

第三次作业

金融经济学-2025 年秋

Question 1 假设你具有 CRRA 偏好，相对风险厌恶系数为 2。如果你现在有 50/50 的概率盈利或亏损 1000 元，同时，规避风险的保险成本为 500 元，在什么财富水平下，投机活动与支付保险之间无差异？即确定性等价的财富是多少？

Question 2 经济人的初始财富为 w ，且是严格风险厌恶的。 \tilde{g}_1 和 \tilde{g}_2 是两个独立的公平博弃，具有相同的分布，均为二项分布：有 p 的概率取值为 b ，有 $1 - p$ 的概率取值为 $-b$ ，其中 $0 < b < \frac{w}{2}$ 。

- (1) 求概率 p
- (2) 假定他必须承担风险 \tilde{g}_1 ，则他的期望效用为

$$V_1 = \mathbb{E}[u(w + \tilde{g}_1)].$$

证明风险使他的情况恶化，即

$$V_1 = \mathbb{E}[u(w + \tilde{g}_1)] < u(w).$$

- (3) (选做) 假定他必须承担风险

$$\tilde{g} = \frac{1}{2}(\tilde{g}_1 + \tilde{g}_2),$$

记在此情形下他的期望效用为

$$V_2 = \mathbb{E}[u(w + \tilde{g})].$$

请问 V_2 是否总比 V_1 高？

Question 3 市场上有三个证券，其价格和期末支付分别为：

$$S = \begin{bmatrix} 6 \\ 4 \\ 10 \end{bmatrix}, \quad X = \begin{bmatrix} 4 & \frac{3}{2} & 5 \\ 2 & \frac{7}{3} & 2 \\ 1 & \frac{4}{3} & 3 \end{bmatrix}.$$

即第一个证券的价格为 6，在三种状态下的支付分别为 4,2,1

- (1) 证明不存在套利机会；

- (2) 确定状态价格向量；
- (3) 确定消费计划 $(1, 0, 3)$ 的无套利价值；
- (4) 确定以第一个证券为标的、执行价格为 2 的看涨期权价格。

Question 4 假设期末只有一个状态发生，即期末是确定性的。经济人 1 在 0 期的禀赋为 100 而在 1 期的禀赋为 1，其效用函数为

$$u(c_0, c_1) = \ln c_0 + \rho \ln c_1;$$

市场上只有一个无风险证券，无风险利率为 r_F 。

- (1) 若 $\rho = 0.5$ ，求经济人的投资需求；
- (2) 若经济人 1 是唯一的参与者，请描述市场出清条件；
- (3) 求均衡利率；
- (4) 求均衡利率与时间偏好率 ρ 的关系。

Question 5 在第 4 题的基础上加入经济人 2，其效用函数与经济人 1 相同，禀赋为 $(1, 100)$ ，即期初禀赋为 1，期末禀赋为 100。

- (1) 求经济人 2 的最优消费—投资策略；
- (2) 求新的经济下的均衡利率，并比较单个经济人参与的经济下的均衡利率。