

-自动化学院学科核心课-

# 检测技术与自动化

## 第6章 现代检测技术-2-多传感器信息融合





# 3 基于D-S证据理论的信息融合方法及应用

## 3.1 D-S证据理论的诞生、形成和适用领域

## 3.2 D-S证据理论的优势和局限性

## 3.3 D-S证据理论的基本概念

## 3.4 D-S证据理论的合成规则

## 3.5 基于D-S证据理论的信息融合

## 小结



## 3.1 D-S证据理论的诞生、形成和适用领域

- **诞生：** 源于20世纪60年代美国哈佛大学数学家A.P.Dempster在**利用上、下限概率来解决多值映射问题**方面的研究工作。自1967年起发表一系列论文，标志着证据理论的正式诞生。
- **形成：** Dempster的学生G. Shafer对证据理论引入**信任函数**概念，形成了一套基于“证据”和“组合”来处理不确定性推理问题的数学方法，并于1976年出版了《证据的数学理论》，这标志着证据理论正式成为一种处理不确定性问题的完整理论。
- **适用领域：** 信息融合、专家系统、情报分析、法律案件分析、多属性决策分析等等。





## 3.2 D-S证据理论的优势和局限性

- **优势：**

满足比Bayes概率理论更弱的条件，即不需要知道先验概率，具有直接表达“不确定”和“不知道”的能力。

- **局限性：**

要求证据必须是独立的，而这有时不易满足；证据合成规则没有非常坚固的理论支持，其合理性和有效性还存在较大的争议；计算上存在着潜在的组合爆炸问题。



## 3.3 D-S证据理论的基本概念

D-S方法与其他概率方法的区别在于：

- ① 它有两个值，即对每个命题指派两个不确定度量（类似但不等于概率）；
- ② 存在一个证据使得命题似乎可能成立，但使用这个证据又不直接支持或拒绝它。

下面给出几个基本定义：

设 $\Omega$ 是样本空间， $\Omega$ 由一些互不相容的陈述构成。这些陈述各种组合构成幂集 $2^\Omega$ 。



当样本空间 $\Omega$ 中元素个数为 $N$ 时，则其幂集（构成一个框架）的元素个数为 $2^N$ ，且其中每一个元素 $A$ 都对应于一个关于 $x$ 的命题，称该命题为“ $x$ 的值在 $A$ 中”。

【例】用 $x$ 代表所看到的颜色， $\Omega=\{\text{红}, \text{黄}, \text{蓝}\}$ ，

则 $A=\{\text{红}\}$ 表示“ $x$ 是红色”；

若 $A=\{\text{红}, \text{蓝}\}$ ，则表示“ $x$ 或者是红色，或者是蓝色”。



# 1. 基本概率分配函数 ( Basic Probability Assignment Function)

**定义1 基本概率分配函数  $M$**

$$M : 2^{\Omega} \rightarrow [0, 1]$$

设函数  $M$  是满足下列条件的映射：

- ① 不可能事件的基本概率是0，即  $M(\Phi) = 0$  ；
- ②  $2^{\Omega}$  中全部元素的基本概率和为1，即  $\sum M(A) = 1, A \subseteq \Omega$

则称  $M$  是  $2^{\Omega}$  上的概率分配函数， $M(A)$  称为  $A$  的基本概率赋值/基本概率数，表示依据当前环境对假设集  $A$  的信任程度。



**【例】** 对于上面给出的有限集 $\Omega=\{\text{红}, \text{黄}, \text{蓝}\}$ , 若定义 $2^\Omega$ 上的一个基本函数 $m$ :

$m(\varnothing, \{\text{红}\}, \{\text{黄}\}, \{\text{蓝}\}, \{\text{红}, \text{黄}\}, \{\text{红}, \text{蓝}\}, \{\text{黄}, \text{蓝}\}, \{\text{红}, \text{黄}, \text{蓝}\})$

$=\{0, 0.3, 0, 0.1, 0.2, 0.2, 0.1, 0.1\}$

其中:  $\{0, 0.3, 0, 0.1, 0.2, 0.2, 0.1, 0.1\}$ 分别是幂集中各个子集的基本概率数。



**显然 $m$ 满足概率分配函数的定义**





## 对概率分配函数的几点说明:

**(1) 概率分配函数作用是把 $\Omega$ 的任意一个子集都映射为 $[0,1]$ 上的一个数 $m(A)$**

当 $A$ 包含于 $\Omega$ 且 $A$ 由单个元素组成时,  $m(A)$ 表示对 $A$ 的精确信任度;

当 $A$ 包含于 $\Omega$ 、 $A \neq \Omega$ ,且 $A$ 由多个元素组成时,  $m(A)$ 也表示对 $A$ 的精确信任度, 但却不知道这部分信任度该分给 $A$ 中哪些元素;

当 $A = \Omega$ 时, 则 $m(A)$ 是对 $\Omega$ 的各个子集进行信任分配后剩下的部分, 它表示不知道该如何对它进行分配。



## 【例】以 $\Omega=\{\text{红}, \text{黄}, \text{蓝}\}$ 为例说明

当 $A = \{\text{红}\}$ 时，由于 $m(A)=0.3$ ，它表示对命题“ $x$ 是红色”的精确信任度为0.3。

当 $A=\{\text{红}, \text{黄}\}$ 时，由于 $m(A)=0.2$ ，它表示对命题“ $x$ 或者是红色，或者是黄色”的精确信任度为0.2，却不知道该怎么把这0.2分给 $\{\text{红}\}$ 还是分给 $\{\text{黄}\}$ 。

当 $A=\Omega=\{\text{红}, \text{黄}, \text{蓝}\}$ 时，由于 $m(A)=0.2$ ，表示不知道该对这0.2如何分配，但它不属于 $\{\text{红}\}$ ，就一定属于 $\{\text{黄}\}$ 或 $\{\text{蓝}\}$ ，只是基于现有的知识，还不知道该如何分配而已。



(2)  $m$  是  $2^\Omega$  上而非  $\Omega$  上的概率分布，所以基本概率分配函数不是概率，它们不必相等，而且：

$$m(A) \neq 1 - m(\overline{A})$$

事实上

$$\begin{aligned} & m(\{\text{红}\}) + m(\{\text{黄}\}) + m(\{\text{蓝}\}) \\ &= 0.3 + 0 + 0.1 = 0.4 \neq 1 \end{aligned}$$



## 2. 信任函数(Belief Function)

### 定义2 命题的信任函数Bel

对于任意假设而言，其信任度 $\text{Bel}(A)$ 定义为  $A$  中全部子集对应的基本概率数之和，即

$$\text{Bel}: 2^{\Omega} \rightarrow [0, 1]$$

$$\text{Bel}(A) = \sum_{B \subseteq A} M(B), \quad A \subseteq \Omega$$

**Bel函数也称为下限函数**，表示对  $A$  的全部信任，其值称为信任度。由概率分配函数的定义容易得到

$$\text{Bel}(\Phi) = M(\Phi) = 0$$

$$\text{Bel}(\Omega) = \sum_{B \subseteq \Omega} M(B)$$



$$\text{Bel}: 2^{\Omega} \rightarrow [0, 1]$$

$$\text{Bel}(A) = \sum_{B \subseteq A} M(B), \quad A \subseteq \Omega$$

## 【例】以 $\Omega=\{\text{红}, \text{黄}, \text{蓝}\}$ 为例说明

$$\text{Bel}(\{\text{红}, \text{黄}\})$$

$$= m(\{\text{红}\}) + m(\{\text{黄}\}) + m(\{\text{红}, \text{黄}\})$$

$$= 0.3 + 0 + 0.2 = 0.5$$

当A为单一元素组成的集合时,

$$\text{Bel}(A) = m(A)$$

$\text{Bel}(A)$ 函数又称为下限函数。

### 3. 似然函数(Plausibility Function)

**定义3 命题的似然函数Pl:**

$$Pl: 2^{\Omega} \rightarrow [0, 1]$$

$$Pl(A) = 1 - Bel(\bar{A}), \quad A \subseteq \Omega, \quad \bar{A} = 1 - A$$

**Pl函数称为上限函数**，表示对A非假的信任程度，即表示对A似乎可能成立的不确定性度量。

信任函数和似然函数有如下关系：

$$Pl(A) \geq Bel(A), \quad A \subseteq \Omega$$

A的不确定性由下式表示：

$$\mu(A) = Pl(A) - Bel(A)$$

区间  $(Bel(A), Pl(A))$  称为信任空间。



## 【例】以 $\Omega=\{\text{红}, \text{黄}, \text{蓝}\}$ 为例说明

$$\begin{aligned} P(\{\text{红}\}) &= 1 - \text{Bel}(\{\overline{\text{红}}\}) \\ &= 1 - \text{Bel}(\{\text{黄}, \text{蓝}\}) \\ &= 1 - (m(\{\text{黄}\}) + m(\{\text{蓝}\}) + m(\{\text{黄}, \text{蓝}\})) \\ &= 1 - (0 + 0.1 + 0.1) = 0.8 \end{aligned}$$

这里0.8是“红”为非假的信任度。

由于“红”为真的精确信任度为0.3，而剩下的0.8-0.3=0.5，则是知道非假，但却不能肯定为真的那部分。



**PI函数称为上限函数，表示对“红”非假的信任程度**

$$\begin{aligned}\sum_{\{\text{红}\} \cap B \neq \Phi} m(B) &= m(\{\text{红}\}) + m(\{\text{红}, \text{黄}\}) + m(\{\text{红}, \text{蓝}\}) \\ &\quad + m(\{\text{红}, \text{黄}, \text{蓝}\}) \\ &= 0.3 + 0.2 + 0.2 + 0.1 \\ &= 0.8\end{aligned}$$

可见，

$$Pl(\{\text{红}\}) = \sum_{\{\text{红}\} \cap B \neq \Phi} m(B)$$



$$Pl(\underbrace{\{\text{红}\}}_{\text{~~~~~}}) = \sum_{\underbrace{\{\text{红}\} \cap B \neq \Phi}_{\text{~~~~~}}} m(B)$$

该式可推广为

$$Pl(A) = \sum_{A \cap B \neq \Phi} m(B)$$

因此命题“ $x$ 在 $A$ 中”的似然性，由与命题“ $x$ 在 $B$ 中”有关的 $m$ 值确定，其中命题“ $x$ 在 $B$ 中”并不会使得命题“ $x$ 不在 $A$ 中”成立。

所以一个事件的似然性是建立在对其相反事件不信任的基础上的。

## 信任函数和似然函数有如下的性质：

(1)  $\text{Bel}(\Phi)=0, \text{Bel}(\Omega)=1$

$$\text{Pl}(\Phi)=0, \text{Pl}(\Omega)=1$$

(2) 如果  $A \subseteq B$  , 则

$$\text{Bel}(A) \leq \text{Bel}(B), \text{Pl}(A) \leq \text{Pl}(B)$$

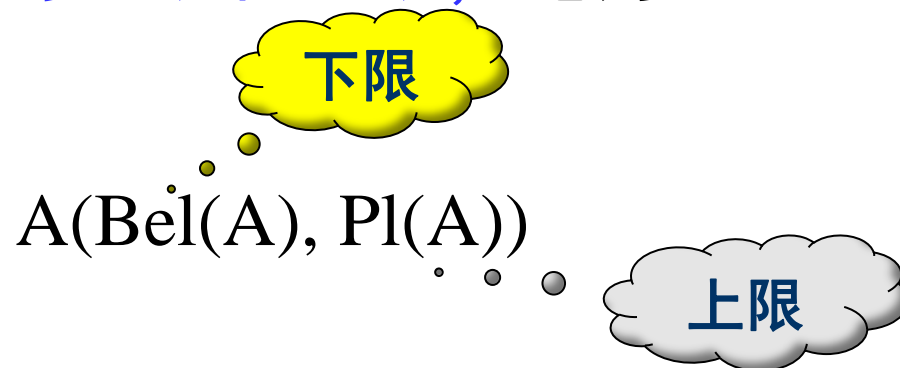
(3)  $\forall A \subseteq \Omega, \text{Pl}(A) \geq \text{Bel}(A)$

(4)  $\forall A \subseteq \Omega, \text{Bel}(A) + \text{Bel}(\bar{A}) \leq 1$

$$\text{Pl}(A) + \text{Pl}(\bar{A}) \geq 1$$

## 4. 信任区间

由于 $\text{Bel}(A)$ 和 $\text{Pl}(A)$ 分别表示A为真的信任度和A为非假的信任度，因此，可分别称 $\text{Bel}(A)$ 和 $\text{Pl}(A)$ 为对A信任程度的下限和上限，记为



$\text{Pl}(A) - \text{Bel}(A)$ 表示既不信任A，也不信任 $\bar{A}$ 的程度，即对于A是真是假不知道的程度。

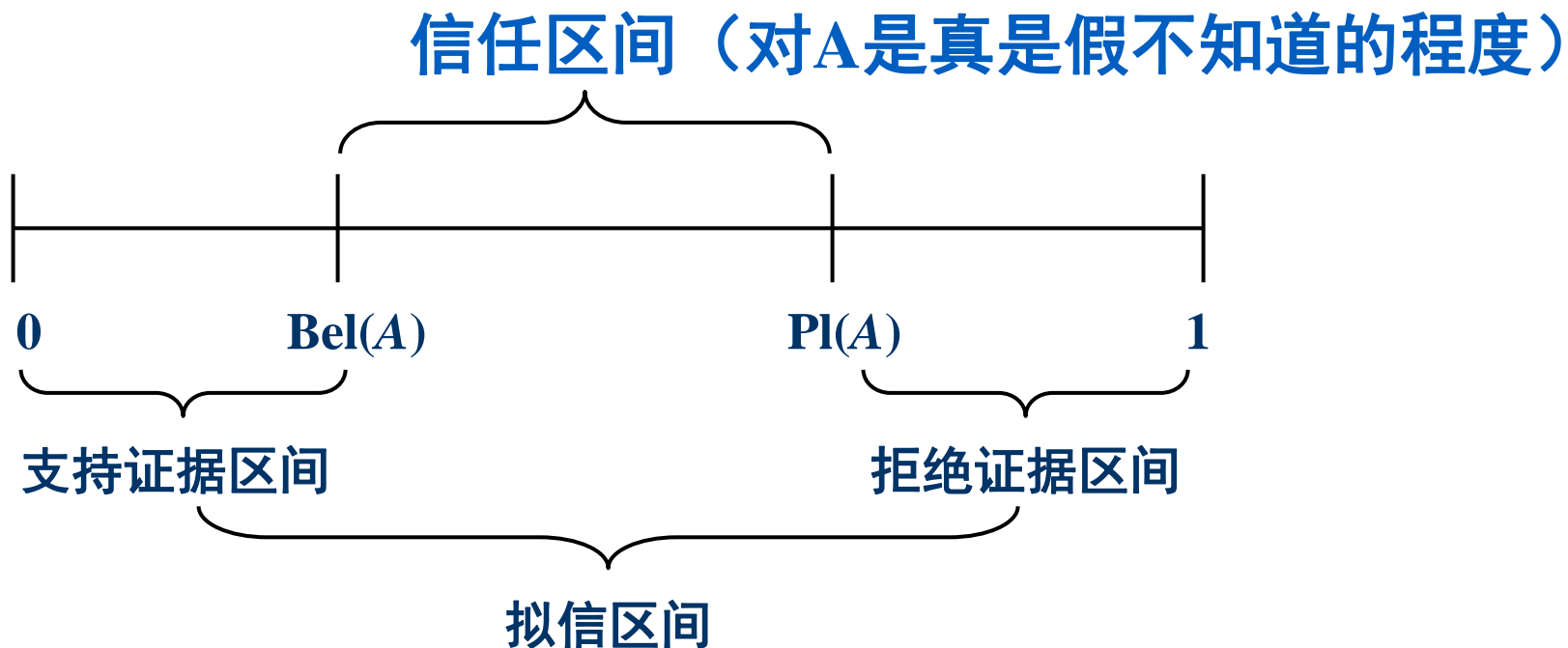
## 信任区间

- 如，在前面的例子中，曾求过 $\text{Bel}(\{\text{红}\})=0.3$ ， $\text{Pl}(\{\text{红}\})=0.8$
- 因此有

$$\{\text{红}\} (0.3, 0.8)$$

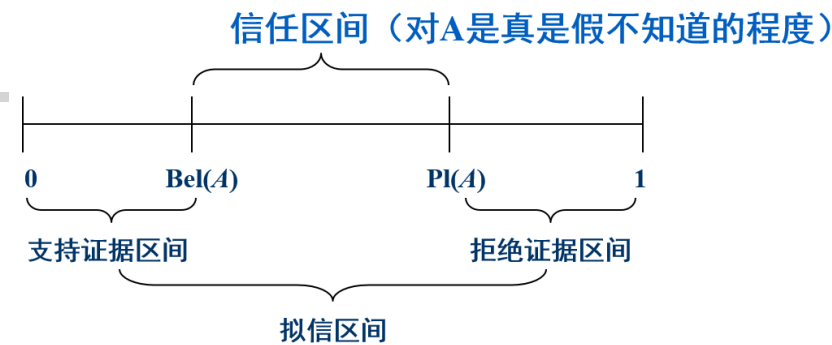
- 它表示对 $\{\text{红}\}$ 的精确信任度为0.3，不可驳斥部分为0.8，肯定不是 $\{\text{红}\}$ 的为0.2。

# 证据区间和不确定性



**信任度**是对假设信任程度的下限估计——**悲观估计**

**似然度**是对假设信任程度的上限估计——**乐观估计**



不确定区间 (Bel(A), Pl(A))	解 释
[0,1]	
[0.6,0.6]	
[0,0]	
[1,1]	
[0.25,1]	
[0,0.85]	
[0.25,0.85]	





## 3.4 D-S证据理论的合成规则

在实际问题中，对于相同的证据，由于来源不同，可能会得到不同的概率分配函数。

【例】考虑 $\Omega=\{\text{红}, \text{黄}\}$ ，假设从不同知识源得到的概率分配函数分别为：

$$m_1(\varphi, \{\text{红}\}, \{\text{黄}\}, \{\text{红}, \text{黄}\}) = (0, 0.4, 0.5, 0.1)$$

$$m_2(\varphi, \{\text{红}\}, \{\text{黄}\}, \{\text{红}, \text{黄}\}) = (0, 0.6, 0.2, 0.2)$$

在这种情况下，需要对它们进行组合。



**Dempster合成规则（Dempster's combinational rule）**  
也称证据合成公式，其定义如下：

对于 $\forall A \subseteq \Theta$ ， $\Theta$ 上的两个函数 $m_1$ ， $m_2$ 的Dempster合成规则（正交和）为：

$$m_1 \oplus m_2(A) = \frac{1}{K} \sum_{B \cap C = A} m_1(B) \cdot m_2(C)$$

其中， $K$ 为归一化常数

$$K = \sum_{B \cap C \neq \emptyset} m_1(B) \cdot m_2(C) = 1 - \sum_{B \cap C = \emptyset} m_1(B) \cdot m_2(C)$$





## 注意：

- 如果 $K \neq 0$ ，则正交和 $m$ 也是一个概率分配函数
- 如果 $K = 0$ ，则不存在正交和 $m$ ，称 $m_1$ 与 $m_2$ 矛盾



## n个m函数的Dempster合成规则

对于 $\forall A \subseteq \Theta$ ，识别框架 $\Theta$ 上的有限个函数 $m_1, m_2, \dots, m_n$ 的Dempster合成规则为：

$$(m_1 \oplus m_2 \oplus \dots \oplus m_n)(A) = \frac{1}{K} \sum_{A_1 \cap A_2 \cap \dots \cap A_n = A} m_1(A_1) \cdot m_2(A_2) \cdot \dots \cdot m_n(A_n)$$

其中，

$$\begin{aligned} K &= \sum_{A_1 \cap \dots \cap A_n \neq \emptyset} m_1(A_1) \cdot m_2(A_2) \cdot \dots \cdot m_n(A_n) \\ &= 1 - \sum_{A_1 \cap \dots \cap A_n = \emptyset} m_1(A_1) \cdot m_2(A_2) \cdot \dots \cdot m_n(A_n) \end{aligned}$$



## Dempster合成规则计算举例

**【例】** 某宗“谋杀案”的三个犯罪嫌疑人组成了识别框架 $\Theta = \{\text{Peter, Paul, Mary}\}$ ，目击证人（W1, W2）分别给出下表所示的BPA。

**【要求】：** 计算证人W1和W2提供证据的组合结果。

	$m_1()$	$m_2()$	
Peter	0.99	0.00	
Paul	0.01	0.01	
Mary	0.00	0.99	



【解】：首先，计算归一化常数K。

	$m_1()$	$m_2()$
Peter	0.99	0.00
Paul	0.01	0.01
Mary	0.00	0.99

$$K = \sum_{B \cap C \neq \emptyset} m_1(B) \cdot m_2(C)$$

$$\begin{aligned} &= m_1(Peter) \cdot m_2(Peter) + m_1(Paul) \cdot m_2(Paul) + m_1(Mary) \cdot m_2(Mary) \\ &= 0.99 \times 0 + 0.01 \times 0.01 + 0 \times 0.99 = 0.0001 \end{aligned}$$

其次，利用Dempster证据合成规则分别计算Peter, Paul, Mary的组合BPA（即组合函数）。

### （1）关于Peter的组合函数

$$\begin{aligned} m_1 \oplus m_2(\{Peter\}) &= \frac{1}{K} \sum_{B \cap C = \{Peter\}} m_1(B) \cdot m_2(C) \\ &= \frac{1}{K} \cdot m_1(\{Peter\}) \cdot m_2(\{Peter\}) \\ &= \frac{1}{0.0001} \times 0.99 \times 0.00 = 0.00 \end{aligned}$$



	$m_1()$	$m_2()$
Peter	0.99	0.00
Paul	0.01	0.01
Mary	0.00	0.99

## (2) 关于Paul的组合mass函数

$$\begin{aligned} m_1 \oplus m_2(\{Paul\}) &= \frac{1}{K} \cdot m_1(\{Paul\}) \cdot m_2(\{Paul\}) \\ &= \frac{1}{0.0001} \times 0.01 \times 0.01 = 1 \end{aligned}$$

## (3) 关于Mary的组合mass函数

$$\begin{aligned} m_1 \oplus m_2(\{Mary\}) &= \frac{1}{K} \sum_{B \cap C = \{Mary\}} m_1(B) \cdot m_2(C) \\ &= \frac{1}{K} \cdot m_1(\{Mary\}) \cdot m_2(\{Mary\}) \\ &= \frac{1}{0.0001} \times 0.00 \times 0.99 = 0.00 \end{aligned}$$



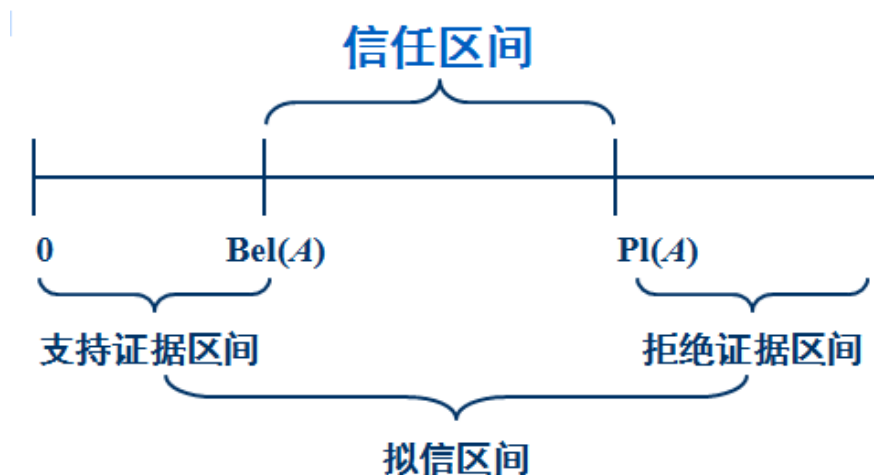
**【说明】：**对于这个简单的实例而言，对于Peter, Paul, Mary的组合函数，再求信任函数、似然函数，可知：

信任函数值=似然函数值=组合后的mass函数值

$$\text{即, } \text{Bel}(\{\text{Peter}\}) = \text{Pl}(\{\text{Peter}\}) = m_{12}(\{\text{Peter}\}) = 0$$

$$\text{Bel}(\{\text{Paul}\}) = \text{Pl}(\{\text{Paul}\}) = m_{12}(\{\text{Paul}\}) = 1$$

$$\text{Bel}(\{\text{Mary}\}) = \text{Pl}(\{\text{Mary}\}) = m_{12}(\{\text{Mary}\}) = 0$$





**【例】** 若修改上列表中的部分数据，如下表所示。请重新计算证人W1和W2提供证据的组合结果。

	$m_1()$	$m_2()$	
{Peter}	0.98	0	
{Paul}	0.01	0.01	
{Mary}	0	0.98	
$\Theta = \{\text{Peter, Paul, Mary}\}$	0.01	0.01	



	$m_1()$	$m_2()$
{Peter}	0.98	0
{Paul}	0.01	0.01
{Mary}	0	0.98
$\Theta = \{\text{Peter, Paul, Mary}\}$	0.01	0.01

【解】：首先，计算归一化常数K。

$$\begin{aligned}
 K &= 1 - \sum_{B \cap C = \emptyset} m_1(B) \cdot m_2(C) \\
 &= 1 - [m_1(\text{Peter}) \cdot m_2(\text{Paul}) + m_1(\text{Peter}) \cdot m_2(\text{Mary}) \\
 &\quad + m_1(\text{Paul}) \cdot m_2(\text{Mary})] \\
 &= 1 - (0.98 \times 0.01 + 0.98 \times 0.98 + 0.01 \times 0.98) = 0.02
 \end{aligned}$$

归一化常数K的另一种算法：

$$\begin{aligned}
 K &= \sum_{B \cap C \neq \emptyset} m_1(B) \cdot m_2(C) \\
 &= m_1(\text{Peter}) \cdot m_2(\Theta) + m_1(\text{Paul}) \cdot m_2(\text{Paul}) \\
 &\quad + m_1(\text{Paul}) \cdot m_2(\Theta) + m_1(\Theta) \cdot m_2(\text{Paul}) \\
 &\quad + m_1(\Theta) \cdot m_2(\text{Mary}) + m_1(\Theta) \cdot m_2(\Theta) \\
 &= 0.98 \times 0.01 + 0.01 \times 0.01 + 0.01 \times 0.01 \\
 &\quad + 0.01 \times 0.01 + 0.01 \times 0.98 + 0.01 \times 0.01 = 0.02
 \end{aligned}$$





	$m_1()$	$m_2()$
$\{Peter\}$	0.98	0
$\{Paul\}$	0.01	0.01
$\{Mary\}$	0	0.98
$\Theta = \{Peter, Paul, Mary\}$	0.01	0.01

## (1) 计算关于Peter的组合函数

$$\begin{aligned} m_1 \oplus m_2(\{Peter\}) &= \frac{1}{K} \sum_{B \cap C = \{Peter\}} m_1(B) \cdot m_2(C) \\ &= \frac{1}{K} \cdot [m_1(\{Peter\}) \cdot m_2(\{Peter\}) + m_1(\{Peter\}) \cdot m_2(\Theta)] \\ &= \frac{1}{0.02} \times (0.98 \times 0 + 0.98 \times 0.01) = 0.49 \end{aligned}$$



	$m_1()$	$m_2()$
$\{\text{Peter}\}$	0.98	0
$\{\text{Paul}\}$	0.01	0.01
$\{\text{Mary}\}$	0	0.98
$\Theta = \{\text{Peter, Paul, Mary}\}$	0.01	0.01

## (2) 计算关于Paul的组合函数

$$\begin{aligned} m_1 \oplus m_2(\{Paul\}) &= \frac{1}{K} \sum_{B \cap C = \{Paul\}} m_1(B) \cdot m_2(C) \\ &= \frac{1}{K} \cdot [m_1(\{Paul\}) \cdot m_2(\{Paul\}) + m_1(\{Paul\}) \cdot m_2(\Theta) \\ &\quad + m_1(\Theta) \cdot m_2(\{Paul\})] \\ &= \frac{1}{0.02} \times (0.01 \times 0.01 + 0.01 \times 0.01 + 0.01 \times 0.01) = 0.015 \end{aligned}$$



	$m_1()$	$m_2()$
$\{\text{Peter}\}$	0.98	0
$\{\text{Paul}\}$	0.01	0.01
$\{\text{Mary}\}$	0	0.98
$\Theta = \{\text{Peter, Paul, Mary}\}$	0.01	0.01

### (3) 计算关于Mary的组合函数

$$\begin{aligned} m_1 \oplus m_2(\{Mary\}) &= \frac{1}{K} \sum_{B \cap C = \{Mary\}} m_1(B) \cdot m_2(C) \\ &= \frac{1}{K} \cdot [m_1(\{Mary\}) \cdot m_2(\{Mary\}) + m_1(\{\Theta\}) \cdot m_2(\{Mary\})] \\ &= \frac{1}{0.02} \times (0 \times 0.98 + 0.01 \times 0.98) = 0.49 \end{aligned}$$



	$m_1()$	$m_2()$
{Peter}	0.98	0
{Paul}	0.01	0.01
{Mary}	0	0.98
$\Theta = \{\text{Peter, Paul, Mary}\}$	0.01	0.01

#### (4) 计算关于 $\Theta = \{\text{Peter, Paul, Mary}\}$ 的组合函数

$$m_1 \oplus m_2(\Theta) = \frac{1}{K} \sum_{B \cap C = \Theta} m_1(B) \cdot m_2(C)$$

$$= \frac{1}{K} \cdot m_1(\Theta) \cdot m_2(\Theta)$$

$$= \frac{1}{0.02} \times 0.01 \times 0.01 = 0.005$$

此外，根据信任函数、似然函数的计算公式，可得：

即，  $\text{Bel}(\{\text{Peter}\}) = 0.49$ ;  $\text{Pl}(\{\text{Peter}\}) = 0.49 + 0.005 = 0.495$

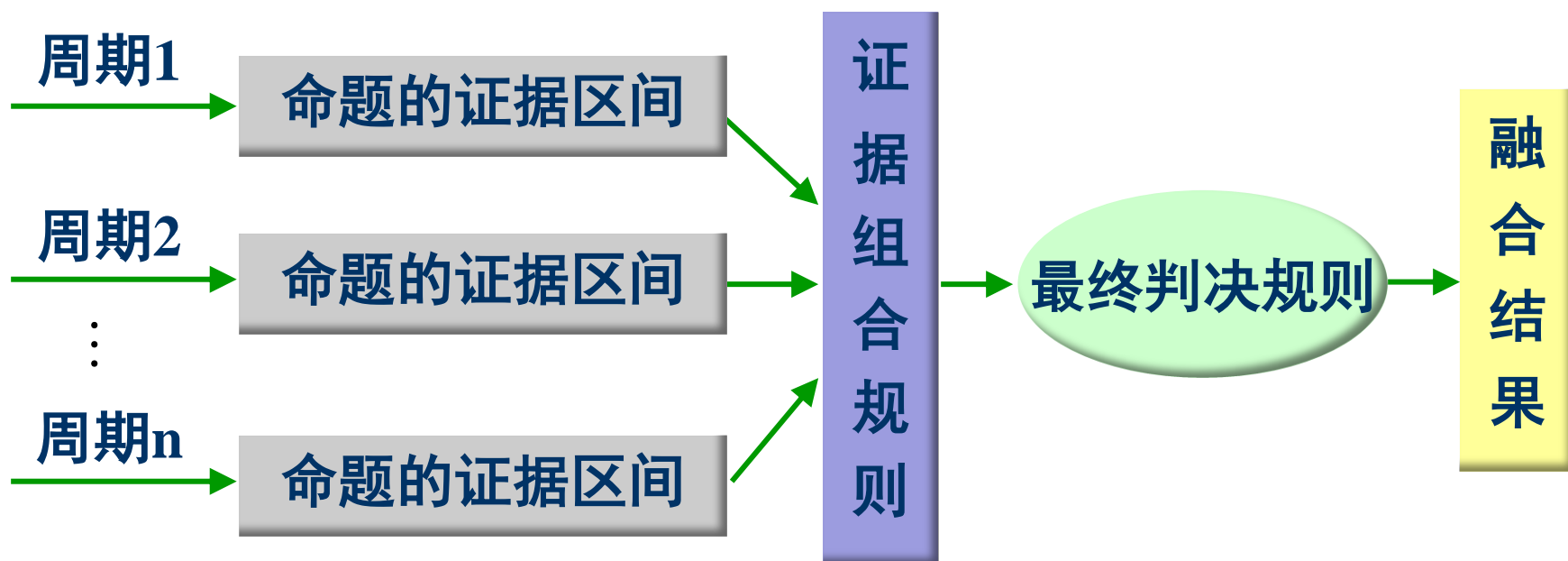
$\text{Bel}(\{\text{Paul}\}) = 0.015$ ;  $\text{Pl}(\{\text{Paul}\}) = 0.015 + 0.005 = 0.020$

$\text{Bel}(\{\text{Mary}\}) = 0.49$ ;  $\text{Pl}(\{\text{Mary}\}) = 0.49 + 0.005 = 0.495$

$\text{Bel}(\Theta) = 0.005$ ;  $\text{Pl}(\Theta) = 0.49 + 0.015 + 0.49 + 0.005 = 1$



## 3.5 基于D-S证据理论的信息融合



基于D-S证据方法的信息融合框图

# 1. 单传感器多测量周期可信度分配的融合

设  $M_j(A_k)$  表示传感器在第  $j(j=1, \dots, J)$  个测量周期对命题  $A_k(k=1, \dots, K)$  的可信度分配值, 则该传感器依据  $J$  个周期的测量积累对命题  $A_k$  的融合后验可信度分配为

$$M(A_k) = c^{-1} \sum_{\cap A_m = A_k} \prod_{1 \leq j \leq J} M_j(A_m), \quad m = 1, \dots, K$$

其中

$$c = 1 - \sum_{\cap A_k = \Phi} \prod_{1 \leq j \leq J} M_j(A_k) = \sum_{\cap A_k \neq \Phi} \prod_{1 \leq j \leq J} M_j(A_k)$$

## 2. 多传感器多测量周期可信度分配的融合

设  $M_{sj}(A_k)$  表示第  $s(s=1,\dots,S)$  个传感器在第  $j(j=1,\dots,n)$  个测量周期对命题  $A_k$  ( $k=1,\dots,K$ ) 的可信度分配，那么  $A_k$  的融合后验可信度分配如何计算呢？



中心式计算方法

## 中心式计算的步骤:

① 计算每一传感器根据各自 $j$ 个周期的累积量测所获得的各个命题的融合后验可信度分配

$$M_s(A_k) = c_s^{-1} \sum_{\cap A_m = A_k} \prod_{1 \leq j \leq J} M_{sj}(A_m), \quad m = 1, \dots, K$$

其中:

$$c_s = 1 - \sum_{\cap A_m = \Phi} \prod_{1 \leq j \leq J} M_{sj}(A_m) = \sum_{\cap A_m \neq \Phi} \prod_{1 \leq j \leq J} M_{sj}(A_m)$$





② 对所有传感器的融合结果再进行融合处理，即

$$M(A_k) = c^{-1} \sum_{\cap A_m = A_k} \prod_{1 \leq s \leq S} M_s(A_m), \quad m = 1, \dots, K$$

其中：

$$c = \sum_{\cap A_m \neq \Phi} \prod_{1 \leq s \leq S} M_s(A_m)$$

【例】假设空中目标可能有4个机型类（轰炸机、大型机、小型机、民航），3个识别属性（敌、我、不明）。



## 基于中心式计算法的融合实例

对于中频雷达、ESM（电子支援测量系统）和 IFF（敌我识别）传感器，假设已获得两个测量周期的后验可信度分配数据：

$$M_{11}(\{\text{民航}\}, \{\text{轰炸机}\}, \{\text{不明}\}) = (0.3, 0.4, 0.3)$$

$$M_{12}(\{\text{民航}\}, \{\text{轰炸机}\}, \{\text{不明}\}) = (0.3, 0.5, 0.2)$$

$$\begin{aligned} M_{21}(\{\text{敌轰炸机1}\}, \{\text{敌轰炸机2}\}, \{\text{我轰炸机}\}, \{\text{不明}\}) \\ = (0.4, 0.3, 0.2, 0.1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} M_{22}(\{\text{敌轰炸机1}\}, \{\text{敌轰炸机2}\}, \{\text{我轰炸机}\}, \{\text{不明}\}) \\ = (0.4, 0.4, 0.1, 0.1) \end{aligned}$$

$$M_{31}(\{\text{我机}\}, \{\text{不明}\}) = (0.6, 0.4)$$

$$M_{32}(\{\text{我机}\}, \{\text{不明}\}) = (0.4, 0.6)$$



其中， $M_{sj}$ 表示第 $s$ 个传感器( $s=1,2,3$ )在第 $j$ 个测量周期( $j=1,2$ )上对命题的后验可信度分配函数。

**对于第1个传感器：**

$$\begin{aligned} c_1 &= M_{11}(\text{民航}) M_{12}(\text{民航}) + M_{11}(\text{民航}) M_{12}(\text{不明}) + M_{11}(\text{轰炸机}) \\ &M_{12}(\text{轰炸机}) + M_{11}(\text{轰炸机}) M_{12}(\text{不明}) + M_{11}(\text{不明}) M_{12}(\text{民航}) + \\ &M_{11}(\text{不明}) M_{12}(\text{轰炸机}) + M_{11}(\text{不明}) M_{12}(\text{不明}) \\ &= 0.24 + 0.43 + 0.06 = 0.73 \end{aligned}$$

**或者另一种方法：**

$$\begin{aligned} c_1 &= 1 - \{ M_{11}(\text{民航}) M_{12}(\text{轰炸机}) + M_{11}(\text{轰炸机}) M_{12}(\text{民航}) \} \\ &= 1 - (0.3 * 0.5 + 0.4 * 0.3) = 0.73 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} & \sum_{\cap A_j = \text{民航}} \prod_{1 \leq j \leq 2} M_{1j}(A_j) \\ &= M_{11}(\text{民航})M_{12}(\text{民航}) + M_{11}(\text{民航})M_{12}(\text{不明}) + M_{11}(\text{不明})M_{12}(\text{民航}) \\ &= 0.24 \end{aligned}$$

从而

$$M_1(\text{民航}) = 0.24 / 0.73 = 0.32876$$

$$\begin{aligned} M_1(\text{轰炸机}) &= [M_{11}(\text{轰炸机})M_{12}(\text{轰炸机}) + M_{11}(\text{轰炸机})M_{12}(\text{不明}) \\ &\quad + M_{11}(\text{不明})M_{12}(\text{轰炸机})] / C_1 \\ &= [0.4 \times 0.5 + 0.4 \times 0.2 + 0.3 \times 0.5] / 0.73 \\ &= 0.58904 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned}M_1(\text{不明}) &= [M_{11}(\text{不明})M_{12}(\text{不明})]/C_1 \\ &= [0.3 \times 0.2]/0.73 \\ &= 0.08219\end{aligned}$$

$$\text{可知: } M_1(\text{民航}) + M_1(\text{轰炸机}) + M_1(\text{不明}) = 1$$

## 对于第2个传感器:

$$\begin{aligned}c_2 &= M_{21}(\text{敌轰炸机1})M_{22}(\text{敌轰炸机1}) + M_{21}(\text{敌轰炸机1})M_{22}(\text{不明}) + \\ &\quad M_{21}(\text{敌轰炸机2})M_{22}(\text{敌轰炸机2}) + M_{21}(\text{敌轰炸机2})M_{22}(\text{不明}) + \\ &\quad M_{21}(\text{我轰炸机})M_{22}(\text{我轰炸机}) + M_{21}(\text{我轰炸机})M_{22}(\text{不明}) + \\ &\quad M_{21}(\text{不明})M_{22}(\text{敌轰炸机1}) + M_{21}(\text{不明})M_{22}(\text{敌轰炸机2}) + \\ &\quad M_{21}(\text{不明})M_{22}(\text{我轰炸机}) + M_{21}(\text{不明})M_{22}(\text{不明}) \\ &= 0.4 \times 0.4 + 0.4 \times 0.1 + 0.3 \times 0.4 + 0.3 \times 0.1 + 0.2 \times 0.1 + 0.2 \times 0.1 \\ &\quad + 0.1 \times 0.4 + 0.1 \times 0.4 + 0.1 \times 0.1 + 0.1 \times 0.1 \\ &= 0.49\end{aligned}$$



$$\begin{aligned} c_2 &= 1 - [M_{21}(\text{敌轰炸机1})M_{22}(\text{敌轰炸机2}) + M_{21}(\text{敌轰炸机1})M_{22}(\text{我轰炸机}) \\ &\quad + M_{21}(\text{敌轰炸机2})M_{22}(\text{敌轰炸机1}) + M_{21}(\text{敌轰炸机2})M_{22}(\text{我轰炸机}) \\ &\quad + M_{21}(\text{我轰炸机})M_{22}(\text{敌轰炸机1}) + M_{21}(\text{我轰炸机})M_{22}(\text{敌轰炸机2})] \\ &= 1 - (0.4 \times 0.4 + 0.4 \times 0.1 + 0.3 \times 0.4 + 0.3 \times 0.1 + 0.2 \times 0.4 + 0.2 \\ &\quad \times 0.4) = 0.49 \end{aligned}$$

### 同理可得

$$M_2(\text{我轰炸机}) = 0.05 / 0.49 = 0.10204$$

$$M_2(\text{不明}) = 0.01 / 0.49 = 0.020408$$

$$M_2(\text{敌轰炸机1}) = 0.24 / 0.49 = 0.48979$$

$$M_2(\text{敌轰炸机2}) = 0.19 / 0.49 = 0.38755$$

满足

$$M_2(\text{我轰炸机}) + M_2(\text{不明}) + M_2(\text{敌轰炸机1}) + M_2(\text{敌轰炸机2}) = 1$$



## 对于第3个传感器:

同理可得

$$M_3(\text{我机})=0.76/1=0.76$$

$$M_3(\text{不明})=0.24/1=0.24$$

$$M_3(\text{我机}) + M_3(\text{不明})=1$$

## 之后对3个传感器的融合结果再进行融合处理:

$$c = M_1(\text{民航})M_2(\text{不明})M_3(\text{不明}) + M_1(\text{轰炸机})M_2(\text{敌轰炸机1})M_3(\text{不明}) + M_1(\text{轰炸机})M_2(\text{敌轰炸机2})M_3(\text{不明}) + M_1(\text{轰炸机})M_2(\text{我轰炸机})M_3(\text{我}) + M_1(\text{轰炸机})M_2(\text{我轰炸机})M_3(\text{不明}) + M_1(\text{轰炸机})M_2(\text{不明})M_3(\text{我}) + M_1(\text{轰炸机})M_2(\text{不明})M_3(\text{不明})$$



$$\begin{aligned}
 &+ M_1(\{\text{不明}\})M_2(\{\text{敌轰炸机1}\})M_3(\{\text{不明}\}) + M_1(\{\text{不明}\})M_2(\{\text{敌轰炸机2}\})M_3(\{\text{不明}\}) \\
 &+ M_1(\{\text{不明}\})M_2(\{\text{我轰炸机}\})M_3(\{\text{我}\}) + M_1(\{\text{不明}\})M_2(\{\text{我轰炸机}\})M_3(\{\text{不明}\}) \\
 &+ M_1(\{\text{不明}\})M_2(\{\text{不明}\})M_3(\{\text{我}\}) + M_1(\{\text{不明}\})M_2(\{\text{不明}\})M_3(\{\text{不明}\}) \\
 &= 0.225172
 \end{aligned}$$

## 每个命题的融合后验可信度分配为

$$M(\text{民航}) = M_1(\text{航})M_2(\text{不明})M_3(\text{不明})/c = 0.00715$$

$$M(\text{轰炸机}) = M_1(\text{轰炸机})M_2(\text{不明})M_3(\text{不明})/c = 0.01281$$

$$\begin{aligned}
 M(\text{敌轰炸机1}) &= [M_1(\text{轰炸机})M_2(\text{敌轰炸机1})M_3(\text{不明}) + \\
 &\quad M_1(\text{不明})M_2(\text{敌轰炸机1})M_3(\text{不明})]/c \\
 &= 0.35042
 \end{aligned}$$





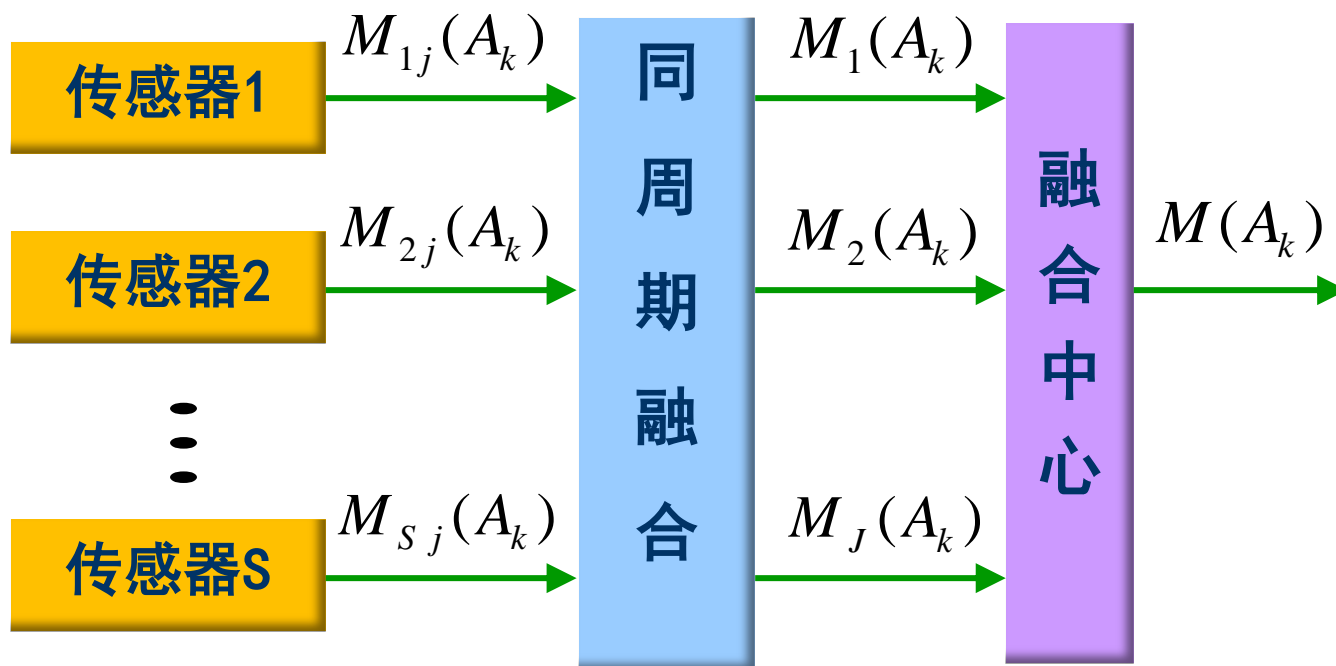
$$\begin{aligned} M(\text{敌轰炸机2}) &= [M_1(\text{轰炸机})M_2(\text{敌轰炸机2})M_3(\text{不明}) + \\ &\quad M_1(\text{不明})M_2(\text{敌轰炸机2})M_3(\text{不明})] / c \\ &= 0.27741 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} M(\text{我轰炸机}) &= [M_1(\text{轰炸机})M_2(\text{我轰炸机})M_3(\text{我}) + \\ &\quad M_1(\text{轰炸机})M_2(\text{我轰炸机})M_3(\text{不明}) + \\ &\quad M_1(\text{轰炸机})M_2(\text{不明})M_3(\text{我}) + M_1(\text{不明})M_2(\text{我轰炸机})M_3(\text{我}) + \\ &\quad M_1(\text{不明})M_2(\text{我轰炸机})M_3(\text{不明})] / c \\ &= 0.34476 \end{aligned}$$

$$M(\text{我机}) = M_1(\text{不明})M_2(\text{不明})M_3(\text{我机}) / c = 0.00566$$

$$M(\text{不明}) = M_1(\text{不明})M_2(\text{不明})M_3(\text{不明}) / c = 0.00179$$

## 分布式计算方法





## 分布式计算步骤

① 计算每一测量周期上所获得的各个命题的融合后验可信度分配

$$M_j(A_k) = c_j^{-1} \sum_{\bigcap A_m} \prod_{1 \leq s \leq S} M_{sj}(A_m), \quad m = 1, \dots, K$$

其中：

$$c_j = \sum_{\bigcap A_m \neq \Phi} \prod_{1 \leq s \leq S} M_{sj}(A_m)$$

②基于各周期上的可信度分配计算总的融合后验可信度分配，即

$$M(A_k) = c^{-1} \sum_{\cap A_m} \prod_{1 \leq j \leq J} M_j(A_m), \quad m = 1, \dots, K$$

其中：

$$c = \sum_{\cap A_m \neq \Phi} \prod_{1 \leq j \leq J} M_j(A_m)$$



## 基于分布式计算法的融合实例

对于上面的例子，应用分布式计算方法，容易计算得到第一周期和第二周期的各命题的3种传感器融合的各命题的可信度分配如下：

### 第一周期

$$M_1(\text{轰炸机})=0.038278$$

$$M_1(\text{敌轰1})=0.267942$$

$$M_1(\text{敌轰2})=0.200975$$

$$M_1(\text{我轰})=0.392345$$

$$M_1(\text{我机})=0.043062$$

$$M_1(\text{民航})=0.028708$$

$$M_1(\text{不明})=0.028708$$



## 第二周期

$$M_2(\text{轰炸机})=0.060729 \quad M_2(\text{敌轰1})=0.340081$$

$$M_2(\text{敌轰2})=0.340081 \quad M_2(\text{我轰})=0.182186$$

$$M_2(\text{我机})=0.016195 \quad M_2(\text{民航})=0.036437$$

$$M_2(\text{不明})=0.024291$$

从而可得两周期传感器系统对融合命题的可信度分配为

$$M(\text{轰炸机})=0.011669 \quad M(\text{敌轰1})=0.284939$$

$$M(\text{敌轰2})=0.252646 \quad M(\text{我轰})=0.400814$$

$$M(\text{我机})=0.041791 \quad M(\text{民航})=0.006513$$

$$M(\text{不明})=0.001628$$



## 小结:



### D-S证据理论优点:

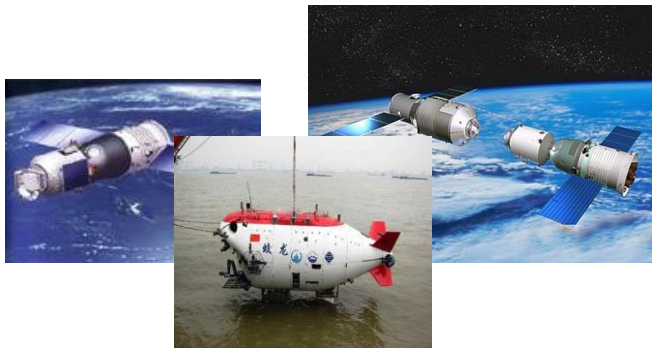
- 1) D-S 证据理论具有比较强的理论基础，既能处理随机性所导致的不确定性，又能处理模糊性所导致的不确定性；
- 2) D-S 证据理论可以依靠证据的积累，不断缩小假设集；
- 3) D-S 证据理论能将“不知道”和“不确定”区分开来；
- 4) D-S 证据理论可以不需要先验概率和条件概率密度。

## 小结:

### D-S证据理论缺点:

- 证据理论具有潜在的数据复杂度;
- 在推理链较长时, 使用证据理论很不方便;
- 当基本概率赋值有一个很小的变化都可能导致结果很大的变化, 甚至出现矛盾;
- 当 D-S 证据理论在处理两个相互矛盾的基本概率分配函数时, 得到的结果不理想。





# Thanks

