第一章：基本框架及分析模式

武汉大学经济与管理学院

- 1、基本框架
- 2、金融经济学的一般分析模式

第一节：金融经济学的基本框架

- 基本框架包括三个主要部分：
  - ◆经济环境
  - ◆经济参与者
  - ◆金融市场

1、经济环境

- 所谓经济环境是指经济参与者所面临的外部环境，通常描述经济环境的有两个关键因素：

时间　　风险

◆ 时间：经济资源的配置往往在不同的时间点发生，所以在描述经济环境时需要指明资源配置发生的时间点，我们简称时点。

➪简单情形——两时点：现在、未来；期初、期末

表示方法：时点t, 现在$t=0$; 未来$t=1$

➪复杂情形——多期（多个时点）或连续时间情形（连续时点）

图1.1　两时点单期图示

图 1.2　n+1时点n期图示

◆风险：风险是指一类简单的不确定性。奈特将期末发生的状态及其概率都知道的不确定性称为风险，也叫确定的不确定性。风险的描述方式也包括两个方面：

状态　　收益

⇨状态：未来发生的各种可能情形，包括各种可能状态和相应状态发生的概率

数学语言描述：

- ☛基本状态——ω——基本事件
- ☛状态空间——Ω——样本空间
- ☛发生概率 ——P——概率测度

例子

例子：抛掷一枚硬币

•**基本状态（ω）**

抛一次硬币，结果可能是“正面”或“反面”。

例如：ω_1 =正面，ω_2 =反面。

•**状态空间（Ω）**

所有可能结果的集合：Ω={正面, 反面}。

•**发生概率（P）**

假设硬币是均匀的，P(正面)=0.5，P(反面)=0.5。

例子：掷一颗骰子

•**基本状态（ω）**

掷一次骰子，可能结果是1,2,3,4,5,6。

例如：ω_1 =1点，ω_2 =2点，…，ω_6 =6点。

•**状态空间（Ω）**

Ω={1,2,3,4,5,6}。

•**发生概率（P）**

假设骰子公平，P(每一个点数)=1/6。

状态空间的数学描述

- 概率空间（Ω，$\mathscr{F}$，P）
  $\mathscr{F}$是事件集（σ-代数）
- 对于有限情形，可以定义基本事件出现的概率：

$$0 \le p_\omega \le 1, \quad \sum_{\omega=1}^{S} p_\omega = 1$$

例子

- 设一次抛硬币：$(\Omega = \{H, T\})$。
- 事件集取全体子集 $\mathscr{T} = 2^{\Omega} = \{\phi, \{T\}, \{H\}, \Omega\})$。
- 赋予基本状态概率： $p_{\phi} = 0, p_H = 0.5,\ p_T = 0.5$。

- 例如事件“出现正面”$(A = H)$，有 $(P(A) = 0.5)$;
- 事件“出现正面或反面”$(A = \Omega)$，有 $(P(A) = 1)$。

☛描述状态的直观方法——状态树：

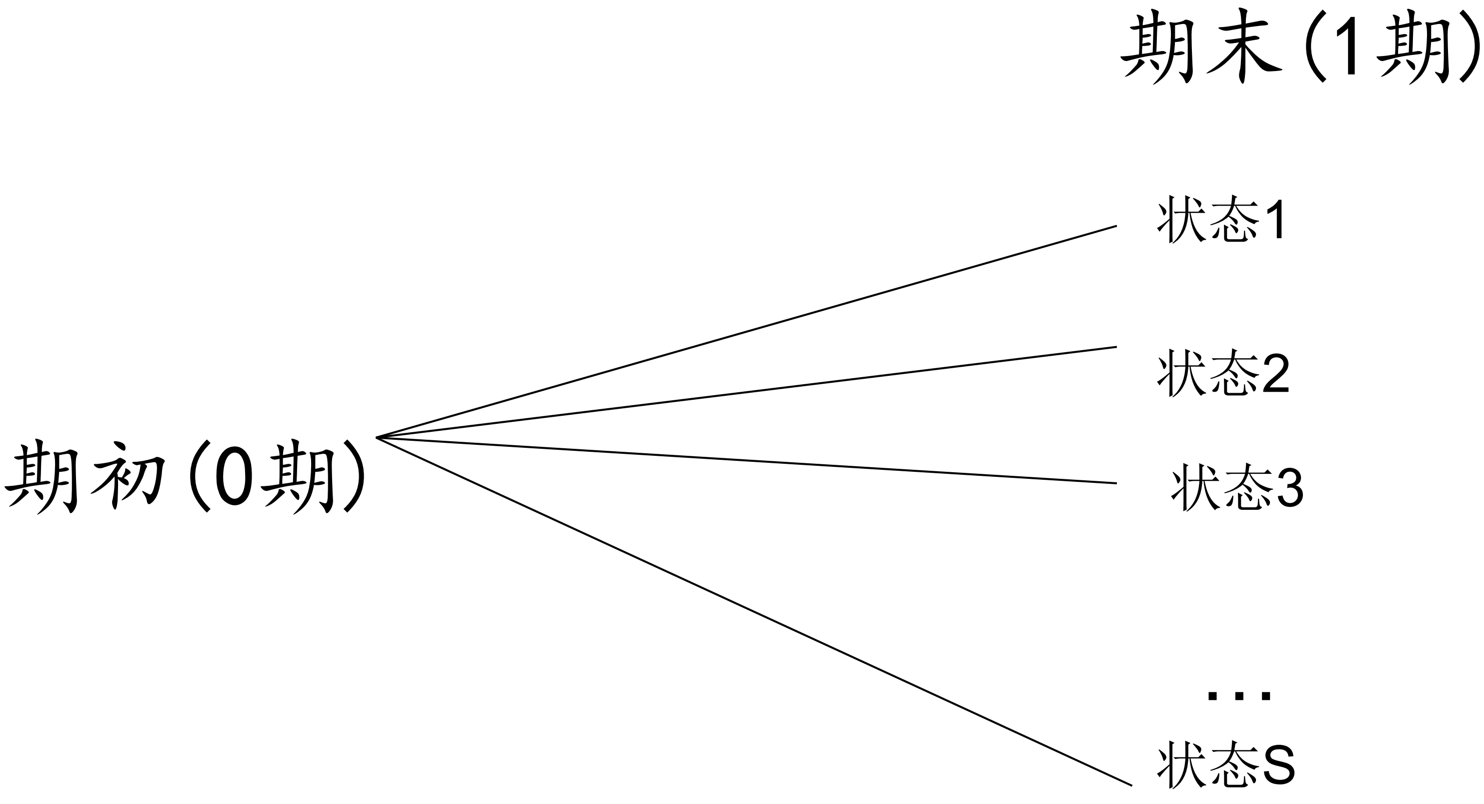


图1.3 描述状态的几何方法——状态树

- 收益：是各个状态下对应的收益。描述金融环境需要知道各状态下的支付（payoff）或收益（return）。

⇨一个简单的例子：Lucas树模型，两时点两状态下的情形

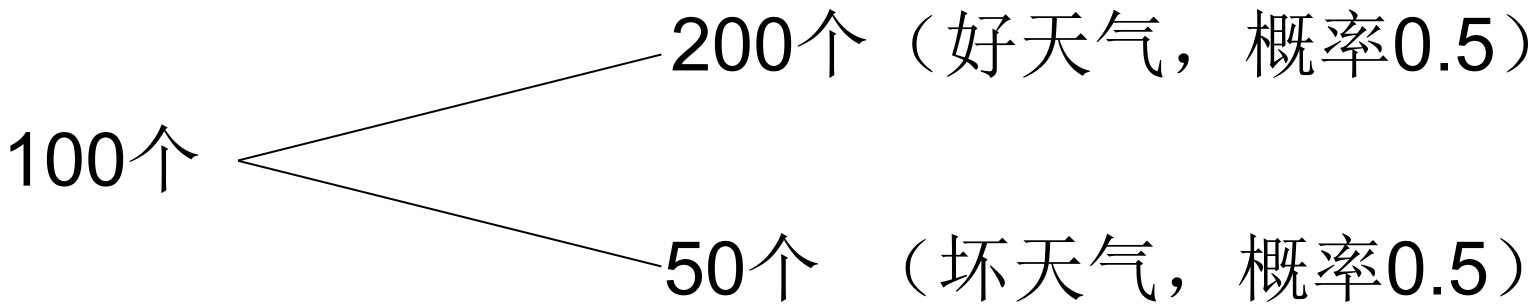


图1.4　两时点两状态的状态树

- 理想化的经济系统——纯交换经济

⇨假设经济中只有一种易腐烂（perishabale）的商品

⇩

Lucas的树模型——tree model：经济系统不存在生产，商品不可储存，只能通过交换改变消费模式

⇩

禀赋——比作为结果子的树，没有生产

2、经济参与者（agent）

- 所谓参与者是指参与经济活动的各个群体或个人。英文用agents表示，我们通常翻译为参与者或经济人,两者含义相同。
- 参与者的类型：

  ◇个体——个人（Individual）或家庭（ household）

  ◇机构——公司、企业或政府
- 通常将参与者抽象为自利的经济人

  本课程的agent是个人（Individual agents ）

- 参与者的描述角度：
    - ◇参与者的经济资源
    - ◇参与者的经济需求

(1) 参与者的经济资源

- **禀赋：** 参与者初始占有的资源——与生俱来的商品或资本品
- **信息：** 信息是参与者的另一种重要**资源**，它是有关未来状态的信息
- **生产技术：** 通常是公司的独有的禀赋。

A、禀赋

- **禀赋：** 参与者占有的实物商品（physical good）或资本品(capital)
- 为了分析的方便，通常假设整个经济系统中只有一个易腐的商品（perishable good）
- 禀赋的数学表示：

$$e_k=\begin{pmatrix} e_{k,0} \\ e_{k,,1} \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} e_{k,0} \\ e_{k,11} \\ \cdots \\ e_{k,1\omega} \\ \cdots \\ e_{k,1S} \end{pmatrix}$$

B、信息

- 信息是参与者的另一个重要的经济资源
  - ◇是关于未来状态的信息
  - ◇对经济决策取着重要的作用
- 信息的分类
  - ◇公共信息与私有信息
  - ◇逆向选择和道德风险

多期情形下更加关注信息问题！！

C、生产技术

- 生产技术是一种将今天的消费品转化为未来消费品的技术，该技术是一种能为参与者带来价值的资源。
- 如何最优地使用这些技术是公司财务所关注的问题。公司财务研究的就是如何建立、运作企业以及为企业融资来发现和利用这些技术创造出最大的价值。
- 我们通常研究的是非生产性的问题即纯交换经济情形

（2）参与者的经济需求

- 消费与投资

经济人的终极目标是消费，但其在每一期（时点）的决策有两个方面——本期消费和未来时点的消费，从而必须作出消费和投资决策

- 偏好与效用

面对未来的不确定性，经济人的消费——投资决策需要评判好坏的标准——通常用偏好和效用来描述——期望效用理论

消费集

- **消费计划**：经济人可能的消费选择，记为：

$$c = (c_0; c_1),$$

$$c_1 = (c_{11}, c_{12}, \ldots, c_{1\omega}, \ldots c_{1S})$$

- 所有可能消费计划的集合叫**消费集**，记为C
- **假设**：消费集 $C = R_+^{1+\Omega}$ 是 $R^{1+\Omega}$ 中的一个闭凸子集

$$C = \{c \mid c \in R_+^{1+\Omega}\}$$

- 凸集和闭集的定义以及在坐标系内的表示

定义

- **凸集的定义**

设 $C \subseteq R^n$。若对任意 $x, y \in C$ 和 $\lambda \in [0,1]$，都有 $\lambda x + (1-\lambda)y \in C$,则 C 为凸集。

•直观：任意两点连线完全落在集合内。

- **闭集的定义**

$C \subseteq R^n$是闭集，当且仅当它包含所有极限点。若 $x_k \in C$ 且 $x_k \to x$，则 $x \in C$。

•直观：包含边界点，没有缺口。

- **闭凸集**
  - 闭凸集：既凸又闭的集合。
  - 含义：几何上无凹陷且包含边界点。

偏好

- 所谓**偏好**是经济人对所有可能消费计划的一个**排序**。正式定义如下：
- **定义**1.1：偏好是C上的一个二元关系≽满足：

  ⇨**完备性：** 投资者面对任何两个选择对象都可以得到一个明确的选择结果

  ⇨**自反性：** 任何一个选择对象与自身是可以进行比较的

  ⇨**传递性：** 偏好的顺序是可以传递的

偏好的基本假设与效用函数

- 偏好满足若干假设，在这些假设下存在一类**特定**的函数，称为**效用函数**，有了效用函数，我们可以采用数学工具对参与者的决策问题进行精准的分析。

（3） 参与者的决策问题

- 参与者的金融决策问题可以细分为不同的层次。虽然一般在金融经济学中我们对其进行简化。

◇个人或家庭：消费和投资决策——追求一生效用极大化（微观金融）

◇公司或企业：投资和融资及生产决策——利润极大化（公司金融）

◇政府或国家：金融政策和财政政策——社会稳定和社会福利极大化（宏观金融）

3、金融市场

- 经济人通过金融市场对其资源进行配置从而满足其经济需求，资源配置通常是通过金融市场上的交易来完成
- 金融市场的范围较广，为了便于分析我们将金融市场限定于**证券市场**

◆证券：证券代表一份金融要求权，是对一定时点支付的要求。拥有者在一定时点可获得一定数量的支付，该支付两往往依赖于**状态**。

◆证券的描述：**有限**状态下支付可以用支付向量来表示，也可以用支付树形象地表示出来，所有支付向量的集合称为支付空间（所有支付向量生成的线性空间）。

◆在Lucas树模型中，代表对树的所有权的证券叫股票，它代表对实物资产（树）所产生支付的要求权，我们常称之为金融资产。

证券的分类

- 两类证券：

  ⇨风险证券：期末支付依状态的不同而不同的证券，如股票

  ⇨无风险证券：期末支付为一正常数，与期末实现的状态无关的证券，如零息国券。

☛证券支付的数学表示——简单情形下用向量或支付树表示

◇代数方法（向量） $(x_1, x_2, \ldots\ldots, x_S)$

◇几何方法（支付树）

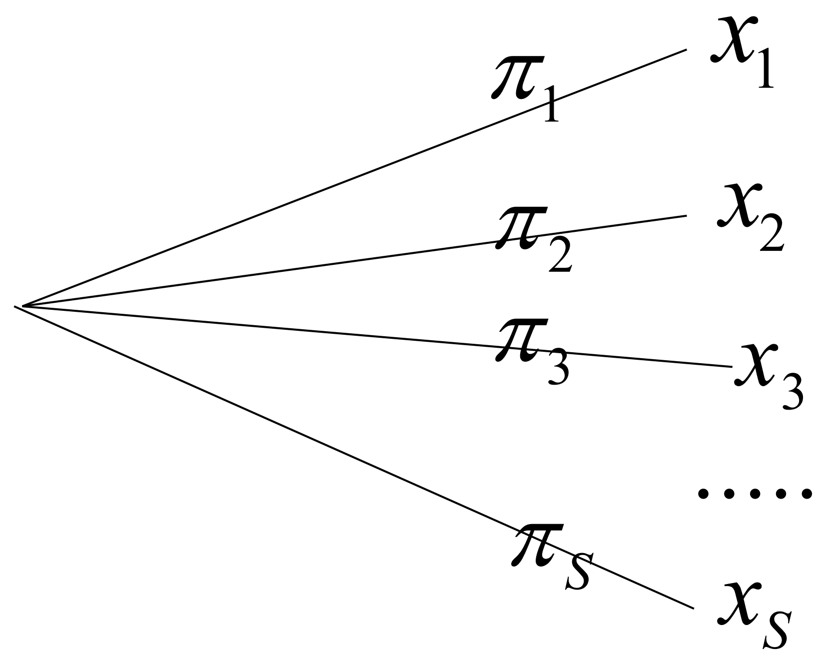


图1.5 证券的两种表示

◆市场结构：当市场上只有有限个证券（N个）和有限种状态（S个）时，可以简单地以支付矩阵表示市场结构：

$$X \equiv \begin{bmatrix} x_{11} & x_{12} & \cdots & x_{1N} \\ x_{21} & x_{22} & \cdots & x_{2N} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ x_{S1} & x_{S2} & \cdots & x_{SN} \end{bmatrix} \equiv \begin{bmatrix} X_{1.} \\ X_{2.} \\ \cdots \\ X_{S.} \end{bmatrix}$$

支付矩阵也叫市场结构

◆市场化：如果任何一个有限的支付方式都可以通过金融市场的交易，即构造适当的投资组合而得到，则称它为**市场化的**。市场化的经济系统可以通过交易得到各种可能的支付。

数学语言：

$$\forall x - payoff \qquad \exists \theta - portfolio$$

支付空间

$$s.t \quad x = X\theta$$

$$M \equiv \{X\theta : \theta \in R^N\}$$

例子

- 两个未来可能状态：好（state 1）、坏（state 2）。
- 有两种证券：
  - **证券 A（股票）**：状态 1 支付 1，状态 2 支付 0；
  - **证券 B（债券）**：状态 1 支付 0，状态 2 支付 1。
- 则支付矩阵为

$$X = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

想要得到某个支付 x=(2,3)，即在状态 1 得到 2，在状态 2 得到 3。

解方程

$$x = X\theta, \quad \theta = (\theta_A, \theta_B).$$

即

$$\begin{cases} 2 = 1 \cdot \theta_A + 0 \cdot \theta_B \\ 3 = 0 \cdot \theta_A + 1 \cdot \theta_B \end{cases}$$

得到解 $\theta_A = 2$, $\theta_B = 3$。

因此，通过持有 2 单位证券 A 和 3 单位证券 B，可以实现任意支付 (2,3)。

- 证券市场经济：上述经济系统中，如果所有经济人在期末（1时点）的禀赋都可以表示为其初始证券组合的支付，则称之为证券市场经济。

反例提示

若只有一只无风险债券 $X=\begin{bmatrix}1\\1\end{bmatrix}$，则只能复制形如 (a,a)的禀赋。若有人禀赋为 (1,0)，找不到 θ使 Xθ=(1,0)，就不满足上述条件。

第二节：金融经济学的一般分析模式

- 金融经济学的核心问题之一是研究经济人的金融决策问题，由此研究金融市场上的资产价格如何确定？资产和风险如何在不同的经济人之间进行配置？前者即是资产定价

- 资产定价一般包括两个主要的方法：相对定价法和绝对定价法。它们分别对应于一般均衡分析法和无套利分析法

1、一般均衡分析法

- 一般均衡分析方法是一般均衡理论在资本市场上的应用，通常分别研究经济人对证券的供给和需求，由市场出清确定证券的价格
- 纯交换经济框架下供给方是给定的，此时只需如下步骤展开分析：

第一步，确定证券的需求

第二步，将供给和需求结合，由市场出清（market Clear）确定证券的价格

- 文献中经常有：

“假设资本市场上只有两个资产，一个风险资产和一个无风险资产。风险资产的总供给为1，无风险资产净供给为0。”

比如，股票的总供给为1，本质是所有股份标准化为1单位，1就是100%股权

债券的净供给为0，购买方供给为负，发行方供给为正

A、投资者对证券的最优需求——各自优化

- 模型化：

◇单期两时点情形；

◇K个经济人或参与者；

◇资本市场上有N个证券，证券 j的价格和期末支付分别为：S_j $\boldsymbol{X}_j$；

- 经济人的禀赋——$\boldsymbol{e}$=(e$_0$, $\boldsymbol{e}_1$)
- 没有交易时可获得的效用——$U(c)=U(e)$
- 购买组合 θ 后的消费

$$\begin{cases} c_0 = e_0 - S^T\theta \\ c_1 = e_1 + X\theta \end{cases} \qquad (1.1)$$

- 消费计划=预算集（**预算约束下**）

$$B(e,\{X,S\}) = \{c \geq 0 : c_0 = e_0 - S^T\theta, c_1 = e_1 + X\theta, \theta \in R^N\}$$

（1.2）

- 表示为：

$$\max_{\{c_{k0},c_{k\omega}\}_{\omega=1}^{S}} U_k=\sum_{\omega\in\Omega}\pi_{k\omega}u_{k\omega}(c_{k0},c_{k\omega})$$

$$s.t \quad c_{ko}=e_{k0}-\sum_{j=1}^{N}\theta_{kj}S_j \qquad \text{（P1)}$$

$$c_{k\omega}=e_{k\omega}+\sum_{j=1}^{N}\theta_{kj}X_{j\omega},\omega\in\Omega$$

$$c_{ko}\ge 0, c_{k\omega}\ge 0$$

其中 ,c_{k0},$c_{k\omega}$分别为第k个经济人0时点和1时点的ω状态下消费水平；θ_{kj}是经济人k投资于证券 j的股份；$\pi_{k\omega}$是投资者k对状态发生的概率信念

B、市场出清

- 假定只有实物禀赋 $e=(e_0,e_1)$ 则
- 在给定价格向量S下，经济人的证券额外需求为

$$\overline{\theta}_k = 0 \qquad （1.3）$$

- 则市场出清时的最优需求 $\theta_k(e_k,S)$ 满足：

$$\sum_{k=1}^{K}\theta_k(e_k,S)=0 \qquad （1.4）$$

- 总消费等于禀赋

$$\begin{cases} \sum_{k=1}^{K} c_{k,0} = \sum_{k=1}^{K} e_{k,0} - S\sum_{k=1}^{K}\theta_k(e_k,S) = \sum_{k=1}^{K} e_{k,0} \\ \sum_{k=1}^{K} c_{k,\omega} = \sum_{k=1}^{K} e_{k,\omega} - X_\omega\sum_{k=1}^{K}\theta_k(e_k,S) = \sum_{k=1}^{K} e_{k,\omega} \end{cases} \qquad (1.5)$$

- 所以证券市场出清，商品市场也出清

- 求均衡的两步：

  step1 由（PI）求最优组合需求

$$\theta_k(e_k, S)$$

  step2 由下面市场出清方程确定均衡价格S

$$\begin{cases} \sum_{k=1}^{K} c_{k,0} = \sum_{k=1}^{K} e_{k,0} \\ \sum_{k=1}^{K} c_{k,\omega} = \sum_{k=1}^{K} e_{k,\omega} \end{cases} \qquad (1.6)$$

最优性

- 证券市场有助于资源配置，因而证券市场配置资源的效率就成为我们关注的问题。
- 评判效率的标准问题——**Pareto最优**
- **定义1.2：** 称配置$\{c_k, \forall k\}$Pareto占优于配置

$\{c_k', \forall k\}$ 若

$$\forall k : U_k(c_k') \geq U_k(c_k) \qquad (1.7)$$

且严格不等式至少对一个人成立

（此乃王江的定义，我们后面采用更通俗的定义）

- 另一种描述：
- **定义1.3**：K个经济人的消费$\{(c_{k0}, c_{k\omega}, \omega \in \Omega); k = 1, 2, \ldots, K\}$称为**资源配置**。我们称满足下面两个等式的配置为**可行配置**：

$$\sum_{i=1}^{K} c_{i0} = C_0 = D_0 \qquad (1.8)$$

$$\sum_{i=1}^{K} c_{i\omega} = C_\omega = D_\omega,\ \omega \in \Omega \qquad (1.9)$$

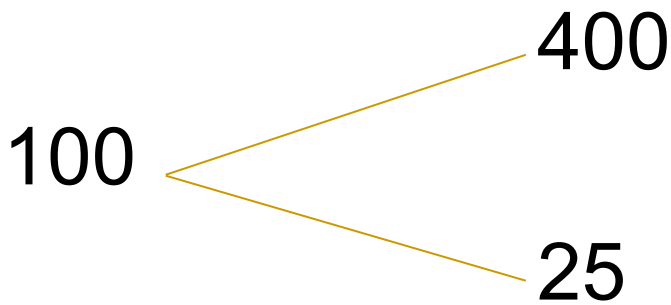
期初总消费C_0等于总红利D_0以及期末ω状态经济中没有凭空创造或消失的消费。总消费必须等于总禀赋（或红利）。个体之间可以通过交易证券来**重新分配**这些资源，但不能改变总量。

- **定义1.4**：一个配置 $\{(c_{k0},c_{k\omega},\omega\in\Omega);k=1,2,\ldots,K\}$ 称为**Pareto最优配置**，如果满足以下两个条件：

  1、 它是可行配置，即满足(1.8)和(1.9)；

  2、不存在其它的可行配置，使得至少有一个经济人的效用严格增加而其它经济人的效用没有降低。

- Pareto最优的例子：考虑一个两状态经济，其总禀赋如下：



经济中有两个参与者，两人都有如下效用函数：

$$\sqrt{c_0} + \frac{1}{2}\left(\sqrt{c_{1a}} + \sqrt{c_{1b}}\right)$$

- 下列三个配置是否Pareto有效

A

（100，0）

（0，400）

（0,25）

B

（50,50）

（200,200）

（12.5,12,5）

C

（100,0）

（400,0）

（25,0）

- **A**：期初给甲 100，期末两状态都给乙400和25。两人的效用为 U1=10, U2=12.5。把每个节点平均分成 B（见下）能使两人都更好，因此 A 不是帕累托有效。
- **B**： 各节点平均分配：期初 (50,50)，状态分别为 (200,200) (12.5,12.5)。
两人的效用同为15.91.
- **C**：所有节点都给甲。若想让乙变好，必须从甲在某个节点扣出给乙，而甲的效用严格单调，会变差；乙没有任何节点的资源可用来“补偿”甲。不存在使一人更好且另一人不变差的重新分配，所以 C 是帕累托有效。公平吗？

2、无套利分析法

- 一般均衡分析法也叫绝对分析法，结合证券市场上证券的供给和需求，由市场出清决定证券的价格。与绝对分析法相对应的是相对分析法，即无套利分析法
- 当资本市场上存在多种证券时，相同的支付结果可以通过不同的方法而得到，则两种方法对应的投资组合的价格必须满足一定的关系，这种思想即是相对定价法，也叫套利定价法。

步骤

如果存在两个证券（或组合），它们在未来所有状态下的支付完全相同，但价格不同，那么投资者可以买入便宜的、卖出昂贵的，从而获得无风险利润。
因此，为了避免套利，市场价格必须满足一致性，这就是相对定价法的出发点。

- 套利定价分析法也有两个步骤：

　◇第一步构造投资组合，即通过构造投资组合对需要定价的证券进行复制；

　◇第二步比较两者的期初成本，从而对指定证券进行定价。

　通过两步给出的定价没有套利机会

- 无套利方法不同于一般均衡方法，我们在后面的内容中专门讨论该问题。