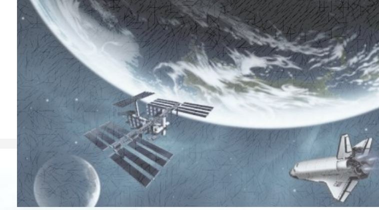


-自动化学院学科核心课-

检测技术与自动化

测量误差与数据处理（6）

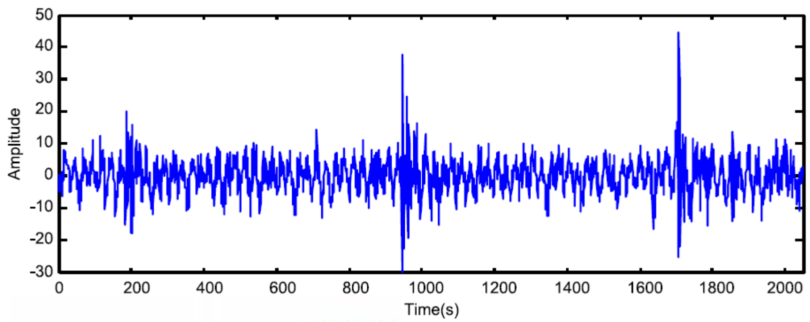
本节内容：动态实验数据的处理方法

10、随机过程及其特征

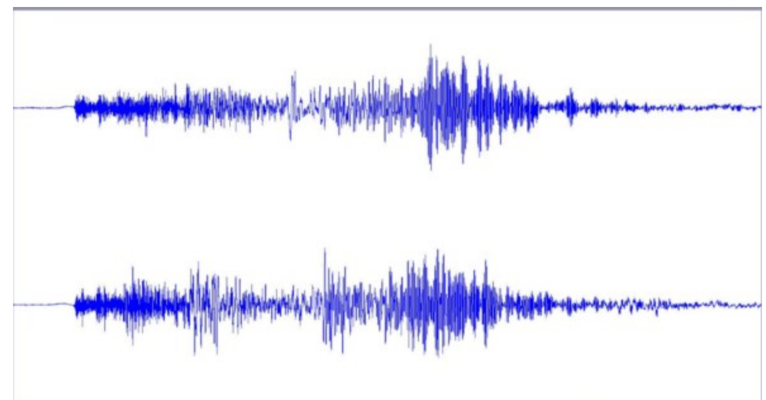
11、随机过程特征量的实际估计

12、动态测量误差及其评定

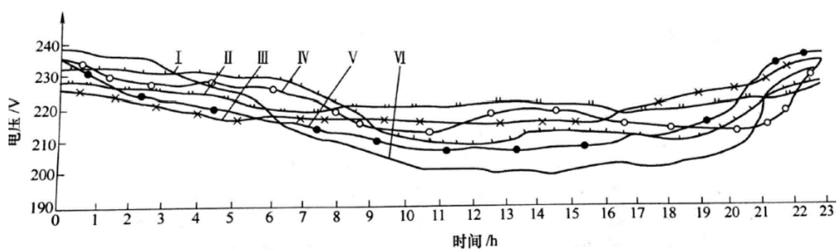
动态测量数据举例



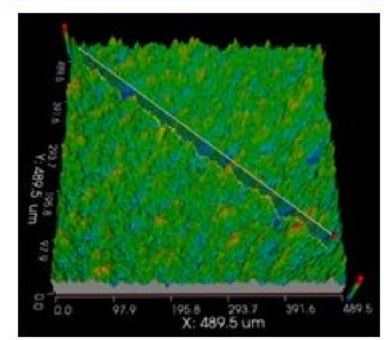
轴承振动数据



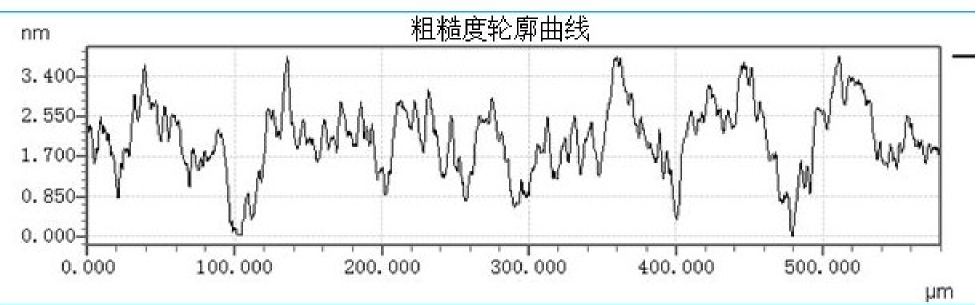
两分量地震仪观测数据



电力系统24小时电压监测数据



轮廓仪测量表面粗糙度的记录曲线



10. 随机过程及其特征

- 对自变量的每个给定值，重复多次测量，会得到完全不同的测量结果，这种函数关系称之为随机函数。

- 问题?

自变量是时间? → 随机过程

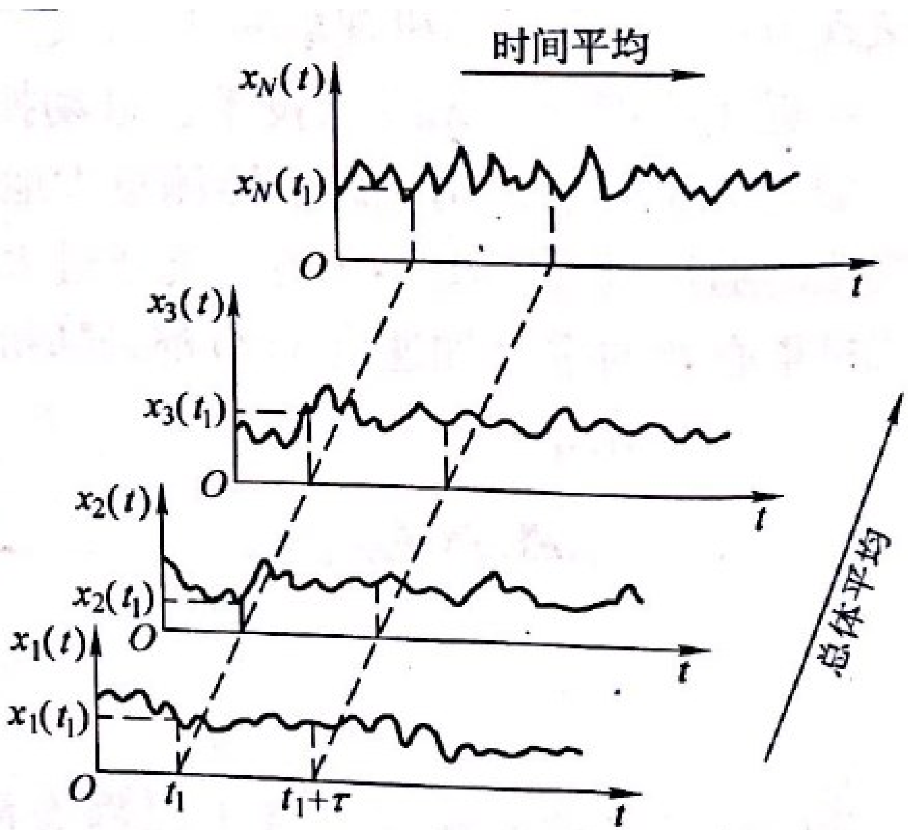
自变量是空间? → 随机场

随机过程
随机函数

- 关键问题?

随机函数如何表示呢?

10. 随机过程及其特征



把$x(t)$看作是**样本集合**时，$x(t)$意味着一组时间函数的集合。

把$x(t)$看作是一个**样本**时，$x(t)$意味着一个具体的时间函数。

若$t = t_1$,则$x(t)$意味着一组**随机变量**集合$x_1(t_1), x_2(t_1), ..., x_n(t_1)$

- 三种定义的内涵?

总体上？一个样本？一组变量？

一般测量中多用含义2描述，理论分析中多采用含义3进行研究。

10. 随机过程及其特征

- **随机变量和随机过程的区别**

  随机变量是一维的

  随机过程是两维的

- **随机变量的描述** （回忆下随机误差）

  概率分布函数、算术平均值、标准差

- **随机过程的描述**

  特征?

  不是一个数，而是一个函数

  四种统计函数

(1)概率密度函数，(2)均值、方差和方均值，(3)自相关函数，(4)谱密度函数

10. 随机过程及其特征

概率密度函数

$$P[x < x(t) \le (x+\Delta x)] = \lim_{T\to\infty} \frac{T[x < x(t) \le (x+\Delta x)]}{T}$$

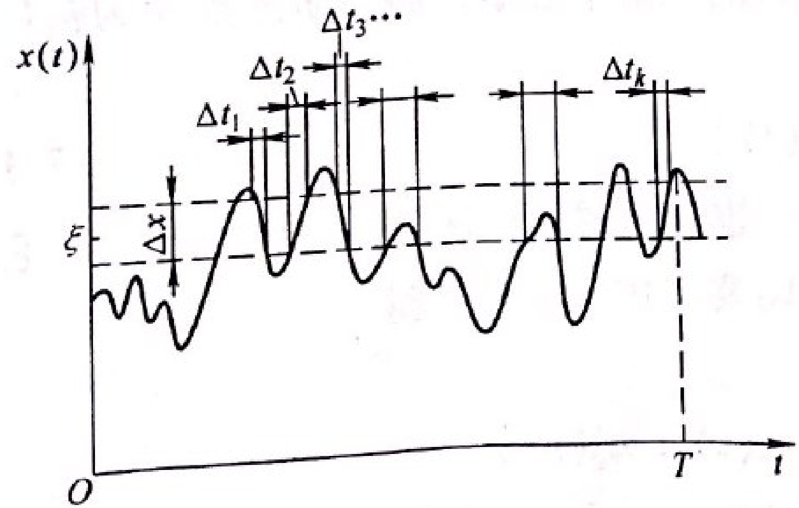
描述随机数据落在给定区间内的概率

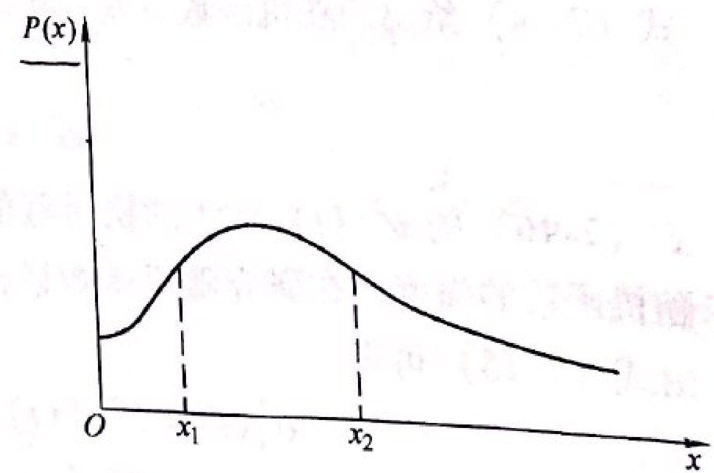
$$f(x) = \lim_{\Delta x\to 0} \frac{P[x < x(t) \le (x+\Delta x)]}{\Delta x} = \lim_{\Delta x\to 0} \frac{1}{\Delta x}\left[\lim_{T\to\infty} \frac{T[x < x(t) \le (x+\Delta x)]}{T}\right]$$

$$P[x_1 < x(t) \le x_2] = \int_{x_1}^{x_2} f(x)dx = F(x_2) - F(x_1)$$

- 概率、概率密度函数、概率分布函数
- 概率密度函数和概率分布函数的关系？

互为微积分的关系





10. 随机过程及其特征

均值、方差和均方差

对于自变量t的每个给定值，$m_x(t)$等于随机函数$\boldsymbol{x(t)}$在该时刻的所有数值的平均值，即：

一阶原点矩，反应了中心趋势

$$\boldsymbol{m_x(t) = E[x(t)]}$$

对于自变量t的每个给定值，$D[x(t)]$等于随机函数$\boldsymbol{x(t)}$在该时刻对均值偏差平方的平均值，即：

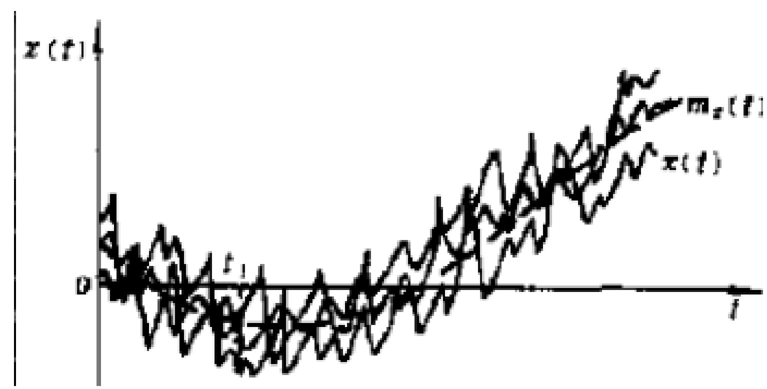
二阶原点矩，反应了离散程度

$$\boldsymbol{D[x(t)] = E[\{x(t) - m_x(t)\}^2]}$$

- 问题

二阶原点矩反映了什么？

既反映中心趋势，又反应了离散程度

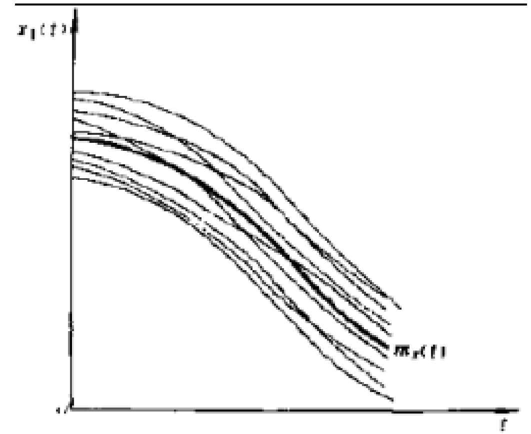


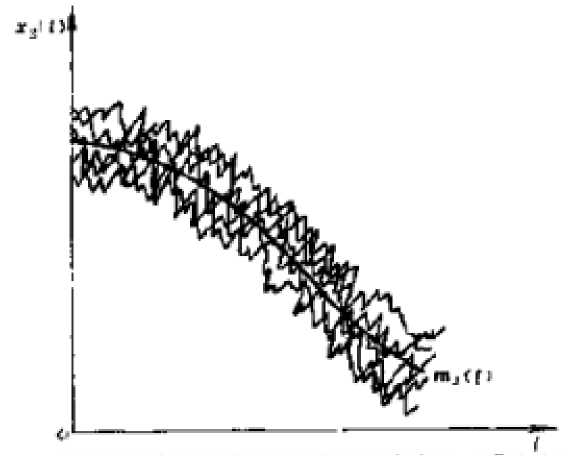
10. 随机过程及其特征　　自相关函数

■ 问题

均值和方差是表征随机过程在各个孤立时刻的统计特征的重要参数

不同时刻间?



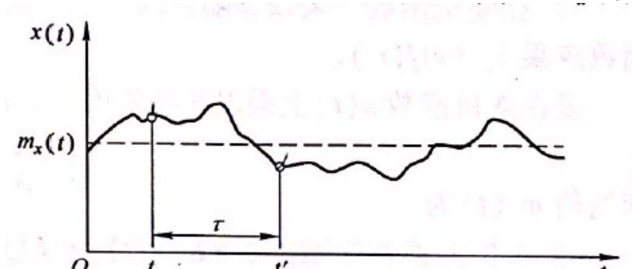


■ 自相关函数

$$R_x(t,t+\tau) = E[\{x(t)-m_x(t)\}\times\{x(t+\tau)-m_x(t+\tau)\}]$$

■ 标准自相关函数

$$\rho_x(t,t+\tau)=\frac{R_x(t,t+\tau)}{\sigma_x(t)\sigma_x(t+\tau)}$$



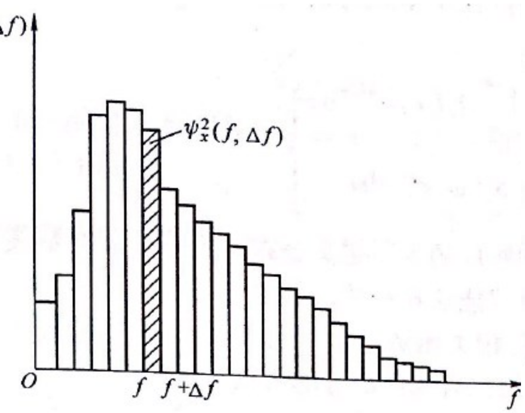
10. 随机过程及其特征　　谱密度函数

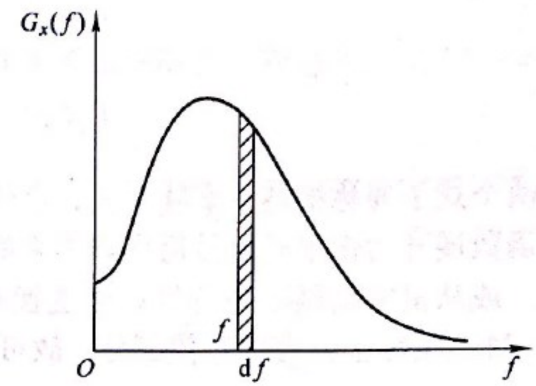
- 问题的提出？
  指标均是时域内的频域指标？

- 随机函数的振幅和相位是随机的，不能做出确定的频谱图，但随机过程的均方值可用来表示随机函数的强度。

- 谱密度函数

$$G_x(f,\triangle f)=\frac{\varphi_x^2(f,\triangle f)}{\triangle f}$$





10. 随机过程及其特征 谱密度函数

$$\triangle f \to 0\text{时}，\quad \Rightarrow G_X(f) = \lim_{\triangle f \to 0} \frac{\varphi_x^2(f,\triangle f)}{\triangle f} \Rightarrow \varphi_X^2(f)$$

$$= \int_0^{\infty} G_x(f)df$$

单边谱密度，反应了频谱域内随机过程的变化

$$S_X(f) = \frac{1}{2} G_X(f)$$

双边谱密度

$$\varphi_X^2 = \int_0^{\infty} G_X(f)df = \frac{1}{2\pi}\int_0^{\infty} G_x\left(\frac{w}{2\pi}\right)dw$$

- 谱密度是非负的实偶函数
- 谱密度函数与自相关函数互为傅里叶变换

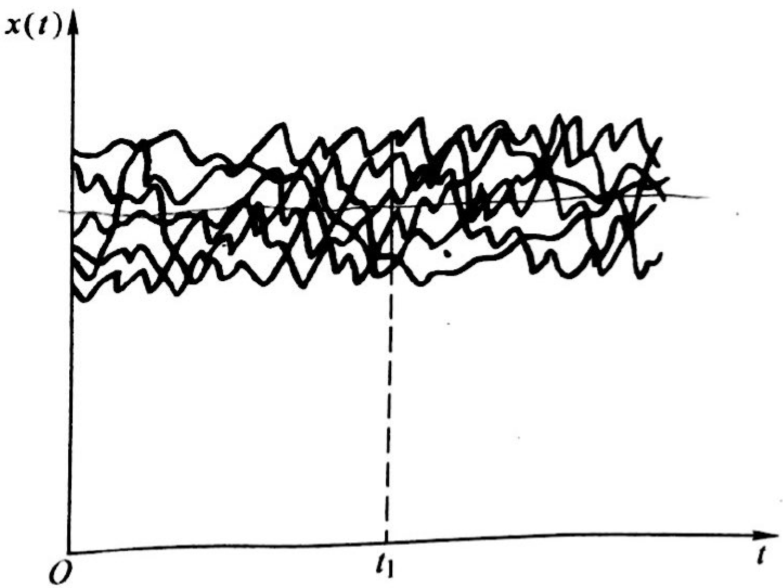
11. 随机过程特征量的实际估计

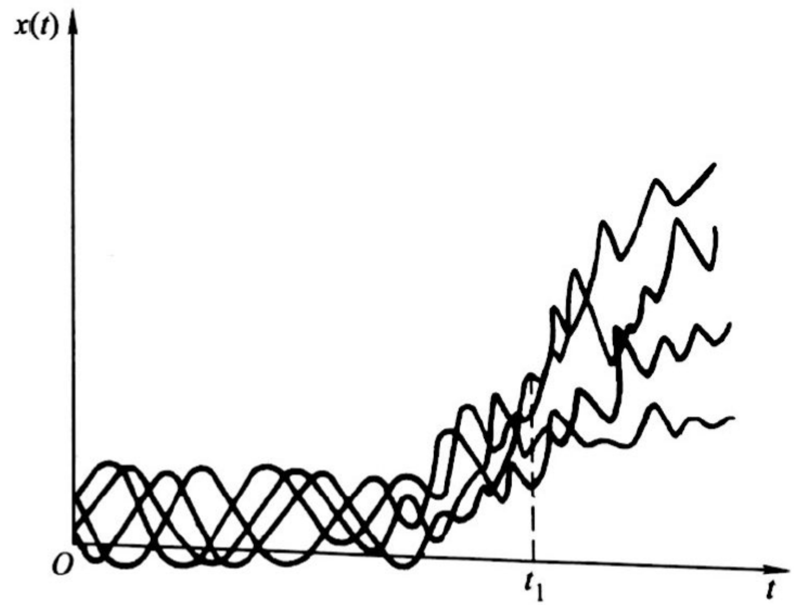
对于实际动态测试数据，若为随机信号，从理论上计算出其统计特征（均值、方差、自相关函数、功率谱密度）几乎不可能，因此需要**利用统计实验的研究方法**估计出它们的统计特性

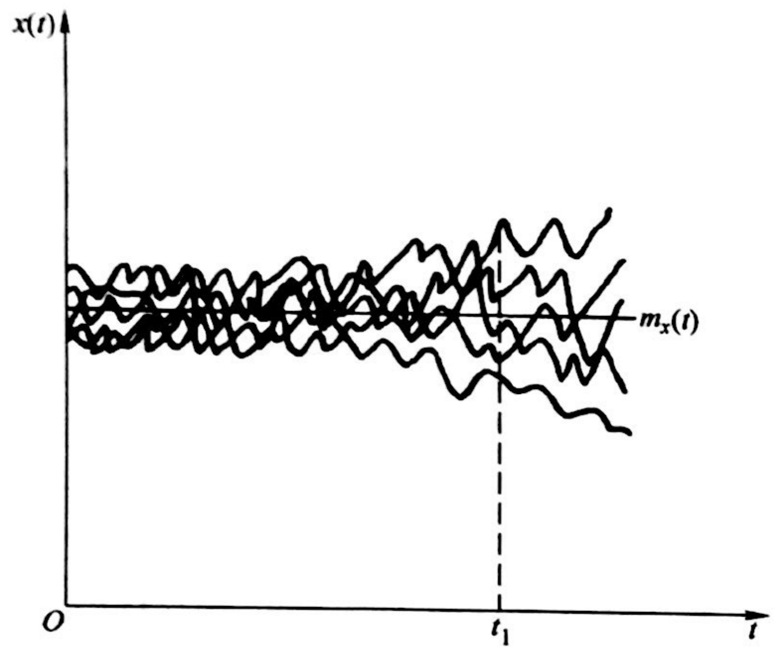
条件1：N个样本X(t)
条件2：平稳随机过程

- 平稳随机过程：在工程实际中的随机过程大多是接近平稳的随机过程，对于具有N个样本的平稳随机过程通常采用总体平均法（几何平均法）求其特征量的估计

- 各态历经随机过程：对于各态历经随机过程则可采用时间平均法求其特征量的估计值


x(t)
O
t1
t


x(t)
O
t1
t


x(t)
mx(t)
O
t1
t

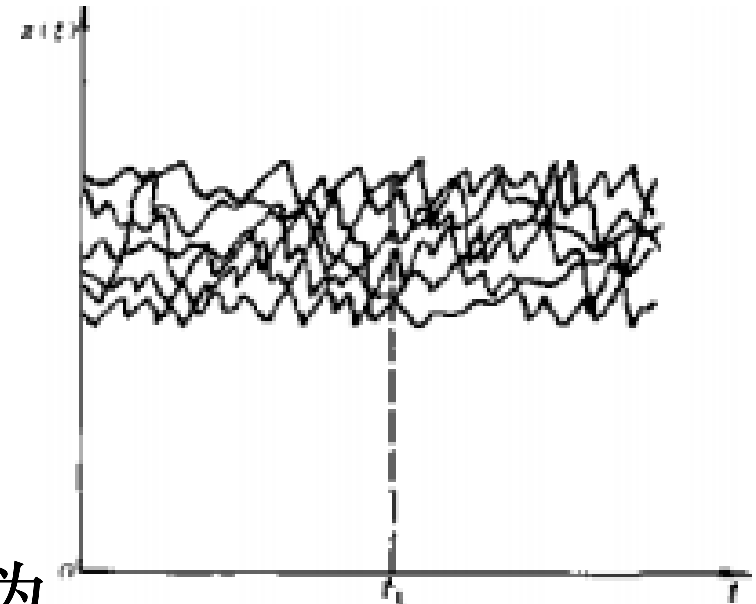
11. 随机过程特征量的实际估计　平稳随机过程

■ 基本特点

（1）均值为常数，即：m(t)=常数

（2）方差为常数，即：D(t)=常数

（3）自相关函数不应随t的推移而变化，即：$R(t,t+\tau)=R(\tau)$



■ 注意事项

未考虑概率密度等其他特征，因此称为宽平稳随机函数或广义平稳随机函数；

特征量的求取基于实验结果开展。

11. 随机过程特征量的实际估计 总体平均法

假设随机过程X(t)经过多次重复实验取得了N个样本函数，等间距的t1, t2,⋯,tM截取采样记录，从而得到N*M个离散化采样点。

$x(t)$	t					
	t_1	t_2	⋯	t_m	⋯	t_n
$x_1(t)$	$x_1(t_1)$	$x_1(t_2)$	⋯	$x_1(t_m)$	⋯	$x_1(t_n)$
$x_2(t)$	$x_2(t_1)$	$x_2(t_2)$	⋯	$x_2(t_m)$	⋯	$x_2(t_n)$
⋮	⋮	⋮	⋯	⋮	⋯	⋮
$x_N(t)$	$x_N(t_1)$	$x_N(t_2)$	⋯	$x_N(t_m)$	⋯	$x_N(t_n)$

均值函数：
$$\hat{\mu}(t_k)=m_X(t_k)=\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}x_i(t_k)$$

方差函数：
$$\hat{\sigma}^2(t_k)=D_X(t_k)=\frac{1}{N-1}\sum_{i=1}^{N}[x_i(t_k)-m_X(t_k)]^2$$

自协方差函数
$$\hat{R}_X(t_k,t_l)=\frac{1}{N-1}\sum_{i=1}^{N}[x_i(t_k)-m_X(t_k)][x_i(t_l)-m_X(t_l)]$$

相关系数函数
$$\hat{\rho}_X(t_k,t_l)=\frac{\hat{R}_X(t_k,t_l)}{\hat{\sigma}(t_k)\hat{\sigma}(t_l)}=\frac{\sum_{i=1}^{N}[x_i(t_k)-m_X(t_k)][x_i(t_l)-m_X(t_l)]}{\sqrt{\sum_{i=1}^{N}[x_i(t_k)-m_X(t_k)]^2}\sqrt{\sum_{i=1}^{N}[x_i(t_l)-m_X(t_l)]^2}}$$

从有限个样本总体中，按不同时刻求出随机数据各特征量的估计值，称为总体平均法，或几何平均法。

11. 随机过程特征量的实际估计　计算实例1

在线纹比长仪上对0~1000mm线纹尺测量6次，所得各段长度对公称值偏差Δ见下表（各尺寸段单位：mm，表中偏差值单位：μm）

序号	尺寸段/mm									
	0～100	0～200	0～300	0～400	0～500	0～600	0～700	0～800	0～900	0～1 000
1	0.18	0.34	0.63	1.20	1.51	2.02	2.22	2.62	2.54	2.64
2	0.30	0.38	0.70	1.26	1.55	2.10	2.26	2.66	2.56	2.66
3	0.30	0.42	0.67	1.22	1.52	2.01	2.16	2.69	2.60	2.67
4	0.25	0.34	0.69	1.22	1.54	1.96	2.22	2.72	2.64	2.66
5	0.30	0.38	0.73	1.30	1.58	2.03	2.28	2.71	2.69	2.71
6	0.33	0.44	0.76	1.28	1.60	2.08	2.31	2.78	2.70	2.81

由表列出的6次测量数据可见，线纹尺刻划偏差是空间坐标L的函数，而且多次重复测量，不能获得规律性的结果。因此，线纹尺的测量可看做是随机过程，每次测量可看作是随机过程的一个样本。

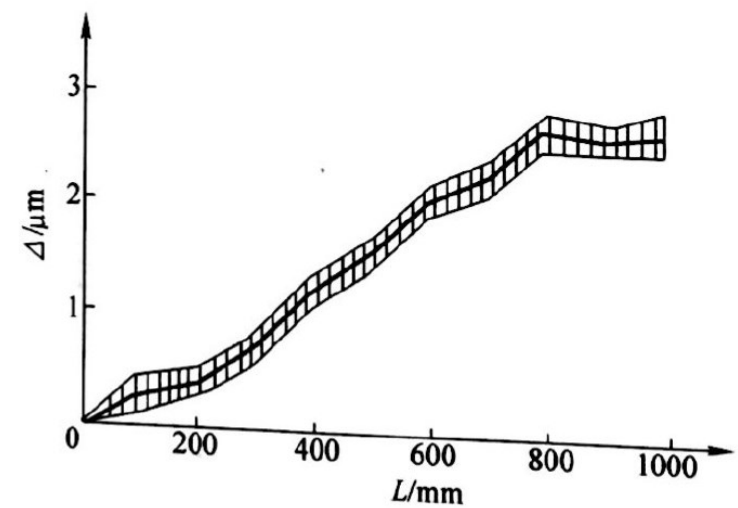
11. 随机过程特征量的实际估计 计算实例1

参数	尺寸段/mm									
	0～100	0～200	0～300	0～400	0～500	0～600	0～700	0～800	0～900	0～1 000
$m_x/\mu m$	0.277	0.383	0.697	1.247	1.550	2.033	2.242	2.697	2.622	2.692
$\sigma_x/\mu m$	0.054	0.041	0.045	0.039	0.035	0.050	0.053	0.055	0.066	0.062

可算出每个尺寸段的均值和方差，如

$$m_x(0\sim100)=\frac{1}{6}(0.18+0.30+0.30+0.25+0.30+0.30)\mu m$$
$$=0.277\mu m$$

$$\sigma_x(0\sim100)=\left\{\frac{1}{6-1}\left[(0.18-0.277)^2+(0.30-0.277)^2+(0.30-0.277)^2+(0.25-0.277)^2+(0.30-0.277)^2+(0.33-0.277)^2\right]\right\}^{1/2}\mu m$$
$$=0.054\mu m$$



均值变化较大，而方差变化范围则稳定在一个较小范围

规律性误差——系统误差

序号	尺寸段/mm									
	0～100	0～200	0～300	0～400	0～500	0～600	0～700	0～800	0～900	0～1 000
1	0.18	0.34	0.63	1.20	1.51	2.02	2.22	2.62	2.54	2.64
2	0.30	0.38	0.70	1.26	1.55	2.10	2.26	2.66	2.56	2.66
3	0.30	0.42	0.67	1.22	1.52	2.01	2.16	2.69	2.60	2.67
4	0.25	0.34	0.69	1.22	1.54	1.96	2.22	2.72	2.64	2.66
5	0.30	0.38	0.73	1.30	1.58	2.03	2.28	2.71	2.69	2.71
6	0.33	0.44	0.76	1.28	1.60	2.08	2.31	2.78	2.70	2.81

	0～100	0～200	0～300	0～400	0～500	0～600	0～700	0～800	0～900	0～1 000
$m_x/\mu m$	0.277	0.383	0.697	1.247	1.550	2.033	2.242	2.697	2.622	2.692
$\sigma_x/\mu m$	0.054	0.041	0.045	0.039	0.035	0.050	0.053	0.055	0.066	0.062

$$
\begin{aligned}
\rho_x(0\sim300,0\sim100) = \{ & (0.63-0.697)(0.18-0.277)+(0.70-0.697)(0.30-0.277)+ \\
& (0.67-0.697)(0.30-0.277)+(0.69-0.697)(0.25-0.277)+ \\
& (0.73-0.697)(0.30-0.277)+(0.76-0.697)(0.33-0.277)\}\div \\
& \{[(0.63-0.697)^2+(0.70-0.697)^2+(0.67-0.697)^2+ \\
& (0.69-0.697)^2+(0.73-0.697)^2+(0.76-0.697)^2]\times \\
& [(0.18-0.277)^2+(0.30-0.277)^2+(0.30-0.277)^2+ \\
& (0.25-0.277)^2+(0.30-0.277)^2+(0.33-0.277)^2]\}^{1/2}\approx 0.84
\end{aligned}
$$

$$
\rho_X(t,t+\tau) = \frac{R_X(t,t+\tau)}{\sigma_X(t)\sigma_X(t+\tau)}
$$

t_l/mm	t_k/mm									
	0 ~ 100	0 ~ 200	0 ~ 300	0 ~ 400	0 ~ 500	0 ~ 600	0 ~ 700	0 ~ 800	0 ~ 900	0 ~ 1000
0 ~ 100	1	0.82	0.84	0.75	0.72	0.50	0.40	0.71	0.63	0.68
0 ~ 200		1	0.62	0.49	0.53	0.52	0.25	0.61	0.47	0.76
0 ~ 300			1	0.90	0.98	0.45	0.79	0.86	0.87	0.87
0 ~ 400				1	0.98	0.56	0.80	0.57	0.72	0.60
0 ~ 500					1	0.48	0.63	0.79	0.84	0.88
0 ~ 600						1	0.63	0.07	−0.02	0.45
0 ~ 700							1	0.49	0.57	0.72
0 ~ 800								1	0.91	0.86
										0.81
										1

相关函数值不随刻线间隔拉长而减小，标准自相关函数从刻线零位开始迅速下降，并稳定在0.6~0.7，这表明刻线偏差数据具有自相关性，因此测量结果并非纯粹的随机函数，其中包含有规律性误差。

100mm 的 ρ_x(0 ~ 200, 0 ~ 100) = 0.82; ρ_x(0 ~ 300, 0 ~ 200) = 0.62; ρ_x(0 ~ 400, 0 ~ 300) = 0.90…, 取平均值:

$$\rho_{100} = \frac{1}{9}(0.82 + 0.62 + 0.90 + 0.98 + 0.48 + 0.63 + 0.49 + 0.91 + 0.81) = 0.74$$

同理可计算间隔为 200, 300, …, 900mm 各尺寸段的标准相关函数值，见下表:

$(t_k - t_l)$/mm	0	100	200	300	400	500	600	700	800	900
ρ_x	1	0.74	0.62	0.57	0.65	0.64	0.64	0.68	0.70	0.68

11. 随机过程特征量的实际估计

小结

- 进一步的分析?

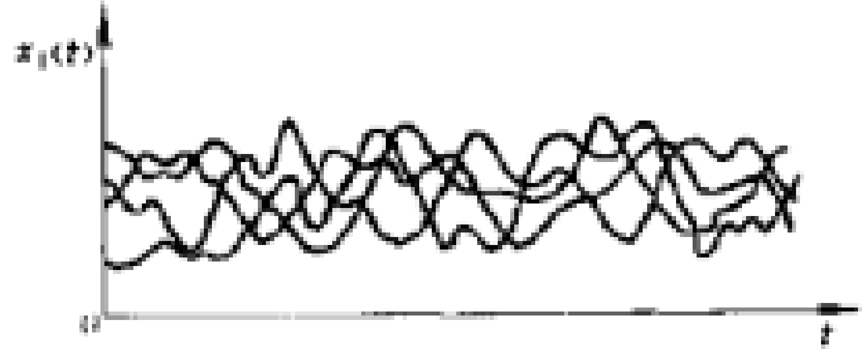
- 分析过程

  确认是随机过程
  采用总体平均法进行特征指标的计算
  计算完后分析规律

- 关键问题

  深刻理解平稳随机过程的内涵

11. 随机过程特征量的实际估计 各态历经随机过程



1. 基本特点

一个样本反映所有样本特征

2. 如何判断?

严格证明随机信号各态历经十分复杂甚至无法证明。

因此工程实践中，一个常用的充要条件是：当随机过程的自相关函数随时间差下降得足够快时，具有均值各态历经性。

一个更常见的充分条件是：自相关函数随时间差趋于无穷而趋于0

$$R_x(\tau)\to 0 \text{ 当 } \tau\to\infty$$

3. 计算方法

$$\mathrm{m}_x = \lim_{\tau\to\infty}\frac{1}{T}\int_0^T x(t)\,dt$$

$$D_x = \lim_{T\to\infty}\frac{1}{T}\int_0^T (x(t)-m_x)^2 dt$$

$$m_x = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x(t_i) \quad D_x = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i-m_x)^2$$

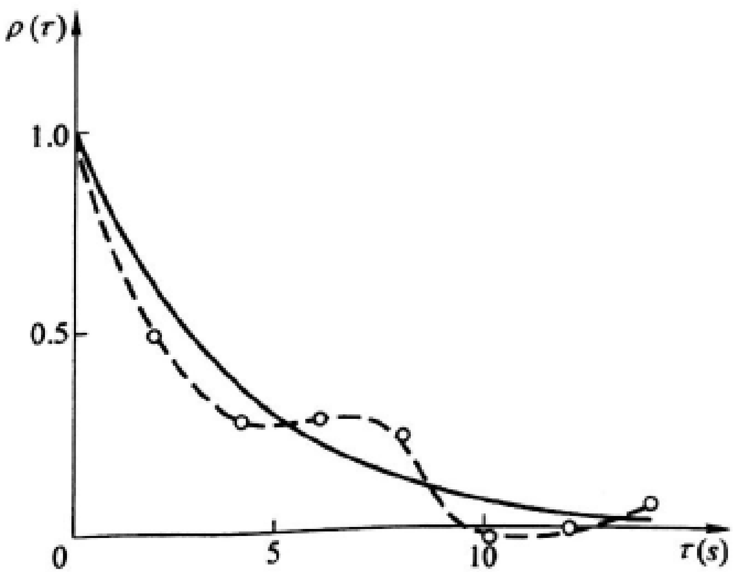
11. 随机过程特征量的实际估计　计算实例2

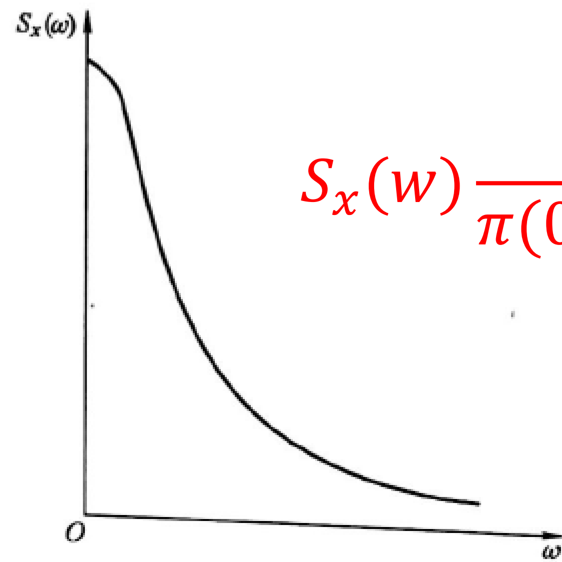
飞机水平飞行，其垂直负荷数N(t)在200s内每隔2s记录一次。考虑负重的变化是各态历经随机过程，试求其特征量

i	$N(t)$	i	$N(t)$	i	$N(t)$	i	$N(t)$	i	$N(t)$
1	1.0	21	0.5	41	1.5	61	1.3	81	0.9
2	1.3	22	1.0	42	1.0	62	1.6	82	1.3
3	1.1	23	0.9	43	0.6	63	0.8	83	1.5
4	0.7	24	1.4	44	0.9	64	1.2	84	1.2
5	0.7	25	1.4	45	0.8	65	0.6	85	1.4
6	1.1	26	1.0	46	0.8	66	1.0	86	1.4
7	1.3	27	1.1	47	0.9	67	0.6	87	0.8
8	0.8	28	1.5	48	0.9	68	0.8	88	0.8
9	0.8	29	1.0	49	0.6	69	0.7	89	1.3
10	0.4	30	0.8	50	0.4	70	0.9	90	1.0
11	0.3	31	1.1	51	1.2	71	1.3	91	0.7
12	0.3	32	1.1	52	1.4	72	1.5	92	1.1
13	0.6	33	1.2	53	0.8	73	1.1	93	0.9
14	0.3	34	1.0	54	0.9	74	0.7	94	0.9
15	0.5	35	0.8	55	1.0	75	1.0	95	1.1
16	0.5	36	0.8	56	0.8	76	0.8	96	1.2
17	0.7	37	1.2	57	0.8	77	0.6	97	1.3
18	0.8	38	0.7	58	1.4	78	0.9	98	1.3
19	0.6	39	0.7	59	1.6	79	1.2	99	1.6
20	1.0	40	1.1	60	1.7	80	1.3	100	1.5

$$m_x=\frac{1}{100}\sum_{i=1}^{100}N(t_i)=0.9604\,,\quad D_X=\frac{1}{100}\sum_{i=1}^{100}(N(t_i)-m_x)^2=0.1045$$

τ/s	0	2	4	6	8	10	12	14	…
$\rho(\tau)$	1	0.505	0.276	0.277	0.231	−0.015	0.014	0.071	…





$$S_x(w)\frac{0.257}{\pi(0.257^2+w^2)}$$

用指数函数拟合 $\rho(\tau)=e^{-0.257|\tau|}$

根据自相关函数和谱密度函数互为傅里叶变换

$$\hat{R}_X(\tau)=\hat{D}_X\hat{\rho}_X(\tau)+\hat{m}_X^2=0.1045e^{-0.257|\tau|}+0.9604$$

$$\hat{s}(\omega)=2\int_0^{+\infty}\hat{R}_X(\tau)\cos(\omega\tau)\,d\tau$$

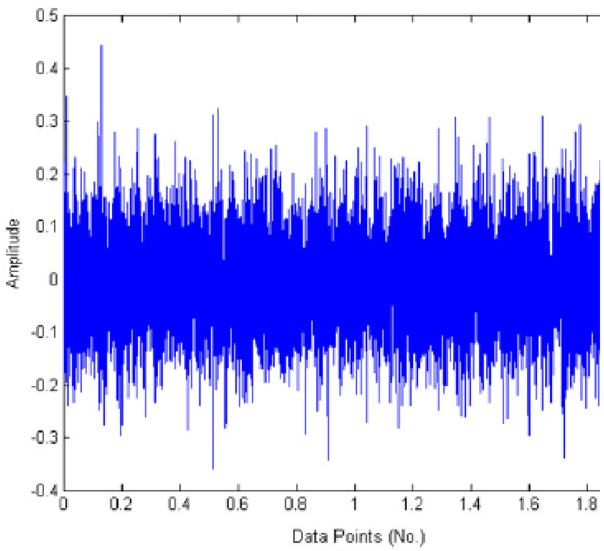
11. 随机过程特征量的实际估计 计算实例3

Contents lists available at ScienceDirect
Expert Systems with Applications
journal homepage: www.elsevier.com/locate/eswa
ELSEVIER

Bearing performance degradation assessment using locality preserving projections

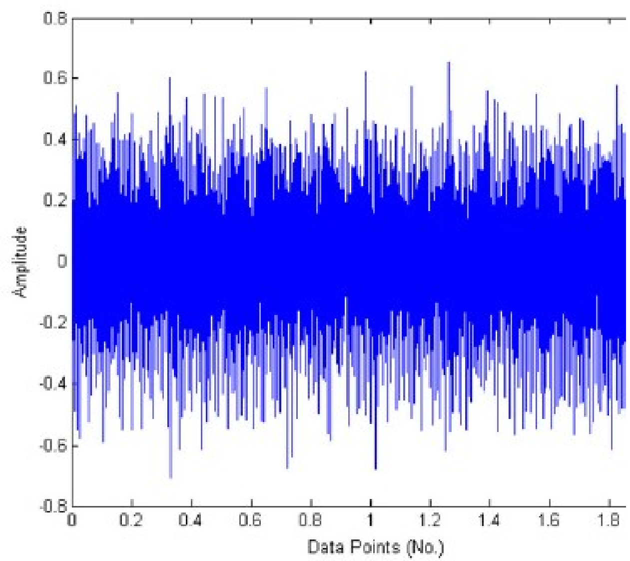
Jian-Bo Yu *

轴承健康时振动数据



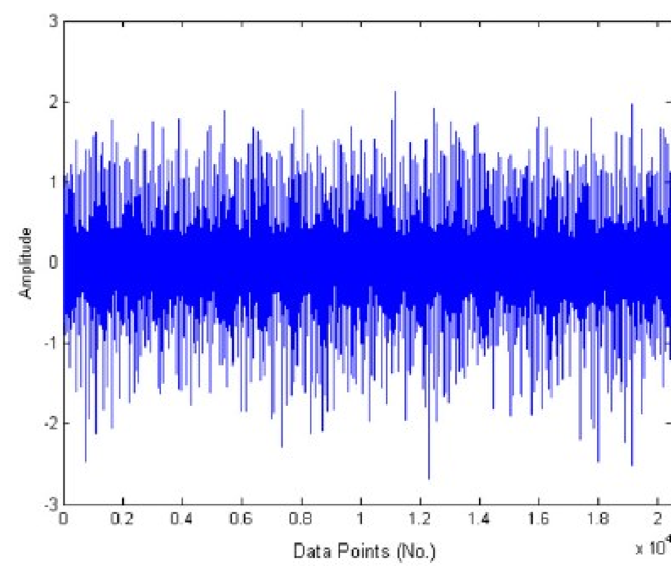
(a)

有一点磨损



(b)

有较大磨损



(c)

$$\mathrm{RMS} = \left(\frac{1}{N}\sum_{i=0}^{N} x_i^2\right)^{1/2}, \quad (1)$$

方均值 $\psi_x^2(t) = E[x^2(t)]$

$$\text{Crest factor} = \frac{\max|x_i|}{\mathrm{RMS}}, \quad (2)$$

方均值

$$\text{Kurtosis} = \frac{1}{N}\sum_{i=0}^{N-1}(x_i - \bar{x})^4 \Big/ \sigma^4, \quad (3)$$

均值、方差

$$\text{Skewness} = \frac{1}{N}\sum_{i=0}^{N-1}(x_i - \bar{x})^3 \Big/ \sigma^3, \quad (4)$$

均值、方差

$$\text{P–P} = x_{\max} - x_{\min}, \quad (5)$$

$$\text{Impulse factor} = \frac{\max|x_i|}{\frac{1}{N}\sum_{i=0}^{N-1}|x_i|}, \quad (6)$$

$$\text{Margin factor} = \frac{\max|x_i|}{\left(\frac{1}{N}\sum_{i=0}^{N-1}|x_i|^{1/2}\right)^2}. \quad (7)$$

Time domain	Frequency domain
RMS (F_{rms})	PMM (F_{PMM})
Kurtosis (F_k)	Envelope-based frequency domain
Skewness (F_s)	PMM(F_{EPMM})
Crest factor (F_{cf})	Time–frequency domain (wavelet)
Peak-to-peak (F_{pp})	Wavelet energy (F_{we1}, F_{we2})
Impulse factor (F_{if})	
Margin factor (F_{mf})	

相对有用的特征，如

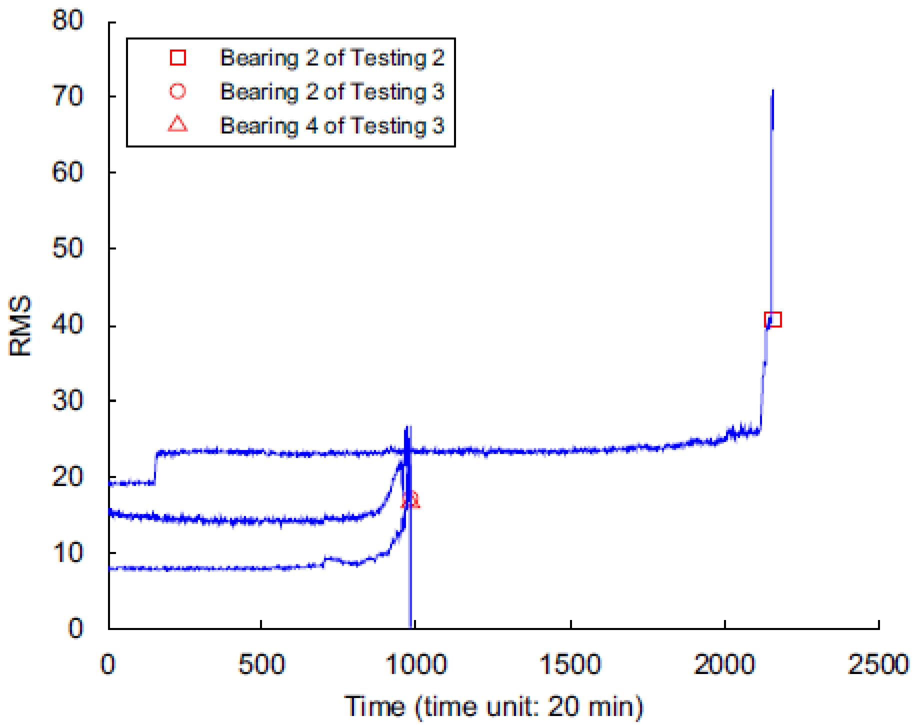


Fig. 8. RMS of the tested bearings on their full cycle life.

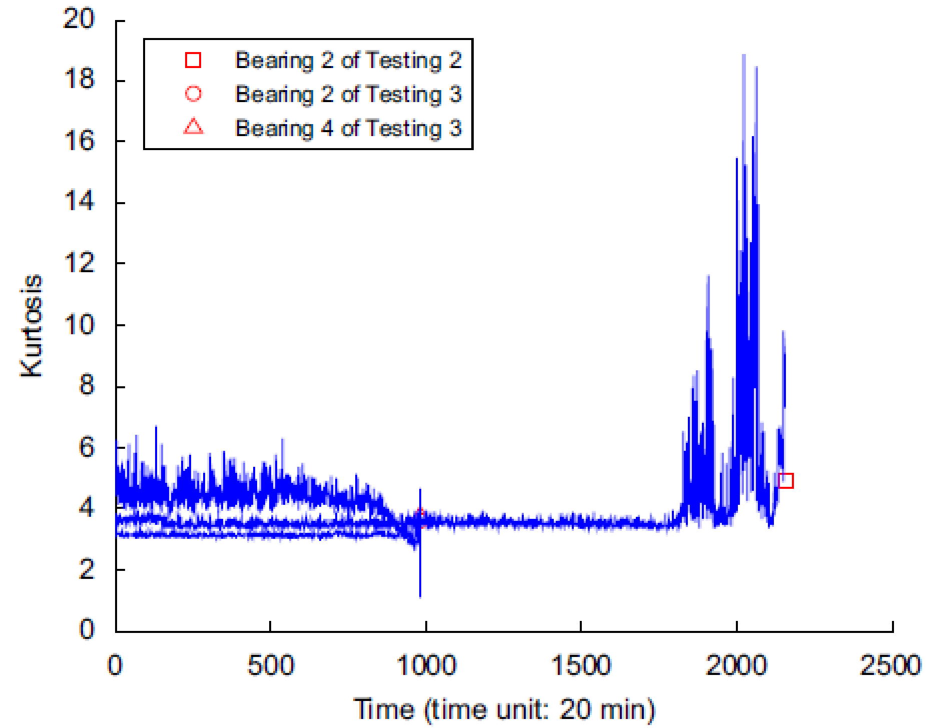
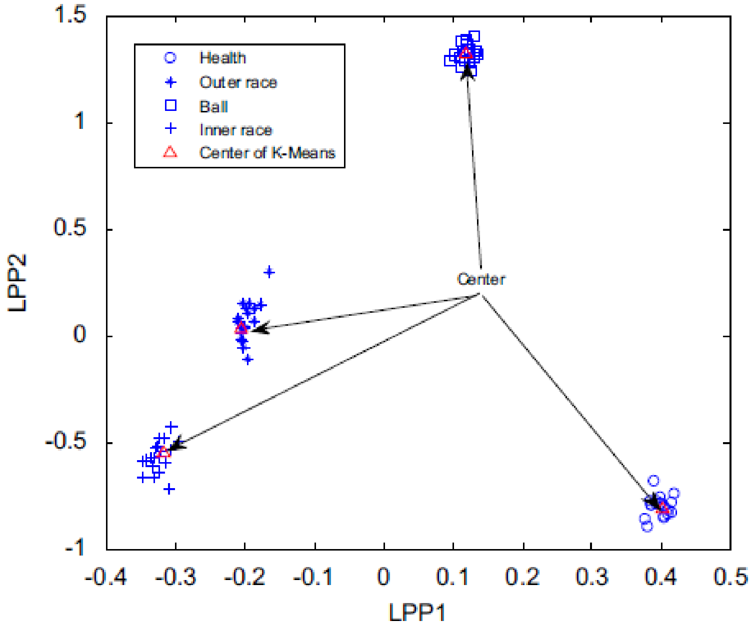


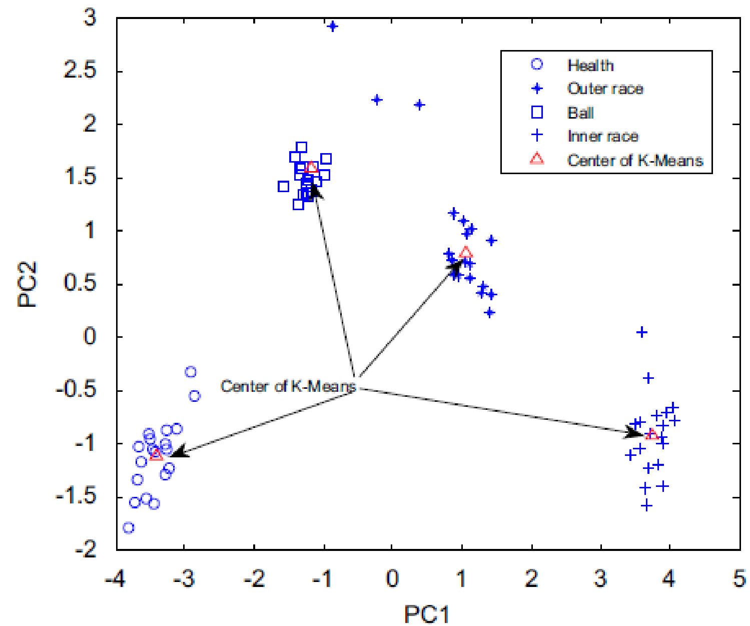
Fig. 9. Kurtosis of the tested bearings on their full cycle life.

$$\mathrm{RMS} = \left(\frac{1}{N}\sum_{i=0}^{N} x_i^2\right)^{1/2},$$

$$\mathrm{Kurtosis} = \frac{1}{N}\sum_{i=0}^{N-1}(x_i - \bar{x})^4 \Big/ \sigma^4,$$

根据各态历经随机过程特点，可以考虑试试自相关函数?



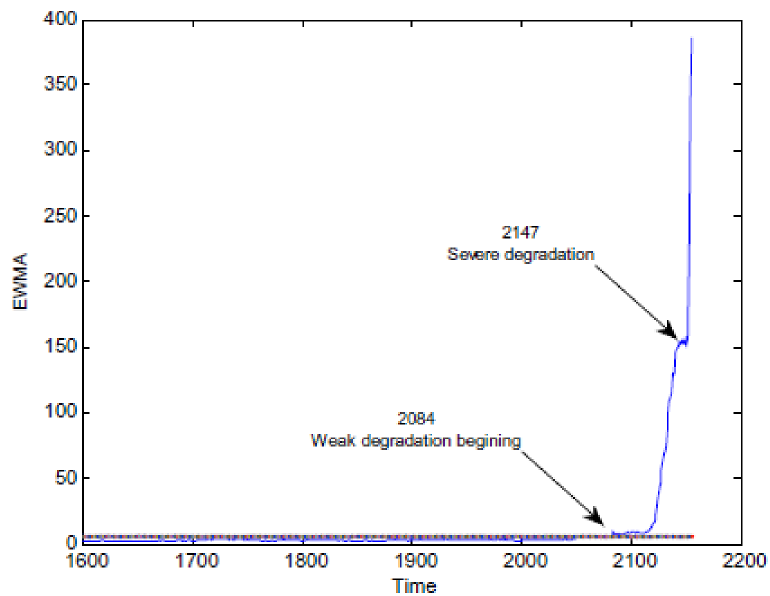


将特征压缩至2维，方法一

将特征压缩至2维，方法二

将特征压缩至1维：方法1

轴承全生命周期该特征的变化过程



12. 动态测量误差及其评定

- 动态测量误差的评定参数
- 动态误差处理流程
- 动态测量误差的数学模型
- 总结

12. 动态测量误差及其评定

- **原则**

按随机过程的处理方法进行处理

- **评定参数**

与静态误差分析对应
系统误差
随机误差

- **参数特点**

系统误差：确定性变化规律
随机误差：随机性变化规律

12. 动态测量误差及其评定

■ 动态测量数据的组合模型

- 动态测量数据$X(t)$，由确定性函数$f(t)$和随机函数$Y(t)$组成
- $f(t)$可进一步划分为非周期函数$d(t)$和周期函数$p(t)$

$$X(t)=f(t)+Y(t)=d(t)+p(t)+Y(t)$$

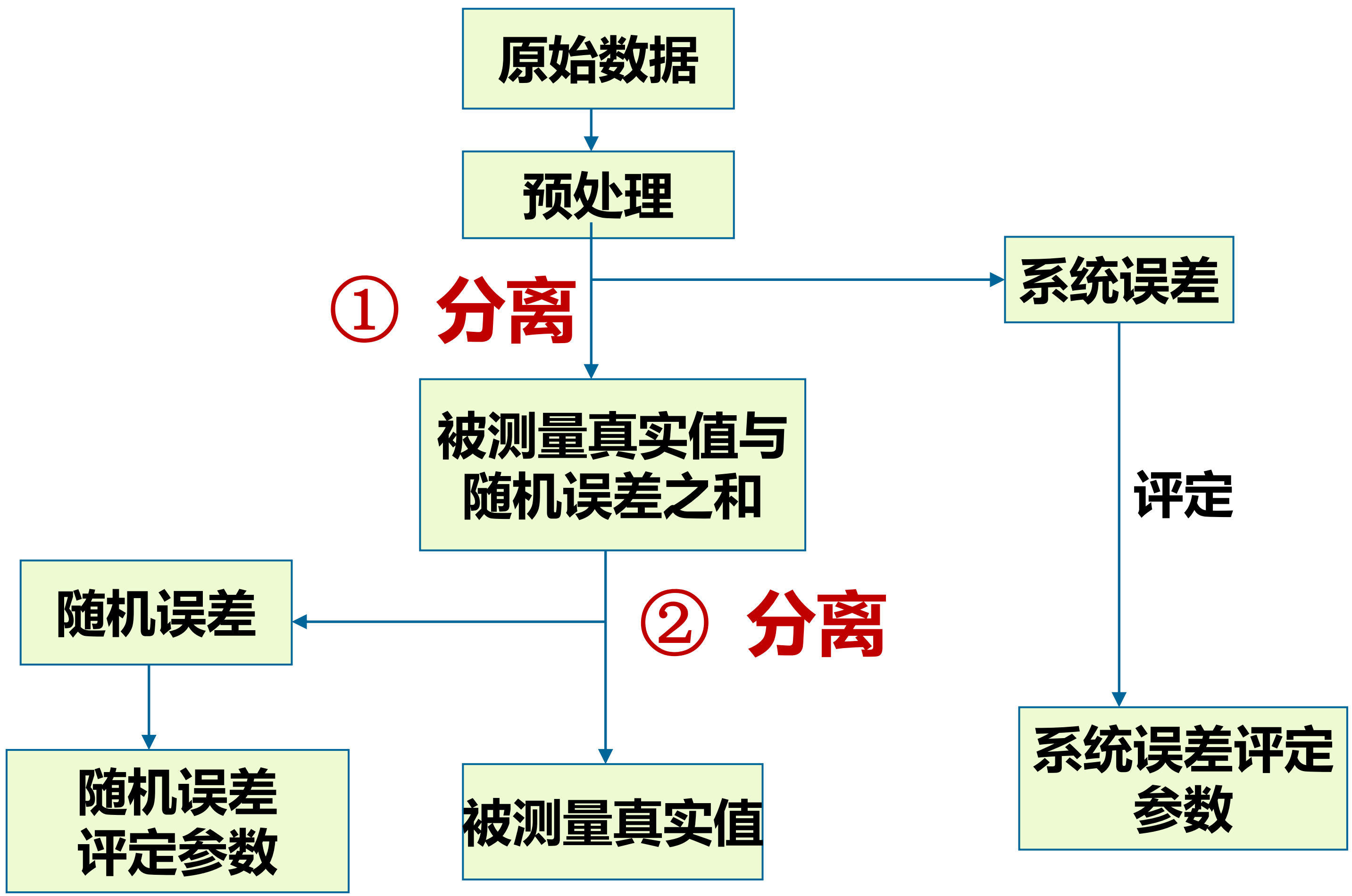
- 动态测量数据$X(t)$，由被测量真实值$X_0(t)$及测量误差$e(t)$组成
- 真实值$X_0(t)$由确定性真实值$f_0(t)$和随机性真实值$Y_0(t)$组成；
- 误差$e(t)$由系统误差$e_s(t)$和随机误差$e_r(t)$组成。

$$\begin{aligned}X(t)&=X_0(t)+e(t)=f_0(t)+Y_0(t)+e_s(t)+e_r(t)\\&=d_0(t)+p_0(t)+Y_0(t)+e_s(t)+e_r(t)\end{aligned}$$

$d_0(t), p_0(t)$分别为确定性成分的真实值$f_0(t)$的非周期分量和周期分量

12. 动态测量误差及其评定

动态误差处理流程



12. 动态测量误差及其评定

（一）数据截断和采样

为了避免原始数据太多，避免引入粗大误差，经分析后截取原始数据中的一部分进行处理，称为**截断**。

对重复测量过程，截取长度至少应包括被测量全长或一个动态测量全过程。

动态测量数据常常是时间的连续函数，为了数据处理上的方便，往往只按一定的时间间隔离散化取值，称为采样。

采样间隔应满足香农采样定理：即为了能从采样数据复现原来信号中频率不大于频率为F_m的成分，最大采样时间间隔Δ_{max}为：

$$\Delta_{\max} = \frac{1}{2F_m}$$

12. 动态测量误差及其评定

（二）剔除异点

在动态测量原始数据中会混入一些虚假数据，即异点。异点由粗大误差引起的，要剔除异点先检测出异点。其基本思想是认为正常数据是“平滑”的，而异点是“突变”的。关键是在于**产生平滑估计和选取K**。

平滑估计可采用**“中位数”**的方法。

即从原始数据$\{x_i\}(i=1,2,\cdots,N+1)$构造一个新序列$\{x_i'\}$：

取x_i中前五个数x_1，x_2，x_3，x_4，x_5。按大小重新排列：

$$x(1)\le x(2)\le x(3)\le x(4)\le x(5)$$

取中位数$x(3)$，记为x_3'，然后舍去x_1加入x_6，取x_2，x_3，x_4，x_5，x_6中的中位数x_4'，以此类推得到五个中位数，并组成相邻五个原始数据的中位数$\{x_i'\}(i=3,4,\cdots,N-1)$。

再用相似的方法从序列$\{x_i'\}$构成相邻三个数据的中位数序列：

$$\{x_i''\}(i=4,5,\cdots,N-2)$$

最后构成序列：

$$\{x_i'''\}:x_i'''=\left(x_{i-1}''/4\right)+\left(x_i''/2\right)+\left(x_{i+1}''/4\right)(i=5,6,\cdots,N-3)$$

k是数据处理者根据情况设定的适当数值。如果$|x_i-x_i'''|>k$,则应剔除x_i,并根据相邻数据平滑的假设，用一个内插值（如线性插值）代替它。

12. 动态测量误差及其评定

动态误差处理流程

（三）动态测量数据特性检验

平稳性、周期性、正态性

（四）动态测量系统误差

若重复进行 n 次测量，通过测量及数据处理得到 n 个表示该系统误差的确定性时变量，记第 l 个样本的第 i 个系统误差为 e_{sli}，则应把它们的算术平均值 m_{si} 或最大值 m_{sim} 作为评定参数，即：

$$m_{si}=\sum_{l=1}^{n}\frac{e_{sli}}{n} \qquad m_{sim}=\max_{l=1}^{n}\{e_{sli}\}$$

12. 动态测量误差及其评定

（五）动态测量随机误差

动态测量的随机误差变化规律随机，评定较为复杂。假定进行了 n 次重复的动态测量，记 e_{rli} 为第 l 个样本的第 i 个随机误差，则动态测量随机误差的总体评定参数为：

总体平均值 $$\bar{e}_r(t)=\sum_{l=1}^{n}\frac{e_{rl}(t)}{n}$$

标准差 $$\sigma(t)=\sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{l=1}^{n}\left[e_{rl}(t)-\bar{e}_r(t)\right]^2}$$

$$R_x(t,t+\tau)=\sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{l=1}^{n}\left[e_{rl}(t)-\bar{e}_r(t)\right]\left[e_{rl}(t+\tau)-\bar{e}_r(t+\tau)\right]}$$

如果动态测量随机误差是各态历经的，则可以用一个误差样本$e_r(t)$按时间平均的误差评定指标来评定动态测量随机误差，且其数值应与总体平均的评定指标一致。若初始时平均时间为0，并记平均时间为T，则评定指标为：

均值 $$\bar{e}_r = \lim_{T\to\infty}\frac{1}{T}\int_0^T e_r(t)dt$$

标准差 $$\sigma = \sqrt{\lim_{T\to\infty}\frac{1}{T}\int_0^T\left[e_r(t)-\bar{e}_r(t)\right]^2 dt}$$

自相关函数为：

$$R_x(\tau) = \lim_{T\to\infty}\frac{1}{T-\tau}\int_0^T\left[e_r(t)-\bar{e}_r\right]\left[e_r(t+\tau)-\bar{e}_r\right]dt$$

谢谢

Q & A