第二章：不确定条件下的选择理论

武汉大学经济与管理学院

主要内容

- 不确定条件下选择理论
- 期望效用理论的挑战

一、不确定条件下选择理论

- 不确定性选择对象与彩票
- 公理化体系
- 期望效用函数
- 期望效用函数的简化

◆简单古典观点：基数理论与风险态度

历史：

➩17世纪现代概率论的创始人帕斯卡（Pascal）和费玛（Fermat）为代表的学者认为：人们对不确定结果（或博弈）的评判标准应该是其期望值。

这有什么**潜在问题**呢？

问题的核心在于：只看金钱的数学期望往往无法解释现实中的选择。

➪Nicholas Bernoulli(1728)构造反例来反驳之——St. Petersburg Paradox （圣彼得堡悖论）

一个游戏规则是：抛一枚公平硬币，直到第一次出现"正面"为止。若第一次正面出现在第 n 次，则玩家获得 2^n 元的奖金。例如：

- 第一次就出现正面 → 奖金 2 元
- 第二次才出现正面 → 奖金 4 元
- 第三次才出现正面 → 奖金 8 元

  以此类推。

悖论的核心：

理论上，这个游戏的期望收益为

$$E = \frac{1}{2}\cdot 2 + \frac{1}{4}\cdot 4 + \frac{1}{8}\cdot 8 + \cdots = 1 + 1 + 1 + \cdots = \infty$$

即游戏的期望值是无限大。按照数学期望，理性人应当愿意付出任何有限代价参与这个游戏。

然而在现实中，几乎没有人愿意付出很高的金额来玩这个游戏，大多数人只愿意支付一个有限的数额。这种"期望值无穷大但人们愿意支付的价格有限"的矛盾，就是圣彼得堡悖论。

如何解决？

- Gabriel Gramer 和Daniel Bernoulli(1738/1954)对此问题提出一些合理的解，他们的解可以用EUT来表述。

假设玩家的效用函数为 $u(\cdot)$，那么参加游戏的期望效用是

$$\mathbb{E}[u(X)] = \frac{1}{2}u(2) + \frac{1}{4}u(4) + \frac{1}{8}u(8) + \cdots = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2^n} u(2^n).$$

其中:

- $\frac{1}{2^n}$ 是第一次出现正面在第 n 次的概率，
- 2^n 是奖金，
- $u(2^n)$ 是对应的效用。

怎么理解？

- Von Neumann-Morgenstern（1944）和Savage(1954) 提出期望效用理论，该理论共享了标准的消费者理论中的很多假设，但又有很多的不相同：

  消费理论——序数效用理论——可以对效用函数进行任意的单调变换

  EU理论——基数效用理论——只能进行平移变换，不改变函数形状。

例子

- 如果你喜欢苹果比香蕉多，香蕉比橙子多，序数效用只要能表达这个顺序就行，效用数值差多少无所谓。
- 如果我让你在**50%机会得 10 元和 50%机会得 0 元 vs. 确定得 4 元**之间选择，你必须有一个能计算期望效用的函数。这个函数的‘形状’（凹凸性）决定了你是风险厌恶还是风险偏好。“只能进行平移变换，不改变函数形状。”

1、简单的历史回顾

◆二十世纪六十年代：不确定条件下的选择理论被视为经济分析中成功之典范：

⇨它以公理化体系为基础，在风险分析、风险厌恶及其在经济问题中的应用取得了重大突破。

⇨为其后经济学中出现的“信息革命”（信息经济学理论）准备了坚实的基础。

◆到了80年代：该理论被认为是非成熟的理论

⇨标准的理论在多方面遭到来自经济学内、外的挑战。

2、不确定条件下的选择公理

- 不确定性选择对象与彩票
- 公理化体系

A、不确定性选择对象与彩票

- 奈特（Knight，1957）将不确定性和风险区分开来：

　　◇可度量的不确定性称为**风险**，或称之为确定的不确定性；

　　◇不可度量的不确定性称为不确定的不确定性，或**Knight不确定性**或**模糊性**（ ambiguity）

　　本课程不研究后者，后面所说的“不确定性”都是指前者——风险

- 不确定性可以从两个方面描述：
  ◇各状态发生的概率；
  ◇各状态下的支付水平。

- 这一特性与一般的**彩票**（lottery）类似，因此通常用彩票来表示**不确定性选择对象**。

- 两时点下的彩票、消费计划、证券支付等都具有这种彩票的结构，所以彩票是具有**代表性**的。

- 彩票的代数表示：

$$L(x_1,\pi_1;\ldots x_\omega,\pi_\omega;\ldots;x_S,\pi_S) \qquad (2.1)$$

其中，

$\pi_1,\ldots,\pi_\omega,\ldots,\pi_S$ 是状态发生的概率

$x_1,\ldots,x_\omega,\ldots,x_S$ 是对应状态的支付

- 简单彩票的树形表示： $L=(x_1,\pi_1;\ \ldots;\ x_S,\pi_S)$

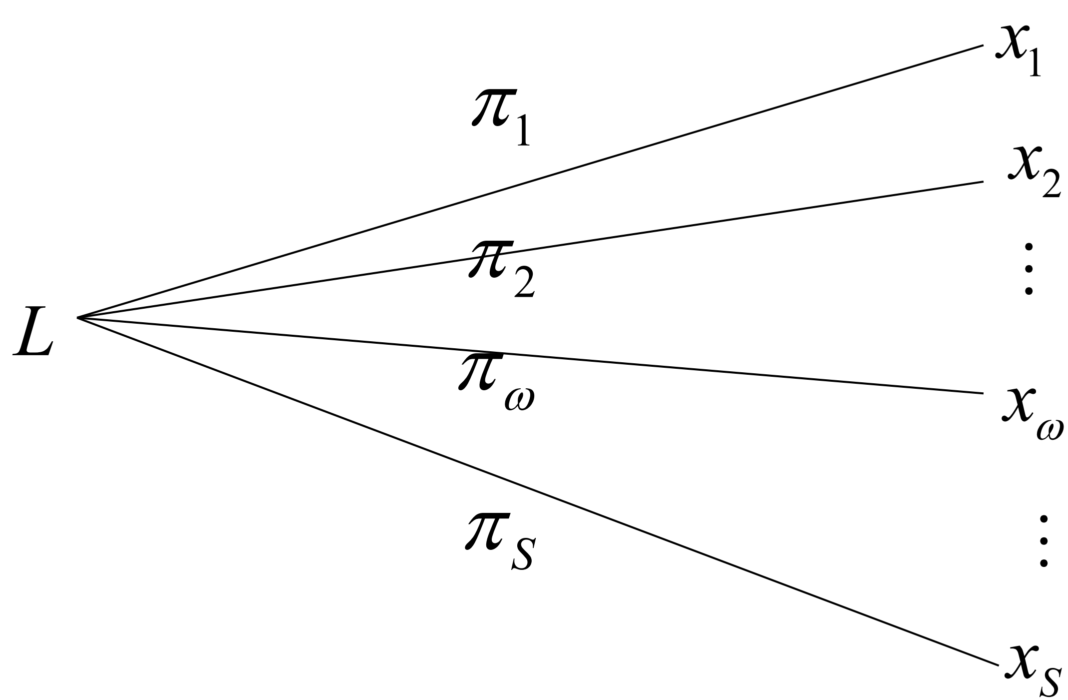


图2.1　彩票的树形表示

- 简单彩票与复合彩票：

◇**简单彩票：**每个状态下的支付是固定常数的彩票.

◇**复合彩票：**至少在某个状态下的支付是彩票的彩票，例如

$$L=(\alpha, L^{a}; 1-\alpha, L^{b}) \qquad (2.2)$$

- **假设2.1：**任何有限状态下的有限次复合彩票都可以化简为一个简单彩票，该简单彩票与原彩票等价。

例子

1. **简单彩票 L_0**
- 表述：有 50% 的概率得到 10 元，有 50% 的概率得到 20 元。
- 表示：

$$L_0 = \left(\tfrac{1}{2}, 10;\ \tfrac{1}{2}, 20\right).$$

---

2. **复合彩票 L**
- 表述：有 50% 的概率得到 10 元；另外 50% 的概率，进入另一个彩票 L_1。
  在彩票 L_1 中：有 50% 的概率得到 20 元，50% 的概率得到 0 元。
- 表示：

$$L = \left(\tfrac{1}{2}, 10;\ \tfrac{1}{2}, L_1\right), \quad L_1 = \left(\tfrac{1}{2}, 20;\ \tfrac{1}{2}, 0\right).$$

---

3. **化简后的等价简单彩票 L'**
- 表述：这个复合彩票等价于一个新的简单彩票，即有 50% 的概率得到 10 元，25% 的概率得到 20 元，25% 的概率得到 0 元。
- 表示：

$$L' = \left(\tfrac{1}{2}, 10;\ \tfrac{1}{4}, 20;\ \tfrac{1}{4}, 0\right).$$

B、公理化体系

- 所谓**公理**，也称为**公设**，是一类不需要证明而被认为正确的假设，也就是人们公认的假设。
- 公理化体系力图以尽可能少的公理为前提，通过逻辑推理建立一套完善的理论体系。公理化体系被认为是某一学科成熟的标志之一。

- **定义2.1**：所有的彩票集合称为**彩票集**，记为$\mathscr{L}$。对于彩票集中的任何两个彩票L_1和L_2，

若经济人选择L_1而不选择L_2，则称**L_1偏好L_2**，记为

$$L_1 \succcurlyeq L_2$$

若经济人选择L_2而不选择L_1，则称**L_2偏好L_1**，记为：

$$L_1 \preccurlyeq L_2$$

若上述两种偏好关系同时成立，则称**L_2与L_1无差异**，记为：

$$L_1 \sim L_2$$

$L_1 \succ L_2$称为**严格偏好**，意思是L_1比L_2好；而$L_1 \succcurlyeq L_2$的意思是L_1不比L_2差，它的意思是$L_1 \succ L_2$或$L_1 \sim L_2$。

- 五个公理：

A1：完备性公理（completeness)：

$\forall L_1, L_2 \in \mathscr{L}$，则要么 $L_1 \succcurlyeq L_2$，要么$L_1 \preccurlyeq L_2$，要么 $L_1 \sim L_2$

A2：传递性公理（Transitivity)：

$\forall L_1, L_2 \in \mathscr{L}$，若$L_1 \succcurlyeq L_2$且$L_2 \succcurlyeq L_3$则$L_1 \succcurlyeq L_3$

A3：强独立性公理(strong independence)：

$\forall L_1, L_2, L \in \mathcal{L}$，若 $L_1 \succeq L_2$，则 $\alpha L_1 + (1-\alpha)L \succeq \alpha L_2 + (1-\alpha)L$ 对任意的 α 成立。

进一步，如果 $L_1 \sim L_2$，则对任意的 α 有：

$$\alpha L_1 + (1-\alpha)L \sim \alpha L_2 + (1-\alpha)L.$$

- 公理的含义：
  - ☛A1的含义：任何两个选择对象都是可以“比较好坏的”。
  - ☛A2的含义比较直观：“好坏”排序关系和无差异关系可以传递

为什么A2重要？

例子

如果没有传递性，偏好就会出现“循环矛盾”，无法形成稳定的选择。比如：

- $L_1 \succ L_2$，你觉得彩票 1 比彩票 2 好；
- $L_2 \succ L_3$，你觉得彩票 2 比彩票 3 好；

  但如果缺乏传递性，你可能会出现 $L_3 \succ L_1$。

这会导致 **选择不一致**，甚至出现“永远没有最优选择”的情况。

☛独立性公理的含义

如果 $L_1 \succeq L_2$

那么

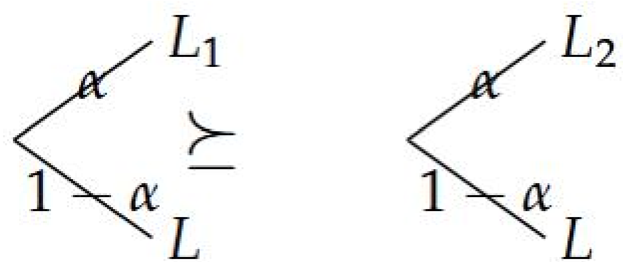


图 2-6 独立性公理图示

独立性公理要求决策者的偏好对无关的“共同成分”是不敏感的。偏好只取决于不同之处，而不会被两边都存在的相同部分影响。

A4：连续性公理（Continuity或Measurability)：

$\forall L_1, L_2, L_3 \in \mathscr{L}$，若$L_1 \succ L_2 \succcurlyeq L_3$或$L_1 \succcurlyeq L_2 \succ L_3$

则存在唯一的 $\alpha \in (0,1)$ 使得：

$$L_2 \sim \alpha L_1 + (1-\alpha) L_3$$

- 连续性公理也称为**可量化**公理，其含义：

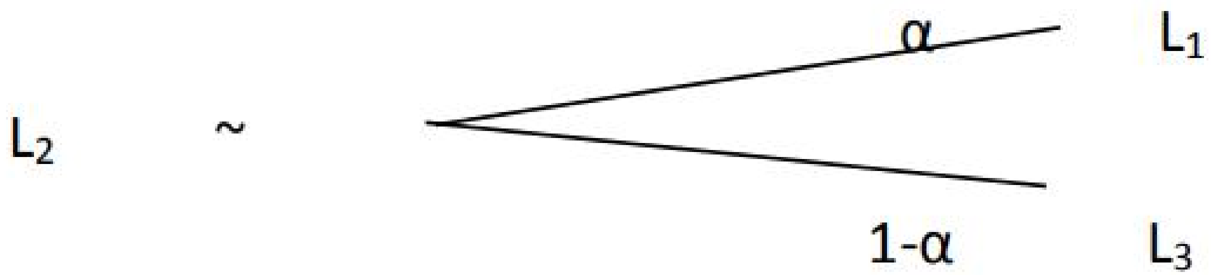


图 2-5：连续性公理

α=0时，L_2比右边的符合彩票“好”；α=1时，L_2比右边的符合彩票“差”；α从0向1变化，右边的彩票越来越“好”，随着α的连续变化，总存在一个特殊的α^*使得两者无差异。

Note：任何一个介于两个彩票之间的彩票都存在一个复合彩票与之无差异。

A5：排序公理（Ranking)：

若$L_1 \succcurlyeq L_X \succcurlyeq L_2, L_1 \succcurlyeq L_Y \succcurlyeq L_2$ 且满足

$L_X \sim \alpha_X L_1 + (1-\alpha_X)L_2$ 和$L_Y \sim \alpha_Y L_1 + (1-\alpha_Y)L_2$

则

$$L_X \succcurlyeq L_Y \text{当且仅当 } \alpha_X \geq \alpha_Y$$

$$L_X \sim L_Y \text{ 当且仅当 } \alpha_X = \alpha_Y$$

A5可以用A4证明吗？

A5：排序公理（Ranking)：

若$L_1 \succcurlyeq L_X \succcurlyeq L_2, L_1 \succcurlyeq L_Y \succcurlyeq L_2$ 且满足

$L_X \sim \alpha_X L_1 + (1-\alpha_X)L_2$ 和$L_Y \sim \alpha_Y L_1 + (1-\alpha_Y)L_2$

则

$$L_X \succcurlyeq L_Y \text{当且仅当 } \alpha_X \geq \alpha_Y$$

$$L_X \sim L_Y \text{ 当且仅当 } \alpha_X = \alpha_Y$$

排序公理的含义是，如果L_X和L_Y都是介于L_1和L_2的彩票，由于连续性公理可知，它们分别与基于L_1和L_2的复合彩票等价，由于L_1比L_2好，因此，L_X和L_Y的好坏可以归结于对应的α值。

将偏好关系转换成比较数值的关系！**偏好关系量化**

A6：不满足性（insatiability)：

对于任意两个概率分布完全相同的彩票：

$$L_1 \equiv (x_1^1, \pi_1; x_2^1, \pi_2; \ldots; x_\omega^1, \pi_\omega; \ldots; x_S^1, \pi_S),$$

$$L_2 \equiv (x_1^2, \pi_1; x_2^2, \pi_2; \ldots; x_\omega^2, \pi_\omega; \ldots; x_S^2, \pi_S),$$

若对任意状态 ω，都有

$$x_\omega^1 \geq x_\omega^2,$$

则必有

$$L_1 \succeq L_2.$$

“多多益善”：人们总是偏好多一点的商品或财富。

- 如果两个彩票在每个状态出现的概率完全相同，只是支付不同，那么在每个状态下支付都更高的那个彩票必然优于另一个彩票。
- 也就是说，消费者对任意商品、财富、消费品等都存在“更多更好”的偏好。
- 自由处置假设：假设可以自由处置自己拥有的物品，或消费或丢弃。（“更多”至少不会更差）

第三节、期望效用函数

- **定义2.2**：对应于彩票集L上偏好关系的**效用函数**是一个从集合L到实数集合R的映射$U:L\to R$，满足：$\forall L_1, L_2 \in \mathscr{L}$,

$L_1 \succcurlyeq L_2$ 当且仅当：$U(L_1)\geq U(L_2)$

$L_1 \sim L_2$ 当且仅当：$U(L_1)=U(L_2)$

记住：函数是一种特殊的映射，就像是给彩票“打分”！有了函数，众多的数学工具有用武之地了！

定义2.3：称期末支付以概率1为x的彩票为**退化彩票**，记为 L^x ，即若简单彩票

$$L \equiv (x_1, \pi_1; x_2, \pi_2; \ldots; x_\omega, \pi_\omega; \ldots; x_S, \pi_S) \qquad (2.3)$$

满足：$\forall \omega, x_\omega \equiv x$

☛退化彩票本质上是确定性情形下的彩票，我们定义退化彩票的效用为：

$$U(L^x) = u(x) \qquad (2.4)$$

由假设2.1，简单彩票可看成是退化彩票复合而成：

$$L(x_1, \pi_1; \ldots x_\omega, \pi_\omega; \ldots; x_S, \pi_S) = L(L^{x_1}, \pi_1; \ldots; L^{x_\omega}, \pi_\omega; \ldots; L^{x_S}, \pi_S) \qquad (2.5)$$

- **定理2.1（效用函数存在性定理，Debreu）：**

定义于彩票集合 $\mathcal{L}$ 上的偏好，如果满足**假设 2.2** 和公理 1 到公理 5，则存在定义于 $\mathcal{L}$ 上的连续效用函数 $U(\cdot)$，使得：

$$\forall L_1, L_2 \in \mathcal{L}, \quad L_1 \succeq L_2 \quad \text{当且仅当} \quad U(L_1) \geq U(L_2).$$

假设2.2：假设彩票集中存在一个最好的彩票L_G和最差的彩票L_B。

那么这个效用函数是存在的吗？

证明：

由假设 2.2，对任意彩票 L，则必有

$$L_G \succeq L \succeq L_B;$$

由连续性公理，存在 $\alpha_L \in [0,1]$ 使得：

$$L \sim \alpha_L L_G + (1-\alpha_L) L_B;$$

对于任意两个不同的彩票 L_1 和 L_2，由连续性公理，存在 $\alpha_1, \alpha_2 \in [0,1]$ 满足：

$$L_1 \sim \alpha_1 L_G + (1-\alpha_1) L_B, \quad L_2 \sim \alpha_2 L_G + (1-\alpha_2) L_B.$$

由排序公理可知：

$$L_1 \succeq L_2 \text{ 当且仅当 } \alpha_1 \geq \alpha_2; \quad L_1 \sim L_2 \text{ 当且仅当 } \alpha_1 = \alpha_2.$$

由此可以定义从彩票集到实数集的函数：

$$U(L) = \alpha_L. \tag{2.7}$$

由效用函数的定义可知，它就是定义在彩票集上的一个效用函数，由此证明了效用函数的存在性。

■

期望形式的效用

- 三个彩票表现出来的期望效用形式：

命题 2.2：若存在三个介于 L_G 和 L_B 之间的彩票 L，L_1 和 L_2，而且满足：

$$L = \pi L_1 + (1-\pi) L_2$$

那么，由定理 2.1 中（2.3）定义的效用函数满足：

$$U(L) = \pi U(L_1) + (1-\pi) U(L_2) \tag{2.8}$$

- 怎么证明呢？提示：运用独立性公理和效用函数存在性定理，$L_i \sim \alpha_i L_G + (1-\alpha_i) L_B; i = 1,2$

证明：

由效用函数的定义可知，对于任意彩票 L_i，存在 $\alpha_i \in [0,1]$，使得

$$L_i \sim \alpha_i L_G + (1-\alpha_i) L_B, \quad i = 1, 2。$$

于是：

$$L = \pi L_1 + (1-\pi) L_2 \sim \pi\big(\alpha_1 L_G + (1-\alpha_1) L_B\big) + (1-\pi)\big(\alpha_2 L_G + (1-\alpha_2) L_B\big)。$$

化简得到：

$$L \sim \big[\pi\alpha_1 + (1-\pi)\alpha_2\big] L_G + \big[1 - (\pi\alpha_1 + (1-\pi)\alpha_2)\big] L_B。$$

由效用函数的定义，得：

$$U(L) = \pi\alpha_1 + (1-\pi)\alpha_2。$$

又根据 $U(L_i) = \alpha_i$，可写为：

$$U(L) = \pi U(L_1) + (1-\pi) U(L_2)。$$

这就证明了命题 (2.8)。 ✅

- 命题2.2可以推广到多个彩票的情形。由数学归纳法容易验证：若彩票L由n个彩票L_i，i=1,2,3，…，n复合而成，即：

$$L=\pi_1 L_1+\pi_2 L_2+\ldots+\pi_n L_n,\quad \pi_1+\pi_2+\ldots+\pi_n=1 \qquad (2.9)$$

则必有：

$$U(L)=\pi_1 U(L_1)+\pi_2 U(L_2)+\ldots+\pi_n U(L_n) \qquad (2.10)$$

含义是：**复合彩票的效用等于组成该复合彩票的各个彩票效用值的期望。**

- （2.10）中的彩票可以是退化彩票，由（2.3）和（2.4），我们取

$$L^{x_\omega} = (x_\omega, \pi_1; x_\omega, \pi_2; \ldots; x_\omega, \pi_\omega; \ldots; x_\omega, \pi_S) = x_\omega \qquad (2.11)$$

则

$$L = (L^{x_1}, \pi_1; L^{x_2}, \pi_2; \ldots; L^{x_\omega}, \pi_\omega; \ldots; L^{x_S}, \pi_S) \qquad (2.12)$$

从而用数学归纳法可证：

$$U(L) = \sum_{\omega=1}^{S} \pi_\omega U(L^{x_\omega}) = \sum_{\omega=1}^{S} \pi_\omega u_\omega(x_\omega) \qquad (2.13)$$

u_ω是由于经济在不同状态下的相同支付可能具有不用的效用

沿着命题2.2，两时点的彩票表示为：

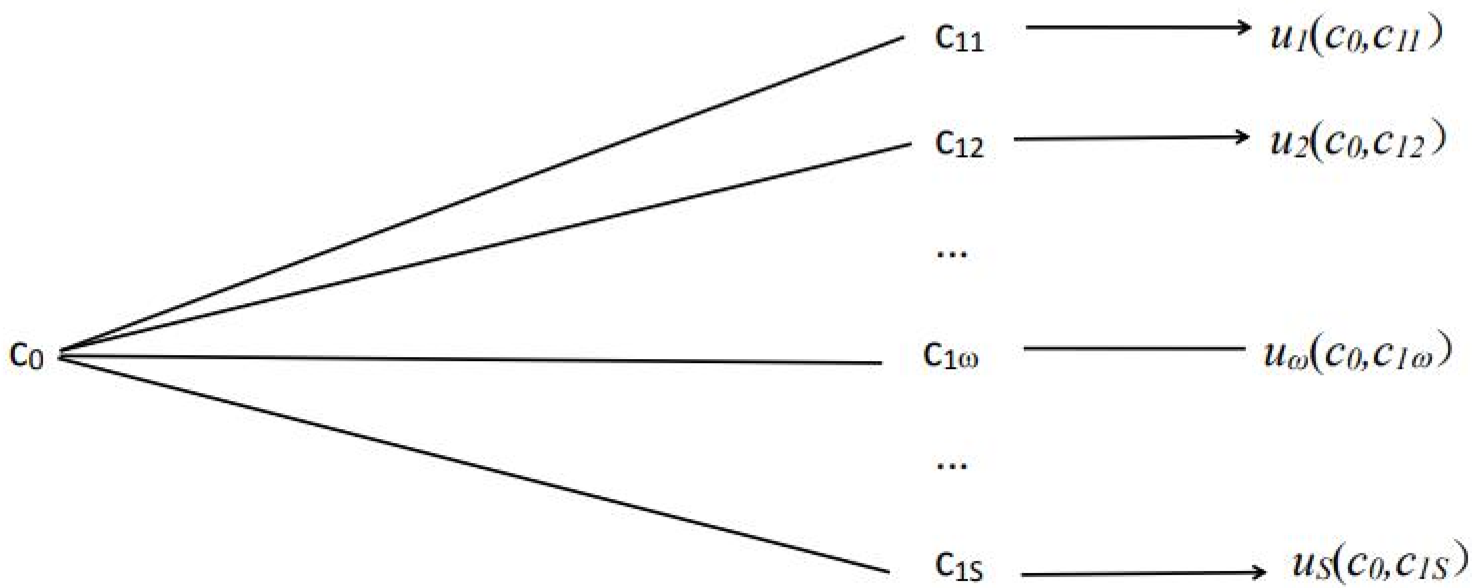


图 2-7　消费路径及其对应的效用

- 类似的分析得到效用函数为

$$U(c)=\sum_{\omega\in\Omega}\pi_{\omega}u_{\omega}(c_0,c_{1\omega}) \qquad (2.14)$$

$$=E[u(c_0,\tilde{c}_1)]$$

表现为期望值的形式！

效用函数的化简

（一）状态独立

假设2. 3：经济人具有非状态依赖或状态独立的效用函数。

此时有：

$$u_{\omega}(c_0, c_{1\omega}) = u(c_0, c_{1\omega}) \qquad (2.15)$$

效用函数（2.14）化简为：

$$U(c) = \sum_{\omega \in \Omega} \pi_{\omega} u(c_0, c_{1\omega}) \qquad (2.16)$$

不同状态的效用可能不同，比如晴天和雨天不同状态下，伞的作用。为了简化我们忽略这种差异。

（二）时间可加：

假设2.4： 不同时点之间的消费水平对效用没有交叉影响（期初消费不影响期末消费的边际效用），即期初的消费对期末消费的边际效用没有影响，具体地期初期末的消费对总效用的影响是可以分开的，从数学上体现为假设：

$$u(c_0, c_{1\omega}) = u_0(c_0) + u_1(c_{1\omega}) \qquad (2.17)$$

此时：

$$U(c) = \sum_{\omega\in\Omega} \pi_\omega [u_0(c_0) + u_1(c_{1\omega})]$$

$$= u_0(c_0) + \sum_{\omega\in\Omega} \pi_\omega u_1(c_{1\omega}) \qquad (2.18)$$

- 进一步假设：

$$u_1(c) = \rho u_0(c) \qquad (2.19)$$

效用函数可以进一步简化为：

$$\begin{aligned} U(c) &= u(c_0) + \rho \sum_{\omega \in \Omega} \pi_\omega u(c_{1\omega}) \\ &= u(c_0) + \rho E[u(\tilde{c}_1)] \end{aligned} \qquad (2.20)$$

其中ρ是时间偏好率，取值与0到1之间。ρ越小，缺乏耐心。为什么？

例子

例 2.3：考虑例 1.1 中的 Lucas 树模型

若某经济人的消费计划如上图树模型所示：

- 消费 100（确定部分）
- 以概率 0.5 得到 200（好天气），
- 以概率 0.5 得到 50（坏天气）。

则其效用可以表示为：

$$U = u(100) + \frac{\rho}{2}\left[u(200) + u(50)\right],$$

其中 ρ 表示贴现因子。

第四节、期望效用理论的挑战

- 期望效用理论用一种简洁的方式给出了不确定的条件下选择的标准：

☛任何一个不确定性的备选目标，只要知道其未来的概率分布和每种状态下的支付以及确定性支付水平的效用函数，都能计算其期望效用值，从而完整地描述选择集上的偏好。

☛期望效用理论的建立还为下一章的风险厌恶度量打下了基础，也为信息经济学的创立提供了基础。

- 从该理论的建立开始，来自经济学内外的挑战不断涌现。

☛尤其是来自心理学的证据质疑了一些关键的公理，形成了大量的异象或悖论。这些悖论或异象直接导致了**行为**金融或行为经济学的产生。

- 1、圣彼得堡悖论:

◆本章开头就提到圣彼得堡悖论，其目标是早期讨论如何评价不确定结果。现代概率论的创始人帕斯卡（Pascal）和费玛（Fermat）为代表的学者认为可以用不确定性结果的期望值来衡量。针对这一看似合理的观点，尼古拉斯.贝努力（Nicholas Bernoulli，1728)）构造的圣彼得堡悖论

◆该悖论的内容是：

☛抛掷一枚均匀的硬币，正面向上则支付 2 元钱，反面向上则继续抛掷硬币；

☛第二次抛掷硬币，若出现正面支付 4 元钱，反面朝上则继续抛掷；

☛第三次抛掷硬币，若出现正面支付 8 元钱，反面朝上则继续抛掷；

…………

☛第n 次抛掷硬币，若正面朝上则支付 2^n元钱，反面朝上则继续抛掷；。。。。

☛依次无限循环。

- 该游戏的支付树形图为：

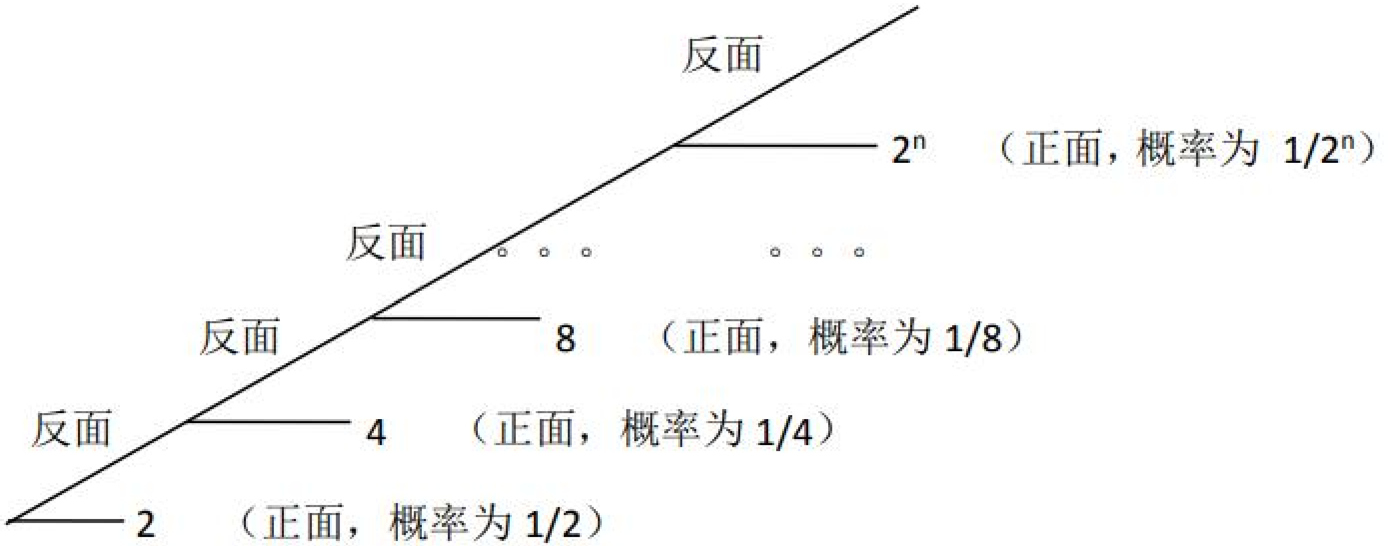


图 2-8 圣彼得堡悖论的支付图

- 该游戏的期望值为：

$$
\begin{aligned}
E[X] &= \sum_{\omega\in\Omega} \pi_{\omega} x_{\omega} \\
&= \frac{1}{2}\times 2 + \frac{1}{4}\times 4 + \frac{1}{8}\times 8 + \ldots + \frac{1}{2^n}\times 2^2 + \ldots \\
&= 1+1+1+\ldots+1+\ldots = \infty
\end{aligned}
$$

- 计算结果表明，该游戏的期望收益为无穷大。即，该游戏支付的期望值是不收敛的。期望值不能作为不确定目标的价值衡量标准。

- 克莱姆假设效用函数$u(x) = \ln(x)$来计算效用值。（期望效用理论）

2、阿莱斯悖论及其拓展

- 首先对期望效用理论提出挑战的是阿莱斯悖论（Allais，1952），其后卡纽曼和特维斯基（Kahneman and Tversky. 1979）进一步拓展了阿莱斯的方法，从更广泛的角度构造实验进一步说明阿莱斯悖论的广泛存在，从而挑战了期望效用理论。

A、 Allais' paradox

Lottery No.	0	1-10	11-99
N^a	50	50	50
N^b	0	250	50
M^a	50	50	0
M^b	0	250	0

Paradox: N^a preferred to N^b, and M^b preferred to M^a

- 实验方法是首先让被实验的对象在 N^a与 N^b之间做出选择；然后让被实验的对象在 M^a与 M^b之间做出选择。
- 阿莱斯发现，大多数实验对象在 N^a与 N^b之间选择 N^a；同时在 M^a与 M^b之间选择 M^b。用前面的理论和记号可以概括为：

$$N^a \succ N^b \text{ 同时 } M^b \succ M^a \qquad \text{(I)}$$

为简化问题，假设 u(0)=0，从而：

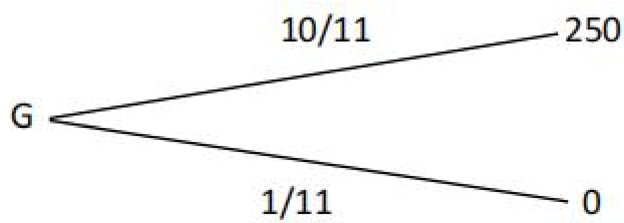
$N^{a} \succ N^{b}$ 说明： $0.11u(50) > 0.10u(250)$ ；

$M^{b} \succ M^{a}$ 说明： $0.10u(250) > 0.11u(50)$ （II)

矛盾！

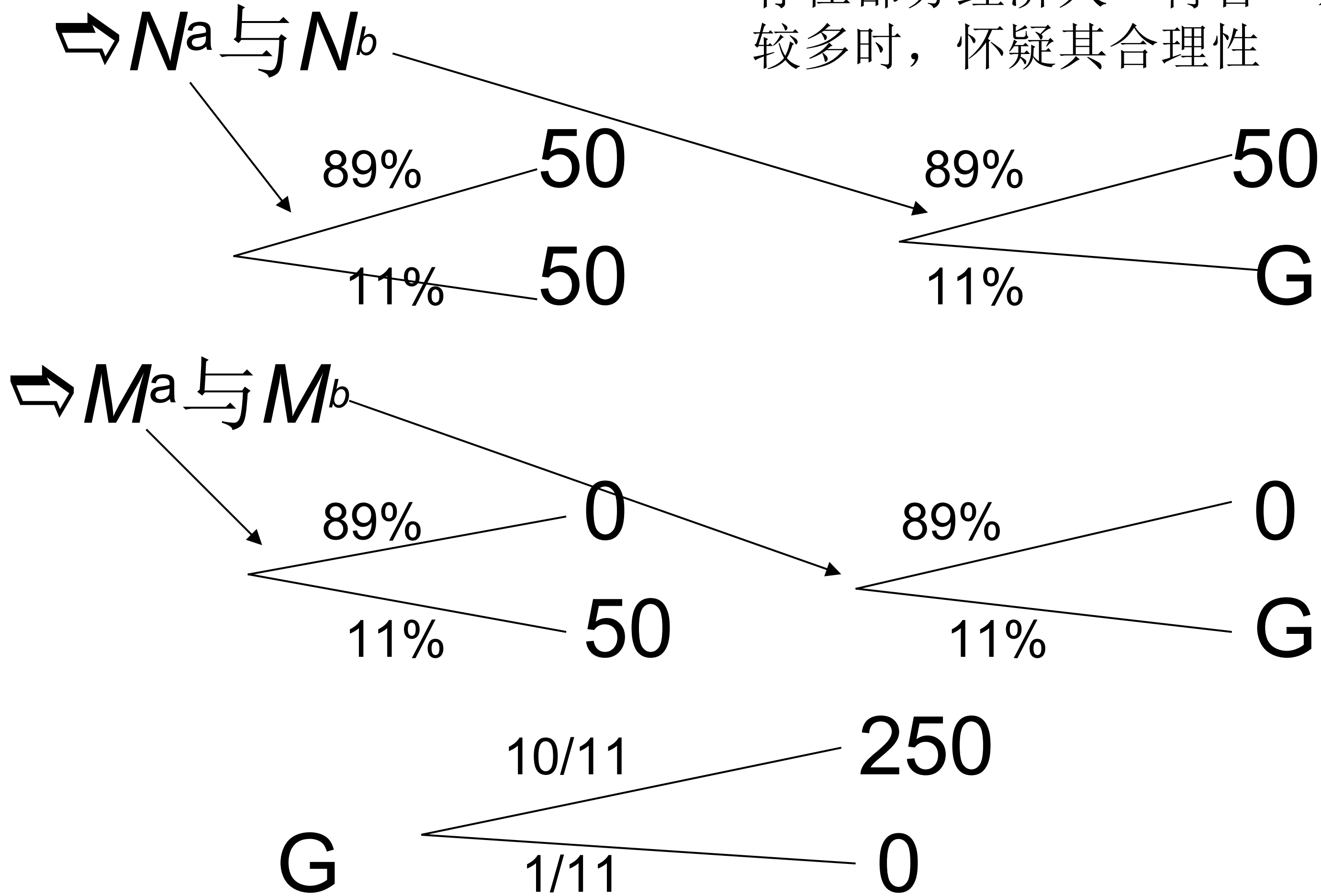
挑战什么？

- 定义



独立性公理下，ab两个选项都归结于G和确定下50之间的偏好。Note:任何一种选择模式都是不是“错误”的，只有“符合”不“符合”假设的模式，在实验中，依然存在部分经济人“符合”，但是违背公设较多时，怀疑其合理性

对 lottery进行分解：



- （二）卡纽曼和特维斯基的研究

为了进一步地研究经济人的选择行为对选择公理的违背，卡纽曼和特维斯基（Kahneman &Tversky ,1979)在阿莱斯的基础上进一步展开研究。他们首先继续构造实验来验证阿莱斯的结果，例子比较多，我们简单列举几个：

表 2.2 柯纽曼和特维斯基实验设计选之一（单位，美元）

选项 1	A	支付	2500	2400	0
		概率	(33%)	(66%)	(1%)
选项 1	B	支付		2400	
		概率		（100%）	
选项 2	C	支付	2500		0
		概率	（33%）		（67%）
选项 2	D	支付		2400	0
		概率		（34%）	（66%）

- 实验结果：实验对象有 72 个学生，其中在 A 和 B 中，82%的选择 B，18%的选择 A；在 C 和 D 中，83%的选择 C，17%的选择 D。类似的方法可以发现该实验同样违反了独立性。
- 原文献中的“筹码”主要是法国马克或美元，为了体验这类对独立性公理的违背现象，我们对实验进行适度改造，将“筹码”改为人民币单位：

表 2. 3 改进的阿莱斯悖论实验设计（单位，万元）

选项 1	A 支付 概率	2500 (33%)	2400 (66%)	0 (1%)
选项 1	B 支付 概率		2400 （100%）	
选项 2	C 支付 概率	2500 （33%）		0 （67%）
选项 2	D 支付 概率		2400 （34%）	0 （66%）

- 我们简单地将表 2.2 中的单位改为万元，因为在年利率 2%的假设下，2400万意味着年利息 48 万，足以实现不劳动而衣食无忧！在这种高筹码下，相信同时选择 B 和 C 的比例更高。但是，如果将表中的支付分别用 250 元代替 2500 美元，240 元代替 2400 美元，选择结果违背独立性公理的可能性将大大降低。这说明悖论形成巧妙之处在于概率和盈亏“筹码”的设计。

（三）、偏好逆转

- 利藤斯坦和斯洛维克（Lichtenstein,Slovic，1971)同样利用心理实验，构造实验设计形成一类偏好逆转（preference phenomenon)的现象。他们首先设计两个彩票：

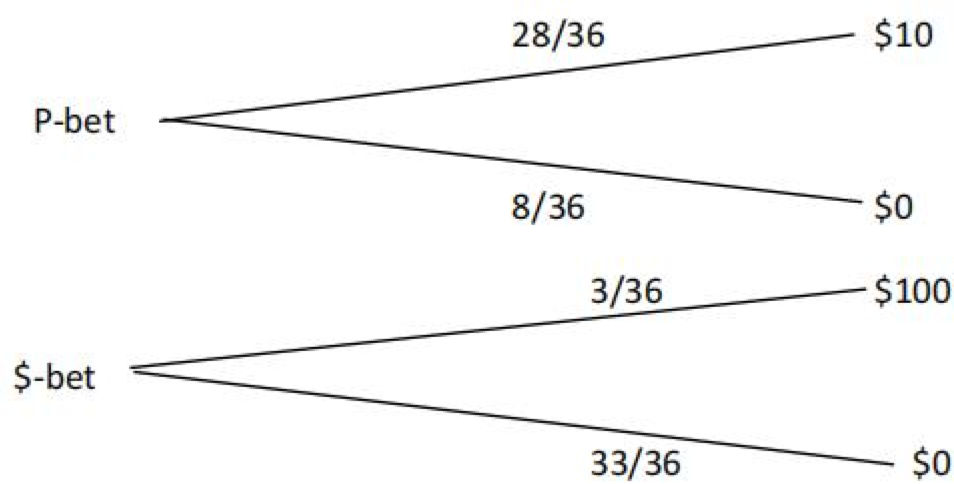


图 2-10 可能导致偏好逆转的彩票

- 两种彩票的特点是前者是高概率低回报，后者为低概率高回报。在彩票设计好之后进行如下实验：

◆1、让你购买这两个彩票，请你分别报出你愿意支付的价格，并考察购买时标价谁高？

◆2、让你出售这两个彩票，请你分别报出你希望收到的价格，考察出售时的标价谁高？

- 实验表明，多数人在购买时前者标价高于后者；而出售时，后者标价高于前者，从而出现了偏好不一致。换言之，请你从两个彩票中选择一支并留下时，人们倾向于选择前者；倘若你拥有这两只彩票，要求你放弃其中之一，人们又倾向于放弃前者选择保留后者。
- 同一个经济人面对同样的一对选择对象偏好呈截然不同的变化，被称为“逆转”，违反了偏好的“一致性”。

（四）、框架效应

- 框架效应是指投资者的选择受特定条件的影响。科普兰和温斯顿（2007）中给出了一个例子：某癌症需要采取外科手术或放射性疗法进行治疗，现需要对治疗方案进行选择。当选择这接受咨询被告知以不同的方式时，其选择结果出现明显的不同：

- 框架效应：

某癌症需要采取外科手术或放射性疗法进行治疗，现需要对治疗方案进行选择：

☛生存情况（18%选放疗）

外科手术：在接受治疗的100人中，有90个安全度过危险期，68人活过1年，5年后剩34人活着

放射疗法：在接受治疗的100人中，全部安全度过危险期，77人活过1年，5年后剩22人活着

☛死亡情况（44%选放疗）

外科手术：在接受治疗的100人中，有10人死于手术或手术期，1年内32人死亡，5年内66人死亡

放射疗法：在接受治疗的100人中，零死亡，1年内23人死亡，5年内78人死亡

- 上述实验表明，面对同一事实的不同表述竟然影响了人们的最终决策，说明人们在不确定条件下的选择经常受一些特定“背景”的影响，类似的现象在**金融活动**中也是时有发生。

- 有什么金融市场的例子吗？

例子

- 投资基金业绩的表述如果基金公司向投资者宣传：“这只基金在过去 5 年中平均每年获得 正收益的概率是 80%”，大多数投资者会觉得这很安全，愿意投资。但如果换一种表述方式：“这只基金在过去 5 年中平均每年有 20% 的概率亏损”。尽管两者信息完全等价，很多投资者会感到担忧，减少投资意愿。

- 盈亏呈现方式股票账户的浮动盈亏，如果以“当前盈利 5%”的正向框架呈现，投资者可能倾向于继续持有。如果同样的信息以“你可能在未来损失这部分盈利”来表述，则投资者更倾向于立即卖出。

第五节 期望效用理论的拓展

- 期望效用理论是建立在一序列基本公理基础之上的，基本公理虽然不需要证明，但大都是建立在**一定的心理学基础**之上的。特殊情形下公理有可能违背心理学实验结果，从而表明了这一经典理论可能存在一定的脆弱性。
- 如何解决这一问题？其出路之一就是对传统理论的拓展。以心理学为基础的**行为金融**试图从不同的角度对期望效用理论进行修正。
- 另一方面，我们在建立期望效用理论时，有时候为了简便也进行了一定的修正，随着技术的进步，研究人员也对效用理论进行了一定的拓展

- 理论拓展：

☞展望理论

☞状态依赖的效用函数

☞考虑消费习惯的效用函数

☞递归效用函数