

## 第三次作业

### 金融经济学-2025 年秋

**Question 1** 假设你具有 CRRA 偏好，相对风险厌恶系数为 2。如果你现在有 50/50 的概率盈利或亏损 1000 元，同时，规避风险的保险成本为 500 元，在什么财富水平下，投机活动与支付保险之间无差异？即确定性等价的财富是多少？

**Question 2** 经济人的初始财富为  $w$ ，且是严格风险厌恶的。 $\tilde{g}_1$  和  $\tilde{g}_2$  是两个独立的公平博弈，具有相同的分布，均为二项分布：有  $p$  的概率取值为  $b$ ，有  $1 - p$  的概率取值为  $-b$ ，其中  $0 < b < \frac{w}{2}$ 。

(1) 求概率  $p$

(2) 假定他必须承担风险  $\tilde{g}_1$ ，则他的期望效用为

$$V_1 = \mathbb{E}[u(w + \tilde{g}_1)].$$

证明风险使他的情况恶化，即

$$V_1 = \mathbb{E}[u(w + \tilde{g}_1)] < u(w).$$

(3) (选做) 假定他必须承担风险

$$\tilde{g} = \frac{1}{2}(\tilde{g}_1 + \tilde{g}_2),$$

记在此情形下他的期望效用为

$$V_2 = \mathbb{E}[u(w + \tilde{g})].$$

请问  $V_2$  是否总比  $V_1$  高？

**Question 3** 市场上有三个证券，其价格和期末支付分别为：

$$S = \begin{bmatrix} 6 \\ 4 \\ 10 \end{bmatrix}, \quad X = \begin{bmatrix} 4 & \frac{3}{2} & 5 \\ 2 & \frac{7}{3} & 2 \\ 1 & \frac{4}{3} & 3 \end{bmatrix}.$$

即第一个证券的价格为 6，在三种状态下的支付分别为 4,2,1

(1) 证明不存在套利机会；

- (2) 确定状态价格向量；
- (3) 确定消费计划  $(1, 0, 3)$  的无套利价值；
- (4) 确定以第一个证券为标的、执行价格为 2 的看涨期权价格。

**Question 4** 假设期末只有一个状态发生，即期末是确定性的。经济人 1 在 0 期的禀赋为 100 而在 1 期的禀赋为 1，其效用函数为

$$u(c_0, c_1) = \ln c_0 + \rho \ln c_1;$$

市场上只有一个无风险证券，无风险利率为  $r_F$ 。

- (1) 若  $\rho = 0.5$ ，求经济人的投资需求；
- (2) 若经济人 1 是唯一的参与者，请描述市场出清条件；
- (3) 求均衡利率；
- (4) 求均衡利率与时间偏好率  $\rho$  的关系。

**Question 5** 在第 4 题的基础上加入经济人 2，其效用函数与经济人 1 相同，禀赋为  $(1, 100)$ ，即期初禀赋为 1，期末禀赋为 100。

- (1) 求经济人 2 的最优消费—投资策略；
- (2) 求新的经济下的均衡利率，并比较单个经济人参与的经济下的均衡利率。