

2014/1 MÜHENDİSLİK BÖLÜMLERİ FİZİK-1
UYGULAMA 2

1. Kısım (Tek Boyutta Hareket)

1) $x(t) = t^3 - 2t^2$ denklemine göre x-ekseni üzerinde hareket eden bir parçacığın;

- a) $t=3$ s ile $t=4$ s arasında ortalama hızını,
- b) $t=3$ s ve $t=4$ s’de ani hızını,
- c) $t=3$ s ile $t=4$ s arasında ortalama ivmesini,
- d) $t=3$ s ve $t=4$ s’de ani ivmesini

hesaplayınız.

2) Hızı 97 km/saat olan bir trenin sürücüsü, bir virajı dönüp düz yola çıktığı anda 61 m ileride ve kendisi ile aynı yönde 48 km/saat sabit hızla ilerleyen bir treni fark eder ve hemen frene basar. Sabit bir ivme ile yavaşladığı düşünülürse, çarpışma olmaması için ivmenin değeri en az ne kadar olmalıdır?

3) Bir top h yüksekliğinden durgun halden düşmeye bırakıldığı anda, ikinci bir top yerden yukarı doğru düşey doğrultuda atılmıştır. İki topun $h/2$ yüksekliğinde karşılaşmaları için, ikinci topun ilk hızı ne olmalıdır?

4) Bir taş, 40 m yükseklikteki bir binanın tepesinden 10 m/s’lik ilk hızla düşey doğrultuda yukarıya doğru fırlatılmıştır. İkinci bir taşın, fırlatılan ilk taş ile aynı anda yere düşmesi için, aynı binanın tepesinden ne kadar zaman sonra serbest bırakılması gerekir?

5) Bir roket 80 m/s’lik ilk hızla düşey doğrultuda yukarı doğru ateşlenmektedir. Roket 1000 m yüksekliğe ulaşana kadar yukarı doğru 4 m/s²’lik ivmeyle hızlanır. Bu noktada roketin motoru arızalanır ve serbest düşmeye başlar.

- a) Roketin çıkabileceği maksimum yüksekliği,
- b) Havada kalma süresini,
- c) Yere çarpmadan hemen önceki hızını bulunuz.

$$1) x(t) = t^3 - 2t^2 \text{ (m)}$$

$$a) \bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_s - x_i}{t_s - t_i}$$

$$t=3s \text{ için } x_3 = 3^3 - 2 \cdot 3^2 = 9m$$

$$t=4s \text{ için } x_4 = 4^3 - 2 \cdot 4^2 = 32m$$

$$\bar{v} = \frac{x_4 - x_3}{4 - 3} = \frac{32 - 9}{1}$$

$$\bar{v} = 23 \text{ m/s}$$

$$b) v = \frac{dx}{dt} = \frac{d}{dt} (t^3 - 2t^2)$$

$$v = 3t^2 - 4t$$

$$t=3s \text{ için } v_3 = 3 \cdot 3^2 - 4 \cdot 3 = 15 \text{ m/s}$$

$$t=4s \text{ için } v_4 = 3 \cdot 4^2 - 4 \cdot 4 = 32 \text{ m/s}$$

$$c) \bar{a} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_s - v_i}{t_s - t_i}$$

$$\bar{a} = \frac{v_4 - v_3}{4 - 3} = \frac{32 - 15}{1}$$

$$\bar{a} = 17 \text{ m/s}^2$$

$$d) a = \frac{dv}{dt} = \frac{d}{dt} (3t^2 - 4t)$$

$$a = 6t - 4$$

$$t=3s \text{ için } a_3 = 6 \cdot 3 - 4 = 14 \text{ m/s}^2$$

$$t=4s \text{ için } a_4 = 6 \cdot 4 - 4 = 20 \text{ m/s}^2$$

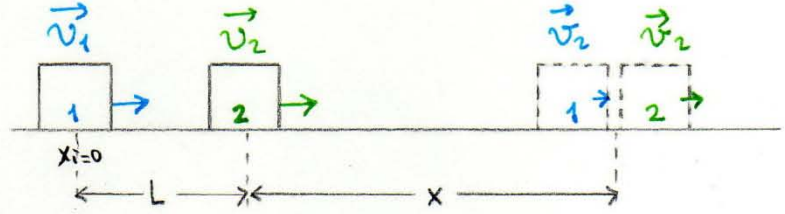
(Değişken ivmeli hızlanan hareket)

2) $L = 61 \text{ m}$

$v_1 = 97 \text{ km/saat}$

$v_2 = 48 \text{ km/saat}$

$\left(1 \frac{\text{km}}{\text{saat}} = \frac{10^3}{3600} \frac{\text{m}}{\text{s}} \right)$



Çarpışma olmaması için, birinci tren, önündeki trene yettiği anda, hızının maksimum büyüklüğü v_2' ye eşit olmalıdır. Bu durum ancak ivmenin belli bir minimum büyüklüğünde olur.

1. tren için

$v_s^2 = v_i^2 + 2a(x_s - x_i) \quad (v_s)_{\max} = v_2$

$v_2^2 - v_1^2 = 2a(x + L)$

$v_2^2 - v_1^2 = 2ax + 2aL$

2. trenin sabit v_2 hızıyla aldığı yol:

$x = v_2 \cdot t$

$v_2^2 - v_1^2 = 2at \cdot v_2 + 2aL$

1. trenin zamanın fonksiyonu olarak hızı: $v_2 = v_1 + at$

$at = v_2 - v_1$

$v_2^2 - v_1^2 = 2(v_2 - v_1)v_2 + 2aL$

$\left(\frac{48 \cdot 10^3}{3600} \right)^2 - \left(\frac{97 \cdot 10^3}{3600} \right)^2 = 2(48 - 97) \cdot \frac{10^3}{3600} \cdot \frac{48 \cdot 10^3}{3600} + 2a \cdot 61$

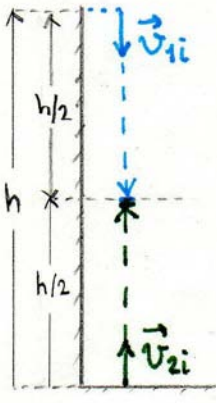
$a \approx -1,5 \text{ m/s}^2$

$|a_{\min}| \geq 1,5 \text{ m/s}^2$

(Bu değerden büyük ivmeler için çarpışma olmaz.)

3)

$$y_s - y_i = v_i t + \frac{1}{2} a t^2 \quad (a = -g)$$



Birinci top için yerdeğiştirme

$$y_s - y_{1i} = v_{1i} t - \frac{1}{2} g t^2$$

$$\frac{h}{2} - h = 0 - \frac{1}{2} g t^2$$

$$-\frac{h}{2} = -\frac{1}{2} g t^2$$

$$t = \sqrt{\frac{h}{g}}$$

İkinci top için yerdeğiştirme

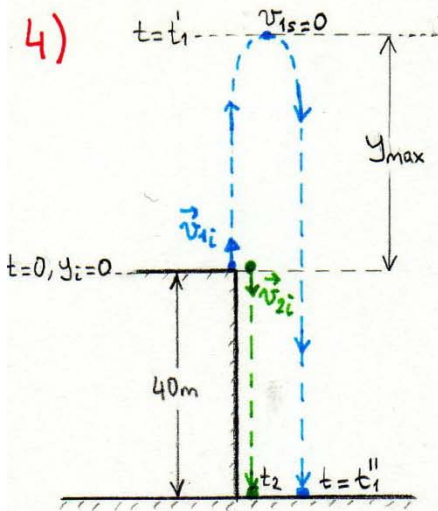
$$y_{2s} - y_{2i} = v_{2i} t - \frac{1}{2} g t^2$$

$$\frac{h}{2} - 0 = v_{2i} \sqrt{\frac{h}{g}} - \frac{1}{2} g \left(\sqrt{\frac{h}{g}}\right)^2$$

$$\frac{h}{2} = v_{2i} \sqrt{\frac{h}{g}} - \frac{1}{2} g \frac{h}{g}$$

$$v_{2i} = \sqrt{gh}$$

4)



$$v_s = v_i + at \quad (a = -g) \quad y_s - y_i = v_i t + \frac{1}{2} a t^2$$

$$v_{1s} = v_{1i} - g t'_1$$

$$0 = 10 - 9,8 t'_1$$

$$t'_1 = 1,02 \text{ s}$$

$$y_{\max} - y_i = v_{1i} t'_1 - \frac{1}{2} g t'^2_1$$

$$y_{\max} - 0 = 10 \cdot 1,02 - \frac{1}{2} \cdot 9,8 (1,02)^2$$

$$y_{\max} = 5,1 \text{ m}$$

Birinci taşın, maksimum yükseklikten yere düşmesi için geçen zaman (t''_1):

$$40 + 5,1 = \frac{1}{2} \cdot 9,8 \cdot t''^2_1$$

$$t''_1 = 3,03 \text{ s}$$

Birinci taşın havada geçirdiği toplam zaman (t_1):

$$t_1 = t'_1 + t''_1$$

$$t_1 = 1,02 + 3,03 = 4,05 \text{ s}$$

İkinci taşın yere düşmesi için geçen toplam zaman (t_2):

$$40 = \frac{1}{2} \cdot 9,8 \cdot t_2^2$$

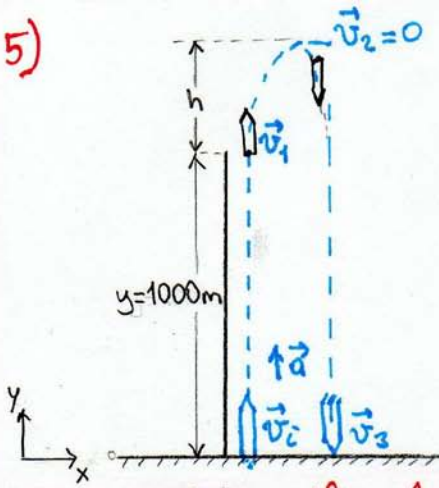
$$t_2 = 2,85 \text{ s}$$

$$\Delta t = t_1 - t_2$$

$$\Delta t = 4,05 - 2,85$$

$$\Delta t = 1,2 \text{ s} \quad (\text{ikinci taş, } 1,2 \text{ s sonra serbest bırakılmalıdır.})$$

5)



a) Yukarı çıkarken;

$$y_s - y_i = v_i t_1 + \frac{1}{2} a t_1^2$$

$$1000 - 0 = + 80 \cdot t_1 + \frac{1}{2} 4 t_1^2$$

$$1000 = 80 t_1 + 2 t_1^2$$

$$2 t_1^2 + 80 t_1 - 1000 = 0$$

$$t_1 = 10 \text{ s}$$

$$v_i = 80 \text{ m/s}$$

$$y_i = 0$$

$$y_s = 1000 \text{ m}$$

$$a = 4 \text{ m/s}^2$$

1000 m'deki hızı; v_1

$$v_1 = v_i + a t_1$$

$$v_1 = 80 + 4 \cdot 10$$

$$v_1 = 120 \text{ m/s}$$

Ariyalanınca; $v_2 = 0$

$$v_2 = v_1 - g t_2$$

$$0 = 120 - 9,8 \cdot t_2$$

$$t_2 = 12,25$$

Ariyalandıktan sonra aldığı yol;

$$v_i^2 = v_1^2 - 2 g h$$

$$0 = (120)^2 - 2 \cdot 9,8 \cdot h$$

$$h = 735 \text{ m}$$

b) Serbest düşerken;

$$(h+y) = \frac{1}{2} g t_3^2$$

$$1735 = \frac{1}{2} \cdot 9,8 \cdot t_3^2$$

$$t_3 = 18,8 \text{ s}$$

$$\text{Toplam yükseklik} = y + h = 1735 \text{ m}$$

$$t_{\text{toplam}} = 10 + 12,2 + 18,8 = 41 \text{ s}$$

c) $v_3 = v_2 - g t_3$

$$v_3 = 0 - 9,8 \cdot 18,8$$

$$v_3 = -184,2 \text{ m/s}$$

$$\vec{v}_3 = -184,2 \hat{j} \text{ (m/s)}$$

2. Kısım (İki Boyutta Hareket)

1) Yerden belli bir açı ile atılan bir topun 3 m yükseklikteki hızı $\vec{v} = 4\hat{i} + 3\hat{j}$ (m/s) ise,

- a) Topun hızını ve atılış açısını,
- b) Ulaştığı maksimum yüksekliği,
- c) Ulaştığı yatay uzaklığı,
- d) Uçuş süresini

bulunuz.

2) 20 m yüksekliğindeki bir binanın çatısından, binanın tabanından 50 m uzaklıkta yerde duran bir hedefi vurmak için bir top atılacaktır. Atıcı, binanın hedefe yakın tarafında çatıda durmaktadır.

- a) Yatay olarak atılan topun, hedefi vurabilmesi için ilk hızı ne kadar olmalıdır?
- b) Top, yatayla 45° 'lik açı ile atılırsa, hedefi vurabilmesi için ilk hızı ne kadar olmalıdır?

3) Bir helikopter 9.5 m sabit yükseklikte 6.2 m/s'lik sabit hızla bir doğru boyunca uçuyor. Helikoptere göre ilk hızı 12 m/s olan bir cisim yatay olarak helikopterin hareketine ters yönde atılıyor.

- a) Cismin yere göre ilk hızını,
- b) Cisim yere çarparken, helikopter ile cisim arasındaki yatay uzaklığı,
- c) Cisim yere çarparken, hız vektörü ile yer arasındaki açığı

bulunuz.

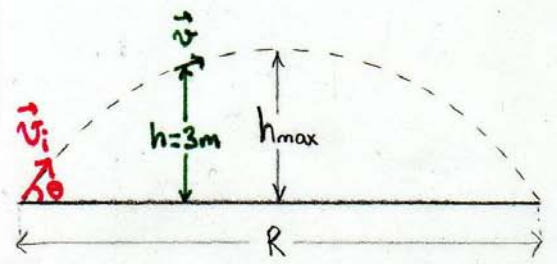
4) Yarıçapı 200 m olan bir viraja 108 km/saat hızla giren bir otomobil, hızını 150 m içerisinde düzgün olarak 72 km/saat'e düşürüyor. Otomobilin dönemece girdikten 100 m sonraki teğetsel, merkezci (radyal) ve toplam ivme değerlerini bulunuz.

5) Bir uçak güneye doğru, havaya göre 35 m/s hızla yol almaktadır. Uçağın bulunduğu bölgede yere göre 10 m/s hızında güneybatıya doğru esen bir hava akımı (rüzgar) vardır. Vektör diyagramı çizerek, uçağın yere göre hızını ve yönünü bulunuz.

1) a) $\vec{v} = v_x \hat{i} + v_y \hat{j}$
 $v_x = 4 \text{ m/s}$
 $v_y = 3 \text{ m/s}$

$$\vec{v} = 4\hat{i} + 3\hat{j} \text{ (m/s)}$$

$$|\vec{v}| = \sqrt{(4)^2 + (3)^2} = \underline{\underline{5 \text{ m/s}}}$$



$$v_s^2 = v_i^2 + 2ax \quad (a = -g) \quad v_x = v_{ix} = v_i \cos \theta$$

$$v^2 = v_i^2 - 2gh$$

$$5^2 = v_i^2 - 2 \cdot 9,8 \cdot 3$$

$$\boxed{v_i = 9,2 \text{ m/s}}$$

$$4 = 9,2 \cdot \cos \theta$$

$$\cos \theta = 0,43$$

$$\boxed{\theta = 64,2^\circ}$$

b)

$$\boxed{h_{\max} = \frac{v_{iy}^2}{2g}}$$

$$h_{\max} = \frac{(8,2)^2}{2 \cdot 9,8}$$

$$\boxed{h_{\max} = 3,4 \text{ m}}$$

$$v_y = v_{iy}^2 - 2gh$$

$$3^2 = v_{iy}^2 - 2 \cdot 9,8 \cdot 3$$

$$\boxed{v_{iy} = 8,2 \text{ m/s}}$$

ya da $v_{iy} = v_i \cdot \sin 64,2^\circ$

$$v_{iy} = 9,2 \cdot \sin 64,2^\circ$$

$$\boxed{v_{iy} = 8,2 \text{ m/s}}$$

c)

$$\boxed{R = \frac{v_i^2 \sin 2\theta}{g}}$$

$$R = \frac{(9,2)^2 \sin 128,4^\circ}{9,8}$$

$$\boxed{R = 6,8 \text{ m}}$$

d) h_{\max} için t_{airis};

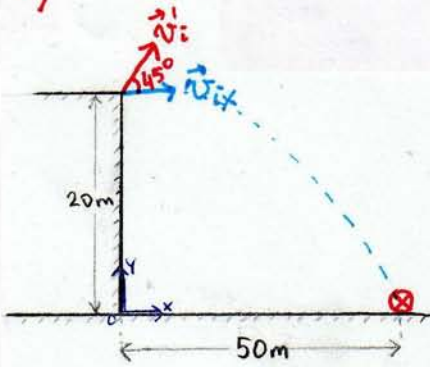
$$v_y = 0, \quad v_y = v_{iy} - g t_{\text{airis}}$$

$$t_{\text{airis}} = \frac{v_{iy}}{g}$$

$$t_{\text{uçuş}} = 2 \cdot t_{\text{airis}}$$

$$t_{\text{uçuş}} = \frac{2 \cdot 8,2}{9,8} = \underline{\underline{1,7 \text{ s}}}$$

2)



a)

$$y_s - y_i = v_{iy}t + \frac{1}{2}a_y t^2 \quad (a_y = -g)$$

$$0 - 20 = -\frac{1}{2} \cdot 9,8 \cdot t^2$$

$$t \approx 2s$$

$$x_s - x_i = v_{ix}t + \frac{1}{2}a_x t^2 \quad (a_x = 0)$$

$$50 = v_{ix} \cdot 2$$

$$v_{ix} = 25 \text{ m/s}$$

b)

$$y_s - y_i = v'_{iy}t - \frac{1}{2}gt^2$$

$$0 - 20 = v'_i \sin 45^\circ \cdot t - \frac{1}{2} \cdot 9,8 \cdot t^2 \quad (1)$$

$$x_s - x_i = v'_{ix}t + \frac{1}{2}a_x t^2 \quad (a_x = 0)$$

$$50 = v'_i \cos 45^\circ t \quad (2) \rightarrow t = \frac{50}{v'_i \cos 45^\circ}$$

t 'yi (1) no.lu eşitlikte yerine yazarsak;

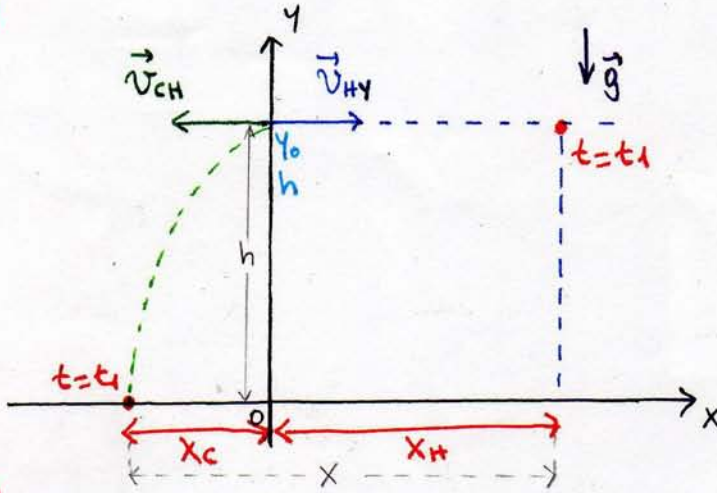
$$0 - 20 = v'_i \sin 45^\circ \cdot \left(\frac{50}{v'_i \cos 45^\circ} \right) - \frac{9,8}{2} \cdot \left(\frac{50}{v'_i \cos 45^\circ} \right)^2$$

$$20 + 50 \cdot \frac{\tan 45^\circ}{1} = 4,9 \cdot \frac{2500}{v_i^2 \cos^2 45^\circ}$$

$$v_i^2 \cos^2 45^\circ = \frac{4,9 \cdot 2500}{70}$$

$$v'_i = 18,7 \text{ m/s}$$

3)

 v_{Hy} : Helikopterin yere göre hızı v_{CH} : Cismin helikoptere göre hızı v_{Cy} : Cismin yere göre hızı

$$v_{Hy} = 6,2 \text{ m/s}$$

$$\vec{v}_{Hy} = v_{Hy} \hat{i}$$

$$v_{CH} = 12 \text{ m/s}$$

$$\vec{v}_{CH} = -v_{CH} \hat{i}$$

$$h = 9,5 \text{ m}$$

a)

$$\vec{v}_{Cy} = \vec{v}_{CH} + \vec{v}_{Hy}$$

$$\vec{v}_{Cy} = (-12 + 6,2) \hat{i} = \underline{-5,8 \hat{i} \text{ (m/s)}} = v_{ix} = v_x$$

(hareket boyunca sabit)

$$b) \quad h = \frac{1}{2} g t_1^2$$

$$t = t_1; \quad y = 0$$

$$9,5 = \frac{1}{2} \cdot 9,8 t_1^2$$

$$\boxed{t_1 = 1,39 \text{ s}}$$

$$x_c = v_{Cy} \cdot t_1$$

$$x_c = 5,8 \cdot 1,39 \approx \underline{8,1 \text{ m}}$$

$$x_H = v_{Hy} \cdot t_1$$

$$x_H = 6,2 \cdot 1,39 = \underline{8,6 \text{ m}}$$

$$X = x_c + x_H$$

$$\boxed{X = 16,7 \text{ m}}$$

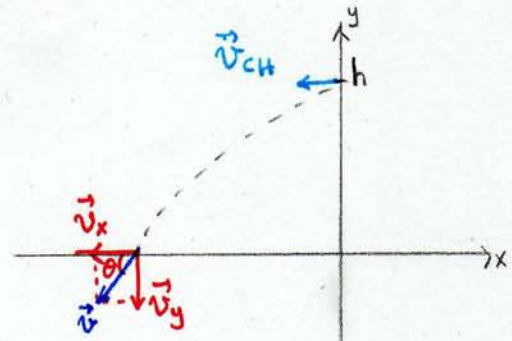
$$c) \quad v_x = v_{Cx} = -5,8 \text{ m/s}$$

$$v_y = -g t_1$$

$$v_y = -9,8 \cdot 1,39 \approx -13,7 \text{ m/s}$$

$$\theta = \tan^{-1} \left(\frac{v_y}{v_x} \right)$$

$$\theta = \tan^{-1} \left(\frac{-13,7}{-5,8} \right) = \boxed{67,1^\circ}$$



$$4) \quad v_i = 108 \frac{\text{km}}{\text{saat}} = 108 \cdot \frac{10^3}{3600} = 30 \text{ m/s}$$

$$(r = 200 \text{ m})$$

$$v_s = 72 \frac{\text{km}}{\text{saat}} = 72 \cdot \frac{10^3}{3600} = 20 \text{ m/s}$$

$$v_s^2 = v_i^2 + 2a(x_s - x_i) \quad (x_i = 0)$$

$$20^2 = 30^2 + 2a_t \cdot 150$$

$$400 = 900 + 300a_t$$

$$a_t = -\frac{500}{300}$$

$$a_t = -1,7 \text{ m/s}^2$$

(Hareket süresince sabit)

100 m sonraki hızı (v'):

$$v'^2 = v_i^2 + 2a_t(x_s - x_i)$$

$$v'^2 = 30^2 - 2 \cdot 1,7 \cdot 100$$

$$v'^2 = 560$$

$$v' \approx 23,7 \text{ m/s}$$

$$a_r = \frac{v'^2}{r}$$

$$a_r = \frac{560}{200}$$

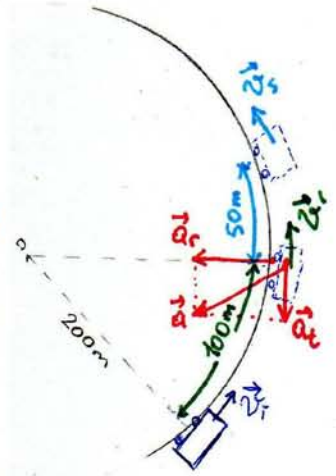
$$a_r = 2,8 \text{ m/s}^2$$

$$\vec{a} = \vec{a}_r + \vec{a}_t$$

$$a = \sqrt{a_r^2 + a_t^2}$$

$$a = \sqrt{(2,8)^2 + (-1,7)^2}$$

$$a \approx 3,3 \text{ m/s}^2$$



5) v_{UH} : Uçağın havaya göre hızı

v_{HY} : Hava akımının (rüzgarın) yere göre hızı

v_{UY} : Uçağın yere göre hızı

$$\vec{v}_{UY} = \vec{v}_{UH} + \vec{v}_{HY}$$

$$\vec{v}_{UY} = -7,07\hat{i} + (-35 - 7,07)\hat{j}$$

$$\vec{v}_{UY} = -7,07\hat{i} - 42,07\hat{j} \text{ (m/s)}$$

$$v_{UY} = \sqrt{(-7,07)^2 + (-42,07)^2}$$

$$v_{UY} = 42,66 \text{ m/s}$$

$$\phi = \tan^{-1}\left(\frac{-7,07}{-42,07}\right)$$

$\phi = 9,6^\circ$ (güneybatıya doğru, güneyle $9,6^\circ$ açı yapacak şekilde hareket ediyor.)

$$\vec{v}_{UH} = (v_{UH})_x \hat{i} + (v_{UH})_y \hat{j}$$

$$\vec{v}_{UH} = 0 - 35\hat{j}$$

$$\vec{v}_{UH} = -35\hat{j} \text{ (m/s)}$$

$$\vec{v}_{HY} = (v_{HY})_x \hat{i} + (v_{HY})_y \hat{j}$$

$$\vec{v}_{HY} = -10 \cdot \sin 45^\circ \hat{i} - 10 \cdot \cos 45^\circ \hat{j}$$

$$\vec{v}_{HY} = -7,07\hat{i} - 7,07\hat{j} \text{ (m/s)}$$

