1

**解** 由题知

$$\mathrm{d}V = \frac{\partial V}{\partial T}\,\mathrm{d}T + \frac{\partial V}{\partial p}\,\mathrm{d}p$$
$$V = \alpha V\,\mathrm{d}T - \kappa_T V\,\mathrm{d}p$$

故

$$\frac{\mathrm{d}V}{V} = \alpha\,\mathrm{d}T - \kappa_T\,\mathrm{d}p$$
$$\ln V = \int(\alpha\,\mathrm{d}T - \kappa_T\,\mathrm{d}p)$$

代入 $\alpha = \dfrac{1}{T}, \kappa_T = \dfrac{1}{p}$ 得

$$\ln V = \ln\frac{Tp_0}{pT_0}$$
$$V = \frac{Tp_0}{pT_0}$$

2

**解**

$$pV^n = C$$
$$npV^{n-1}\,\mathrm{d}V + V^n\,\mathrm{d}p = 0$$
$$np\,\mathrm{d}V + V\,\mathrm{d}p = 0$$

$$pV = \nu RT$$
$$p\,\mathrm{d}V + V\,\mathrm{d}p = \nu R\,\mathrm{d}T$$

联立两式,消去 $V\,\mathrm{d}p$ 得

$$p\,\mathrm{d}V = \frac{\nu R\,\mathrm{d}T}{1-n}$$

又由热力学第一定律

$$= \bar{d}Q - p\,\mathrm{d}V$$
$$C_V\,\mathrm{d}T = \bar{d}Q - p\,\mathrm{d}V$$
$$\frac{\bar{d}Q}{\mathrm{d}T} = C_V + \frac{\nu R}{1-n}$$

$$\frac{\bar{d}Q}{\mathrm{d}T} = \frac{\nu R + (1-n)C_V}{1-n}$$
$$\frac{\bar{d}Q}{\mathrm{d}T} = \frac{C_p - nC_V}{1-n}$$
$$\frac{\bar{d}Q}{\mathrm{d}T} = \frac{n-\gamma}{n-1}C_V$$

3

**解**　选取厚度为 $\mathrm{d}z$ 的一层气体进行研究，上下压力差与其所受重力抵消，故有

$$p = -\rho g\,\mathrm{d}z$$

又绝热过程满足

$$pV^\gamma = C$$
$$\gamma p V^{\gamma-1}\,\mathrm{d}V + V^\gamma\,\mathrm{d}p = 0$$
$$\gamma\frac{\mathrm{d}V}{V} + \frac{\mathrm{d}p}{p} = 0$$

又

$$pV = \nu RT$$
$$V = \frac{\nu RT}{p}$$
$$\frac{\mathrm{d}V}{V} = \frac{\mathrm{d}T}{T} - \frac{\mathrm{d}p}{p}$$

故

$$\gamma(\frac{\mathrm{d}T}{T} - \frac{\mathrm{d}p}{p}) + \frac{\mathrm{d}p}{p} = 0$$
$$\frac{\mathrm{d}T}{T} = \frac{\gamma-1}{\gamma}\frac{1}{p}\,\mathrm{d}p$$
$$\frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}z} = \frac{\gamma-1}{\gamma}\frac{T}{p}\frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}z}$$
$$\frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}z} = \frac{\gamma-1}{\gamma}\frac{T}{p}(-\rho g)$$

又因为

$$pV = \nu RT$$
$$pM = \rho RT$$
$$\frac{T}{p} = \frac{M}{\rho R}$$

故

$$\frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}z} = \frac{\gamma-1}{\gamma}\frac{M}{\rho R}(-\rho g)$$
$$\frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}z} = \frac{1-\gamma}{\gamma}\frac{Mg}{R}$$

代入 $\gamma = 1.4, M = 29\mathrm{g/mol}, g = 9.8\mathrm{m/s^2}, R = 8.31\mathrm{J/(mol \cdot K)}$ 得

$$\frac{dT}{\mathrm{d}z} = -0.00977136K/m$$

4

**解**

$$\frac{C_p}{C_V} = \frac{C_V + \nu R}{C_V}$$
$$\gamma(T) = 1 + \frac{\nu R}{C_V}$$

$$= -p\,\mathrm{d}V$$
$$C_V\,\mathrm{d}T = -p\,\mathrm{d}V$$
$$C_V\,\mathrm{d}T = -\frac{\nu RT\,\mathrm{d}V}{V}$$
$$C_V\frac{\mathrm{d}T}{T} = -\frac{\nu R\,\mathrm{d}V}{V}$$
$$\frac{\nu R}{\gamma-1}\frac{\mathrm{d}T}{T} = -\frac{\nu R\,\mathrm{d}V}{V}$$
$$\frac{1}{\gamma-1}\frac{\mathrm{d}T}{T} = -\frac{\mathrm{d}V}{V}$$
$$\ln F(T) = -\ln V$$
$$F(T) = \frac{C}{V}$$

5

**解** 水的熵变为

$$\begin{aligned}\Delta S_1 &= \int \frac{\bar{d}Q}{T} \\ &= \int_{273.15}^{373.15} \frac{cm\,\mathrm{d}T}{T} \\ &= 1303.99\mathrm{J/K}\end{aligned}$$

热源熵变为

$$\Delta S_2 = \frac{Q}{T}$$

$$= \frac{-cm\Delta T}{T}$$
$$= -1120.19\mathrm{J/K}$$

故总熵变为

$$\Delta S = \Delta S_1 + \Delta S_2$$
$$= 183.80\mathrm{J/K}$$

欲使 $\Delta S = 0$,可以使用温度在零到一百摄氏度之间的无限个热源。

6

**解**　物体的熵变为

$$\Delta S_1 = (S_1 - S_2)$$

热源的熵变为

$$\Delta S_2 = \frac{Q - W}{T_2}$$

由熵增原理知

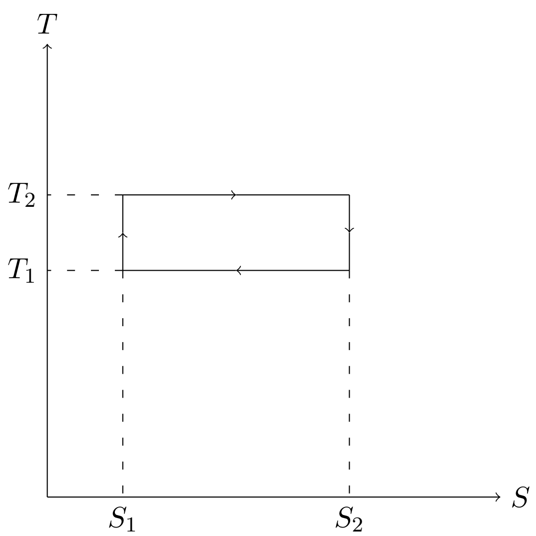
$$(S_1 - S_2) + \frac{Q - W}{T_2} \geq 0$$
$$W \leq Q - T_2(S_1 - S_2)$$

故

$$W_{max} = Q - T_2(S_1 - S_2)$$

7

**解**



$$W = (S_2 - S_1)(T_2 - T_1)$$

$$Q = T_2(S_2 - S_1)$$

$$\eta = \frac{W}{Q} = 1 - \frac{T_1}{T_2}$$

7

解


以下为 ai 生成

# 第一章热力学的基本规律

## 1 热力学系统

- **定义**：大量微观粒子构成的宏观物质系统
- **分类**：
  - 孤立系统（无物质/能量交换）
  - 闭系（无物质交换，有能量交换）
  - 开系（有物质/能量交换）
- **特点**：
  - 粒子数宏观有限，微观等效无穷大
  - 粒子持续无规则热运动

## 2 热力学平衡态

- **定义**：孤立系统的宏观性质长时间不变
- **关键概念**：
  - 驰豫时间（达到平衡的特征时间）
  - 热动平衡（忽略涨落）
  - 准热平衡（非孤立系统近似）

## 3 热平衡定律（第零定律）

- **内容**：若 A 与 C、B 与 C 热平衡，则 A 与 B 热平衡
- **温度定义**：态函数 $T$，通过温标量化
- **温标类型**：

– 理想气体温标：

$$T = 273.16 \lim_{p_i \to 0} \frac{p}{p_t} \tag{1}$$

– 热力学温标（K）

– 摄氏温标：$t = T - 273.15$

# 4 物态方程

- 基本形式：

$$f(p, V, T) = 0 \tag{2}$$

- 关键方程：

  – 理想气体：

$$pV = nRT \tag{3}$$

  – 范德瓦耳斯方程：

$$\left(p + \frac{an^2}{V^2}\right)(V - nb) = nRT \tag{4}$$

  – 昂内斯方程（位力展开）：

$$P = \frac{nRT}{V}\left[1 + \frac{n}{V}B(T) + \cdots\right] \tag{5}$$

- 热力学系数：

$$\alpha = \frac{1}{V}\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p \tag{6}$$

$$\kappa_T = -\frac{1}{V}\left(\frac{\partial V}{\partial p}\right)_T \tag{7}$$

$$\alpha = \kappa_T \beta p \tag{8}$$

# 5 准静态过程与功

- 定义：无限缓慢的过程，中间态均为平衡态

- 功的计算：

  – 流体：

$$W = -\int_{V_A}^{V_B} p\, dV \tag{9}$$

  – 表面薄膜：

$$dW = \sigma\, dA \tag{10}$$

- 电介质：

$$dW = VE\,dP \tag{11}$$

- 磁介质：

$$dW = \mu_0 V\mathcal{H}\,d\mathcal{M} \tag{12}$$

- **广义形式：**

$$dW = \sum Y_i\,dy_i \tag{13}$$