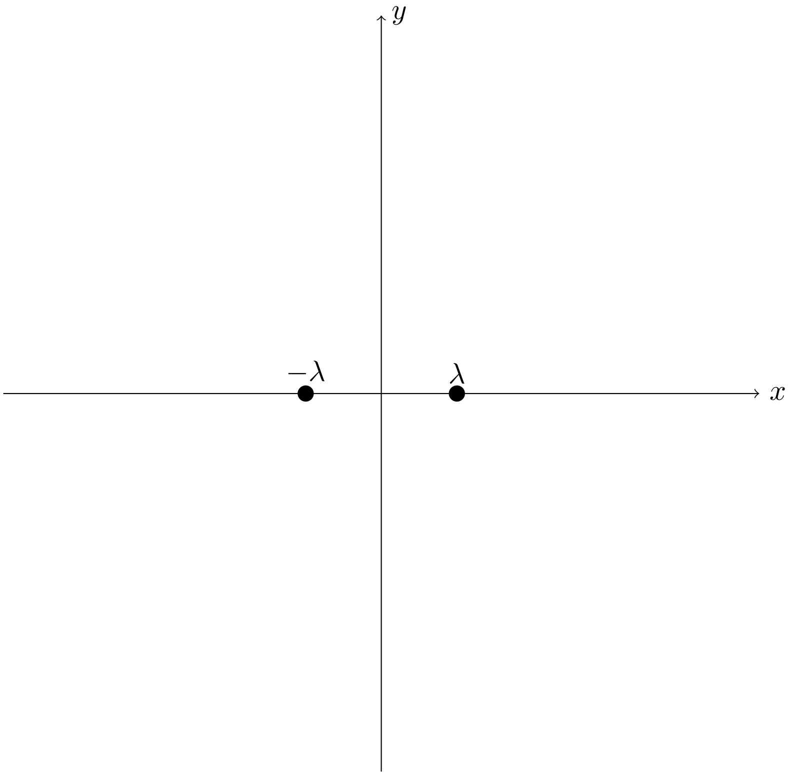
1-65

解 由电像法可将电场分布视为两无限长导线产生的电场，以地面为 $x=0$ 平面建立如图坐标系 设地面电势为 0，导线离地面距离为 a，导线上电荷线密度为 λ 则



$$U(x,y) = -\int_a^{\sqrt{(x-a)^2+y^2}} \frac{\lambda}{2\pi r\varepsilon_0}\,\mathrm{d}r + (-\int_a^{\sqrt{(x+a)^2+y^2}} \frac{-\lambda}{2\pi r\varepsilon_0}\,\mathrm{d}r) = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0}\ln\frac{(x+a)^2+y^2}{(x-a)^2+y^2}$$

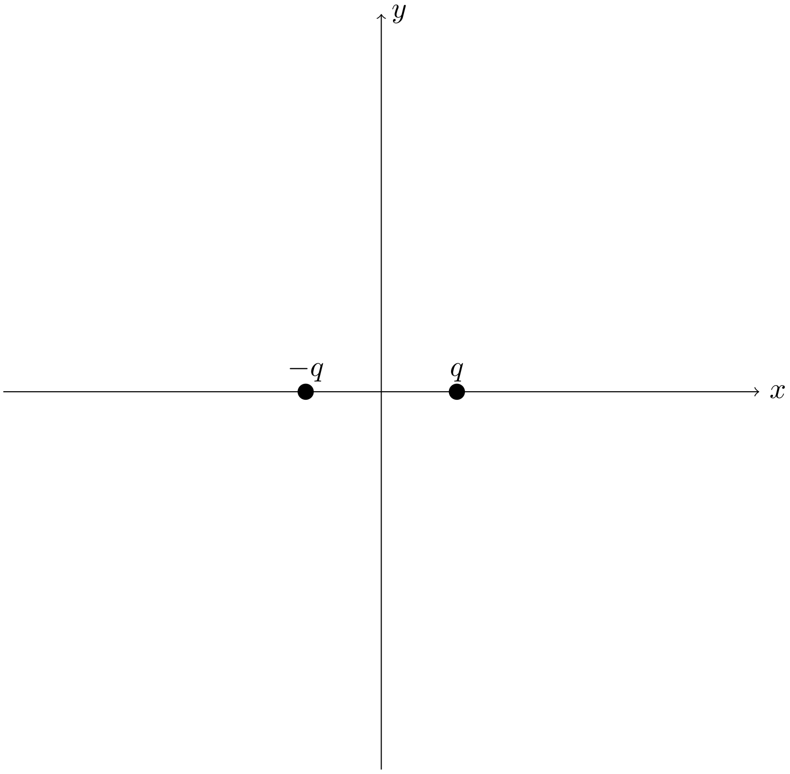
$$\begin{aligned}\vec{E} &= -\nabla U \\ &= -\frac{\partial U}{\partial x}\hat{x} - \frac{\partial U}{\partial y}\hat{y} \\ &= \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}[\frac{x-a}{(x-a)^2+y^2} - \frac{x+a}{(x+a)^2+y^2}]\hat{x} + \frac{\lambda}{\pi\varepsilon_0}\frac{2axy}{[(x+a)^2+y^2][(x-a)^2+y^2]}\hat{y}\end{aligned}$$

令 $x=0$ 则 $E = \dfrac{-\lambda a}{\pi\varepsilon_0(y^2+a^2)}$ 那么地面上的电荷密度为

$$\sigma = E\varepsilon_0 = \frac{-\lambda a}{\pi(y^2+a^2)}$$

附加题 1

解 由电像法可将电场分布视为两点电荷产生的电场，以导体平面为 $x=0$ 平面建立如图坐标系



则平面上场强分布为

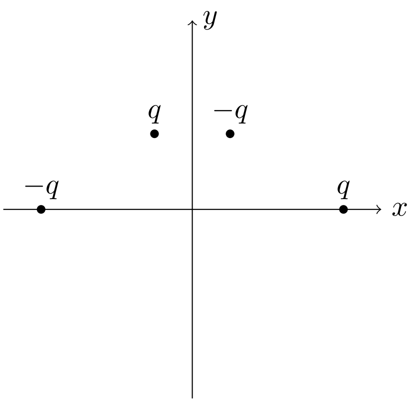
$$E = 2\frac{\sqrt{2}}{2}\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{a^2+y^2}\frac{a}{\sqrt{a^2+y^2}} = \frac{\sqrt{2}aq}{4\pi\varepsilon_0(a^2+y^2)^{\frac{3}{2}}}$$

则电荷分布为

$$\sigma = \varepsilon_0 E = \frac{\sqrt{2}aq}{4\pi(a^2+y^2)^{\frac{3}{2}}}$$

附加题 2

解　由电像法可将电场分布视为四个点电荷产生的电场，以导体平面为 $x=0$ 平面建立如图坐标系



则电势分布为

$$U = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}[\frac{1}{\sqrt{(x-d_2)^2+y^2}}+\frac{1}{\sqrt{(x+d_1)^2+(y-d_0)^2}}-\frac{1}{\sqrt{(x+d_2)^2+y^2}}-\frac{1}{\sqrt{(x-d_1)^2+(y-d_0)^2}}]$$