

第一次作业

金融经济学-2025 年秋

Question1 考虑一个在 1 期只有一个可能状态的经济（在这种情况下不存在不确定性）。参与者 1 的 0 期禀赋为 100，而 1 期禀赋为 1，即他的禀赋向量为

$$\begin{bmatrix} 100 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

他的偏好可表示为

$$U(c_0, c_1) = \log c_0 + \rho \log c_1.$$

系数 ρ 反映参与者在当前消费和未来消费之间相对偏好的参数。有一只证券，它的 0 期价格为 1，1 期支付为 $1 + r_F$ ；这里 r_F 是利率。

- (a) 如果这个参与者不能在市场上进行交易，那么他的消费计划以及相应的效用 U^a 是什么？
- (b) 现在假设他可以在市场上进行交易。
 - 他的预算集是什么？以当前消费为单位，他的总财富 w 是多少？
 - 写出参与者的优化问题。令 c_0 为参与者的当前（即 0 期）最优消费， s 为最优储蓄， U^b 为在最优策略下得到的效用。求解他的最优消费 / 储蓄选择以及相应的效用。把 U^b 表示成财富 w 、利率 r_F 和偏好参数 ρ 的函数。
 - 讨论参与者的最优选择如何依赖于利率 r_F 和偏好系数 ρ 。给出解释。
- (c) 证明 $U^b \geq U^a$ 。
- (d) 令 g 为参与者由于能够在证券市场上交易而获得的益处。它的定义为

$$U^b(w - g) = U^a.$$

计算 g 。讨论 g 如何依赖于 ρ ？ g 如何依赖于 r_F ？给出解释。