一、扣掉都不带口罩的情况即可，所以

$$\mathrm{P}(A)=0.2(1-0.1^3)+0.8(1-0.5^3)=0.8998.$$

二、这是泊松分布与二项分布的复合，所以

$$\begin{aligned}
\mathrm{P}(\eta=k)&=\sum_{m=k}^{\infty}\mathrm{P}(\xi=m)C_m^k p^k(1-p)^{m-k}\\
&=\sum_{m=k}^{\infty}\frac{\lambda^m}{m!}e^{-\lambda}\frac{m!}{k!(m-k)!}p^k(1-p)^{m-k}\\
&=\frac{p^k}{k!}e^{-\lambda}\sum_{m=k}^{\infty}\frac{\lambda^m}{(m-k)!}(1-p)^{m-k}\\
&=\frac{\lambda^k p^k}{k!}e^{-\lambda}\sum_{m=0}^{\infty}\frac{[\lambda(1-p)]^m}{m!}\\
&=\frac{\lambda^k p^k}{k!}e^{-\lambda}e^{\lambda(1-p)}\\
&=\frac{(\lambda p)^k}{k!}e^{-\lambda p}.
\end{aligned}$$

也就是$\eta\sim\mathrm{P}(\lambda p)$

三、设ξ,η相互独立，分别服从$\mathrm{E}(\lambda)$和$\mathrm{E}(\mu)$分布，求$\zeta=\xi-\eta$的概率密度函数。

解：

$$\begin{gathered}
p_\xi(x)=\lambda e^{-\lambda x},p_\eta(y)=\mu e^{-\mu y},\\
p(x,y)=\lambda\mu e^{-\lambda x-\mu y}I_{x,y>0}.
\end{gathered}$$

进行变换

$$\begin{cases}V=\eta\\U=\xi-\eta\end{cases},\quad\begin{cases}\xi=U+V\\\eta=V\end{cases},\quad\frac{\partial(x,y)}{\partial(u,v)}=\begin{vmatrix}1&1\\0&1\end{vmatrix}=1,$$

所以

$$p_{UV}(u,v)=p_{\xi,\eta}(u+v,v)=\lambda\mu e^{-\lambda(u+v)-\mu v}I_{u+v>0,v>0}=\lambda\mu e^{-\lambda u-(\lambda+\mu)v}I_{u+v>0,v>0}$$

这里的范围是

$$u+v>0,v>0$$

也就是

$$v>-u,\quad v>0.\Rightarrow v>\max(0,-u)$$

所以

$$
\begin{aligned}
p_U(u) &= \int_{-\infty}^{\infty} p_{UV}(u,v)\mathrm{d}v \\
&= \lambda\mu e^{-\lambda u}\int_0^{\infty} e^{-(\lambda+\mu)v}\mathrm{d}v \\
&= \frac{\lambda\mu e^{-\lambda u}}{\lambda+\mu}, (u>0) \\
p_U(u) &= \lambda\mu e^{-\lambda u}\int_{-u}^{\infty} e^{-(\lambda+\mu)v}\mathrm{d}v \\
&= \frac{\lambda\mu e^{\mu u}}{\lambda+\mu}(u \le 0).
\end{aligned}
$$