

FONCTIONS USUELLES

www.eleves.ens.fr/home/yhuang

06 Octobre, 2011

1 Recollement

Résoudre l'équation différentielle: $x(x+1)y' + y = \arctan x$.

Résoudre l'équation différentielle: $y' = |x - y|$.

Résoudre l'équation différentielle: $y'' + |y| = 1$ avec $y(0) = 0$ et $y'(0) = 1$.

2 Changement de variables

Résoudre l'équation différentielle: $y'' - y' - e^{2x}y = e^{3x}$.

Indication: Posons $u = e^x$.

Résoudre l'équation différentielle: $x^2y'' + 4xy' + (2 - x^2)y = 1$.

Indication: Posons $y = \frac{y}{x^2}$.

3 Dériver pour intégrer

Résoudre l'équation $xy'' - 2y' - xy = 0$.

Résoudre l'équation $f''(x) + f(-x) = x \cos x$ avec f une fonction réelle de classe \mathcal{C}^2 .

4 La fonction sin n'est pas rationnelle (X-ENS)

Montrer que la fonction sin n'est pas rationnelle sur aucun intervalle réel $[a, b]$.

On admettra le résultat suivant: une fonction rationnelle n'a qu'un nombre fini de zéro sur un intervalle non vide $]a, b[$.

On rappelle que le degré d'une fonction rationnelle $\frac{P}{Q}$ est défini par $\deg(P) - \deg(Q)$ si $P \neq 0$ et $-\infty$ sinon. Cette définition ne dépend pas de la représentation choisie.