. 基于单目视觉的机器人标定方法[J]. 机械工程学报, 2011, 47(5): 35-39.  
XIE Z X, XIN S H, LI X Y, *et al.* Method of robot calibration based on monocular vision[J]. *Journal of Mechanical Engineering*, 2011, 47(5): 35-39. (in Chinese)
- [14] FARIA C, VILAÇA J L, MONTEIRO S, *et al.* Automatic Denavit-Hartenberg Parameter Identification for Serial Manipulators[C]. *IECON 2019 - 45th Annual Conference of the IEEE Industrial Electronics Society. October 14-17, 2019, Lisbon, Portugal.* IEEE, 2019: 610-617.
- [15] 乔贵方,吕仲艳,张颖,等. 基于BAS-PSO算法的机器人定位精度提升[J]. 光学精密工程, 2021, 29(4): 763-771.  
QIAO G F, LÜ ZH Y, ZHANG Y, *et al.* Improvement of robot kinematic accuracy based on BAS-PSO algorithm [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2021, 29(4): 763-771. (in Chinese)
- [16] 郑俊,郑继贵,叶声华. 基于双目立体视觉的机器人测量技术研究[J]. 计量技术, 2005(4): 15-17.  
ZHENG J, ZHU J G, YE SH H. Research on robot measurement technology based on binocular stereo vision[J]. *Metrology Science and Technology*, 2005(4): 15-17. (in Chinese)
- [17] YIN S B, REN Y J, ZHU J G, *et al.* A vision-based self-calibration method for robotic visual inspection systems [J]. *Sensors (Basel, Switzerland)*, 2013, 13(12): 16565-16582.
- [18] ZHANG X C, SONG Y T, YANG Y, *et al.* Stereo vision based autonomous robot calibration[J]. *Robotics and Autonomous Systems*, 2017, 93(C): 43-51.
- [19] 符桂铭,郭文静,耿涛,等. 基于双目视觉和距离误差模型的工业机器人运动学参数标定方法[J]. 机床与液压, 2021, 49(15): 10-16, 43.  
FU G M, GUO W J, GENG T, *et al.* Kinematics parameter calibration method of industrial robot based on binocular vision and distance error model [J]. *Machine Tool & Hydraulics*, 2021, 49(15): 10-16, 43. (in Chinese)
- [20] CHEN X P, LIU Y Y, XU Y Y, *et al.* Kinematic calibration of a laser tracker based on nonlinear optimization of a refined geometric error model [J]. *Measurement*, 2022, 191: 110672.

## 作者简介:



韩彭威(1998—),男,江西南昌人,硕士研究生,主要从事机器视觉与工业机器人标定方面的研究。E-mail:hanforrest@tju.edu.cn

## 通讯作者:



段发阶(1968—),男,湖南郴州人,博士,教授,博士生导师,主要从事激光及光电测试技术、光纤传感技术、机床误差测量与补偿技术、计算机视觉、仪器智能化、海洋声学探测技术等方向研究。E-mail: fjduan@tju.edu.cn