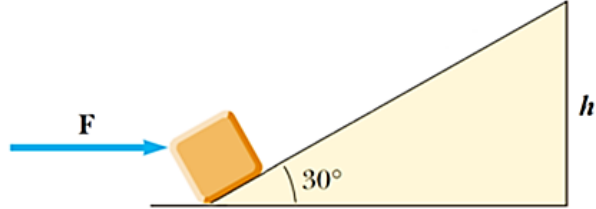


FİZİK-1 UYGULAMA-4

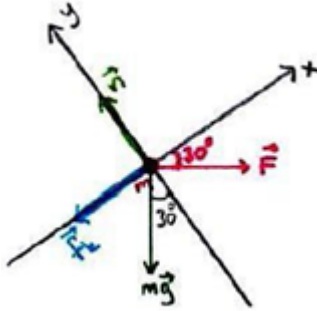
İş-Kinetik Enerji, Potansiyel Enerji, Enerji Korunumu

1) 200 N ağırlığındaki bir blok, 3 m uzunluğunda 30° eğimli sürtünmesiz eğik düzlem boyunca yatay bir F kuvvetiyle itiliyor. Bloğun, düzlemin alt noktasındaki hızı $0,5 \text{ m/s}$, üst noktasındaki hızı ise 4 m/s 'dir. Blok için serbest cisim diyagramını çizerek;



a) F kuvvetinin yaptığı işi ve F kuvvetinin büyüklüğünü bulunuz.

b) Eğik düzlem ile blok arasındaki kinetik sürtünme katsayısı 0.15 ise aynı kuvvetin etkisi altında hareket eden bloğun, düzlemin üst noktasındaki hızını, iş-enerji teoremini kullanarak hesaplayınız.



$$\vec{F} = F_x \hat{i} + F_y \hat{j}$$

$$E_i = \frac{1}{2} m v_i^2$$

$$E_s = mgh + \frac{1}{2} m v_s^2$$

İki nokta arasındaki mekanik enerji farkı, \vec{F} kuvvetinin yaptığı iş kadardır.

$$\Delta E = E_s - E_i$$

$$\Delta E = mgh + \frac{1}{2} m v_s^2 - \frac{1}{2} m v_i^2$$

$$\Delta E = 200 \cdot 1,5 + \frac{1}{2} \cdot 20 \cdot 4^2 - \frac{1}{2} \cdot 20 \cdot (0,5)^2$$

$$\Delta E = 457,5 \text{ J} = W_F$$

$$W_F = \vec{F} \cdot \vec{d} = (F_x \hat{i} + F_y \hat{j}) \cdot d \hat{i} = F_x \cdot d = F \cos 30^\circ \cdot d$$

$$457,5 = F \cdot \cos 30^\circ \cdot 3$$

$$F = 176 \text{ N}$$

① b) $\sum F_y = 0$

$$N - F_y - mg \cos 30^\circ = 0$$

$$N = mg \cos 30^\circ + F \cdot \sin 30^\circ$$

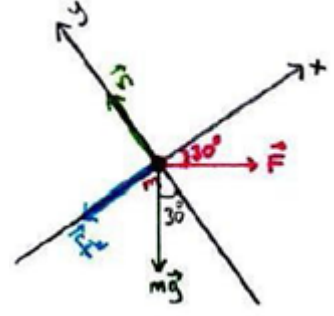
$$N = 200 \cdot \cos 30^\circ + 176 \cdot \sin 30^\circ$$

$$N = 261,2 \text{ N}$$

$$f_k = \mu_k N$$

$$f_k = 0,15 \cdot 261,2$$

$$f_k = 39,18 \text{ N}$$



$$W_F = 457,5 \text{ J}$$

$$W_{f_k} = \vec{f}_k \cdot \vec{d}$$

$$W_{f_k} = f_k d \cos 180^\circ$$

$$W_{f_k} = -39,18 \cdot 3 \cos 180^\circ$$

$$W_{f_k} = -117,54 \text{ J}$$

$$\Delta E = W_F + W_{f_k} = \Delta K + \Delta U$$

$$W_F + W_{f_k} = \left(\frac{1}{2} m v'^2 - \frac{1}{2} m v_i^2 \right) + mgh$$

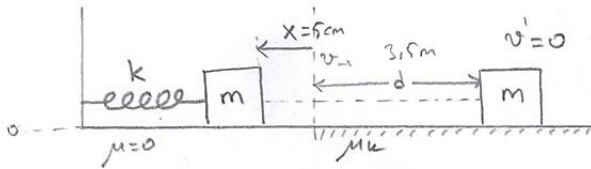
$$457,5 + (-117,54) = \frac{1}{2} \cdot 20 \cdot v'^2 - \frac{1}{2} \cdot 20 \cdot (0,5)^2 + 200 \cdot 1,5$$

$$v' = 2,06 \text{ m/s}$$

2) Yay sabiti 200 N/m olan bir yay, 10 g kütleli bir cismi fırlatmak için kullanılmaktadır. Cisim sürtünmesiz yatay bir yüzey üzerinde sıkıştırılmış bir yayın ucuna yerleştirilmiştir. Yay, cisimle birlikte 5 cm sıkıştırıldıktan sonra serbest bırakılıyor. Cisim yaydan ayrıldıktan sonra pürüzlü bir yüzey üzerinde kayarak ilerliyor ve sonra duruyor. Cisim durana kadar pürüzlü yüzeyde $3,5 \text{ m}$ yol aldığına göre;

- Cismin yaydan ayrıldığı andaki hızını,
- Sürtünme kuvvetinin yaptığı işi,
- Yüzey ile cisim arasındaki kinetik sürtünme katsayısını

bulunuz.



a) Pürüzsüz yüzeyde enerji korunur.

$$U_1 + K_1 = U_2 + K_2$$

$$\frac{1}{2} k x^2 = \frac{1}{2} m v^2$$

$$200 \cdot 5^2 = 10 \cdot 10^{-3} \cdot v^2$$

$$v = 7,1 \text{ m/s}$$

② b) $W_{\text{toplam}} = \Delta K$

$$W_{\text{toplam}} = W_{f_k} + W_g + W_N = \Delta K$$

$\downarrow_0 \quad \downarrow_0$

$$W_{f_k} = \Delta K = K' - K$$

$$W_{f_k} = \frac{1}{2} m (v'^2 - v^2)$$

\downarrow_0

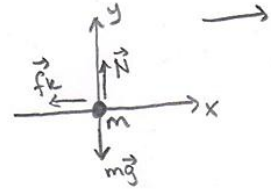
$$W_{f_k} = -\frac{1}{2} 10 \cdot 10^{-3} (7,1)^2$$

$$W_{f_k} = -0,25 \text{ J}$$

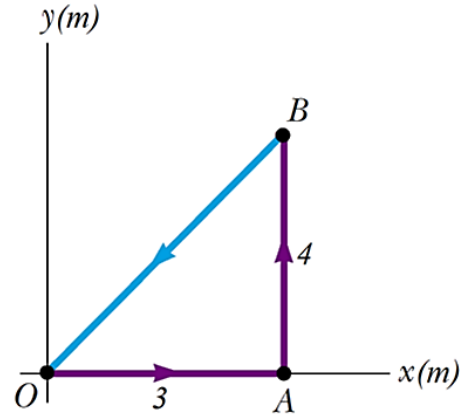
c) $W_{f_k} = \vec{f}_k \cdot \vec{d} = f_k d \cos 180^\circ = -f_k d = -\mu_k N d = -\mu_k m g d$

$$-0,25 = -\mu_k \cdot 10 \cdot 10^{-3} \cdot 9,8 \cdot 3,5$$

$$\mu_k = 0,73$$



3) m kütleli bir parçacık $\vec{F} = (4\hat{i} - 2\hat{j}) \text{ N}$ 'lık sabit bir kuvvetin etkisinde OAB dik üçgeninde şekildeki gibi yatay xy düzleminde hareket etmektedir. OA , AB ve BO bölgelerinde \vec{F} kuvvetinin yapmış olduğu işi hesaplayınız.



$$W = \vec{F} \cdot \vec{r}$$

OA: $\vec{r} = (3\hat{i}) \text{ m}$
 $W = (4\hat{i} - 2\hat{j}) \cdot (3\hat{i}) \text{ J}$
 $W = 12 \text{ J}$

AB: $\vec{r} = (4\hat{j}) \text{ m}$
 $W = (4\hat{i} - 2\hat{j}) \cdot (4\hat{j}) \text{ J}$
 $W = -8 \text{ J}$

BO: $\vec{r} = (-3\hat{i} - 4\hat{j}) \text{ m}$
 $W = (4\hat{i} - 2\hat{j}) \cdot (-3\hat{i} - 4\hat{j}) \text{ J}$
 $W = -4 \text{ J}$

4) $\vec{F} = (4x\hat{i} + 3y\hat{j})$ 'lik değişken bir kuvvetin etkisindeki m kütleli bir cisim, x doğrultusunda orijinden 5 m hareket ettirildiğinde, kuvvet tarafından cisim üzerinde yapılan işi bulunuz.

$$W = \int_{x_i}^{x_s} \vec{F} \cdot d\vec{r}$$

$$W = \int_0^5 (4x\hat{i} + 3y\hat{j}) \cdot dx\hat{i}$$

$$W = \int_0^5 4x dx = 4 \frac{x^2}{2} \Big|_0^5$$

$$W = 50 \text{ J}$$

5) Hooke Kanunu'na uymayan bir yay için geri çağırıcı kuvvet $F(x) = -\alpha x - \beta x^2$ ile verilmektedir. Burada $\alpha = 60 \text{ N/m}$, $\beta = 18 \text{ N/m}^2$ 'dir ve yay kütlesi ihmal edilebilir. Yayın potansiyel enerji farkı olan $U(x)$ 'i belirleyiniz. ($x = 0$ durumunda $U = 0$ 'dır.)

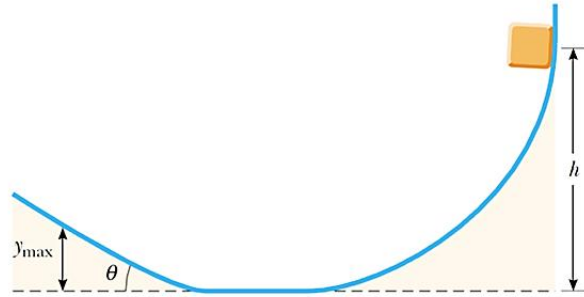
$$-\frac{dU}{dx} = F_x = -\alpha x - \beta x^2$$

$$U = \int (\alpha x + \beta x^2) dx = \alpha \frac{x^2}{2} + \beta \frac{x^3}{3} + c$$

$$x=0 \quad U=0 \Rightarrow c=0$$

$$U = 30x^2 + 6x^3 \text{ (joule)}$$

6) Bir blok, şekilde görüldüğü gibi eğrisel sürtünmesiz bir raydan aşağı doğru kayıp sonra eğik düzlemde yukarı doğru çıkıyor. Blok ile eğik düzlem arasındaki kinetik sürtünme katsayısı μ_k 'dir. Bloğun ulaşacağı maksimum yüksekliği, iş-enerji teoremini kullanarak h , θ , μ_k cinsinden bulunuz.



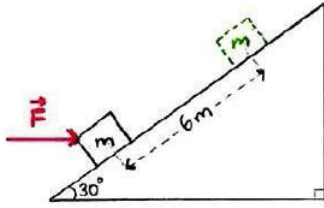
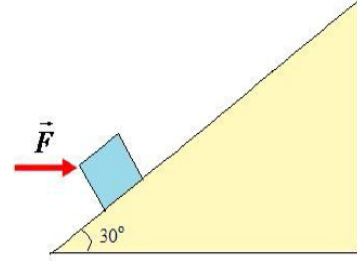
$$mgy_{\max} = mgh - \mu_k mgd \cos \theta \quad d = \frac{y_{\max}}{\sin \theta}$$

$$mgy_{\max} = mgh - \mu_k mg y_{\max} \cot \theta$$

$$y_{\max} = \frac{h}{1 + \mu_k \cot \theta}$$

7) Kütlesi 50 kg olan bir bavul, Şekil 'de görüldüğü gibi, yatay doğrultuda uygulanmakta olan \vec{F} kuvveti ile 30° lik eğik düzlem boyunca yukarı doğru sabit hızla 6 m itiliyor. Eğik düzlem ile bavul arasındaki kinetik sürtünme katsayısı 0.2'dir.

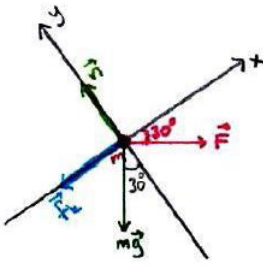
- Uygulanan kuvvetin yaptığı işi,
- Sürtünme kuvvetinin yaptığı işi,
- Yerçekimi kuvveti tarafından yapılan işi,
- Eğik düzlemin yüzeyi tarafından bavula uygulanan normal kuvvetin yaptığı işi,
- Hareket süresince yapılan toplam işi hesaplayınız.



$$\sum \vec{F} = m\vec{a} \quad (\vec{v} = \text{sabit} ; \vec{a} = 0)$$

$$\sum \vec{F} = 0$$

a)



$$\sum F_x = F \cos 30^\circ - f_k - mg \sin 30^\circ = 0$$

$$F \cos 30^\circ - \mu_k n - mg \sin 30^\circ = 0 \quad (1)$$

$$\sum F_y = n - F \sin 30^\circ - mg \cos 30^\circ = 0$$

$$n = F \sin 30^\circ + mg \cos 30^\circ \quad (2)$$

(2), (1)'de yerine konulursa;

$$F \cos 30^\circ - \mu_k (F \sin 30^\circ + mg \cos 30^\circ) - mg \sin 30^\circ = 0$$

$$F (\cos 30^\circ - \mu_k \sin 30^\circ) = mg (\sin 30^\circ + \mu_k \cos 30^\circ)$$

$$F = \frac{mg (\sin 30^\circ + \mu_k \cos 30^\circ)}{\cos 30^\circ - \mu_k \sin 30^\circ}$$

$$F = \frac{50 \cdot 10 (\sin 30^\circ + 0,2 \cos 30^\circ)}{\cos 30^\circ - 0,2 \sin 30^\circ}$$

$$\begin{aligned} m &= 50 \text{ kg} \\ \mu_k &= 0,2 \\ g &= 10 \text{ m/s}^2 \end{aligned}$$

$$F = 439,4 \text{ (N)}$$

$$W_F = \vec{F} \cdot \vec{d} = F d \cos 30^\circ = 439,4 \cdot 6 \cos 30^\circ$$

$$W_F = 2283,2 \text{ (J)}$$

$$b) W_{fk} = \vec{f}_k \cdot \vec{d} = f_k d \cos 180^\circ$$

$$W_{fk} = -\mu_k n d$$

$$(2) \rightarrow n = F \sin 30^\circ + mg \cos 30^\circ$$

$$W_{fk} = -\mu (F \sin 30^\circ + mg \cos 30^\circ) d$$

$$W_{fk} = -0,2 (439,4 \sin 30^\circ + 50 \cdot 10 \cdot \cos 30^\circ) \cdot 6$$

$$W_{fk} = -783,2 \text{ (J)}$$

$$c) W_g = m \vec{g} \cdot \vec{d} = mg d \cos 240^\circ$$

$$W_g = 50 \cdot 10 \cdot 6 \cdot \cos 240^\circ$$

$$W_g = -1500 \text{ (J)}$$

$$d) W_n = \vec{n} \cdot \vec{d} = nd \cos 90^\circ$$

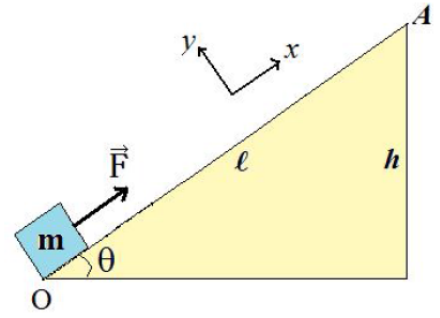
$$W_n = 0$$

$$e) \sum W = W_F + W_{fk} + W_g + W_n$$

$$\sum W = 2283,2 - 783,2 - 1500 + 0$$

$$\sum W = 0$$

8) m kütleli bir blok, Şekil 'de görülen eğik düzlemin O noktasından, h yüksekliğindeki A noktasına, $l = \overline{OA}$ yolu boyunca, eğik düzleme paralel olarak uygulanan \vec{F} kuvveti ile çekilerek sabit hızla götürülüyor. Blok ile eğik düzlem arasındaki kinetik sürtünme katsayısı, O noktasından itibaren $\mu_k(x) = 0.1x$ bağıntısına göre değişiyor.

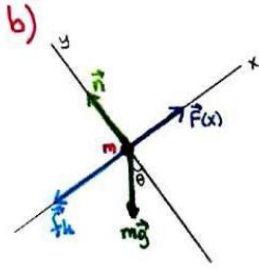


- a) Bloğa etki eden net kuvvetin, blok O noktasından A noktasına gidene kadar yaptığı işi bulunuz.
b) Bloğun serbest cisim diyagramını çizerek, $F(x)$ kuvvetini (m , g ve θ) cinsinden x 'e bağlı olarak bulunuz.
c) $F(x)$ kuvvetinin, blok O noktasından A noktasına gidene kadar yaptığı işi (m , g , θ ve l) cinsinden bulunuz.

a) $\sum \vec{F} = m\vec{a}$

$\sum \vec{F} = 0$ ($\vec{v} = \text{sabit}$; $\vec{a} = 0$)

$W_{\sum \vec{F}} = 0$



$\sum F_x = F(x) - f_k - mg \sin \theta = 0$

$F(x) = mg \sin \theta + \mu_k n$ $\mu_k = 0.1x$

$F(x) = mg \sin \theta + 0.1nx$ (1)

$\sum F_y = n - mg \cos \theta = 0$

$n = mg \cos \theta$ (2)

(2), (1) 'de yerine konulursa;

$F(x) = mg [\sin \theta + 0.1 \cos \theta x]$

c) $W_F = \int_0^l F(x) dx$

$W_F = \int_0^l mg [\sin \theta + 0.1 \cos \theta x] dx$

$W_F = \left[mg \sin \theta x + mg \cdot 0.1 \cos \theta \frac{x^2}{2} \right]_0^l$

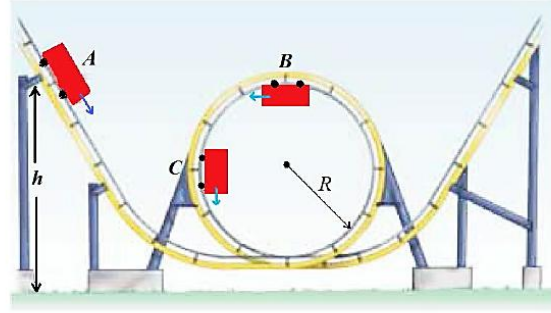
$W_F = mg \sin \theta l + 0.05 mg \cos \theta l^2$

$W_F = mg l [\sin \theta + 0.05 \cos \theta \cdot l]$

9) Lunaparktaki bir eğlence aracı, yerden h yüksekliğindeki A noktasından ilk hızsız serbest bırakıldığında, Şekil 'de görülen sürtünmesiz parkurda yol almaktadır.

a) Aracın, dairesel parkurun B noktasından düşmeden geçebilmesi için gerekli olan minimum h yüksekliği kaç R olmalıdır?

b) $h = \frac{7}{2}R$ ve $R=20$ m ise, aracın C noktasındaki hızını, merkezci ve teğetsel ivmesini bulunuz.
($g = 10 \text{ m/s}^2$)



a) $E_i = E_s$

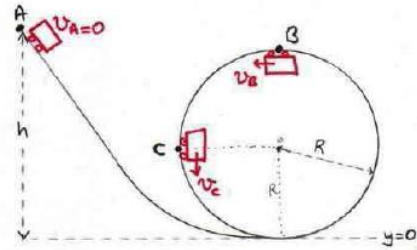
$$K_A + \sum U_A = K_B + \sum U_B$$

$$mgh_{\min} = \frac{1}{2} m v_{B_{\min}}^2 + 2mgR$$

$$mgh_{\min} = \frac{1}{2} m g R + 2mgR$$

$$h_{\min} = \frac{5}{2} R$$

$h \geq \frac{5}{2} R$ ise, araç B noktasından düşmeden geçer.



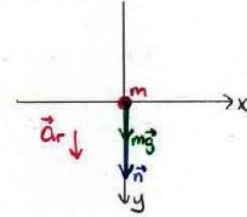
B noktasında;

$$\sum F_y = n + mg = mar$$

$n \rightarrow 0$ iken $v_B \rightarrow \min$

$$mg = m \frac{v_{B_{\min}}^2}{R}$$

$$v_{B_{\min}}^2 = gR$$



b) $E_A = E_C$

$$K_A + \sum U_A = K_C + \sum U_C$$

$$mgh = \frac{1}{2} m v_C^2 + mgR$$

$$h = \frac{7}{2} R;$$

$$mg \frac{7}{2} R = \frac{1}{2} m v_C^2 + mgR$$

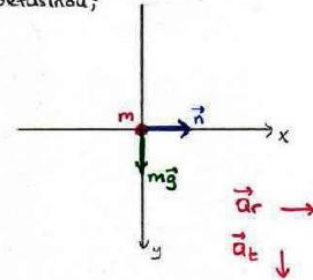
$$\frac{5}{2} gR = \frac{1}{2} v_C^2$$

$$v_C = \sqrt{5gR}$$

$$v_C = \sqrt{5 \cdot 10 \cdot 20}$$

$$v_C = 31,6 \text{ (m/s)}$$

C noktasında;



$$a_r = \frac{v_C^2}{R}$$

$$a_r = \frac{(31,6)^2}{20}$$

$$a_r = 50 \text{ (m/s}^2\text{)}$$

$$a_t = g$$

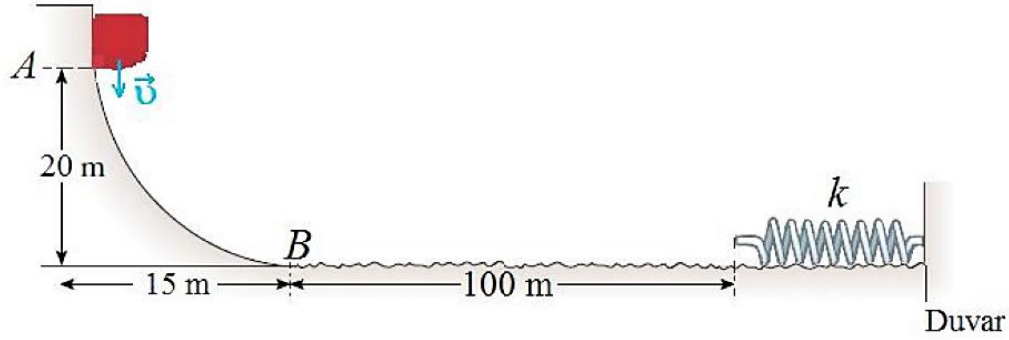
$$a_t = 9,8 \text{ (m/s}^2\text{)}$$

10) 15 kg kütleli bir taş, Şekil 'da görüldüğü gibi, A noktasını 10 m/s'lik hızla terk ederek, aşağıya doğru kaymaya başlıyor. A ve B noktaları arasındaki sürtünmesiz yoldan indikten sonra, B noktası ile duvar arasındaki sürtünmeli yolda 100 m ilerliyor ve yay sabiti $k = 2 \text{ N/m}$ olan yaya çarpıyor. Taş ile yatay yüzey arasındaki statik sürtünme katsayısı 0.8 ve kinetik sürtünme katsayısı 0.2 olduğuna göre;

a) Taşın B noktasına ulaştığı anda hızı ne olur?

b) Taş, yayı ne kadar sıkıştırır?

c) Yay tarafından durdurulduktan sonra taş tekrar hareket edebilir mi? ($g = 10 \text{ m/s}^2$)



a)

AB yolunda sürtünme olmadığından;

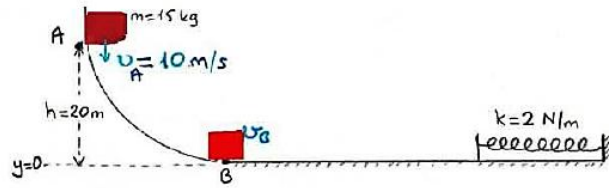
$$E_A = E_B$$

$$K_A + \sum U_A = K_B + \sum U_B$$

$$\frac{1}{2} m v_A^2 + mgh = \frac{1}{2} m v_B^2 + 0$$

$$\frac{1}{2} \cdot 15 \cdot 10^2 + 15 \cdot 10 \cdot 20 = \frac{1}{2} \cdot 15 \cdot v_B^2$$

$$v_B = 22,36 \text{ (m/s)}$$



b) Tüm korunumsuz kuvvetlerin yaptığı iş, sistemin toplam mekanik enerji değişimine esittir.

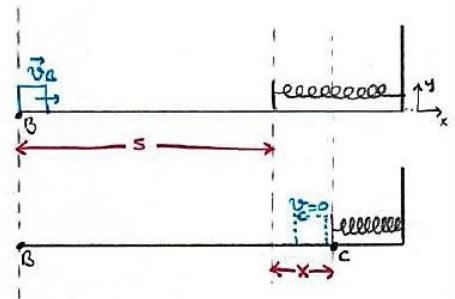
$$W_{\text{ksuz}} = E_s - E_i$$

$$W_{\text{fc}} = (K_c + \sum U_c) - (K_B + \sum U_B)$$

$$-f_k(s+x) = \frac{1}{2} m v_c^2 + \frac{1}{2} k x^2 - \frac{1}{2} m v_B^2 - mgy$$

$$-\mu_k n \cdot (s+x) = 0 + \frac{1}{2} k x^2 - \frac{1}{2} m v_B^2 - 0$$

$$-0,2 \cdot 15 \cdot 10 (100+x) = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot x^2 - \frac{1}{2} \cdot 15 \cdot (22,36)^2$$



$$x^2 + 30x + 3000 - 3750 = 0$$

$$x^2 + 30x - 750 = 0$$

$$x = 16,2 \text{ (m)}$$

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$\Delta = 30^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-750)$$

$$\Delta = 3900$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$x_{1,2} = \frac{-30 \pm \sqrt{3900}}{2}$$

$$x_1 = -46,2$$

$$x_2 = 16,2$$

- c) Tasın tekrar hareket edebilmesi için, yayın tase uygulayacağı yay kuvvetinin, statik sürtünme kuvvetinden büyük olması gerekir.

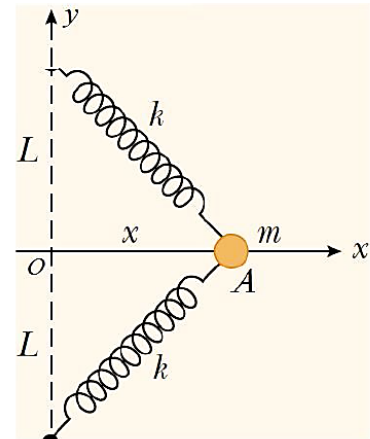
$$f_s = \mu_s \cdot n = \mu_s \cdot mg = 0,8 \cdot 15 \cdot 10 = 120 \text{ (N)}$$

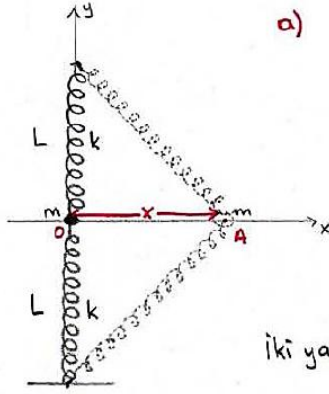
$$F_y = kx = 2 \cdot 16,2 = 32,4 \text{ (N)}$$

$F_y < f_s$ olduğundan; tas yaya sarptıldıktan sonra tekrar hareket edemez.

11) Yay sabiti k , denge halinde boyu L olan iki özdeş yay, m kütleli bir cisme Şekildeki gibi bağlanmıştır. Cisim, O noktasından $+x$ yönünde $x=3$ m çekilip A noktasına getiriliyor. Cismin;

- A noktasından serbest bırakılıp, $x=0$ noktasına geri geldiğinde hızının büyüklüğünü,
 - A noktasından serbest bırakıldığı anda ivmesini bulunuz.
- ($k=40$ N/m, $m=8$ kg, $L=4$ m)





a) Yaylardan birinin uzama miktarı $\sqrt{x^2+L^2}-L$ kadardır.

$$U(x) = \frac{1}{2} k (\sqrt{x^2+L^2} - L)^2$$

$$U(x) = \frac{1}{2} k [(x^2+L^2) - 2L\sqrt{x^2+L^2} + L^2]$$

$$U(x) = \frac{1}{2} k x^2 + kL(L - \sqrt{x^2+L^2})$$

iki yay için :

$$U(x) = kx^2 + 2kL(L - \sqrt{x^2+L^2})$$

$$k = 40 \text{ N/m}$$

$$m = 8 \text{ kg}$$

$$L = 4 \text{ m}$$

$$x = 3 \text{ m}$$

$$U = 40 \cdot 3^2 + 2 \cdot 40 \cdot 4 (4 - \sqrt{3^2+4^2}) = U_i$$

$$U = 40(5)$$

$$\Delta K = -\Delta U$$

$$K_s - K_i = -(U_s - U_i)$$

$$\frac{1}{2} m v^2 = U_i$$

$$\frac{1}{2} \cdot 8 \cdot v^2 = 40, \quad v = 3,2 \text{ (m/s)}$$

b) $\vec{F}(x) = -\frac{dU(x)}{dx}$

$$\vec{F}(x) = -\frac{d}{dx} [kx^2 + 2kL(L - \sqrt{x^2+L^2})] \hat{i}$$

$$\vec{F}(x) = (-2kx + \frac{2kLx}{\sqrt{x^2+L^2}}) \hat{i}$$

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}$$

$$\vec{a} = (-\frac{2 \cdot 40 \cdot 3}{8} + \frac{2 \cdot 40 \cdot 4 \cdot 3}{8 \cdot \sqrt{3^2+4^2}}) \hat{i}, \quad \vec{a} = -6 \hat{i} \text{ (m/s}^2\text{)}$$