



# 物理学 B 第 1 回

## クーロンの法則

濱本 雄治<sup>1</sup>

情報工学部 情報通信工学科

2025 年 9 月 24 日、29 日

---

<sup>1</sup>hamamoto@c.oka-pu.ac.jp <https://yhmmt.github.io/pages/>

## ▶ 電気 (electricity) の発生

- ▷ ガラス棒を絹布でこする → ガラス棒が**正**に帯電
- ▷ 樹脂棒を毛皮でこする → 樹脂棒が**負**に帯電
- ▷ **正**・**負** 2 種類の電荷 (charge) が存在

## 電荷保存則

外部から電荷の出入りのない系では、電荷の総和は一定

# 電荷間に働く力

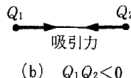
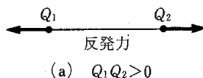
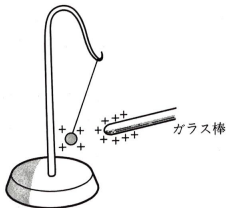


## ▶ 電気の移動

- ▶ 正に帯電したガラス棒をコルク球に接触 → コルク球も正に帯電
- ▶ 物質中の電子 (負電荷) の移動が原因

## ▶ 電荷間に作用する力

- ▶ 接触後、ガラス棒をコルク球に近づける → 反発
- ▶ 同符号の電荷間には斥力
- ▶ 異符号の電荷間には引力





# クーロンの法則

- ▶ 2 個の点電荷  $q, Q$  の間の力  $F$  は
  1. 両者を結ぶ直線に平行
  2. それぞれの電荷の量に比例
  3. それらの間の距離の 2 乗に反比例
- ▶ 2 と 3 の定式化 (1 は後述)

$$\text{クーロン力} \quad F = k \frac{qQ}{r^2} \quad (k > 0),$$

$$\text{クーロン定数} \quad k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 8.90 \times 10^9 \text{ Nm}^2/\text{A}^2\text{s}^2,$$

$$\text{真空の誘電率} \quad \epsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12} \text{ A}^2\text{s}^2/\text{Nm}^2$$

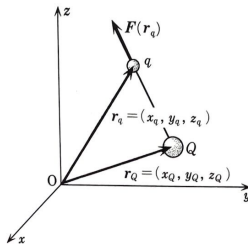
- ▶  $F > 0$  (同符号  $qQ > 0$ ) のとき斥力
- ▶  $F < 0$  (異符号  $qQ < 0$ ) のとき引力

# ベクトルの復習



- ▶ 電荷  $q, Q$  の座標を  $\mathbf{r}_q, \mathbf{r}_Q$  とする
  - ▷  $Q$  から  $q$  に向かうベクトル ( $Q$  を基準に取る)

$$\mathbf{r}_q - \mathbf{r}_Q$$



- ▷  $q$ - $Q$  間の距離

$$r = |\mathbf{r}_q - \mathbf{r}_Q| = \sqrt{(x_q - x_Q)^2 + (y_q - y_Q)^2 + (z_q - z_Q)^2}$$

- ▷  $Q$  から  $q$  に向かう単位ベクトル

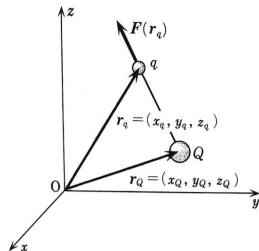
$$\hat{\mathbf{e}} = \frac{\mathbf{r}_q - \mathbf{r}_Q}{|\mathbf{r}_q - \mathbf{r}_Q|} \quad \left( \because \hat{\mathbf{e}} \cdot \hat{\mathbf{e}} = \frac{(\mathbf{r}_q - \mathbf{r}_Q) \cdot (\mathbf{r}_q - \mathbf{r}_Q)}{|\mathbf{r}_q - \mathbf{r}_Q|^2} = 1 \right)$$

# ベクトル形式のクーロンの法則



- ▶ 電荷  $Q$  が電荷  $q$  に作用する力

$$\mathbf{F}_{q \leftarrow Q} = k \frac{qQ}{r^2} \hat{\mathbf{e}} = \frac{qQ}{4\pi\epsilon_0} \frac{\mathbf{r}_q - \mathbf{r}_Q}{|\mathbf{r}_q - \mathbf{r}_Q|^3}$$



- ▶ 電荷  $q$  が電荷  $Q$  に作用する力

$$\mathbf{F}_{Q \leftarrow q} = k \frac{qQ}{r^2} (-\hat{\mathbf{e}}) = \frac{Qq}{4\pi\epsilon_0} \frac{\mathbf{r}_Q - \mathbf{r}_q}{|\mathbf{r}_Q - \mathbf{r}_q|^3}$$

- ▶ 作用・反作用の法則

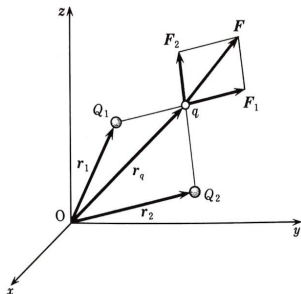
$$\mathbf{F}_{q \leftarrow Q} + \mathbf{F}_{Q \leftarrow q} = 0$$

# 重ね合わせの法則



- $n$  個の電荷  $Q_1, Q_2, \dots, Q_n$  が電荷  $q$  に作用する力

$$\begin{aligned}\mathbf{F}_q &= \mathbf{F}_{q \leftarrow Q_1} + \mathbf{F}_{q \leftarrow Q_2} + \dots + \mathbf{F}_{q \leftarrow Q_n} \\ &= \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \sum_{i=1}^n \frac{Q_i(\mathbf{r}_q - \mathbf{r}_{Q_i})}{|\mathbf{r}_q - \mathbf{r}_{Q_i}|^3}\end{aligned}$$



# 遠隔作用 vs. 近接作用

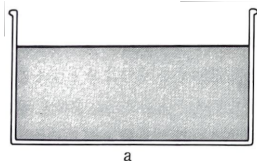


## ▶ 遠隔作用

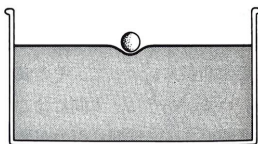
- ▷ 電荷が1つ存在するだけでは、空間の性質は変化しない (a)
- ▷ 瞬時に (無限の速さで) 伝わる

## ▶ 近接作用

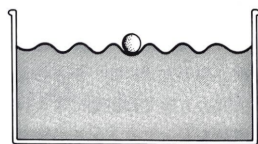
- ▷ 電荷が存在するとき、空間が歪み (b)、歪みが他の電荷に作用
- ▷ 電荷が振動すると、空間の歪みが伝播 (c) → 電磁波
- ▷ 伝播速度は空間の性質 (光速) に依存



a



b



c

- ▶ (時) 空間は物理現象の舞台ではなく、物理法則に従う実体



- ▶ 電気現象に伴う空間の歪みを電場 (電界) と呼ぶ
- ▶ 特に、時間的な変動のない電場を静電場と呼ぶ
- ▶ 電荷  $Q$  が  $\mathbf{r}$  に作る電場

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \frac{\mathbf{r} - \mathbf{r}_Q}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}_Q|^3}$$

- ▶  $n$  個の電荷  $Q_1, Q_2, \dots, Q_n$  が  $\mathbf{r}$  に作る電場

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_{i=1}^n \frac{Q_i(\mathbf{r} - \mathbf{r}_{Q_i})}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}_{Q_i}|^3} \quad (\text{重ね合わせの法則})$$

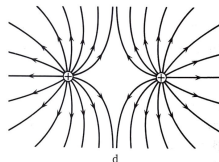
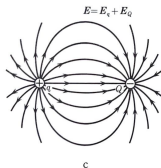
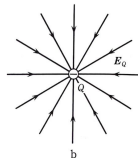
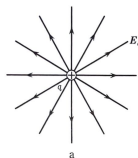
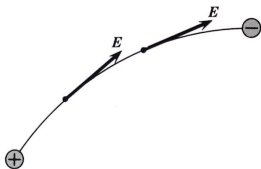
- ▶ 他の電荷が作る電場が電荷  $q$  に作用するクーロン力

$$\mathbf{F}_q = q\mathbf{E}(\mathbf{r}_q)$$

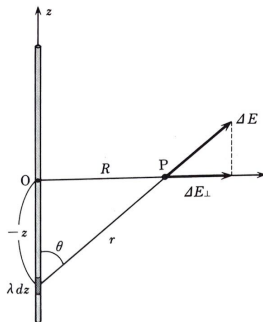
# 電気力線



- ▶ 電荷が電場から受ける力を可視化
- ▶ 電気力線の描き方
  - ▷ 正電荷が始点、負電荷が終点
  - ▷ 接線方向が電場と一致
  - ▷ 電気力線の密度は電場の強さに比例



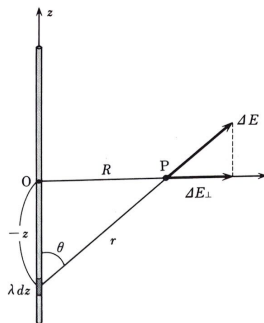
# 無限に長い直線状の電荷の作る静電場



- ▶ 直線電荷と平行に  $z$  軸を取る → 電荷の位置を  $z$  で記述
- ▶ 長さ  $dz$  の要素に分割 → 各要素が作る電場の重ね合わせ
- ▶ 電荷線密度  $\lambda$  → 長さ  $dz$  の要素の電荷は  $\lambda dz$

各  $z$  の電荷  $\lambda dz$  が観測点  $P$  に作る電場を重ね合わせる

# 無限に長い直線状の電荷の作る静電場



- ▶  $z$  軸周りに回転対称 → 電場は  $z$  軸周りの回転角に依らない
  - ▶  $z$  事項方向に並進対称 → 電場は  $z$  座標に依らない
  - ▶ 観測点 P の  $z$  座標 ( $z = 0$ ) に対して反転対称  
→ 位置  $z, -z$  の電荷が作る電場の  $z$  成分は互いに相殺
- 電場は距離  $R$  のみの関数で、 $z$  軸に垂直な成分しか持たない

# 無限に長い直線状の電荷の作る静電場



- ▶ 位置  $z$  にある長さ  $dz$  の要素の電荷が点  $P$  に作る電場の大きさ

$$\Delta E = \frac{\lambda dz}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$

- ▶  $z$  軸に垂直な成分

$$\Delta E_{\perp} = \frac{\lambda dz}{4\pi\epsilon_0 r^2} \sin \theta$$

- ▶ 直線電荷全体が点  $P$  に作る電場の大きさ

$$E(R) = \sum \Delta E_{\perp} = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\lambda dz}{4\pi\epsilon_0 r^2} \sin \theta$$

$z, r, \theta$  は互いに独立でないことに注意

# 無限に長い直線状の電荷の作る静電場



- ▶ 図の直角三角形の正接から

$$\tan \theta = \frac{R}{-z}, \quad z = -\frac{R}{\tan \theta}, \quad \therefore dz = R \frac{\tan' \theta}{\tan^2 \theta} d\theta = \frac{R d\theta}{\sin^2 \theta}$$

- ▶ 図の直角三角形の正弦から

$$\sin \theta = \frac{R}{r}, \quad \therefore \frac{1}{r^2} = \frac{\sin^2 \theta}{R^2}$$

- ▶ これらを  $E(R)$  に代入すると

$$\begin{aligned} E(R) &= \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0} \int_0^\pi \frac{\sin^2 \theta}{R^2} \frac{R d\theta}{\sin^2 \theta} \sin \theta \\ &= \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0 R} \int_0^\pi \sin \theta d\theta = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 R} \end{aligned}$$