## BÖLÜM 5 **HAREKET KANUNLARI**

- 1. Kuvvet kavramı
- 2. Newton'un 1. yasası ve eylemsiz sistemler
- 3. Kütle
- 4. Newton'un 2. yasası
- 5. Kütle-çekim kuvveti ve ağırlık
- 6. Newton'un 3. yasası
- 7. Newton yasalarının bazı uygulamaları
- 8. Sürtünme kuvvetleri



Küçük bir bot böyle büyük bir yük gemisini nasıl çekebilir?



Ariane 5 roketi 22 Nisan 2011 de uzay yolculuğuna başlıyor. Avrupa Uzay Birliği (ESA) tarafından geliştirilen bu roket 9.5 ton yükü Dünya'nın çekim kuvvetinden kurtarıp uzaya taşıyarak bir rekor kırmıştır.

Hareketi doğuran temel etken kuvvettir. Hareketin, kuvvet ve kütle gibi kavramlarla ilişkisi

tam olarak nedir?

## Kuvvet kavramı

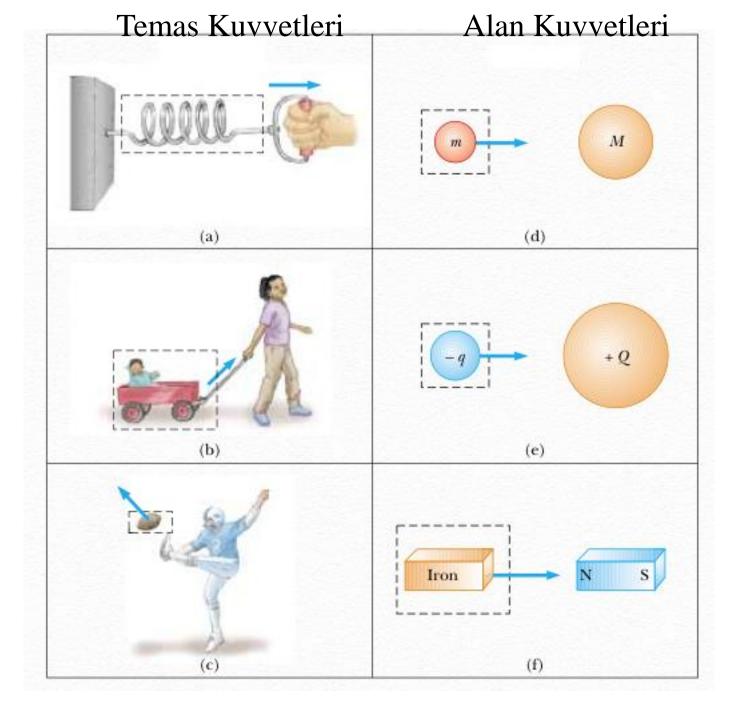
Kuvvetle ilgili olarak herkesin günlük yaşamından bir deneyimi vardır Bu deneyimler sandalyenin kaldırılıp bir yere taşınması, kitabın yerinden kaldırılması veya futbol topuna vurularak onu hareketlendirmek gibi aktivitelerdir. Bunları yaparken cisimlere (kas) kuvveti uygularız. Bazen onların hızlarını değiştiririz. Kuvvet genelde harekete neden olur. Bazen hareket ettiremediğiniz büyüklükte cisimlere de kuvvet uygularız.

#### TOPLAM KUVVET

Birden fazla kuvvet bir cisme etki ederse cisim nasıl hareket eder? Eğer cismin hızında değişme oluyorsa hareket eder. Eğer cismin hızında değişme oluyorsa ona bir etki (kuvvet) ediyordur. Net kuvvet toplam kuvvet veya bileşke kuvvet olarak isimlendirilir. Bir cisme etki eden kuvvetler cismin hızını değiştiremiyorsa cisme etki eden toplam kuvvet sıfırdır. Cisim dengededir.

## **KUVVET KAVRAMI**

- Bir cismi itmek, bir topa vurmak kuvvet uygulamaktır.
- @ Bir cismin üzerine etki eden net kuvvet o cismin üzerine uygulanan kuvvetlerin tamamının vektörel toplamıdır.
- Net kuvvet sıfırsa, ivme de sıfırdır ve cismin hızı değişmez.
- Bir cisim bir dış kuvvet nedeni ile ivmelenir.
- © Cismin hızı sabit ya da cisim durgun halde ise o cisim dengede deriz.
- @ Bir cismin hızındaki değişim ancak o cisme bir kuvvet uygulanması ile mümkündür. O halde cismin üzerine uygulanan kuvvet ile cismin ivmesi arasında bir ilişki vardır.
- Q Kuvvetler temas kuvvetleri ve alan kuvvetleri olmak üzere ikiye ayrılır.

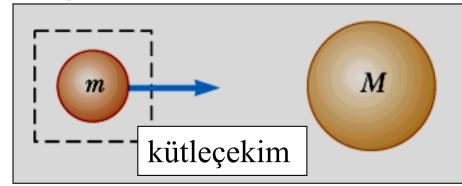


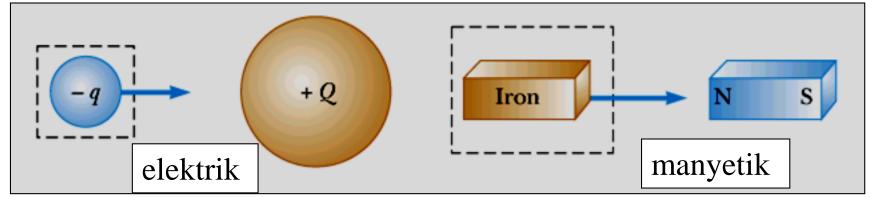
## ALAN KUVVETLERİ

## Cisimler arasında fiziksel temas yoktur.

#### ÖRNEKLER:

- İki cisim arasındaki çekim kuvveti
- Elektrik yüklerinin birbirine uyguladığı kuvvet
- Bir mıknatısın demir çubuğa uyguladığı kuvvet





## Temel Kuvvetler

- 1) Kütle çekim kuvvetleri; iki cismin kütlelerinden dolayı birbirlerine uyguladıkları çekim kuvvetleri
- 2) Elektromanyetik kuvvetler; durgun veya hareketli iki yüklü parçacığın yüklerinden dolayı birbirlerine uyguladıkları itme veya çekme kuvvetleri
- 3) Atom-altı parçacıklar arasında görülen, şiddetleri büyük **çekirdek kuvvetleri**
- 4) Zayıf nükleer kuvvetler; belli radyoaktif bozunumlarda ortaya çıkan kuvvetlerdir.

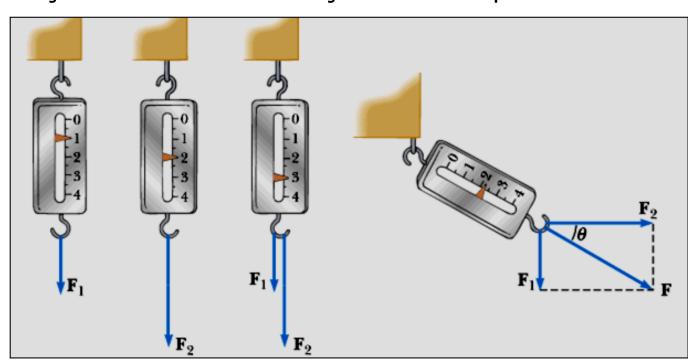
Klasik fizik sadece; kütle çekim ve elektromanyetik kuvvetleri inceler.

#### Kuvvetlerin ölçülmesi

- Kuvvetler genellikle kalibre edilmiş bir yayın şekil değişimini belirlenmesiyle ölçülür.

- Bir cisme etkiyen bileşke kuvveti bulmak için vektör toplama

kuralını uygularız.



Kuvvetin vektör özelliğini test edelim.

- (a) F<sub>1</sub> kuvveti yayı 1 cm geriyor.
- (b)  $F_2$  kuvveti yayı 2 cm geriyor.
- (c)  $F_1$  ve  $F_2$  nin yönü birbirine şekildeki gibi olursa yaydan okunan

$$F = \sqrt{1^2 + 2^2} = 2.24 \text{ cm}$$

- •Kuvvet F büyüklüğü ve yönü belirlenen vektörel bir büyüklüktür.
- Durağan bir cisim üzerine etki eden bileşke (net) kuvvet sıfır ise bu cisim hareketsiz kalır.
- Bir cisme uygulanan net kuvvet, ayrı ayrı itme ve çekmelerden oluşan toplam itme ya da çekmeyi ifade eder.

$$\overrightarrow{F}_{net} = \sum_{i} \overrightarrow{F}_{i}$$
 1N= 1 kg.m/s<sup>2</sup>

SI  $\rightarrow$ 1 Newton (N) = 1 kg.m/s<sup>2</sup>

CGS $\rightarrow$ 1 Dyne (din) = 1 g.cm/s<sup>2</sup>

Nicelik	Kütle	İvme	Kuvvet
Sembol	m	a	F
Birim	kg	m/s <sup>2</sup>	kg m/s <sup>2</sup>

Tablo 1.1: Birim Tablosu

SI 
$$\rightarrow$$
1 Newton (N) = 1 kg.m/s<sup>2</sup>

$$1N=10^3g.10^2cm/s^2=10^5Din$$

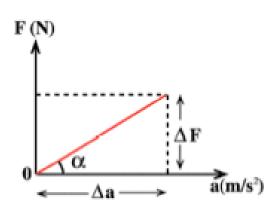
1Din=
$$10^{-5}$$
 N;  $1N = 10^{5}$  Din

1kg'lık kütleye 1m/s² lik ivme kazandıran kuvvet 1 nevton (N) değerindedir. 1 N= 1kg m/s² dir.

$$F = m$$
. a bağıntısından ivme birimi  $m/s^2$  yerine,  $a = \frac{F}{m} = \frac{N}{kg}$  da kullanılabilir.

Bir cisme uygulanan F kuvveti ile cismin kazandığı ivmenin değişim grafiğinde,

$$\tan \alpha = \text{eğim} = \frac{\Delta F}{\Delta a} = \text{sabit} = \text{kütledir}.$$



Grafik 1.1:Kuvvet-ivme grafiği

Kuvvet-ivme grafiğinin eğimi cismin kütlesini verir.

#### 1. Newton Yasası

Üzerine net kuvvet etkimeyen bir cisim ya hareketsizdir, yahut da düzgün doğrusal hareket yapar.

$$\vec{F}_{\text{net}} = 0 \iff \vec{a} = 0$$

•  $\vec{F}_{net}$  çok sayıda kuvvetin vektörel toplamı olup, buna **net kuvvet** veya **bileşke kuvvet** denir:

$$\vec{F}_{\text{net}} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \cdots = \sum_i \vec{F}_i$$

Cisim üzerine çok sayıda kuvvet etkiyor olabilir, ama bunların bileşkesi sıfırsa, birinci yasa geçerlidir.

 Birinci yasa aslında kuvvetin tanımıdır. Eğer bir cisim ivmeleniyorsa üzerine net bir kuvvet etkiyor demektir. İvme, kuvvetin varlığının habercisidir.

## **Eylemsizlik:**

Bir cismin, hızında meydana gelecek değişmeye direnme eğilimine o cismin eylemsizliği denir. Yani eylemsizlik, bir cismin dış kuvvete nasıl karşı koyacağının (direncinin) bir ölçüsüdür.

## Kütle

- Bir cismin kütlesi, cismin ne kadar eylemsizliğe sahip olduğunun bir ölçüsüdür.
- Kütle cismin değişmeyen bir özelliğidir ve skaler bir niceliktir.
- Kütlenin birimi SI sisteminde kg 'dır.
- Belli bir kuvvet altında, cismin kütlesi büyükse, kazandığı ivme küçüktür. Yani kütle ile kazanılan ivme arasında ters orantı vardır:
- Belli bir kuvvet ile  $m_1$  kütlesine  $a_1$  ivmesi,  $m_2$  kütlesine  $a_2$  ivmesi kazandırılıyorsa:

 $\frac{m_1}{m_2} \equiv \frac{a_2}{a_1}$ 

#### Kütle ve ağırlık farklıdır.

Cismin ağırlığı ona etki eden yerçekimi kuvvetinin büyüklüğüdür.

#### 2. Newton Yasası

Bir cisim, üzerine uygulanan net kuvvetle doğru orantılı ve onunla aynı yönde bir ivme kazanır. Orantı katsayısı cismin kütlesi olur.

$$\vec{F}_{\text{net}} = m \vec{a}$$

- İkinci yasa kuvvet birimini belirler. SI sisteminde Newton (kısaca N)  $1 \text{ N} = 1 \text{kg} \cdot \text{m/s}^2$
- İkinci yasa vektörel bir eşitliktir. Her bileşen için geçerli olmalıdır:

$$\vec{F}_{\text{net}} = m \, \vec{a} \iff \begin{cases} F_{x,\text{net}} = m \, a_x \\ F_{y,\text{net}} = m \, a_y \end{cases}$$

- İkinci yasa aslında kütlenin tanımıdır. Kütle, cismin ivmelenmeye direncinin bir ölçüsüdür. Buna eylemsizlik denir.
- Newton yasaları hangi gözlemciler için geçerlidir?
   Newton yasaları birbirine göre duran veya düzgün doğrusal hareket yapan gözlemciler için geçerlidir.

#### 2. Newton Yasası

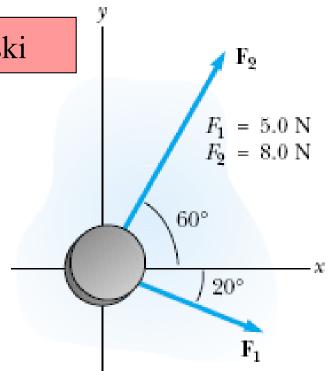
Bir cismin ivmesi, ona etki eden bileşke kuvvet ile doğru orantılı ve kütlesi ile ters orantılıdır.

$$\sum \vec{F} = m\vec{a}$$

$$\sum F_x = ma_x$$
  $\sum F_y = ma_y$   $\sum F_z = ma_z$ 

ÖRNEK 5.1 (s.118) İvmelenen bir hokey diski

Bir hokey diskine sürtünmesiz bir buz zeminde (kütlesi 0.3 kg), şekildeki gibi iki kuvvet etki ediyor.



- (a) Diske etkiyen net kuvvetin bileşenlerini belirleyin.
- (b) Diskin ivmesinin büyüklüğünü ve yönünü belirleyin.
- (c) Cismin ivmesinin sıfır olabilmesi için etkimesi gerekli üçüncü kuvvet (büyüklüğü ve yönü) ne olmalıdır?

Bir hokey diskine sürtünmesiz bir buz zeminde (kütlesi 0.3 kg), şekildeki gibi iki kuvvet etki ediyor.

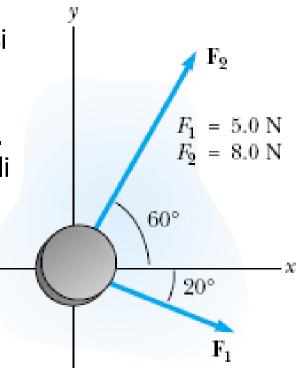
- a) Diske etkiyen net kuvvetin bileşenlerini belirleyin.
- b) Diskin ivmesinin büyüklüğünü ve yönünü belirleyin.
- c) Cismin ivmesinin sıfır olabilmesi için etkimesi gerekli üçüncü kuvvet (büyüklüğü ve yönü) ne olmalıdır?

ÇÖZÜM: a) x-yönündeki bileşke kuvvet:

$$\sum F_x = F_{1x} + F_{2x} = F_1 \cos(-20^\circ) + F_2 \cos 60^\circ$$
$$= (5.0 \text{ N}) (0.940) + (8.0 \text{ N}) (0.500) = 8.7 \text{ N}$$

y-yönündeki bileşke kuvvet:

$$\sum F_y = F_{1y} + F_{2y} = F_1 \sin (-20^\circ) + F_2 \sin 60^\circ$$
$$= (5.0 \text{ N})(-0.342) + (8.0 \text{ N})(0.866) = 5.2 \text{ N}$$



Bir hokey diskine sürtünmesiz bir buz zeminde (kütlesi 0.3 kg), şekildeki gibi iki kuvvet etki ediyor.

- a) Diske etkiyen net kuvvetin bileşenlerini belirleyin.
- b) Diskin ivmesinin büyüklüğünü ve yönünü belirleyin.
- c) Cismin ivmesinin sıfır olabilmesi için etkimesi gerekli üçüncü kuvvet (büyüklüğü ve yönü) ne olmalıdır?

ÇÖZÜM: b) Newton'un 2. yasasını kullanırsak; x- ve y-yönündeki ivme bileşenleri:

$$a_x = \frac{\Sigma F_x}{m} = \frac{8.7 \text{ N}}{0.30 \text{ kg}} = 29 \text{ m/s}^2$$

$$a_y = \frac{\Sigma F_y}{m} = \frac{5.2 \text{ N}}{0.30 \text{ kg}} = 17 \text{ m/s}^2$$

İvmenin büyüklüğü ve yönü:

$$a = \sqrt{(29)^2 + (17)^2} \,\text{m/s}^2 = 34 \,\text{m/s}^2$$
  $\theta = \tan^{-1} \left(\frac{a_y}{a_x}\right) = \tan^{-1} \left(\frac{17}{29}\right) = 30^\circ$ 

c) Yönü -30° ve bileşenleri;

$$F_{3x} = -8.7 \text{ N}, \quad F_{3y} = -5.2 \text{ N}.$$

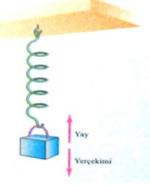
 $20^{\circ}$ 

## ÇEKİM KUVVETİ VE AĞIRLIK

- Çekim kuvveti, bir cisme dünyanın uyguladığı kuvvettir.
- Yönü dünyanın merkezine doğrudur.
- Bu çekici kuvvet yerçekimi kuvvetidir,  $(F_q)$ .

$$\sum F = ma \implies \sum F = F_g \implies a = g$$

$$F_g = m \cdot \vec{g}$$



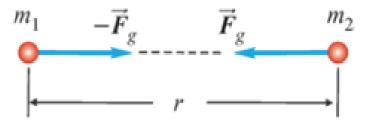
Newton'nun birinci kanun ile gerilmiş bir yayın uyguladığı kuvvet gibi bilinen bir kuvvet kullanılarak diğer kuvvetler ölçülebilir. Bu sistemde ölçülen kuvvet yerçekimi kuvvetidir.

- Bu kuvvetin büyüklüğü cismin ağırlığı olarak adlandırılır.
- Yani bir cismin ağırlığı yerçekimi kuvvetinin büyüklüğüdür.
   (Bu kuvvet, m kütlesinin yere düşmemesi için gerekli kuvvettir).
- Cismin ağırlığı yerçekimi ivmesinin büyüklüğü ile değişir, ancak cismin kütlesi değişmez; Dünyada 60 N gelen bir cisim Ay'da 10 N gelir.

#### Newton'un Kütle Çekim Yasası

Evrende her iki cisim arasında, kütlelerin çarpımıyla doğru orantılı ve aralarındaki uzaklığın karesiyle ters orantılı bir çekim kuvveti vardır:

$$F_{\rm g} = G \, \frac{m_1 \, m_2}{r^2}$$



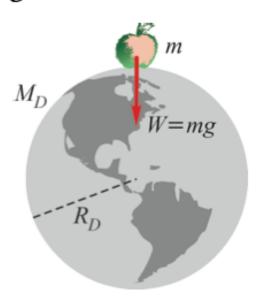
• 
$$G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{kg}^2$$
 (gravitasyon sabiti)

Dünya üzerindeki m kütleli bir cisme uygulandığında:

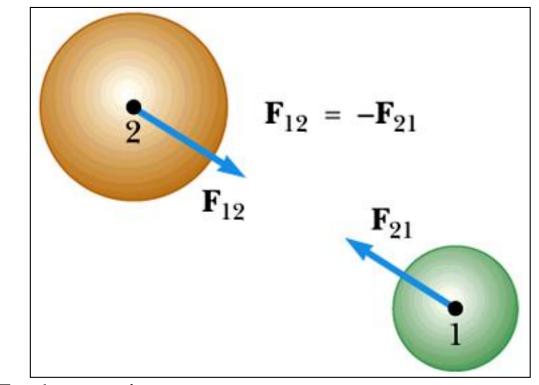
$$F_{\rm g} = G \frac{mM_D}{R_D^2} = m \underbrace{\left(\frac{GM_D}{R_D^2}\right)}_{g}$$

Bu özel kuvvete **ağırlık** adı verilir ve büyüklüğü *W* ile gösterilir:

$$W = F_{\rm g} = m g$$
 ve  $g = \frac{GM_D}{R_D^2} = 9.81 \,\text{m/s}^2$ 



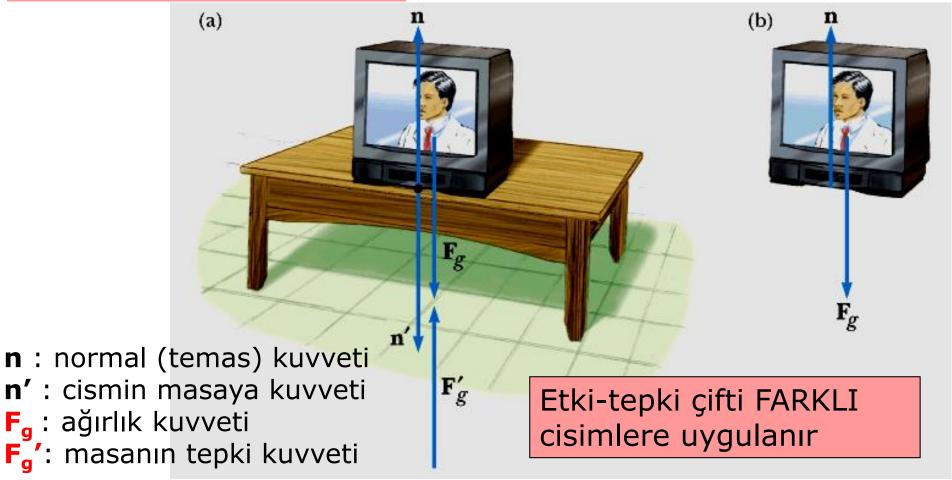
## Newton'un 3. yasası



- 2 cisim etkileşiyorsa;
- 2. cismin 1. cisme uyguladığı  $\mathbf{F}_{21}$  kuvveti
- 1. cismin 2. cisme uyguladığı  $\mathbf{F}_{12}$  kuvvetine büyüklükte eşit ve zıt yönlüdür.

2. cismin 1. cisme uyguladığı kuvvet tepki kuvvetidir. Yalıtılmış tek bir kuvvet yoktur, her zaman çiftler halindedir.

#### Etki ve tepki kuvveti nerede?



Normal kuvveti; cismin düşmesini önler, masa kırılıncaya kadar değer alabilir ve cisim masadan kaldırılınca değeri sıfır olur.

 ${\sf F}_{\sf a}$  ve n kuvvetleri etki-tepki çifti değildir çünkü her ikisi de cisme etki eder.

Burada etki-tepki çiftleri:  $\mathbf{F_g} = -\mathbf{F_g}'$  ve  $\mathbf{n} = -\mathbf{n}'$  dür.

Cisim dengede olduğundan  $\ddot{a}=0$  dır.

Newton'un 2. yasasına göre:  $\mathbf{F_q} = \mathbf{n} = \mathbf{mg}$ 

#### Newton kanunlarının bazı uygulamaları

Sadece cisim üzerine etki eden dış kuvvetlerle ilgileneceğiz. Bir cisim düzgün sürtünmesiz bir yüzeyde iple çekiliyor (a). Bir cisme etki eden kuvvetlerin gösterilmesine serbest-cisim diyagramı denir (b).

Cisme uygulanan T kuvvetinin büyüklüğüne gerilme denir.

Newton'un 2. yasasından

$$\sum F_{x} = T = ma_{x}$$

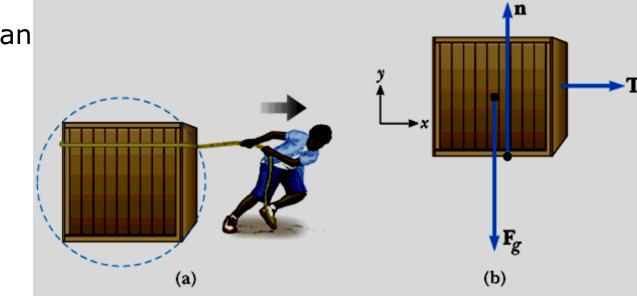
$$T$$

Net kuvvet x-yönünde olduğundan  $a_v$ =0 dır.

$$n + (-F_g) = 0$$

$$n = F_{\sigma}$$

Normal kuvvet ağırlığa eşit ve zıt yönlü.

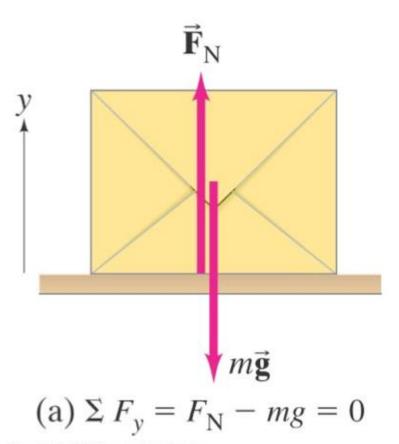


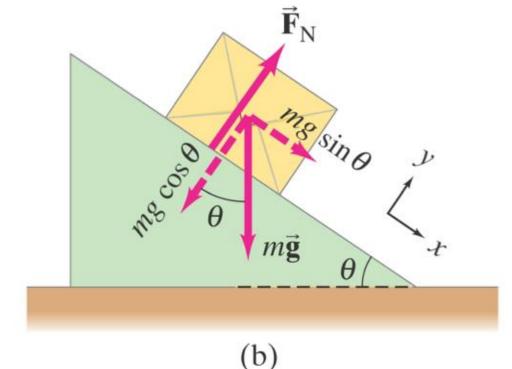
T kuvveti sabitse  $a_{\rm x}$  ivmesi de sabittir.Buradan Hız: Yerdeğiştirme:

$$v_{xs} = v_{xi} + \left(\frac{T}{m}\right)t$$

$$\Delta x = v_{xi}t + \frac{1}{2}\left(\frac{T}{m}\right)t^2$$

# Kuvvet Şemaları (serbest cisim diyagramları)



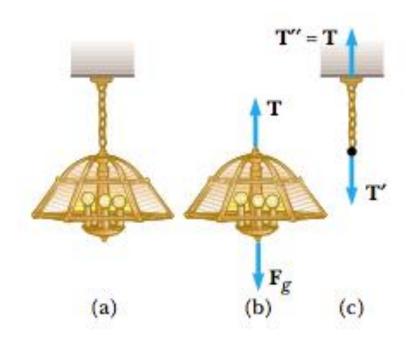


26

## Gerilme Kuvveti

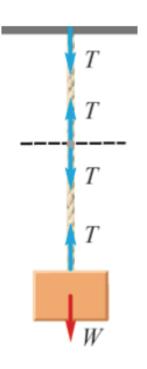
- T ile gösterilen gerilme, esnek halat (ya da tel, kablo veya ip) tarafından cisme uygulanan bir kuvvettir.
- •Gerilme, (ihmal edilebilir kütleli) ince iplerde, ip boyunca her noktada aynıdır.





#### İplerde Gerilme Kuvveti (T)

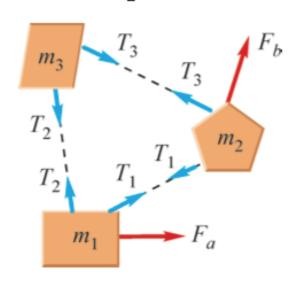
İp, kablo veya tel gibi **bükülebilen** cisimlerde **gerilme kuvveti** oluşur. Esnek olmayan bir ipin ucuna asılı m kütlesi.



- Cisim dengede olduğuna göre, altta ağırlığa eşit ve zıt yönde bir T gerilme kuvveti olmalıdır.
- İpin herhangi bir kesitindeki alt ve üst parçalar, 3. yasaya göre, birbirlerini eşit ve zıt bir gerilme kuvvetiyle çekerler.
- İpin kütlesi ihmal edilebiliyorsa, her kesitte aynı T gerilmesi tavana kadar iletilir.

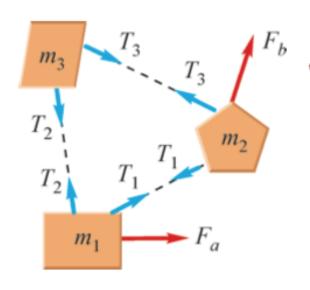
#### Serbest-Cisim Diyagramları

Dinamik problemlerinde ele alınan sistemi açıkça belirtmek gerekir.



Çok sayıda kütleden oluşan bir sisteme etkiyen kuvvetler iki gruba ayrılırlar:

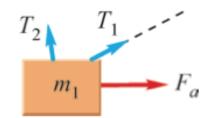
- İç kuvvetler: Sistemi oluşturan kütlelerin birbirine uyguladığı kuvvetlerdir. (Şekilde  $T_1, T_2, T_3$ )
  - Newton yasasına göre, bu kuvvetler daima çift olarak yer alırlar.
- **Dış kuvvetler**: Sisteme dışardan uygulanan kuvvetlerdir ( $F_a$ ,  $F_b$ ).



• Bütün sistem  $(m_1 + m_2 + m_3)$  incelendiğinde, sadece dış kuvvetler gözönüne alınır  $(F_a, F_b)$ .

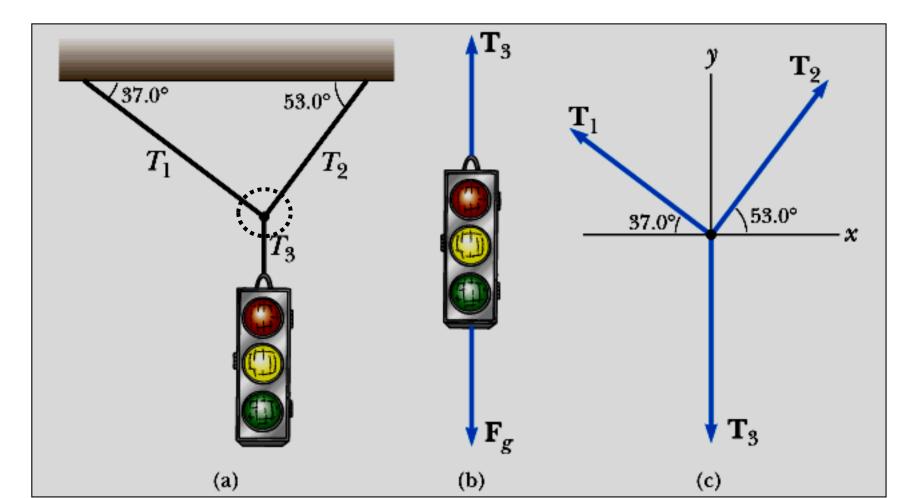
(İç kuvvetler ± işaretli iki kez yeraldığından birbirlerini götürürler).

 Sistemin sadece bir parçası inceleniyorsa (örneğin m<sub>1</sub>), ona etkiyen tüm kuvvetler (iç ve dış) birlikte gözönüne alınırlar.



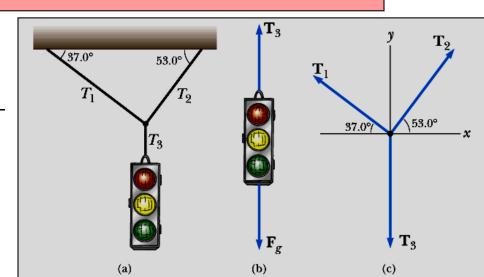
## ÖRNEK 5.4: (s.125) Asılı duran bir trafik lambası

Ağırlığı 122 N olan bir trafik lambası şekildeki gibi desteğe bağlı diğer iki kablo ile tutturulan bir kablo ile bağlansın. Üç kablodaki gerilimleri bulun.



## ÖRNEK 5.4: (s.125) Asılı duran bir trafik lambası

$T_3 = F_g = 122 \text{ N}$			
Force	x Component	y Component	
$T_1$	$-T_1 \cos 37.0^{\circ}$	$T_1 \sin 37.0^{\circ}$	
$\mathbf{T}_2$	$T_2 \cos 53.0^\circ$	$T_2 \sin 53.0^{\circ}$	
$T_3$	0	-122 N	



a=0 olduğundan aşağıdaki denge eşitliklerini yazabiliriz;

(1) 
$$\sum F_x = -T_1 \cos 37.0^\circ + T_2 \cos 53.0^\circ = 0$$

(2) 
$$\sum F_v = T_1 \sin 37.0^\circ + T_2 \sin 53.0^\circ + (-122 \text{ N}) = 0$$

(1) denkleminden T<sub>2</sub> yi çeker ve (2) denkleminde yazarsak;

$$T_2 = T_1 \left( \frac{\cos 37.0^{\circ}}{\cos 53.0^{\circ}} \right) = 1.33 T_1$$

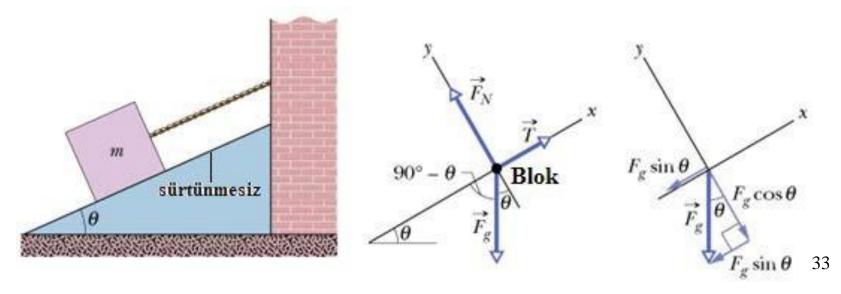
$$T_1 \sin 37.0^{\circ} + (1.33 T_1)(\sin 53.0^{\circ}) - 122 N = 0$$

$$T_1 = 73.4 N$$

$$T_2 = 1.33 T_1 = 97.4 N$$

#### Newton yasalarını uygularken takip edilecek yol:

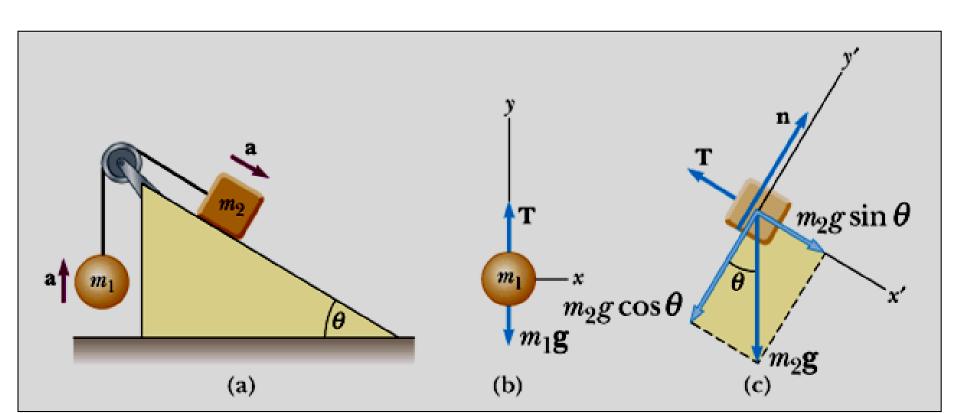
- 1. İncelenecek sistemin basit bir şeklini çizin.
- 2. Probleme uygun bir koordinat sistemi seçin.
- 3. Sistemdeki tüm kuvvetleri belirleyin ve serbest-cisim diyagramı üzerinde gösterin.
- 4. Newton yasalarını sisteme uygulayın.



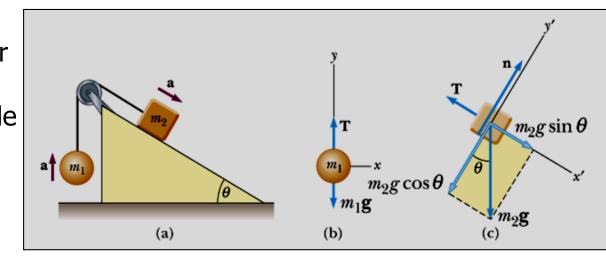
## ÖRNEK: (s.130) Birbirine bağlı iki cismin ivmesi

m<sub>1</sub> ve m<sub>2</sub> kütleli iki cisim şekildeki gibi sürtünmesiz bir makaradan geçen hafif bir iple bağlıdırlar ve ok yönünde hareket etmektedirler.

- (a) İki cismin ivmesinin büyüklüğünü ve ipteki gerilmeyi belirleyin.
- (b)  $m_1 = 10.0 \text{ kg}$ ,  $m_2 = 5.00 \text{ kg}$ ,  $\theta = 45^{\circ}$  ise ivme ve gerilme ne olur?



m<sub>1</sub> ve m<sub>2</sub> kütleli iki cisim şekildeki gibi sürtünmesiz bir makaradan geçen hafif bir iple bağlıdırlar ve ok yönünde hareket etmektedirler. (a) İki cismin ivmesinin büyüklüğünü ve ipteki gerilmeyi belirleyin.



Bağlı olduklarından aynı ivmeyle hareket ederler. Newtonun 2. yasasından

(1) 
$$\sum F_x = 0$$

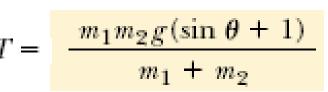
(2) 
$$\sum F_y = T - m_1 g = m_1 a_y = m_1 a$$

(3) 
$$\sum F_{x'} = m_2 g \sin \theta - T = m_2 a_{x'} = m_2 a$$

$$\sum F_{y'} = n - m_2 g \cos \theta = 0$$

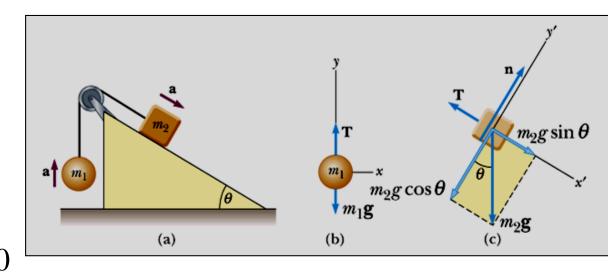
(2) ve (3) eşitliklerinden;

$$a = \frac{m_2 g \sin \theta - m_1 g}{m_1 + m_2}$$



m<sub>1</sub> ve m<sub>2</sub> kütleli iki cisim şekildeki gibi sürtünmesiz bir makaradan geçen hafif bir iple bağlıdırlar ve ok yönünde hareket etmektedirler.

(b) 
$$m_1 = 10.0 \text{ kg}$$
,  $m_2 = 5.00 \text{ kg}$ ,  $\theta = 45^{\circ}$  ise ivme ve gerilme ne olur?



Bu değerleri bulduğumuz eşitliklerde yazarsak;

$$a = \frac{m_2 g \sin \theta - m_1 g}{m_1 + m_2} \qquad T = \frac{m_1 m_2 g (\sin \theta + 1)}{m_1 + m_2}$$

 $a = -4.22 \text{ m/s}^2 \text{ ve } T = 55.77 \text{ N}.$ 

Negatif işaret şekildeki oka ters yönde hareket olduğunu gösterir.

#### Sürtünme kuvveti

Pürüzlü bir yüzeyde veya hava, su gibi viskoz bir ortamda cismin hareketine karşı direnme kuvvetidir.

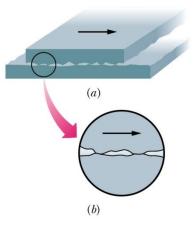
Günlük yaşamımızda son derece önemlidir!!!

Sürtünme kuvveti temas eden kısımlarda kısmen fiziksel engellemeden kısmen de kimyasal bağlardan doğar.

Bir cismi pürüzlü bir yüzeyde mi, kaygan bir yüzeyde mi hareket ettirmek kolay?

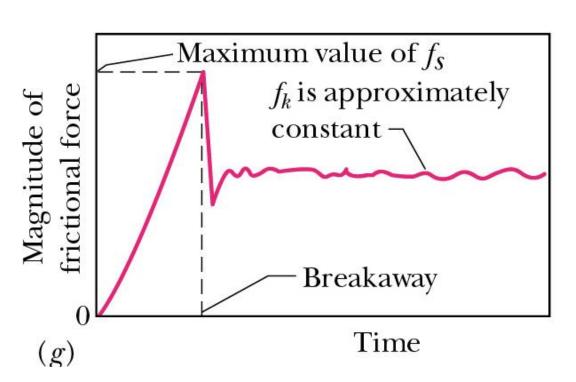
Arabanın durması, yürümemiz nasıl mümkün?

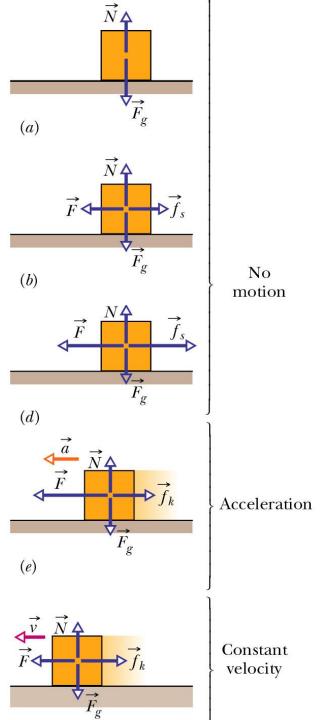
Sürtünme olmasa ne olurdu?



## Sürtünme kuvvetleri

- Statik sürtünme, f<sub>s</sub>
- Kinetik sürtünme, f<sub>k</sub>

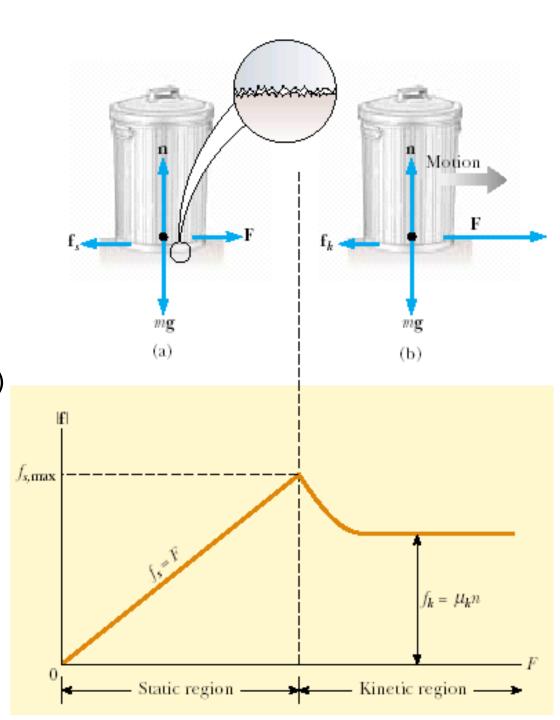




#### Sürtünme kuvvetleri

- (a) Dış bir kuvvet uygulansın uygulanmasın cisim durduğu sürece f<sub>s</sub>=F dir.
- (b) F kuvvetinin büyüklüğü artırılırsa cisim kaymaya başlar. Kayma sınırında f<sub>s</sub> maksimum değerine ulaşır f<sub>s,maks</sub>. Cisim hareket ettiğinde sürtünme kuvveti azalır ve kinetik sürtünme (f<sub>k</sub>) değerine gelir.
- F=f<sub>k</sub> ise cisim sabit hızlı hareket yapar.
- F>f<sub>k</sub> ise cisim ivmeli hareket yapar.
- F=0 ise, cisim yavaşlar ve durur.

F<sub>s(maks)</sub> ve f<sub>k</sub> sürtünme kuvvetleri cisme uygulanan normal kuvvetle orantılıdır.



## Sürtünme yasaları

# Sürtünme kuvveti (f), normal kuvvetle (n) orantılıdır. $f_{\rm s} \leq \mu_{\rm s} n$

Statik sürtünme kuvveti:

(uygulanan kuvvete zıt yönlüdür)

μ<sub>s</sub>: statik sürtünme katsayısı.

Tam kayma sınırında:

2. Kinetik sürtünme kuvveti:

(harekete zıt yönlüdür)

$$f_{s(maks)} = \mu_s n$$

$$f_k = \mu_k n$$

- μ<sub>k</sub>: statik sürtünme katsayısı (hız ile değişimi ihmal)
- 3. μ<sub>s</sub> ve μ<sub>k</sub> değerleri yüzey özellikl<u>erine bağlıdır.</u>

Genellikle:

 $\mu_k \leq \mu_{\rm s}$ 

Sürtünme katsayıları (statik ve kinetik)

	$\mu_{s}$	$\mu_k$
Çelik üzerinde çelik	0.74	0.57
Çelik üzerinde aluminyum	0.61	0.47
Çelik üzerinde bakır	0.53	0.36
Beton üzerinde kauçuk	1.0	0.8
Tahta üzerinde tahta	0.25-0.5	0.2
Cam üzerinde cam	0.94	0.4
Islak kar üzerinde yağlı tahta	0.14	0.1
Kuru kar üzerinde yağlı tahta	-	0.04
Metal üstünde metal (yağlı)	0.15	0.06
Buz üzerinde buz	0.1	0.03
Teflon üzerinde Teflon	0.04	0.04
Eklem yerleri	0.01	0.003

4. Sürtünme katsayısı temas eden yüzeylerin alanından hemen hemen bağımsızdır.

# Statik sürtünme katsayısının ölçülmesi

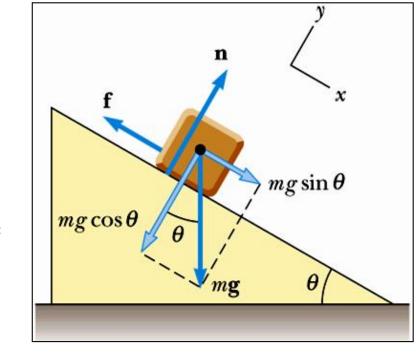
Pürüzlü bir yüzdeki cisim kaymaya başlayıncaya kadar eğim açısı artırılıyor. Tam kaymaya başladığı  $\theta_c$  kritik açısı ölçülürse;  $\mu_s$  statik sürtünme katsayısını belirleyin.

(1) 
$$\sum F_x = mg \sin \theta - f_s = ma_x = 0$$

(2) 
$$\sum F_y = n - mg \cos \theta = ma_y = 0$$

$$f_s = mg \sin \theta = \left(\frac{n}{\cos \theta}\right) \sin \theta = n \tan \theta$$

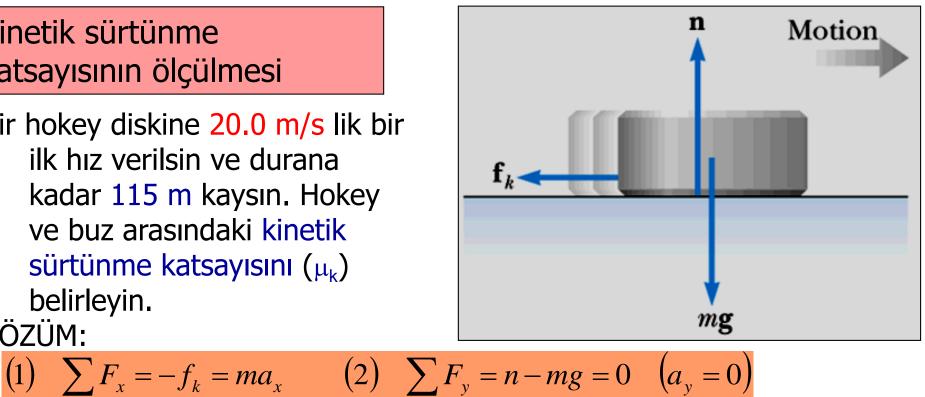
$$\mu_s n = n \tan \theta_c$$
  $\mu_s = \tan \theta_c$ 



# Kinetik sürtünme katsayısının ölçülmesi

ÇÖZÜM:

Bir hokey diskine 20.0 m/s lik bir ilk hız verilsin ve durana kadar 115 m kaysın. Hokey ve buz arasındaki kinetik sürtünme katsayısını ( $\mu_k$ ) belirleyin.



$$f_k = \mu_k n \quad \text{ve} \quad n = mg$$

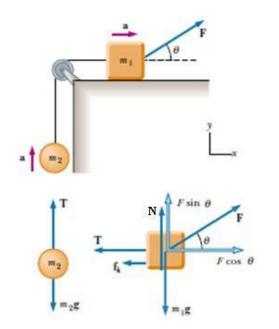
$$a_k = \mu_k n$$
 ve  $n = mg$   
 $-\mu_k n = -\mu_k mg = ma_x$   $a_x = -\mu_k g$ 

$$v_{xs}^2 = v_{xi}^2 + 2a_x(x_s - x_i)$$
  $x_i = 0$   $ve$   $v_{xs} = 0$ 

$$v_{xs}^{2} = v_{xi}^{2} + 2a_{x}(x_{s} - x_{i}) \qquad x_{i} = 0 \quad ve \quad v_{xs} = 0$$

$$v_{xi}^{2} + 2a_{x}x_{s} = v_{xi}^{2} - 2\mu_{k}gx_{s} = 0 \qquad \mu_{k} = \frac{v_{xi}^{2}}{2gx_{s}} = \frac{20^{2}}{2(9.8)(115)} = 0.117$$

Örnek: Pürüzlü bir yüzey üzerindeki  $m_1$  kütleli blok, hafif bir iple sürtünmesiz ve kütlesi ihmal edilebilir bir makara üzerinden  $m_2$  kütleli küresel cisme bağlanmıştır.  $m_1$  bloğuna şekildeki gibi yatayla  $\theta$  açısı yapan bir F kuvveti uygulanıyor. Blok ile zemin arasındaki kinetik sürtünme katsayısı  $\mu_k$  ise, sistemin ivmesini bulunuz.



$$m_{1} \operatorname{bloğu:} \sum F_{x} = F \cos \theta - T - f_{k} = m_{1}a$$

$$\sum F_{y} = N + F \sin \theta - m_{1}g = 0 \rightarrow N = m_{1}g - F \sin \theta$$

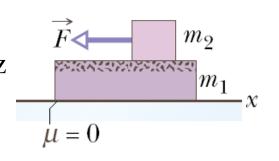
$$f_{k} = \mu_{k}N = \mu_{k} (m_{1}g - F \sin \theta)$$

$$m_2$$
 bloğu: 
$$\sum F_y = T - m_2 g = m_2 a$$

Bu ifadeleri (1) denkleminde yerine koyarsak,

$$a = \frac{F(\cos\theta + \mu_k \sin\theta) - g(m_2 + \mu_k m_1)}{(m_2 + m_1)}$$

Örnek: Kütlesi 40 kg olan bir kalas sürtünmesiz yatay düzlemde, üzerinde 10 kg' lık blok ile birlikte hareketsiz durmaktadır. Blok ile kalas arasındaki statik ve kinetik sürtünme katsayıları sırasıyla 0.6 ve 0.4' tür. Bloğa 100



N' luk bir F kuvveti şekildeki gibi uygulanmaktadır. Bloğun ve kalasın ivmelerini bulunuz.

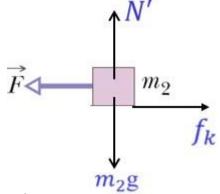
Eğer iki kütle arasındaki sürtünme kuvvetinin maksimum değeri 100 N' dan küçük ise  $m_2$  bloğu kalas üzerinde sola doğru hareket edecektir.

$$f_{s,\text{max}} = \mu_s N' = \mu_s m_2 g = 0.6(10)(9.8) = 58.8 \text{ N}$$
 $F > f_{s,\text{max}}$  olduğuna göre, iki kütle arasındaki sürtünme kuvveti kinetiktir.

# Şimdi herbir kütlenin serbest cisim diyagramını çizerek hareketlerini inceleyelim:

#### m<sub>2</sub> bloğu:

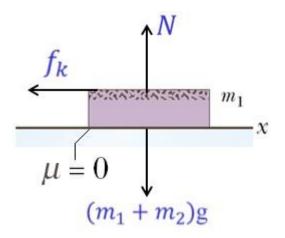
$$N' = m_2 g = 10.9, 8 = 98 N$$
  
 $f_k = \mu_k N' = 0, 4.98 = 39, 2 N$ 



$$F - f_k = m_2 a_2$$
  $\Rightarrow a_2 = \frac{100 - 39.2}{10} = \frac{60.8}{10} = 6.08 \text{ m/s}^2$ 

#### m<sub>1</sub> kalası:

$$f_k = m_1 a_1 \implies a_1 = \frac{39.2}{40} = 0.98 \text{ m/s}^2$$



# SEÇİLMİŞ PROBLEMLER

Bir elektron 9.1x10<sup>-31</sup> kg kütleye ve 3x10<sup>5</sup> m/s lik ilk hıza sahiptir. Elektron doğru bir yol boyunca hareket etmektedir ve 5 cm lik mesafe içinde hızı 7x10<sup>5</sup> m/s değerine kadar artmıştır. Elektronun ivmesinin sabit olduğunu kabul ederek (a) Elektrona etki eden kuvveti bulunuz (b) Bu kuvveti çoğu zaman ihmal ettiğimiz elektronun ağırlığı ile karşılaştırınız.

#### ÇÖZÜM:

(a) 
$$\sum F = ma$$
 and  $v_f^2 = v_i^2 + 2ax_f$  or  $a = \frac{v_f^2 - v_i^2}{2x_f}$ .  

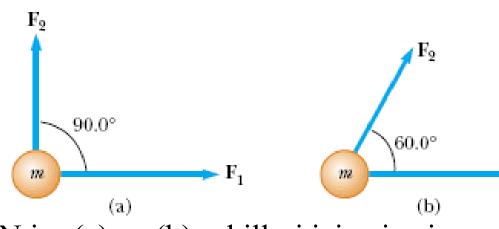
$$\sum F = m \frac{\left(v_f^2 - v_i^2\right)}{2x_f}$$

$$\sum F = 9.11 \times 10^{-31} \text{ kg} \frac{\left[\left(7.00 \times 10^5 \text{ m/s}^2\right)^2 - \left(3.00 \times 10^5 \text{ m/s}^2\right)^2\right]}{2(0.0500 \text{ m})} = 3.64 \times 10^{-18} \text{ N}$$

b) 
$$F_r = mg = (9.11 \times 10^{-31} \text{ kg})(9.80 \text{ m/s}^2) = 8.93 \times 10^{-30} \text{ N}$$

Hızlanma kuvveti elektronun ağırlığından 4.08x10<sup>11</sup> kattır.

Şekildeki  $\mathbf{F}_1$  ve  $\mathbf{F}_2$  kuvvetleri aynı anda 5 kg kütleli bir cisme



uygulanıyor.  $F_1$ =20 N,  $F_2$ =15 N ise (a) ve (b) şekilleri için cismin ivmesini bulunuz.

(a) 
$$\sum \mathbf{F} = \mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2 = (20.0\,\hat{\mathbf{i}} + 15.0\,\hat{\mathbf{j}}) \,\text{N}$$

$$\sum \mathbf{F} = m\mathbf{a}$$
:  $20.0\hat{\mathbf{i}} + 15.0\hat{\mathbf{j}} = 5.00\mathbf{a}$   
 $\mathbf{a} = (4.00\hat{\mathbf{i}} + 3.00\hat{\mathbf{j}}) \text{ m/s}^2$   $a = 5.00 \text{ m/s}^2 \text{ at } \theta = 36.9^\circ$ 

(b) 
$$F_{2x} = 15.0 \cos 60.0^{\circ} = 7.50 \text{ N}$$
  
 $F_{2y} = 15.0 \sin 60.0^{\circ} = 13.0 \text{ N}$   
 $F_2 = (7.50\hat{\mathbf{i}} + 13.0\hat{\mathbf{j}}) \text{ N}$   
 $\sum \mathbf{F} = \mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2 = (27.5\hat{\mathbf{i}} + 13.0\hat{\mathbf{j}}) \text{ N} = m\mathbf{a} = 5.00\mathbf{a}$   
 $\mathbf{a} = (5.50\hat{\mathbf{i}} + 2.60\hat{\mathbf{j}}) \text{ m/s}^2 = 6.08 \text{ m/s}^2 \text{ at } 25.3^{\circ}$ 

3 kg kütleli bir cisim, x ve y koordinatları  $x = 5t^2 - 1$  ve  $y = 3t^3 + 2$ olacak şekilde bir düzlemde hareket ediyor. x, y metre ve t saniye cinsindendir. 2 s sonra kütleye etki eden net kuvvetin büyüklüğünü bulunuz.

**ÇÖZÜM:** 
$$v_x = \frac{dx}{dt} = 10t$$
,  $v_y = \frac{dy}{dt} = 9t^2$   
 $a_x = \frac{dv_x}{dt} = 10$ ,  $a_y = \frac{dv_y}{dt} = 18t$ 

At 
$$t = 2.00 \text{ s}$$
,  $a_x = 10.0 \text{ m/s}^2$ ,  $a_y = 36.0 \text{ m/s}^2$ 

$$\sum F_x = ma_x$$
: 3.00 kg(10.0 m/s<sup>2</sup>) = 30.0 N  
 $\sum F_y = ma_y$ : 3.00 kg(36.0 m/s<sup>2</sup>) = 108 N

$$\sum F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} = \boxed{112 \text{ N}}$$

325 N luk bir çimento torbası şekildeki gibi üç tel yardımıyla asılmıştır. Sistem dengede iken  $\theta_1$ =60° ve  $\theta_2$ =25° olarak verilmişse, tellerdeki gerilmeleri bulunuz.

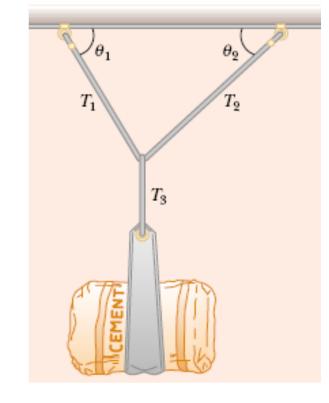
$$T_3 = F_{g} \tag{1}$$

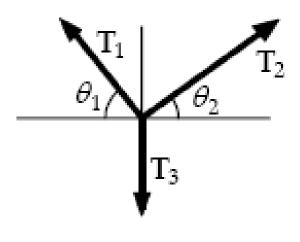
$$T_1 \sin \theta_1 + T_2 \sin \theta_2 = F_{g} \tag{2}$$

$$T_1 \cos \theta_1 = T_2 \cos \theta_2 \tag{3}$$

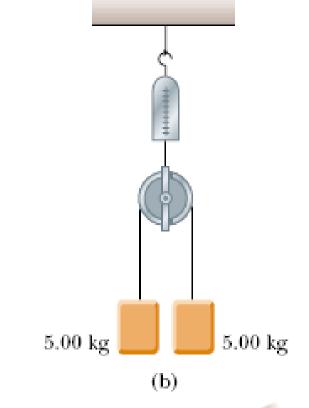
Eliminate  $T_2$  and solve for  $T_1$ 

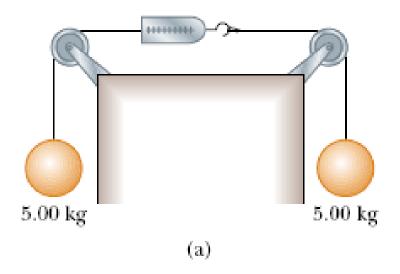
$$\begin{split} T_1 &= \frac{F_{\mathcal{E}} \cos \theta_2}{\left(\sin \theta_1 \cos \theta_2 + \cos \theta_1 \sin \theta_2\right)} = \frac{F_{\mathcal{E}} \cos \theta_2}{\sin(\theta_1 + \theta_2)} \\ T_3 &= F_{\mathcal{E}} = \boxed{325 \text{ N}} \\ T_1 &= F_{\mathcal{E}} \left(\frac{\cos 25.0^{\circ}}{\sin 85.0^{\circ}}\right) = \boxed{296 \text{ N}} \\ T_2 &= T_1 \left(\frac{\cos \theta_1}{\cos \theta_2}\right) = 296 \text{ N} \left(\frac{\cos 60.0^{\circ}}{\cos 25.0^{\circ}}\right) = \boxed{163 \text{ N}} \end{split}$$

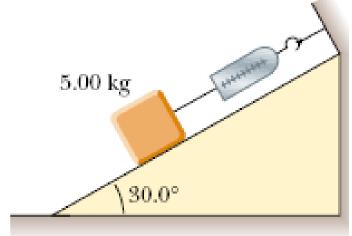




Şekilde görülen sistemler denge durumundadır. Yaylı kantar N cinsinden ölçeklenmiş ise, her bir durumda hangi kuvvetleri gösterir? (Makara ve ipin kütlesi ihmal ediliyor, düzlem sürtünmesizdir).







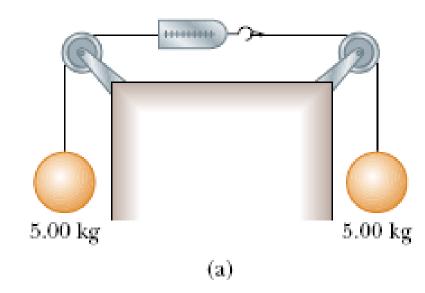
Şekilde görülen sistemler denge durumundadır. Yaylı kantar N cinsinden ölçeklenmiş ise, her bir durumda hangi kuvvetleri gösterir? (Makara ve ipin kütlesi ihmal ediliyor, düzlem sürtünmesizdir).

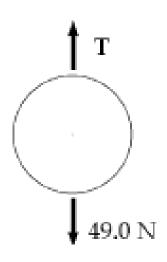
#### ÇÖZÜM:

**a**)

$$T + mg = ma = 0$$
  
 $|T| = |mg|$ .

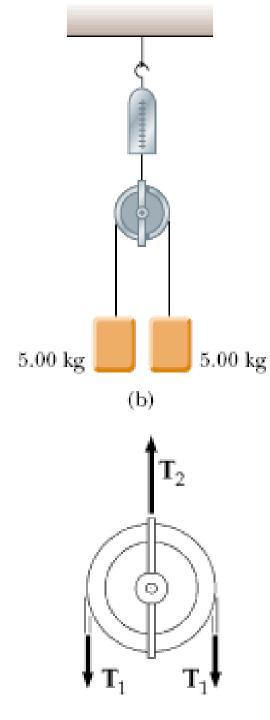
$$T = mg = 5.00 \text{ kg}(9.80 \text{ m/s}^2) = 49.0 \text{ N}$$



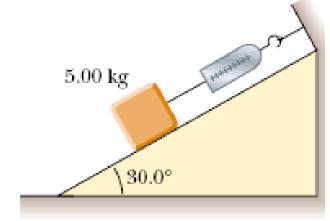


Şekilde görülen sistemler denge durumundadır. Yaylı kantar N cinsinden ölçeklenmiş ise, her bir durumda hangi kuvvetleri gösterir? (Makara ve ipin kütlesi ihmal ediliyor, düzlem sürtünmesizdir).

b) 
$$T_2 + 2T_1 = 0$$
  
 $T_2 = 2|T_1| = 2mg = 98.0 \text{ N}$ 



Şekilde görülen sistemler denge durumundadır. Yaylı kantar N cinsinden ölçeklenmiş ise, her bir durumda hangi kuvvetleri gösterir? (Makara ve ipin kütlesi ihmal ediliyor, düzlem sürtünmesizdir).



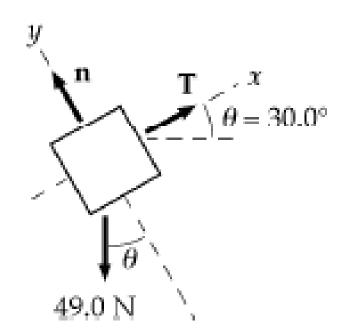
(c)

(c) 
$$\sum \mathbf{F} = \mathbf{n} + \mathbf{T} + m\mathbf{g} = 0$$
 
$$\mathbf{n}_x + \mathbf{T}_x + m\mathbf{g}_x = 0$$

$$0 + T - mg \sin 30.0^{\circ} = 0$$

$$T = mg \sin 30.0^{\circ} = \frac{mg}{2} = \frac{5.00(9.80)}{2}$$

$$= \boxed{24.5 \text{ N}}.$$



Şekildeki gibi hafif bir iple bağlanan iki kütle, sürtünmesiz bir makaradan geçirilmiştir. Eğik düzlem sürtünmesiz ve  $m_1$ =2 kg,  $m_2$ =6 kg ve  $\theta$ =55° ise (a) kütlelerin ivmesini bulunuz. (b) İpteki gerilmeyi bulunuz (c) Durgun halden harekete geçtiklerini kabul ederek 2 s sonra her kütlenin hızını bulunuz.

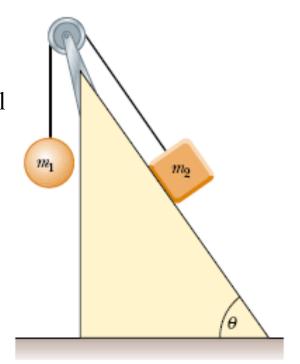
$$m_1 = 2.00 \text{ kg}$$
,  $m_2 = 6.00 \text{ kg}$ ,  $\theta = 55.0^\circ$ 

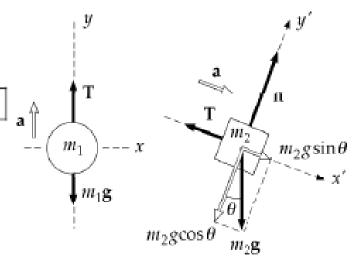
(a) 
$$\sum F_x = m_2 g \sin \theta - T = m_2 a$$
 
$$T - m_1 g = m_1 a$$
 
$$m_2 g \sin \theta - m_1 g$$

$$a = \frac{m_2 g \sin \theta - m_1 g}{m_1 + m_2} = 3.57 \text{ m/s}^2$$

(b) 
$$T = m_1(a+g) = 26.7 \text{ N}$$

(c) Since 
$$v_i = 0$$
,  $v_f = at = (3.57 \text{ m/s}^2)(2.00 \text{ s}) = 7.14 \text{ m/s}$ 





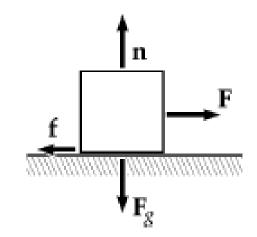
25 kg lık bir blok, pürüzlü yatay bir yüzeyde başlangıçta hareketsiz durmaktadır. Bloğu harekete geçirmek için 75 N yatay kuvvet gerekmektedir. Harekete geçtikten sonra bloğun sabit hızla yoluna devam edebilmesi için 60 N luk yatay kuvvet yeterli olmaktadır. Bu bilgilerden statik ve kinetik sürtünme katsayılarını bulunuz.

#### ÇÖZÜM:

Denge için; f = F and  $n = F_{g}$ . Also,  $f = \mu n$  i.e.,

$$\mu = \frac{f}{n} = \frac{F}{F_g}$$

$$\mu_s = \frac{75.0 \text{ N}}{25.0(9.80) \text{ N}} = \boxed{0.306}$$

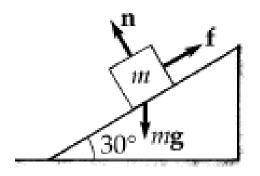


$$\mu_k = \frac{60.0 \text{ N}}{25.0(9.80) \text{ N}} = \boxed{0.245}$$
.

3 kg lık bir blok 30° lik eğimli bir eğik düzlemin tepesinden, durgun halden kaymaya başlıyor ve 1.5 s de 2 m kayıyor. (a) Bloğun ivmesini bulunuz (b) Eğik düzlem ile blok arasındaki kinetik sürtünme katsayısını bulunuz (c) Blok üzerine etki eden sürtünme kuvvetini bulunuz (d) 2 m kaydıktan sonra bloğun hızı ne olur?

$$m = 3.00 \text{ kg}$$
,  $\theta = 30.0^{\circ}$ ,  $x = 2.00 \text{ m}$ ,  $t = 1.50 \text{ s}$ 

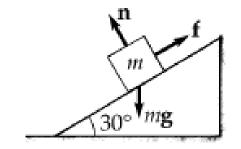
(a) 
$$x = \frac{1}{2}at^2$$
:



2.00 m = 
$$\frac{1}{2}a(1.50 \text{ s})^2$$
  
 $a = \frac{4.00}{(1.50)^2} = \boxed{1.78 \text{ m/s}^2}$ 

3 kg lık bir blok 30° lik eğimli bir eğik düzlemin tepesinden, durgun halden kaymaya başlıyor ve 1.5 s de 2 m kayıyor. (a) Bloğun ivmesini bulunuz (b) Eğik düzlem ile blok arasındaki kinetik sürtünme katsayısını bulunuz (c) Blok üzerine etki eden sürtünme kuvvetini bulunuz (d) 2 m kaydıktan sonra bloğun hızı ne olur?

$$\sum \mathbf{F} = \mathbf{n} + \mathbf{f} + m\mathbf{g} = m\mathbf{a}$$
:

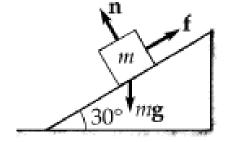


Along x: 
$$0 - f + mg \sin 30.0^{\circ} = ma$$
  
 $f = m(g \sin 30.0^{\circ} - a)$   
Along y:  $n + 0 - mg \cos 30.0^{\circ} = 0$   
 $n = mg \cos 30.0^{\circ}$ 

(b) 
$$\mu_k = \frac{f}{n} = \frac{m(g \sin 30.0^\circ - a)}{mg \cos 30.0^\circ}, \ \mu_k = \tan 30.0^\circ - \frac{a}{g \cos 30.0^\circ} = \boxed{0.368}$$

3 kg lık bir blok 30° lik eğimli bir eğik düzlemin tepesinden, durgun halden kaymaya başlıyor ve 1.5 s de 2 m kayıyor. (a) Bloğun ivmesini bulunuz (b) Eğik düzlem ile blok arasındaki kinetik sürtünme katsayısını bulunuz (c) Blok üzerine etki eden sürtünme kuvvetini bulunuz (d) 2 m kaydıktan sonra bloğun hızı ne olur?

(c) 
$$f = m(g \sin 30.0^{\circ} - a), f = 3.00(9.80 \sin 30.0^{\circ} - 1.78) = 9.37 \text{ N}$$



(d) 
$$v_f^2 = v_i^2 + 2a(x_f - x_i)$$
  
 $x_f - x_i = 2.00 \text{ m}$   
 $v_f^2 = 0 + 2(1.78)(2.00) = 7.11 \text{ m}^2/\text{s}^2$   
 $v_f = \sqrt{7.11 \text{ m}^2/\text{s}^2} = \boxed{2.67 \text{ m/s}}$