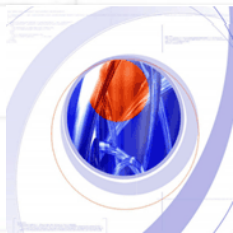


# 第7章 互连网络 (ICN)

- 7.1 互连网络基本概念
- 7.2 互连网络的结构参数与性能指标
- 7.3 互连函数
- 7.4 静态互连网络
- 7.5 动态互连网络



## 7.4 静态互连网络

互连网络通常可以分为两大类：

- 静态互连网络

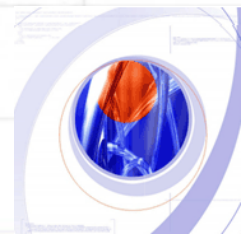
各结点之间有固定的连接通路、且在运行中不能改变的网络。

- 动态互连网络

由交换开关构成、可按运行程序的要求动态地改变连接状态的网络。

下面介绍几种静态互连网络。

（其中： $N$ 表示结点个数）



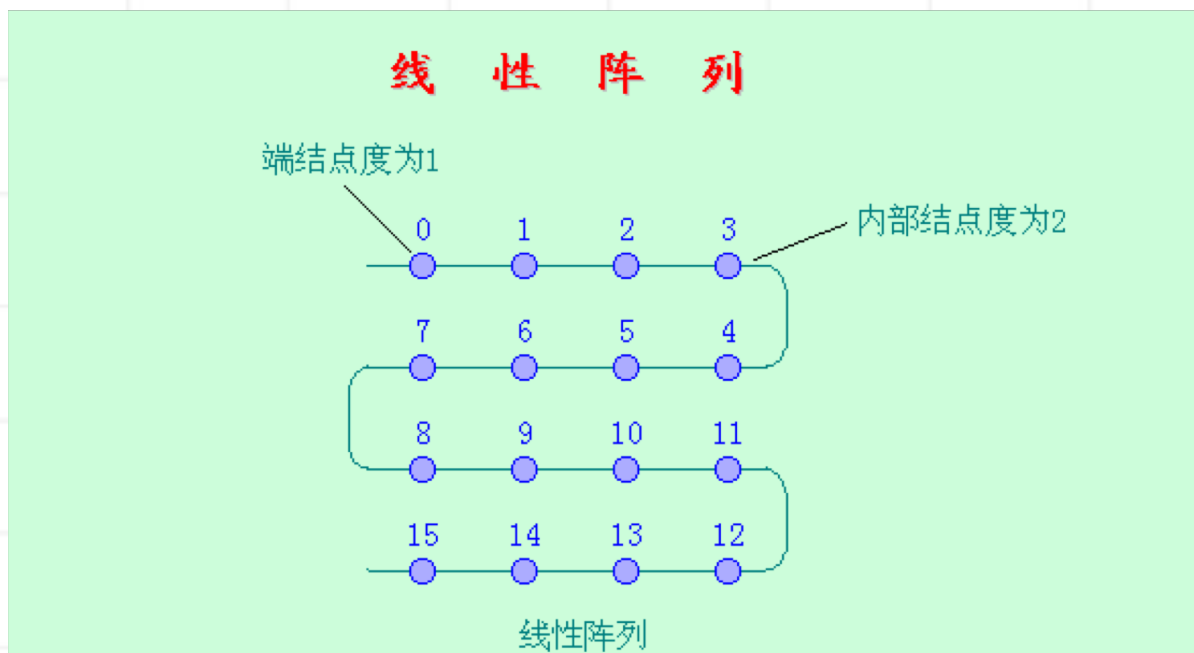
# 1. 线性阵列 一种一维的线性网络，其中 $N$ 个结点用 $N-1$ 个链路连成一行。

端结点的度：1

其余结点的度：2

直径： $N-1$

等分宽度 $b=1$



## 线性阵列与总线的区别：

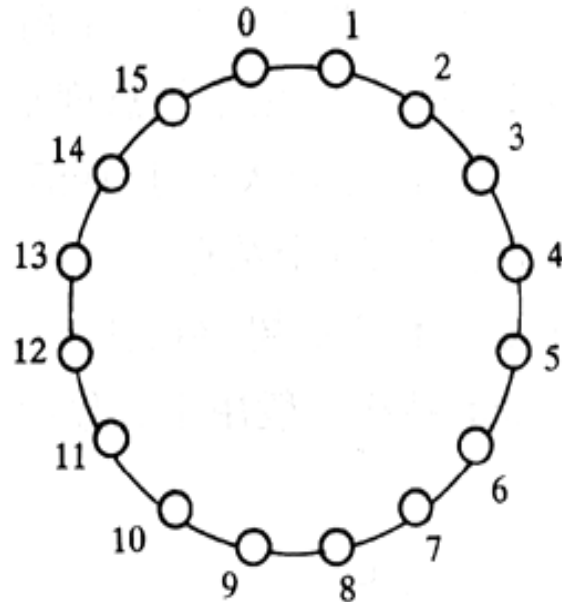
总线是通过切换与其连接的许多结点来实现时分特性的  
线性阵列允许不同的源结点和目的结点对并行地使用其不同的部分

## 2. 环和带弦环

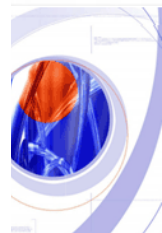
### ➤ 环

用一条附加链路将线性阵列的两个端点连接起来而构成。可以单向工作，也可以双向工作。

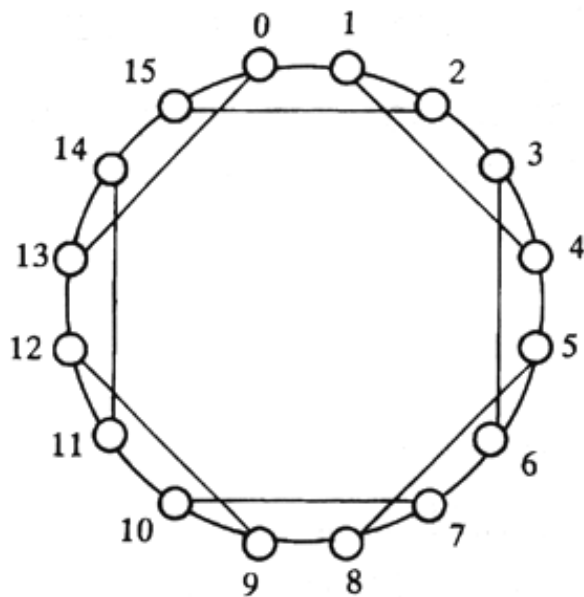
- 对称
- 结点的度: 2
- 双向环的直径:  $N/2$
- 单向环的直径:  $N$
- 环的等分宽度  $b=2$



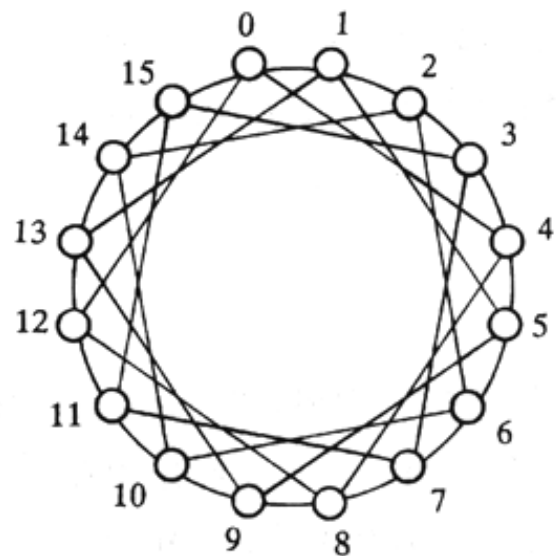
(b)环



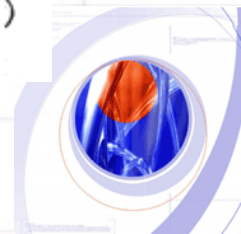
带弦环 增加的链路愈多，结点度愈高，网络直径就愈小。



(c)度为 3 的带弦环

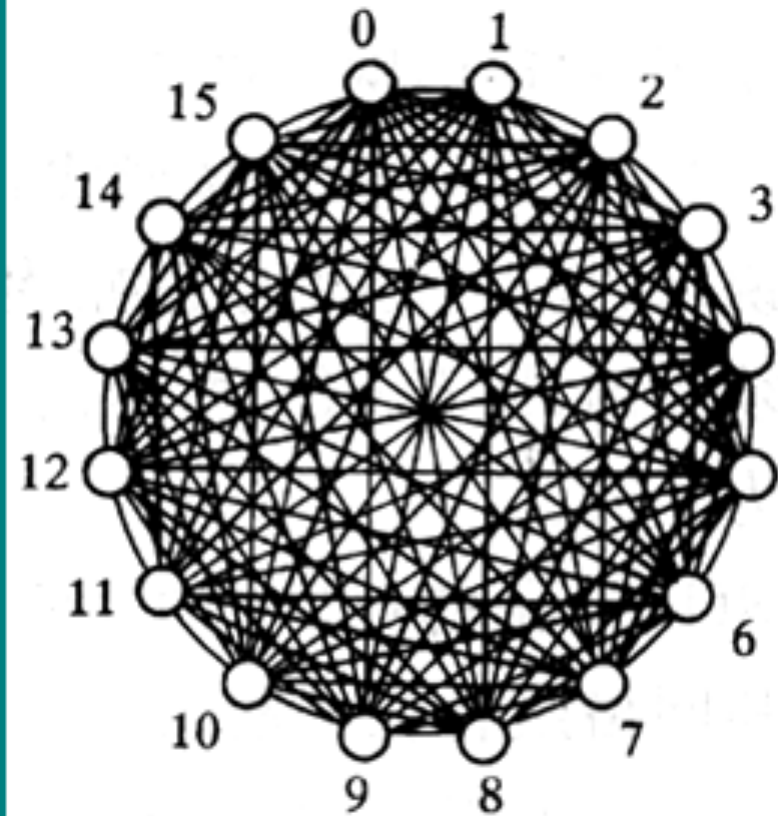


(d)度为 4 的带弦环(与 Illiac 网相同)

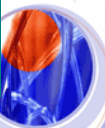


➤ 全连接网络

- 结点度: 15
- 直径为1。

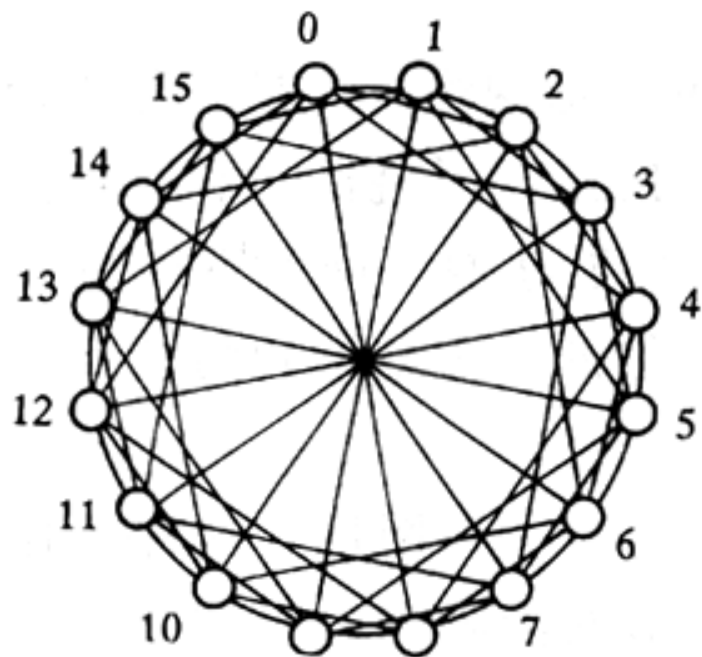


(f) 全连接



### 3. 循环移数网络

- 通过在环上每个结点到所有与其距离为2的整数幂的结点之间都增加一条附加链而构成。



$N=16$  结点度: 7; 直径: 2

(e) 循环移数网络

- 一般地, 如果  $|j-i| = 2^r$   
( $r=0, 1, 2, \dots, n-1, n=\log_2 N$ ),  
则结点  $i$  与结点  $j$  连接。

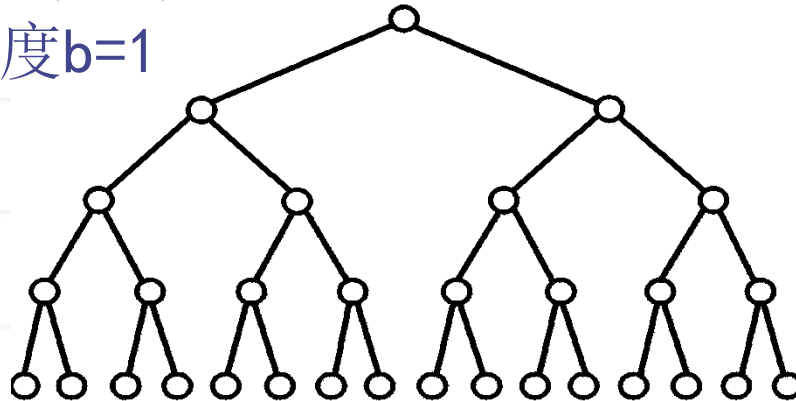
- 结点度:  $2n-1$
- 直径:  $n/2$
- 网络规模  $N=2^n$

## 4. 树形和星形

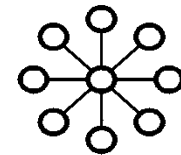
**树形:**一棵5层31个结点的二叉树

一般, 一棵k层完全平衡的二叉树有 $N=2^k-1$ 个结点。

- 最大结点度: 3
- 直径:  $2(k-1)$
- 等分宽度 $b=1$



(a) 二叉树



(b) 星形

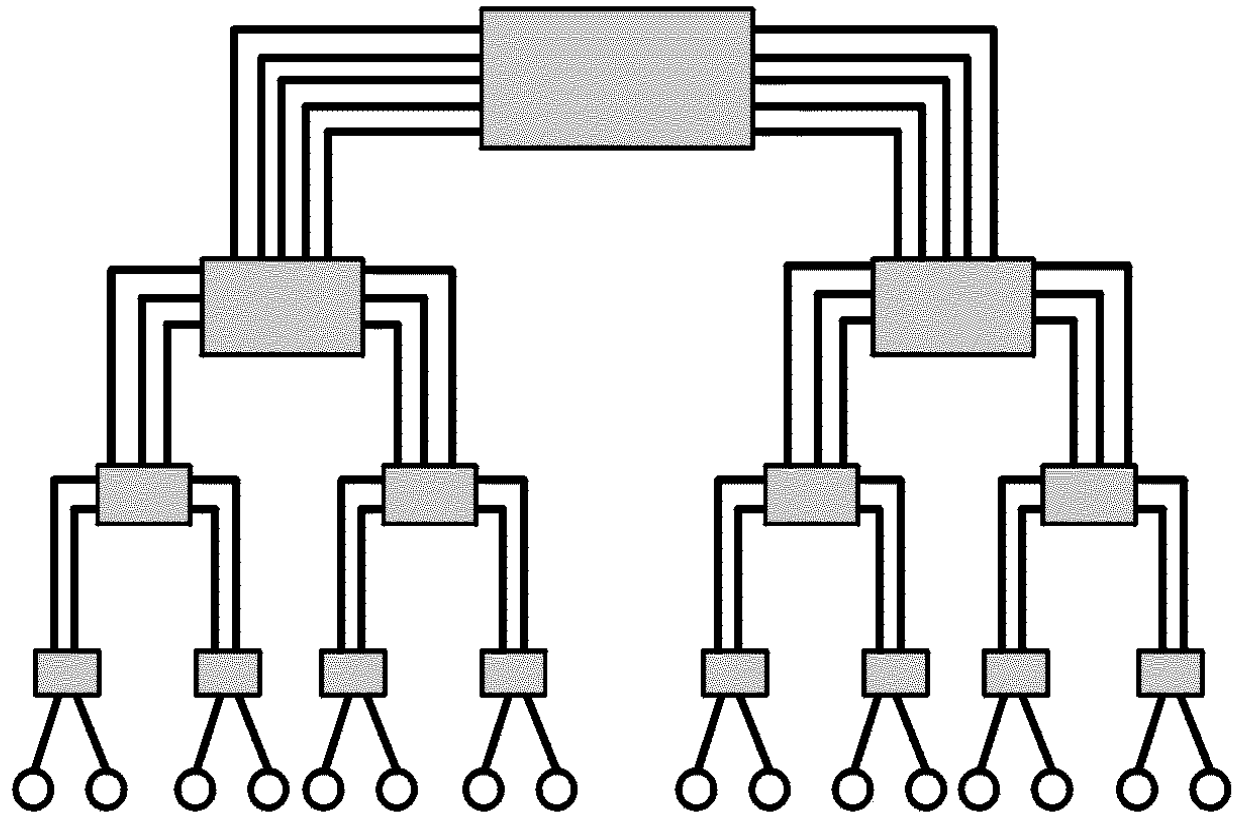
**星形:**

- 结点度较高, 为 $N-1$ 。
- 直径较小, 是一常数2。等分宽度 $b=\lfloor N/2 \rfloor$
- 可靠性较差, 中心结点出故障, 整个系统就会瘫痪。

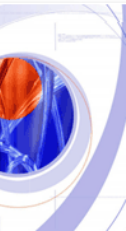




## 5. 胖树形



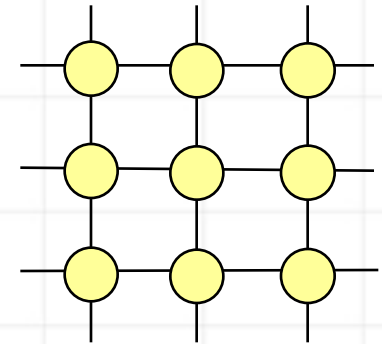
(c) 二叉胖树



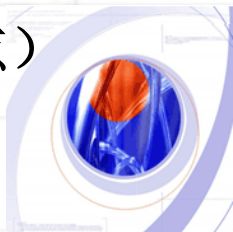
## 6. 网格形和环网形

### ➤ 网格形

- 一个 $3 \times 3$ 的网格形网络
- 一个规模为 $N=n \times n$ 的2维网格形网络
  - 内部结点的度 $d=4$
  - 边结点的度 $d=3$
  - 角结点的度 $d=2$
  - 网络直径 $D=2(n-1)$
  - 等分宽度 $b=n$
- 一个由 $N=n^k$ 个结点构成的 $k$ 维网格形网络（每维 $n$ 个结点）的内部结点度 $d=2k$ ，网络直径 $D=k(n-1)$ 。



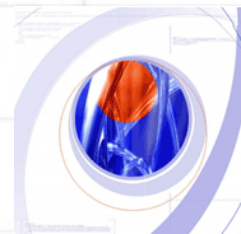
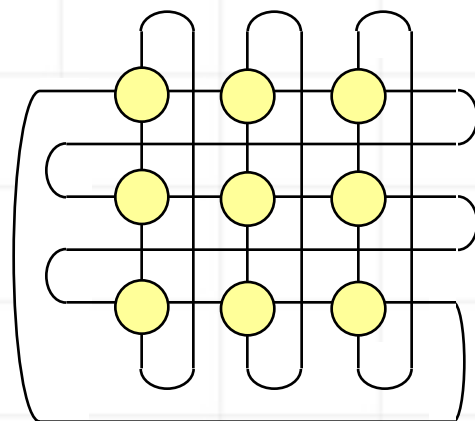
(a) 网格形



## ➤ Illiac网络

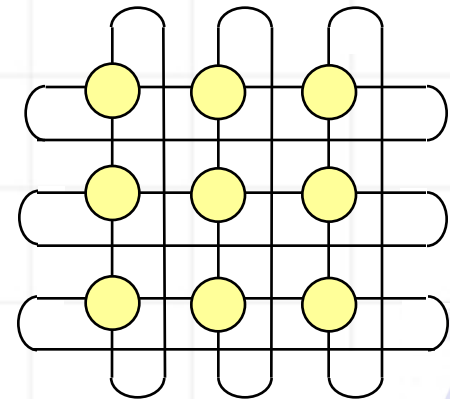
- 名称来源于采用了这种网络的**Illiac IV**计算机
- 把**2**维网格形网络的每一列的两个端结点连接起来，再把每一行的尾结点与下一行的头结点连接起来，并把最后一行的尾结点与第一行的头结点连接起来。
- 一个规模为 $n \times n$ 的**Illiac**网络
  - 所有结点的度 **$d=4$**
  - 网络直径 **$D=n-1$** 

Illiac网络的直径只有纯网格形网络直径的一半。
  - 等分宽度： **$2n$**



## ➤ 环网形

- 可看作是直径更短的另一网格。
- 把2维网格形网络的每一行的两个端结点连接起来，把每一列的两个端结点也连接起来。
- 将环形和网格形组合在一起，并能向高维扩展。
- 一个 $n \times n$ 的环网形网
  - 结点度：4
  - 网络直径： $2 \times \lfloor n/2 \rfloor$
  - 等分宽度 $b=2n$



(c) 环网形

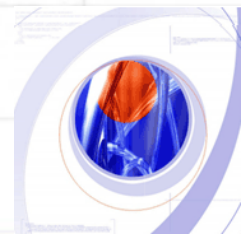
## 7. 超立方体

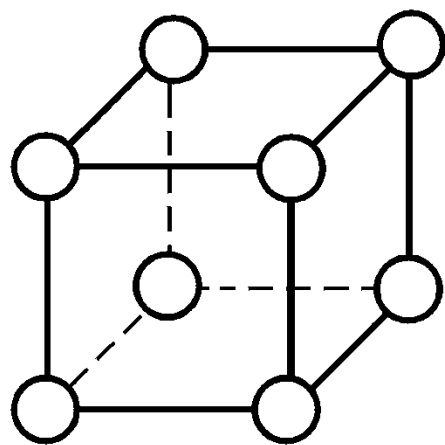
- 一种二元 $n$ -立方体结构
- 一般来说，一个二元 $n$ -立方体由 $N=2^n$  个结点组成，它们分布在 $n$ 维上，每维有两个结点。

**例** 8个结点的3维立方体

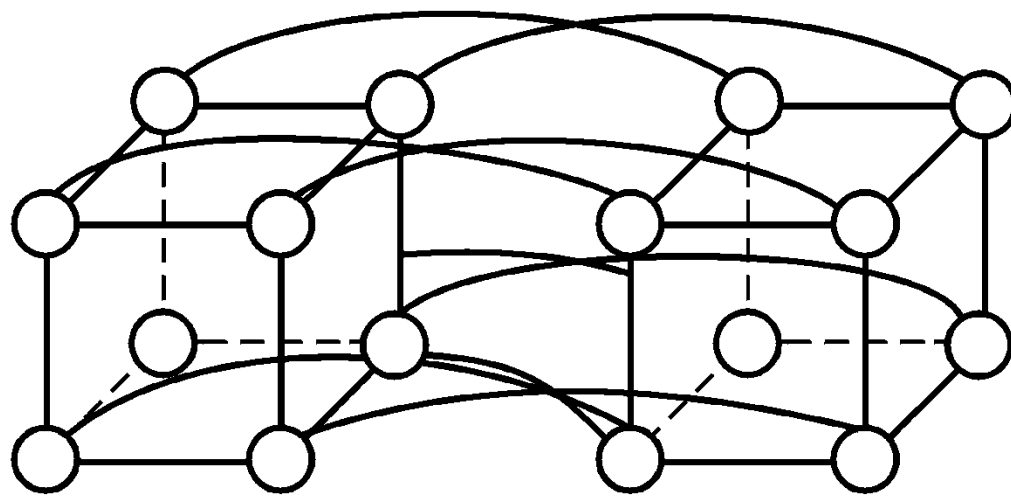
4维立方体

- 为实现一个 $n$ -立方体，只要把两个  $(n-1)$  立方体中相对应的结点用链路连接起来即可。共需要 $2^{n-1}$ 条链路。
- $n$ -立方体中结点的度都是 $n$ ，直径也是 $n$ ，等分宽度为 $b=N/2$ 。

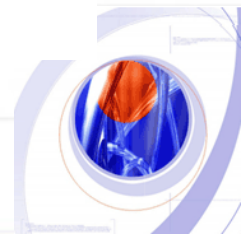




(a) 3-立方体

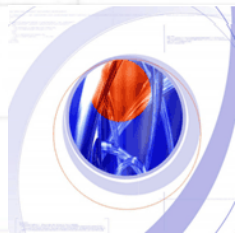


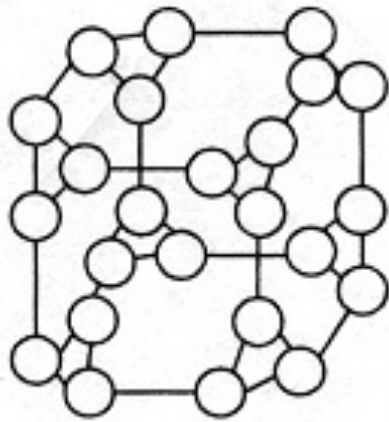
(b) 由 2 个 3-立方体组成的 4-立方体



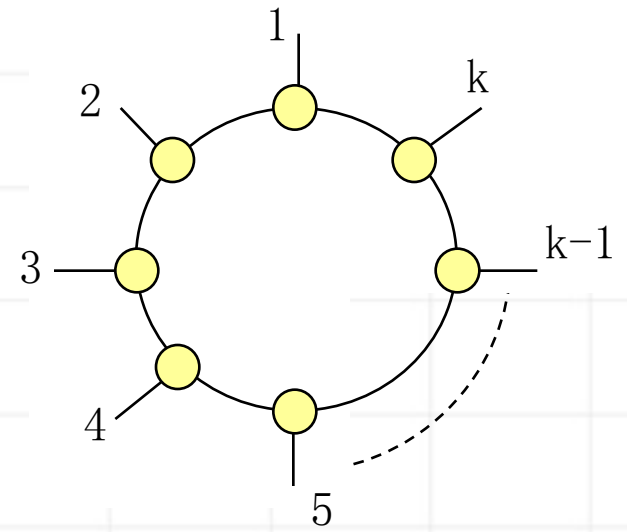
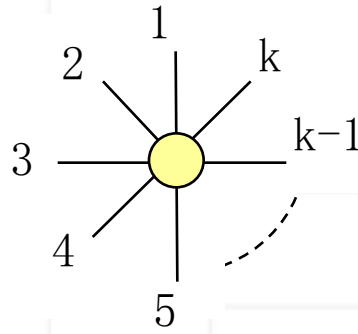
## 8. 带环立方体（简称3-CCC）

- 把3-立方体的每个结点换成一个由3个结点构成的环而形成的。
- 带环k-立方体（简称k-CCC）
  - k-立方体的变形，它是通过用k个结点构成的环取代k-立方体中的每个结点而形成的。
  - 网络规模为 $N=k \times 2^k$
  - 网络直径为 $D=2k-1+\lfloor k/2 \rfloor$ 
    - 比k-立方体的直径大一倍
  - 等分宽度为 $b=N/(2k)$





(a) 带环3-立方体



(b) 将 $k$ -立方体的每个结点用由 $k$ 个结点的环来代替，组成带环 $k$ -立方体



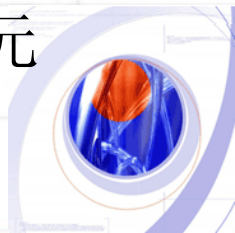


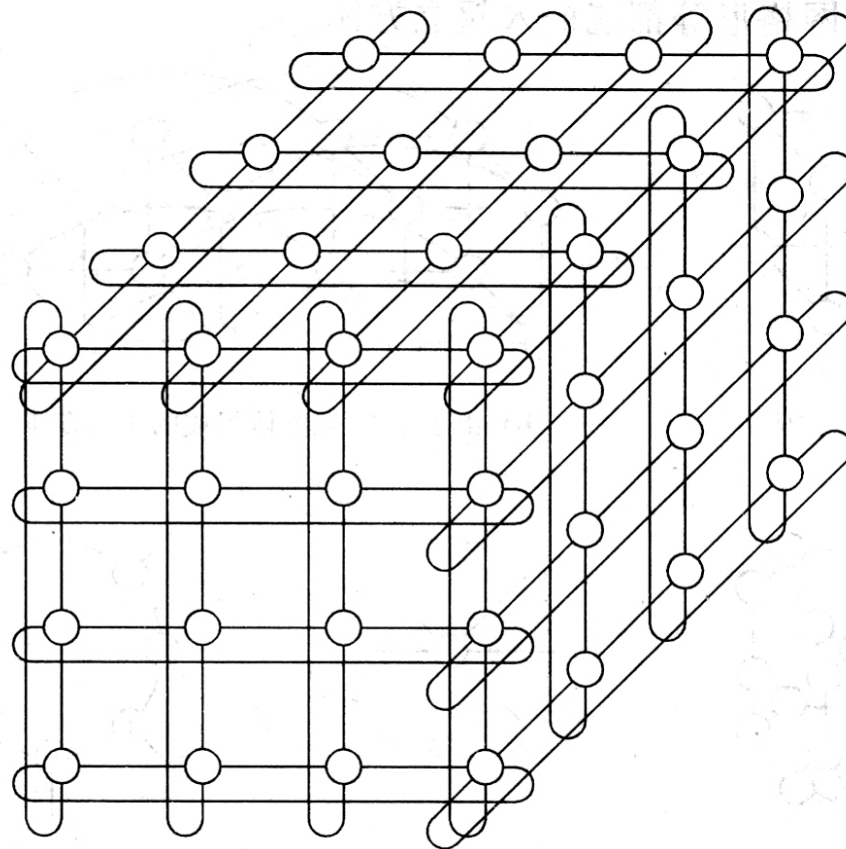
## 9. $k$ 元 $n$ -立方体网络

- 环形、网格、环网形、二元 $n$ -立方体（超立方体）和 $\Omega$ 网络都是 $k$ 元 $n$ -立方体网络系列的拓扑同构体。
- 在 $k$ 元 $n$ -立方体网络中，参数 $n$ 是立方体的维数， $k$ 是基数，即每一维上的结点个数。

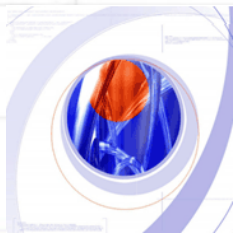
$$N=k^n, \quad (k=\sqrt[n]{N}, \quad n=\log_k N)$$

- $k$ 元 $n$ -立方体的结点可以用基数为 $k$ 的 $n$ 位地址 $A=a_1a_2\dots a_n$ 来表示。
  - 其中 $a_i$ 表示该结点在第 $i$ 维上的位置
- 通常把低维 $k$ 元 $n$ -立方体称为环网，而把高维 $k$ 元 $n$ -立方体称为超立方体。





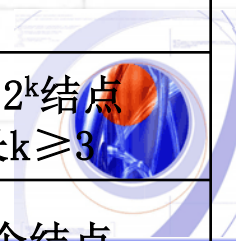
4元3-立方体网络



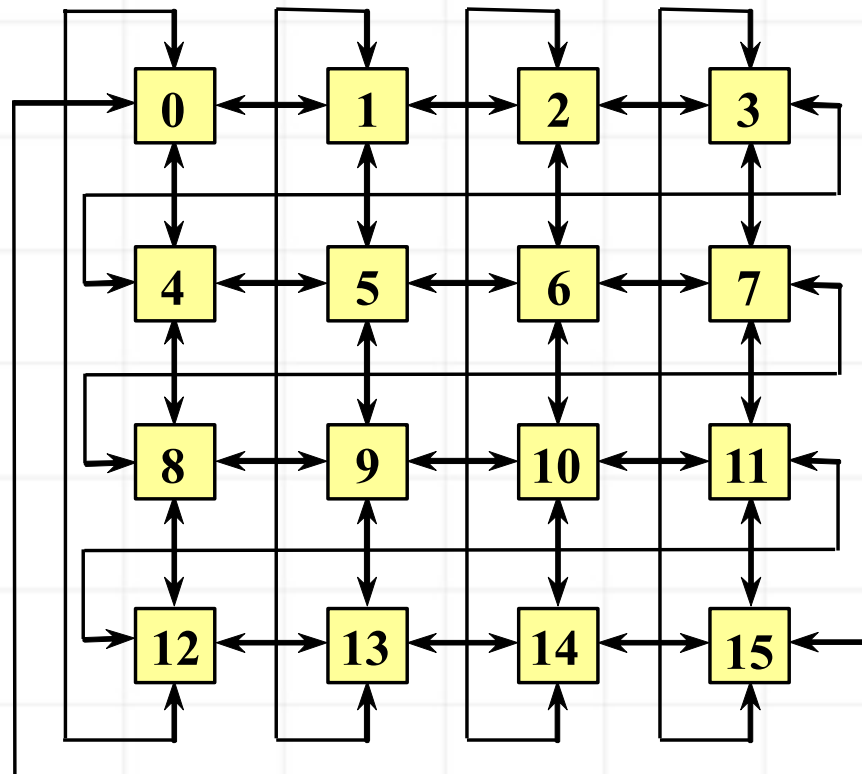
# 静态互连网络特征一览表



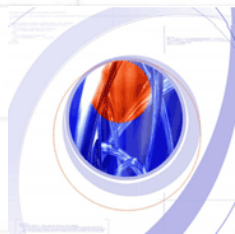
网络类型	结点度d	网络直径D	链路数1	等分宽度B	对称性	网络规格说明
线线阵列	2	$N-1$	$N-1$	1	非	N个结点
环形	2	$[N/2]$	$N$	2	是	N个结点
全连接	$N-1$	1	$N(N-1)/2$	$(N/2)^2$	是	N个结点
二叉树	3	$2(h-1)$	$N-1$	1	$r = \sqrt{N}$	树高 $h = [\log_2 N]$
星形	$N-1$	2	$N-1$	$[N/2]$	非	N个结点
2D网格	4	$2(r-1)$	$2N-2r$	$r$	非	$r \times r$ 网格,
Illiacy网	4	$r-1$	$2N$	$2r$	非	与 $r = \sqrt{N}$ 的带弦环等效
2D环网	4	$2[r/2]$	$2N$	$2r$	是	$r \times r$ 环网, $r = \sqrt{N}$
超立方体	$n$	$n$	$nN/2$	$N/2$	是	N个结点, $n = [\log_2 N]$ (维数)
CCC	3	$2k-1 + [k/2]$	$3N/2$	$N/(2k)$	是	$N = k \times 2^k$ 结点 环长 $k \geq 3$
k元n-立方体	$2n$	$n[k/2]$	$nN$	$2k^{n-1}$	是	$N = k^n$ 个结点



例 已知有16个处理器用Illiac网络互连，写出Illiac网络的互连函数，给出表示任何一个处理器 $PU_i$  ( $0 \leq i \leq 15$ ) 与其他处理器直接互连的一般表达式。



用移数函数构成ILLIAC IV 阵列机的互连网络



**解：**Illiac网络连接的结点数**N=16**，组成**4×4**的阵列。每一列的**4**个处理器互连为一个双向环，第**1**列～第**4**列的双向环可分别用循环互连函数表示为：

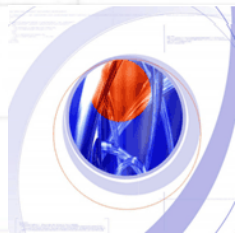
$(0 \ 4 \ 8 \ 12)$	$(12 \ 8 \ 4 \ 0)$
$(1 \ 5 \ 9 \ 13)$	$(13 \ 9 \ 5 \ 1)$
$(2 \ 6 \ 10 \ 14)$	$(14 \ 10 \ 6 \ 2)$
$(3 \ 7 \ 11 \ 15)$	$(15 \ 11 \ 7 \ 3)$

传送方向为顺时针的**4**个单向环的循环互连函数可表示为：

$$PM2_{+2}(X) = (X + 2^2) \bmod N = (X + 4) \bmod 16$$

传送方向为逆时针的**4**个单向环的循环互连函数可表示为：

$$PM2_{-2}(X) = (X - 2^2) \bmod N = (X - 4) \bmod 16$$



16个处理器由Illiac网络的水平螺线互连为一个双向环，用循环互连函数表示为：

(0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15)

(15 14 13 12 11 10 9 8 7 6 5 4 3 2 1 0)

传送方向为顺时针的单向环的循环互连函数可表示为：

$$PM2_{+0}(X) = (X + 2^0) \bmod N = (X + 1) \bmod 16$$

传送方向为逆时针的单向环的循环互连函数可表示为：

$$PM2_{-0}(X) = (X - 2^0) \bmod N = (X - 1) \bmod 16$$

所以，N=16的Illiac网络的互连函数有4个：

$$PM2_{\pm 0}(X) \text{ 和 } PM2_{\pm 2}(X)$$

