为什么 $\rho > 1$ 不可行

考虑两期效用

$$U(c) = u(c_0) + \rho\,\mathbb{E}[u(c_1)],$$

其中 ρ 扮演一周期贴现因子的角色。标准设定是 $0 < \rho \le 1$。

货币时间价值的角度　设实际总回报为 $1 + r$。Euler 条件为

$$u'(c_0) = \rho(1 + r)\,\mathbb{E}[u'(c_1)].$$

在稳态或边际效用接近时，可写成近似

$$1 = \rho(1 + r) \quad \Rightarrow \quad r = \frac{1}{\rho} - 1.$$

如果 $\rho > 1$，就得到实际利率 $r < 0$。这表示下一期的一单位消费比现在的一单位更有价值，颠倒了货币的时间价值。问题在于，现实里通常总能找到一种不损耗的“存放方式”，让实际回报不小于零。比如把米粮留到明天还在，把现金存抽屉里名义回报是零但保管成本很低，或者持有一个几乎不贬值的安全资产。只要存在这种回报不小于零的去处，就和“需要很负的实际利率”矛盾。

现值发散　永续每期支付 1 的现金流的现值为

$$\mathrm{PV} = \sum_{t=1}^{\infty} \rho^t.$$

当 $\rho \ge 1$ 时该级数**不收敛**。若 $\rho > 1$，价格趋于无穷大，有限资源下无法形成有界的均衡价格。

跨期最优被破坏　当 $\rho > 1$ 时，未来效用被赋予更高权重。推迟消费会提高目标函数值。若没有外生上限或强约束，最优计划会不断向未来推迟消费，出现角点解或无解，跨期可行性与均衡条件难以满足。

结论　允许 $\rho > 1$ 将要求长期大幅负的实际利率，使简单现金流的现值无界，并把跨期选择推向不可行的角点。为保证良好的价格与分配性质，通常采用 $0 < \rho \le 1$。其中 $\rho < 1$ 表示贴现未来，$\rho = 1$ 表示时间中性。