

## HW 1: 数据定价基础

教师: 刘金飞, 助教: 吴一航

日期: 2024 年 7 月 3 日

## 1.1 偏好的性质

使用偏好关系  $\succeq$  的完备性和传递性, 以及偏好关系  $\sim$  的定义证明:

如果  $x \sim y$  且  $y \sim z$ , 则  $x \sim z$ .

## 1.2 有预算约束的效用最大化

已知 Frank 用于购买土豆和牛肉的预算约束为  $p$  美元, 土豆和牛肉的市场价格分别为  $p_1$  和  $p_2$  美元. 当 Frank 购买  $x_1$  盎司土豆和  $x_2$  盎司牛肉时, 他的效用函数为  $U(x_1, x_2) = x_1 x_2^2$ . 求 Frank 对土豆和牛肉的需求函数.

## 1.3 无套利原则

1. 判断以下情况是否存在套利机会, 如果是, 请构造一个套利策略; 如果不是, 请说明理由.

- (a) 在外汇市场中, 你预期欧元会下跌, 即未来的 1 欧元换成人民币可能比现在的要便宜;
- (b) 在 PPT 的查询例子中, 如果令

$$Q_2 = \text{select gender, count(*) from User group by gender}$$

且  $p(Q_1, D) = 3, p(Q_2, D) = 2, p(Q_3, D) = 4, p(Q_4, D) = 1$ ;

- (c) 机器学习模型市场中, 如果训练任务是一个线性回归模型, 版本化的方法是对其中某个系数添加高斯噪声  $\epsilon \sim N(0, \sigma^2)$ , 每次添加的噪声之间相互独立. 并且添加  $\epsilon_1 \sim N(0, 2)$  的模型价格为 10, 添加  $\epsilon_2 \sim N(0, 3)$  的模型价格为 6, 添加  $\epsilon_3 \sim N(0, 4)$  的模型价格为 3.
2. 在查询定价无套利等价条件的讨论中, 我们要求集合函数  $f: 2^S \rightarrow \mathbb{R}^+$  满足单调性和次可加性, 请判断以下函数是否符合要求.
- (a)  $f(A) = |A|, \forall A \subseteq S$ ;
  - (b)  $f(A) = \max_{a \in A} a, \forall A \subseteq S$ .