İKİ BOYUTTA HAREKET

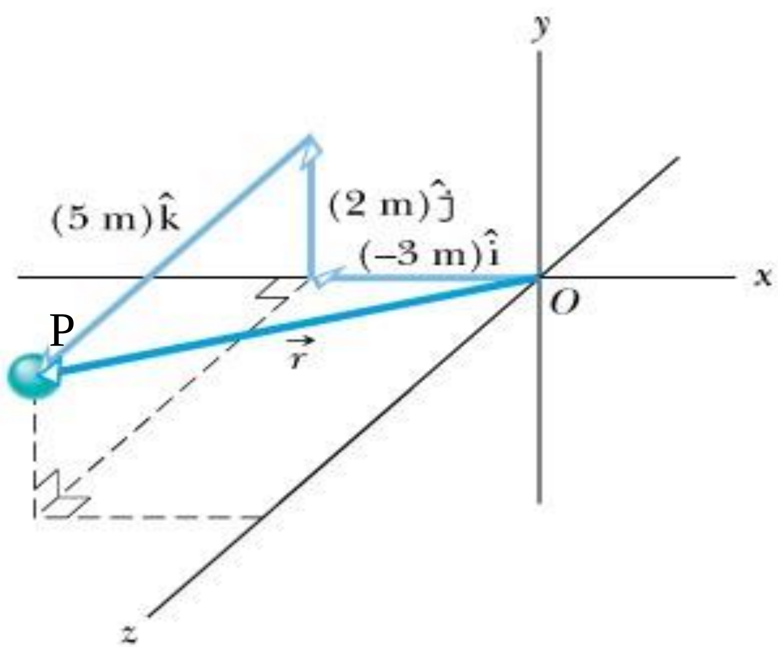
- Yerdeğiştirme, hız ve ivme vektörleri
- Sabit ivmeli iki boyutlu hareket
- Eğik atış hareketi
- Düzgün dairesel hareket
- Teğetsel ve radyal ivme
- Bağıl hız ve bağıl ivme

Yerdeğiştirme, Hız ve İvme Vektörleri

Konum Vektörü:

Bir parçacığın konum vektörü *r* , bulunduğu koordinat sisteminin merkezinden parçacığın bulunduğu noktaya çizilen vektördür.

Örnek : Şekilde P noktasında bulunan cismin konum vektörü



$$\vec{r} = x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k}$$

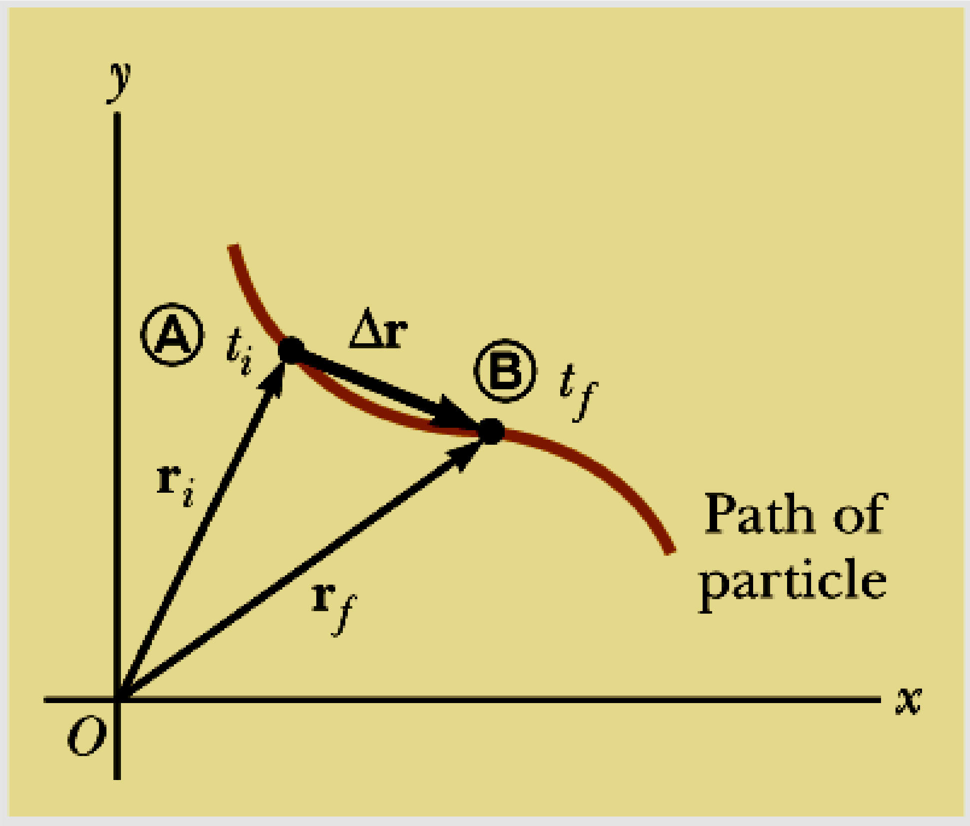
$$\vec{r} = -3\hat{i} + 2\hat{j} + 5\hat{k} \quad (m)$$

Bir düzlemde yerdeğiştirme

Şekildeki gibi hareket eden bir parçacık için t_i ve t_f zaman aralığındaki yerdeğiştirme vektörü:

$$\boxed{\Delta\vec{r} \equiv \vec{r}_f - \vec{r}_i} \quad (1) \text{ (Yerdeğiştirme)}$$

i indisi **ilk** (initial)
f indisi **son** (final) anlamındadır

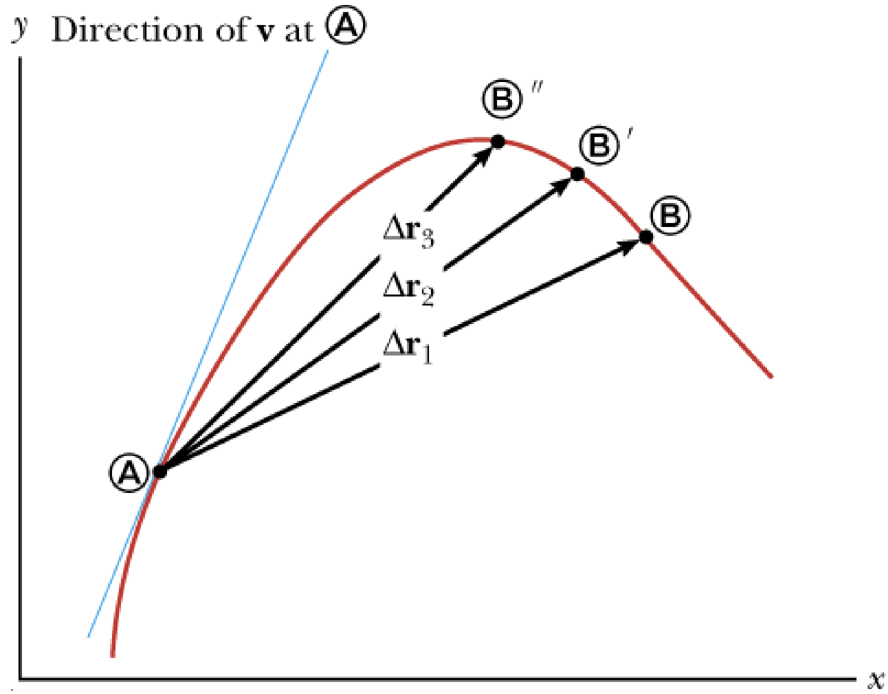


Ortalama Hız

Ortalama hız, bir parçacığın **Δr** yerdeğiştirmesinin, geçen *Δt* zaman aralığına oranıdır:

$$\Delta\overline{\vec{v}} \equiv \overline{\mathbf{v}} \equiv \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} \quad (2)$$

Burada $\Delta t = t_s - t_i$

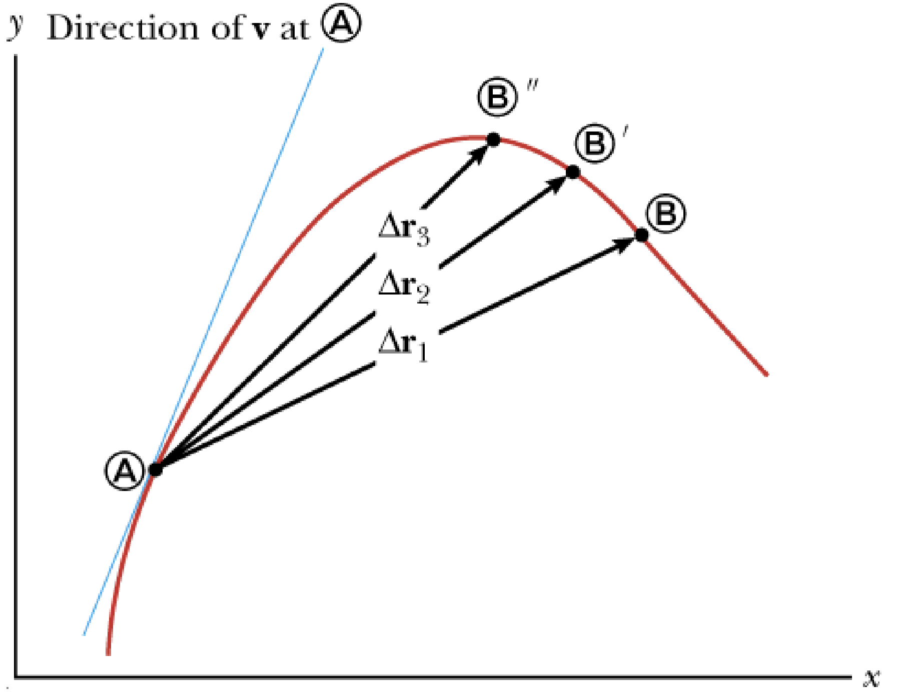


- ***Ortalama hız***, yerdeğiştirme vektörünün doğrultusundadır.

- Baseball da topa vuran kişi başladığı yere koşarak geri dönünce ortalama hızı sıfırdır.

Ani Hız

$$\vec{v} \equiv \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \begin{pmatrix} dx/dt \\ dy/dt \\ dz/dt \end{pmatrix} \qquad (3)$$



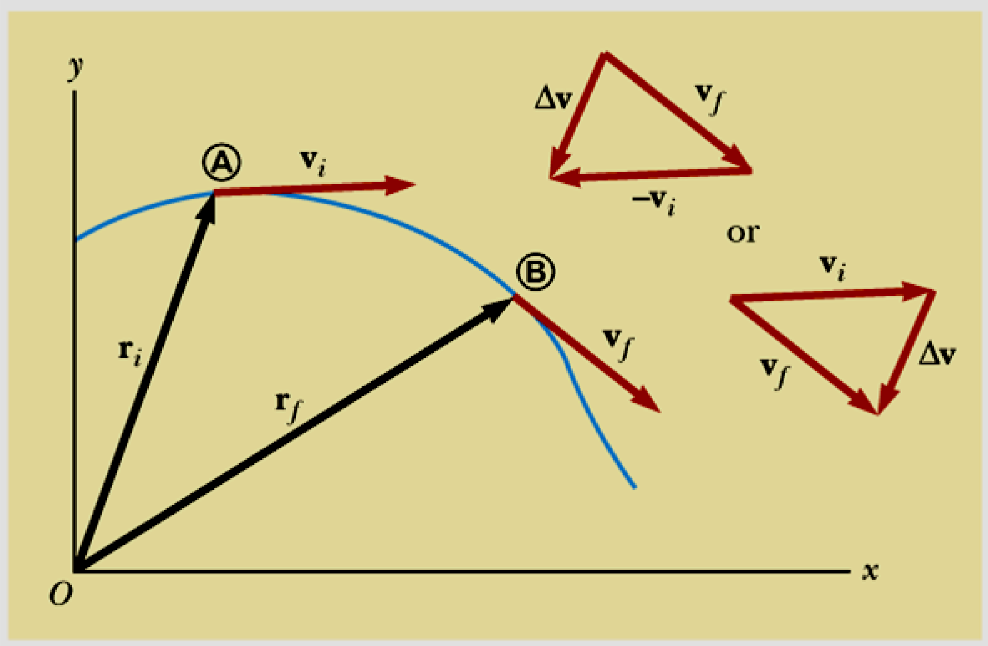
Ani hız $\vec{v}$: Δt sıfira yaklaşırken, ortalama hızın limiti olarak tanımlanır. v nin yönü daima parçacığın olduğu noktada yola teğettir.

Ani hız, konum vektörünün zamana göre türevine eşittir.

Ani hız vektörünün büyüklüğüne $v \equiv |\vec{v}|$ **sürat** (skaler) diyoruz.

Ortalama İvme

$$\bar{\vec{a}} \equiv \frac{\vec{v}_f - \vec{v}_i}{t_f - t_i} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} \quad (4)$$



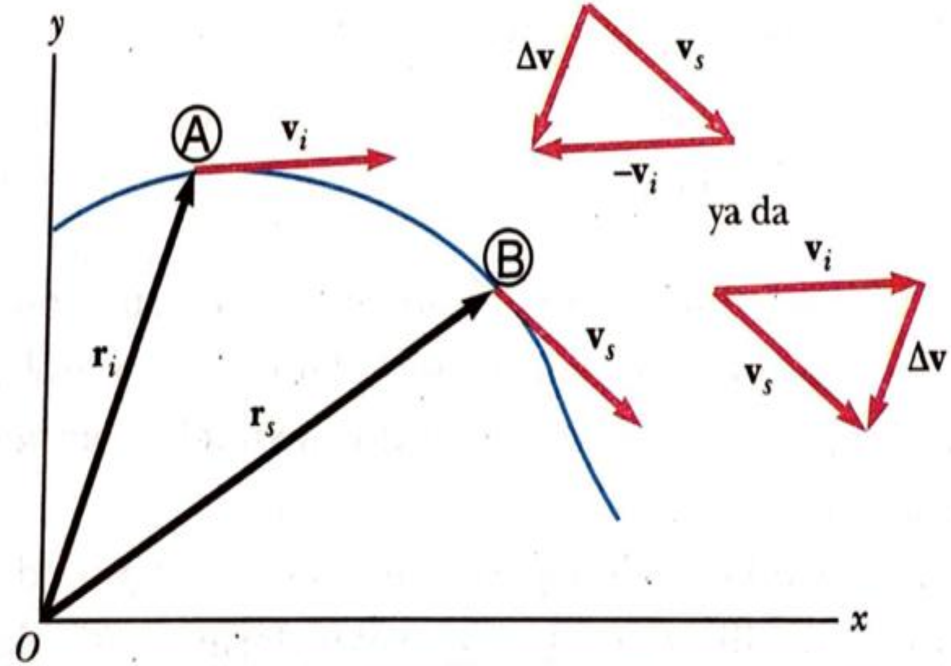
Ortalama ivme: Bir noktadan diğerine hareket ederken **Δv** ani hız vektöründeki değişimin Δt geçen zamana oranı olarak tanımlanır.

Değişim yönde ve büyüklükte olur.!

İvme, **Δv** hızındaki değişim boyuncadır**!**

Ani İvme

$$\vec{a} \equiv \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \begin{pmatrix} dv_x/dt \\ dv_y/dt \\ dv_z/dt \end{pmatrix} \quad (5)$$



Şekil Bir parçacık Ⓐ konumundan Ⓑ konumuna hareket etmektedir. Parçacığın hız vekktörü $\mathbf{v}_i$ 'den $\mathbf{v}_s$ 'ye değişir. Sağ üst taraftaki vektör çizimleri ilk ve son hızlardan $\Delta\mathbf{v}$ vektörünü belirlemenin iki yolunu göstermektedir.

Ani ivme: Δt sıfıra yaklaşırken, $\Delta\vec{v}/\Delta t$ oranının limit değeri olarak tanımlanır.

Ani ivme, hız vektörünün zamana göre birinci türevidir.

iki boyutlu harekette, **hız vektörü daima yörüngeye teğet ve hareket yönündedir.**

İKİ BOYUTTA **SABİT İVMELİ** HAREKET

Not 1:
Daha önce türettiğimiz hareket denklemleri hala geçerli ancak şimdi iki-boyutlu biçimde.
Not 2 :
Vektör denklemleri **x**- ve **y**-bileşenlerine ayrılabilir.

xy düzleminde hareket eden bir parçacık için **konum vektörü**:

$$\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} \qquad (6)$$

Bu parçacığın **hız vektörü**:

$$\vec{v} = \frac{d\mathbf{r}}{dt} = \frac{dx}{dt}\hat{\mathbf{i}} + \frac{dy}{dt}\hat{\mathbf{j}}$$

$$\vec{v} = v_x\vec{i} + v_y\vec{j} \qquad (7)$$

Ani Hız vektörü ($\vec{v}$): Ortalama hız vektörünün limiti.

$$\vec{v} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt}$$

$$= \underbrace{\frac{dx}{dt}}_{v_x} \hat{\imath} + \underbrace{\frac{dy}{dt}}_{v_y} \hat{\jmath} = v_x \hat{\imath} + v_y \hat{\jmath}$$

Hız vektörünün şiddeti ve yönü:

$$\boxed{v = |\vec{v}| = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}\,,} \qquad \boxed{\tan\theta = \frac{v_y}{v_x}}$$

- **Ani ivme vektörü ($\vec{a}$):** Ortalama ivme vektörünün limiti.

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}}{dt}$$

$$= \underbrace{\frac{dv_x}{dt}}_{a_x} \hat{\imath} + \underbrace{\frac{dv_y}{dt}}_{a_y} \hat{\jmath} = a_x \hat{\imath} + a_y \hat{\jmath}$$

- Hız konumun türevi olduğu için, ivme de konumun ikinci türevi olur:

$$\boxed{\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d^2\vec{r}}{dt^2}}$$

$$a = |\vec{a}| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2}, \qquad \tan\theta = \frac{a_y}{a_x}$$

- **İvme vektörünün yönü**: Herhangi bir yönde olabilir, yörüngeye teğet olmak zorunda değildir.

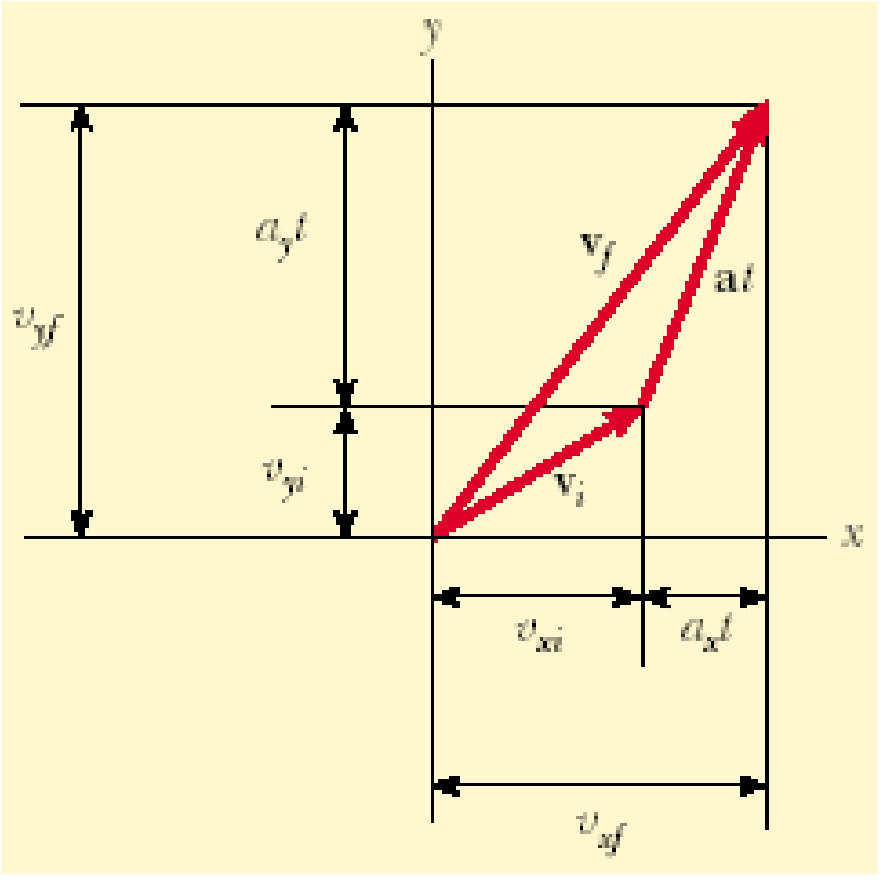
İki-boyutta sabit ivme ile hareket eden bir cismin son hızı:

İvme sabit olduğundan a_x ve a_y bileşenleri de sabittir. Hız vektörünü hem x hem de y bileşenlerine uygularsak: ($\vec{a} = a_x\hat{i} + a_y\hat{j}$)

$$v_{xs} = v_{xi} + a_x t \qquad v_{ys} = v_{yi} + a_y t$$

Herhangi bir t anındaki son hızı elde etmek için (7) eşitliğinde yerine konursa;

$$\vec{v}_s = (\vec{v}_{xi} + \vec{a}_x t)\mathrm{i} + (\vec{v}_{yi} + \vec{a}_y t)\,\mathrm{j}$$
$$\vec{v}_s = (\vec{v}_{xi}\mathrm{i} + \vec{v}_{yi}\,\mathrm{j}) + (\vec{a}_x\mathrm{i} + \vec{a}_y\,\mathrm{j})t$$



Zamanın fonksiyonu olarak hız vektörü:

$$\vec{v}_s = \vec{v}_i + \vec{a}t \qquad (8)$$

İki-boyutta sabit ivmeli hareket (yer vektörü):

Aynı şekilde sabit ivmeyle hareket eden bir parçacığın **x** ve **y** koordinatları (bir-boyutlu hareketteki **11** denkleminden):

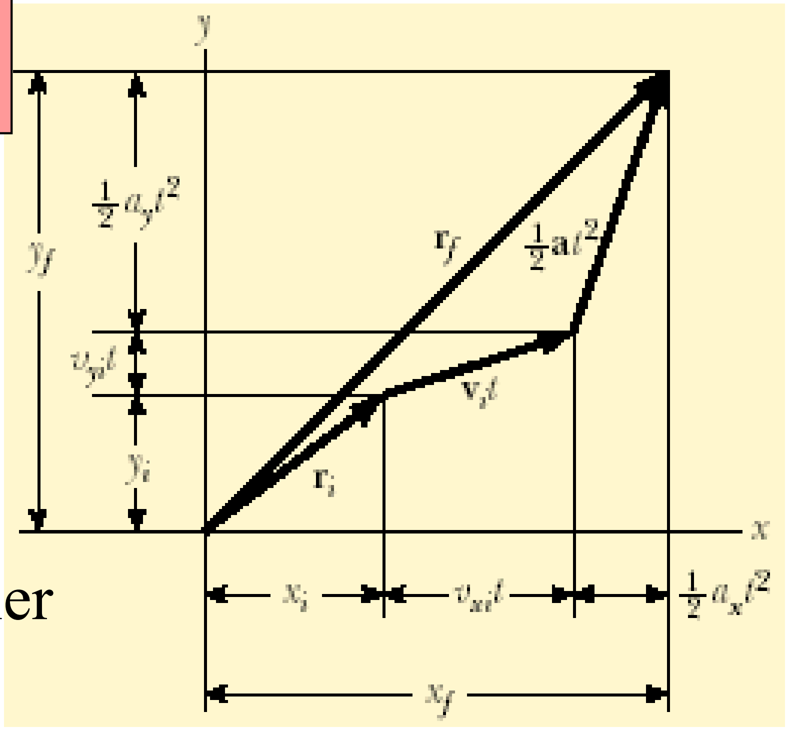
$$x_s = x_i + v_{xi}t + \tfrac{1}{2}a_x t^2 \qquad y_s = y_i + v_{yi}t + \tfrac{1}{2}a_y t^2$$

Bunları (6) da yerine yazarsak parçacığın son konum vektörünü buluruz:

$$r_s = (x_i + v_{xi}t + \tfrac{1}{2}a_x t^2)\mathbf{i} + (y_i + v_{yi}t + \tfrac{1}{2}a_y t^2)\mathbf{j}$$
$$= (x_i\mathbf{i} + y_i\mathbf{j}) + (v_{xi}\mathbf{i} + v_{yi}\mathbf{j})t + \tfrac{1}{2}(a_x\mathbf{i} + a_y\mathbf{j})t^2$$

Zamanın fonksiyonu olarak son konum vektörü:

$$\vec{r}_s = \vec{r}_i + \vec{v}_i t + \tfrac{1}{2}\vec{a}t^2 \qquad (9)$$



Burada $\mathbf{r}_i$, $\mathbf{v}_i$ ve $\mathbf{a}$ genelde farklı yöndedirler ve $\mathbf{r}_s$ vektörü bunların vektör toplamıdır.

Sabit ivme ile hareket eden bir cismin son hız ve son konum vektörleri:

$$\mathbf{v}_s = \mathbf{v}_i + \mathbf{a}t \rightarrow \rightarrow \rightarrow \begin{cases} v_{xs} = v_{xi} + a_x t \\ v_{ys} = v_{yi} + a_y t \end{cases}$$

$$\mathbf{r}_s = \mathbf{r}_i + \mathbf{v}_i t + \frac{1}{2}\mathbf{a}t^2 \rightarrow \rightarrow \begin{cases} x_s = x_i + v_{xi} t + \frac{1}{2} a_x t^2 \\ y_s = y_i + v_{yi} t + \frac{1}{2} a_y t^2 \end{cases}$$

ÖRNEK:

Bir cisim, ilk hız bileşenleri $v_{0x} = 20$ m/s ve $v_{0y} = -15$ m/s olacak şekilde, $t = 0$ anında orijinden harekete başlıyor. xy-düzleminde hareket eden cismin ivme bileşenleri de $a_x = 4$ m/s^2 ve $a_y = 0$' dır.

a–) Cismin herhangi bir andaki hızını bulunuz.

b–) Cismin herhangi bir andaki konumu nedir?

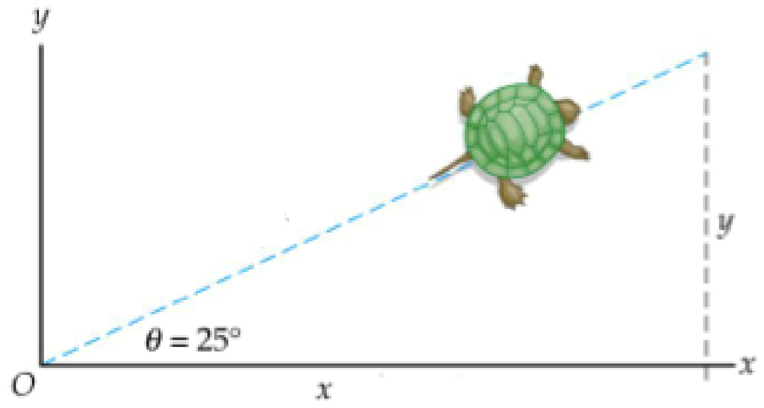
$$a\text{–)}\ v_x = v_{0x} + a_x t = 20 + 4t \text{ m/s} \ ; \ v_y = v_{0y} + a_y t = -15 \text{ m/s}$$

$$\vec{v} = (20 + 4t)\hat{\imath} - 15\hat{\jmath} \text{ m/s}$$

$$b\text{–)}\ t = 0 \ \rightarrow \ x_0 = y_0 = 0:$$

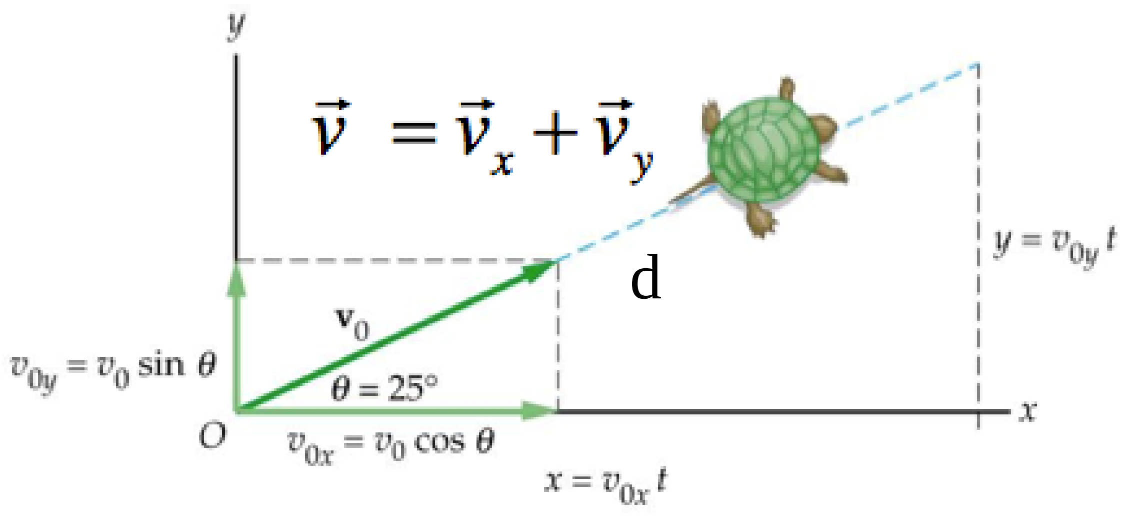
$$\left.\begin{aligned} x(t) &= x_0 + v_{0x}t + \frac{1}{2}a_x t^2 = 20t + 2t^2 \\ y(t) &= y_0 + v_{0y}t + \frac{1}{2}a_y t^2 = -15t \end{aligned}\right\} \rightarrow \vec{r} = (20t + 2t^2)\hat{\imath} + (-15t)\hat{\jmath} \ \text{ m}$$

ÖRNEK:



Bir kaplumbağa O noktasından başlayıp v=10 cm/s hızla 25° açıyla sağa doğru yürüyor.

(a) 10 saniye sonra kaplumbağanın bulunacağı koordinatlar nedir?
(b) 10 saniye sonunda kaplumbağa ne kadar yürümüştür?



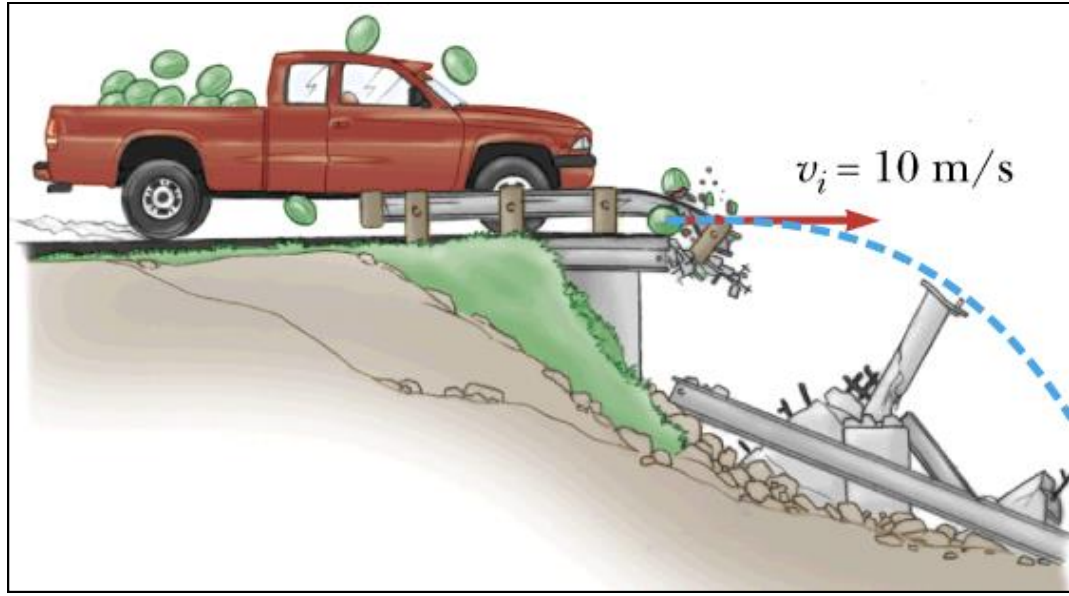
a) x bileşeni: $v_x = v \cos 25° = 9.06\, cm/s$ $\Delta x = v_x t = 90.6\, cm$

- y bileşeni: $v_y = v_0 \sin 25° = 4.23\, cm/s$ $\Delta y = v_y t = 42.3\, cm$

b) O noktasından uzaklık $\boxed{d = \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2} = 100.0\text{ cm}}$

ÖRNEK:

Karpuz yüklü bir kamyonet, ani fren yapıyor ve bazı karpuzlar dışarı fırlıyor. Biri yatay doğrultuda v_i= 10m/s ilk hızla kenardan uçuyor.



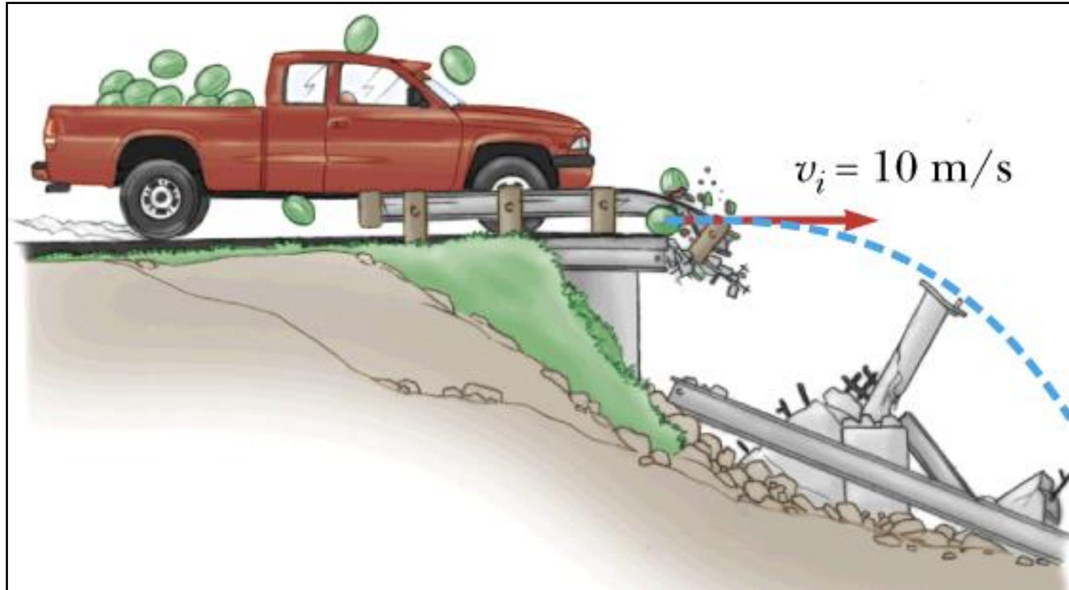
(a) Herhangi bir anda hızın x- ve y-bileşenlerini ve herhangi bir an için toplam hızı belirleyin.

(b) Karpuzun t = 5.00 s deki hızını ve süratini hesaplayın.

(c) Karpuzun herhangi bir t zamanı için x- ve y-koordinatlarını ve herhangi bir t zamanı için konum vektörü **r** ‘yi bulunuz.

(d) Karpuzun yol grafiğini çizin.

Çözüm



$$v_{xs} = v_{xi} + a_x t$$
$$v_{ys} = v_{yi} + a_y t$$
$$v_{xi} = v_i = 10 m/s$$
$$a_x = 0$$
$$v_{yi} = 0$$
$$a_y = -g$$
$$v_{xs} = v_i = 10 \text{ m/s}$$
$$v_{ys} = -gt$$
$$v_{xs} = v_{xi} + a_x t$$
$$\vec{v} = v_i \hat{i} - gt\hat{j}$$
$$\vec{v} = 10\hat{i} - 10t\hat{j}$$

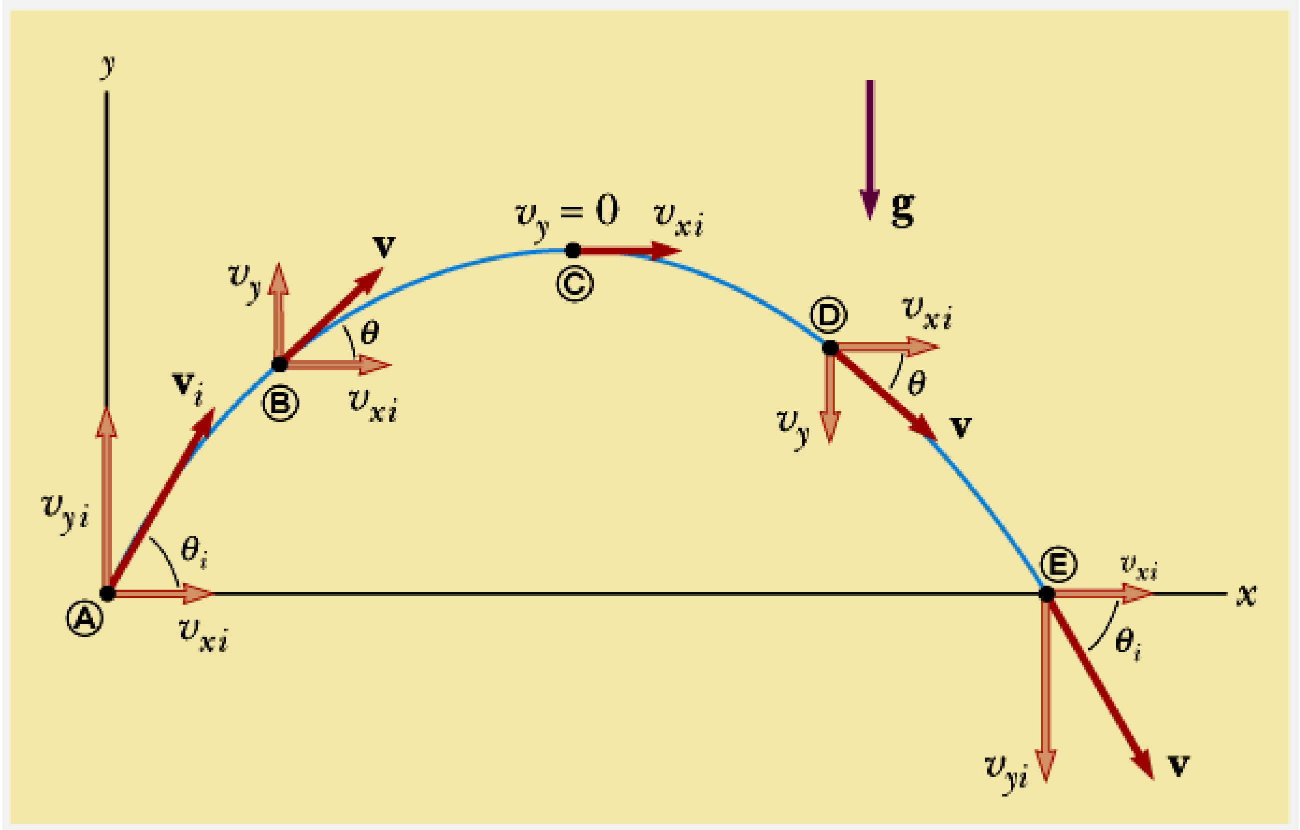
$$t = 5 \text{ s}$$
$$\vec{v} = 10\hat{i} - 50\hat{j}$$
$$|\vec{v}| = \sqrt{10^2 + (-50)^2}$$
$$|\vec{v}| = 51 \text{ m/s}$$

$$x_s = x_i + v_{xi} t + \tfrac{1}{2} a_x t^2$$
$$x_s = v_i t$$
$$y_s = y_i + v_{yi} t + \tfrac{1}{2} a_y t^2$$
$$y_s = -\tfrac{1}{2} g t^2$$
$$\vec{r}_s = x_s \hat{i} + y_s \hat{j}$$
$$\vec{r}_s = v_i t\hat{i} - \tfrac{1}{2} g t^2 \hat{j}$$
$$\vec{r}_s = 10t\hat{i} - 5t^2 \hat{j}$$

EĞİK ATIŞ HAREKETİ

<u>İki varsayım:</u>

1. Yerçekimi ivmesi **g** hareket süresince sabit ve aşağı yönde.
2. Hava direncinin etkisi ihmal ediliyor.



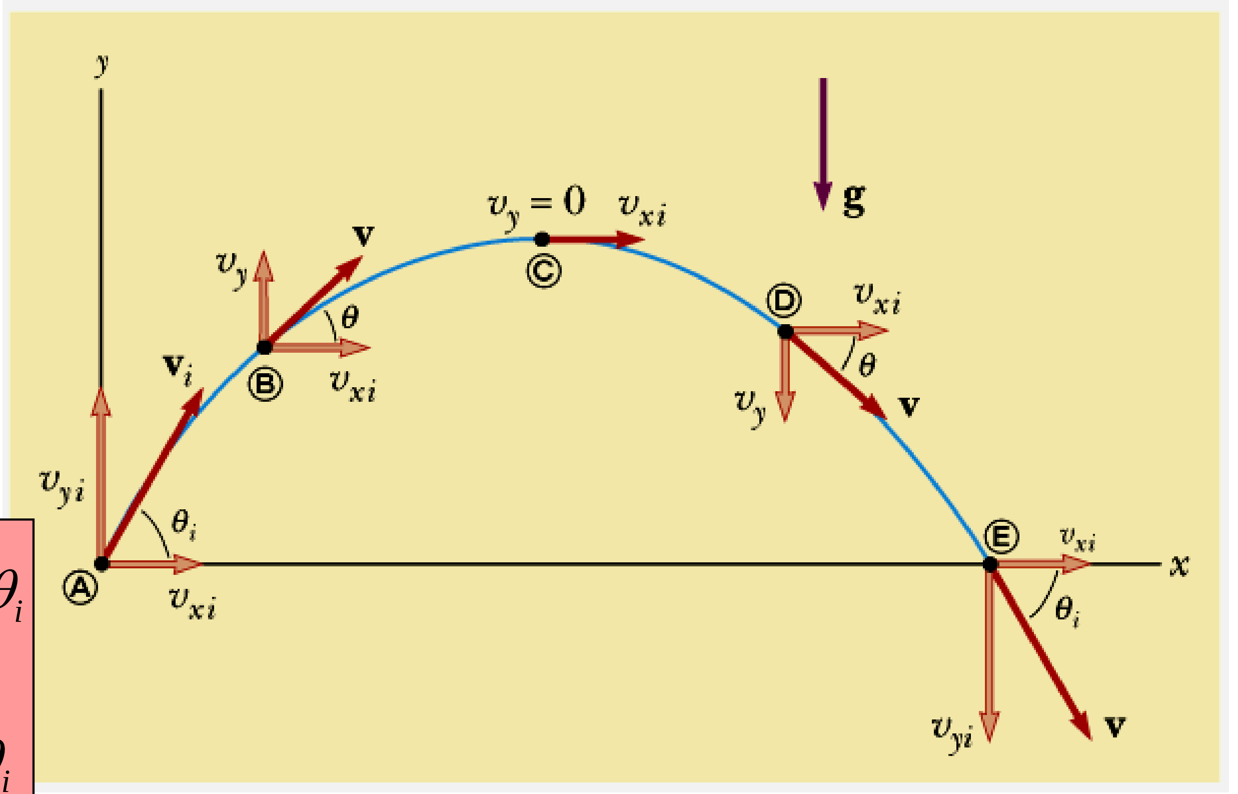
- ✓ Eğik atılan cismin yolu bir paraboldür.
- ✓ Cisim orijinden $\mathbf{v}_i$ başlangıç hızıyla, θ_i açısında atılıyor.
- ✓ Hız vektörü zamanla hem doğrultu hem de büyüklük olarak değişiyor.
- ✓ **y**-yönündeki (dikey) ivme (a=-g) yerçekimi ivmesidir.
- ✓ **x**-yönündeki (yatay) ivme yoktur; bu nedenle hızın x-bileşeni zamana göre sabittir.

EĞİK ATIŞ HAREKETİ

$0<\theta_i<\pi/2 \Rightarrow$ atış açısı
$a_x=0$
$a_y=-g$
$x_i=y_i=0$

$$\cos\theta_i = \frac{v_{xi}}{v_i} \quad \Rightarrow \quad v_{xi} = v_i \cos\theta_i$$

$$\sin\theta_i = \frac{v_{yi}}{v_i} \quad \Rightarrow \quad v_{yi} = v_i \sin\theta_i$$

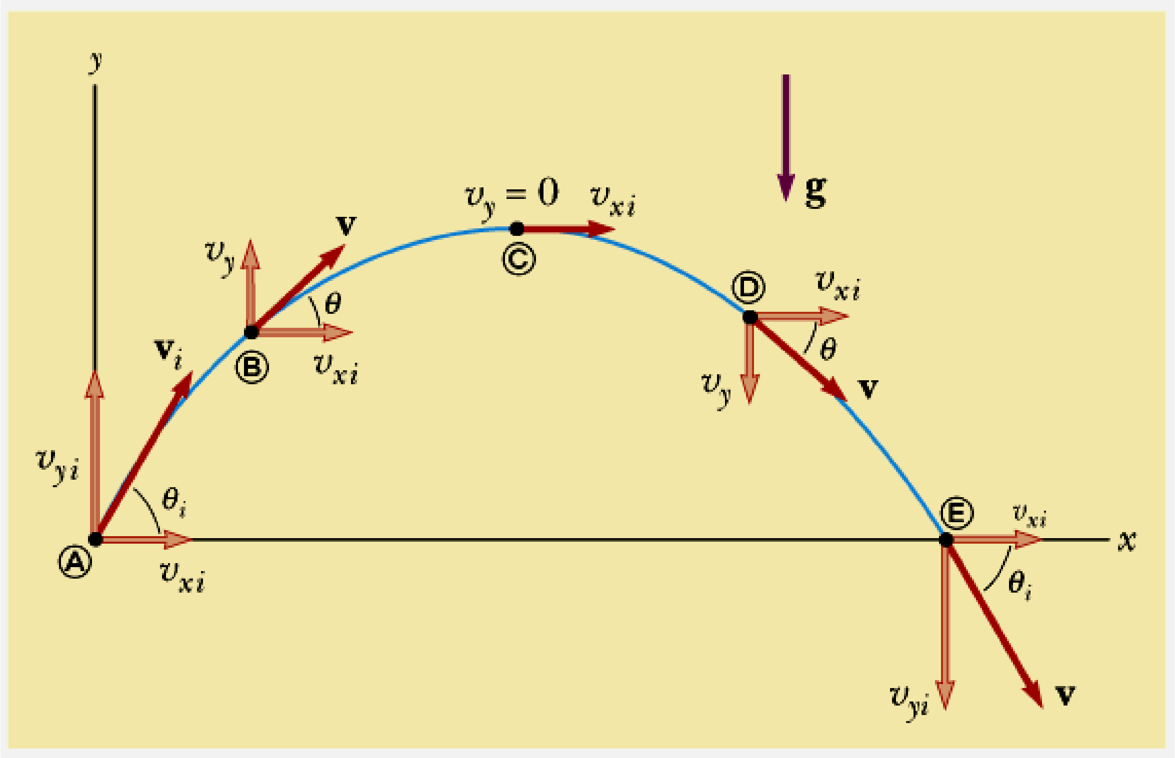


Sabit ivmeli bir parçacığın x ve y koordinatlarını kullanırsak; **konumun yatay ve dikey bileşenlerini** elde ederiz.

$$x_s = v_{xi}t = (v_i \cos\theta_i)t \qquad (x_i = 0, a_x = 0)$$

$$y_s = v_{yi}t + \tfrac{1}{2}a_y t^2 = (v_i \sin\theta_i)t - \tfrac{1}{2}gt^2 \qquad (y_i = 0, a_y = -g)$$

EĞİK ATIŞ HAREKETİ



x_s den t yi çeker ve y_s de yerine yazarsak

$$t = \frac{x_s}{v_i \cos\theta_i} \qquad y = (\tan\theta_i)x - \left(\frac{g}{2v_i^2\cos^2\theta_i}\right)x^2$$

Herhangi (x,y) için geçerli olduğundan indisler atıldı.
Bu ifade $y=ax-bx^2$ biçimli bir parabol denklemidir. Yani eğik atılan bir cismin izlediği yol paraboldür. Eğik atış yapan bir cismin **konum vektörünü** $r_i=0$ ve $a=g$ alarak yazabiliriz:

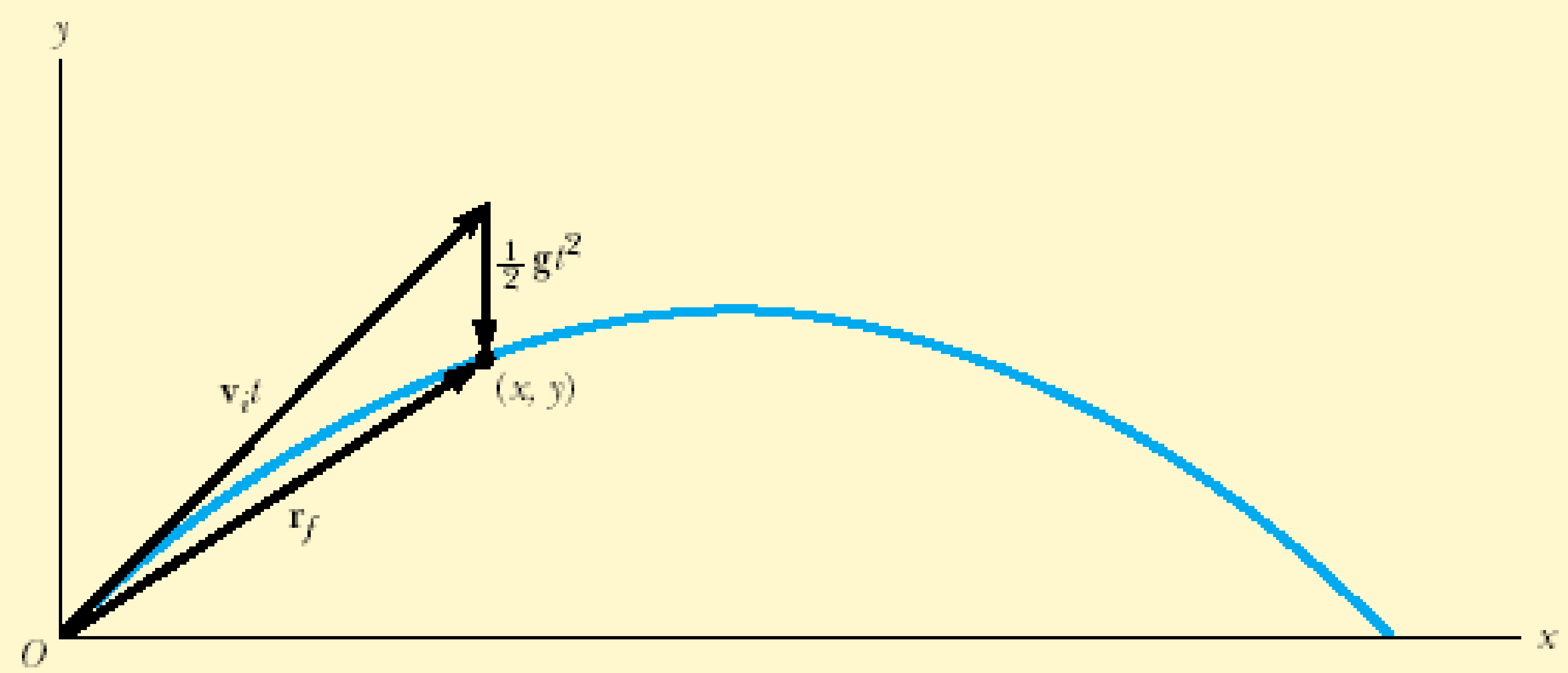
$$\vec{r}_s = \vec{r}_i + \vec{v}_i t + \tfrac{1}{2}\vec{a}t^2$$

$$\vec{r} = \vec{v}_i t + \tfrac{1}{2}\vec{g}t^2$$

EĞİK ATIŞ HAREKETİ

Konum vektörü ifadesinin grafiği

$$\vec{r} = \vec{v}_i t + \frac{1}{2}\vec{g}t^2$$



Eğik atış hareketi iki hareketin üst-üste binmesidir:

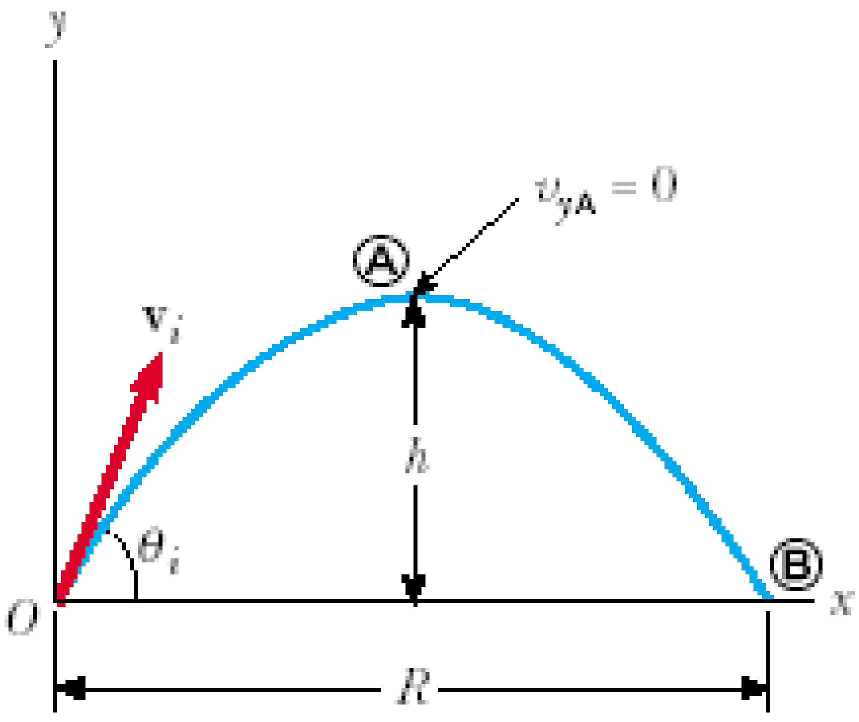
(1) Yatay doğrultuda sabit hızla hareket,

(2) Düşey doğrultuda serbest-düşme hareketi.

Yatay hareket ve dikey hareket birbirlerinden bağımsızdır; yani bir hareket diğerini etkilemez.

EĞİK ATIŞTA MAKSİMUM YÜKSEKLİK

$\mathbf{v_i}$ ilk hızıyla $t_i=0$ da orijinden atılan bir cismi inceleyelim. R cismin menzili, h maksimum yükseklik ise cismin maksimum yüksekliği h 'yı; v_i, θ_i ve g cinsinden bulalım.



Daha önce yazdığımız hız vektörünün y-bileşenini kullanırsak:

$$v_{ys} = v_{yi} + a_y t$$

A noktasında;

$$0 = v_i \sin\theta_i - g t_A$$

$$t_A = \frac{v_i \sin\theta_i}{g}$$

Bu ifadeyi daha öce yazdığımız sabit ivmeli parçacık için y-koordinatı

$$y_s = y_i + v_{yi} t + \tfrac{1}{2} a_y t^2 \quad (y_i = 0)$$

da yerine yazarsak;

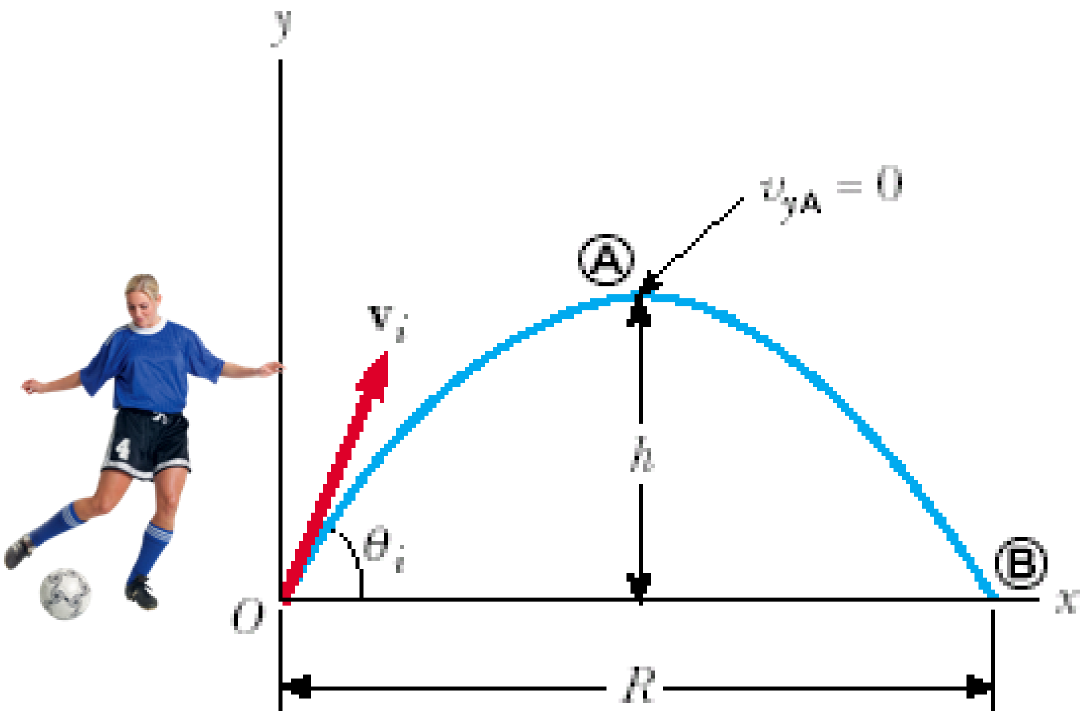
$$h = (v_i \sin\theta_i)\frac{v_i \sin\theta_i}{g} - \frac{1}{2} g \left(\frac{v_i \sin\theta_i}{g}\right)^2$$

Eğik atışta maksimum yükseklik

$$h = \frac{v_i^2 \sin^2\theta_i}{2g}$$

EĞİK ATIŞTA CİSMİN MENZİLİ

v_i ilk hızıyla t_i=0 da orijinden atılan bir cismi inceleyelim. R cismin menzili, h maksimum yükseklik ise cismin menzili R 'yi; v_i, θ_i ve g cinsinden bulalım.



$$t_B = 2t_A$$

$$v_{xi} = v_{xB} = v_i \cos\theta_i$$

$$a_x = 0$$

$$R \equiv x_B$$

Sabit ivmeli parçacığın x-koordinatından:

$$x_s = x_i + v_{xi}t + \tfrac{1}{2}a_x t^2$$

$$R = v_{xi}t_B = (v_i \cos\theta_i)2t_A = (v_i \cos\theta_i)\frac{2v_i \sin\theta_i}{g} = \frac{2v_i^2 \sin\theta_i \cos\theta_i}{g}$$

$\sin 2\theta = 2\sin\theta\cos\theta$ özdeşliğinden

Eğik atışta menzil:

$$R = \frac{v_i^2 \sin 2\theta_i}{g}$$

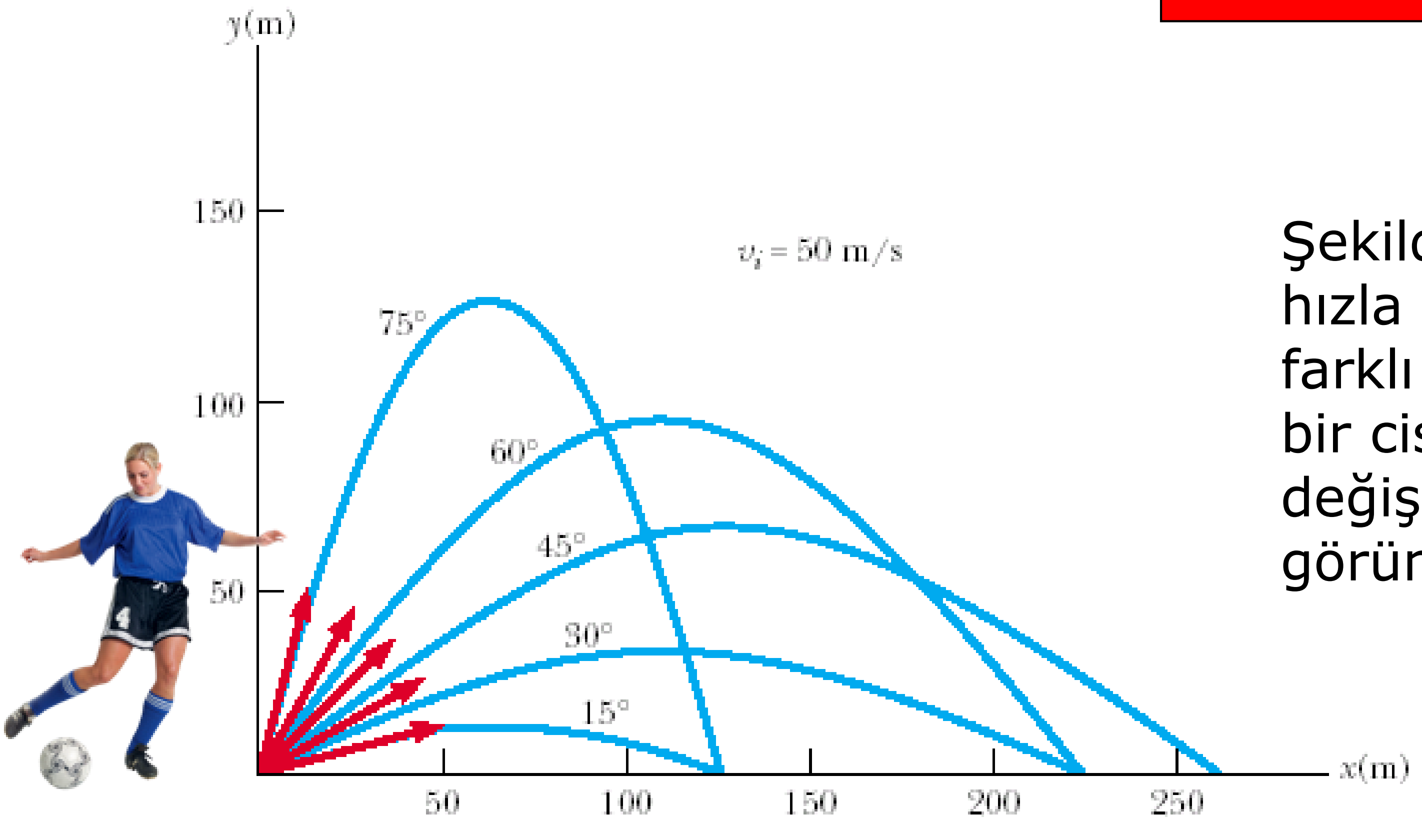
EĞİK ATIŞTA MAKSİMUM MENZİL

$$R = \frac{v_i^2 \sin 2\theta_i}{g}$$

R_{maks} için $\theta_i = 45°$ olduğunda $\sin 2\theta_i = 1$ olur.

$$R_{maks} = \frac{v_i^2}{g}$$

ÖRNEK:



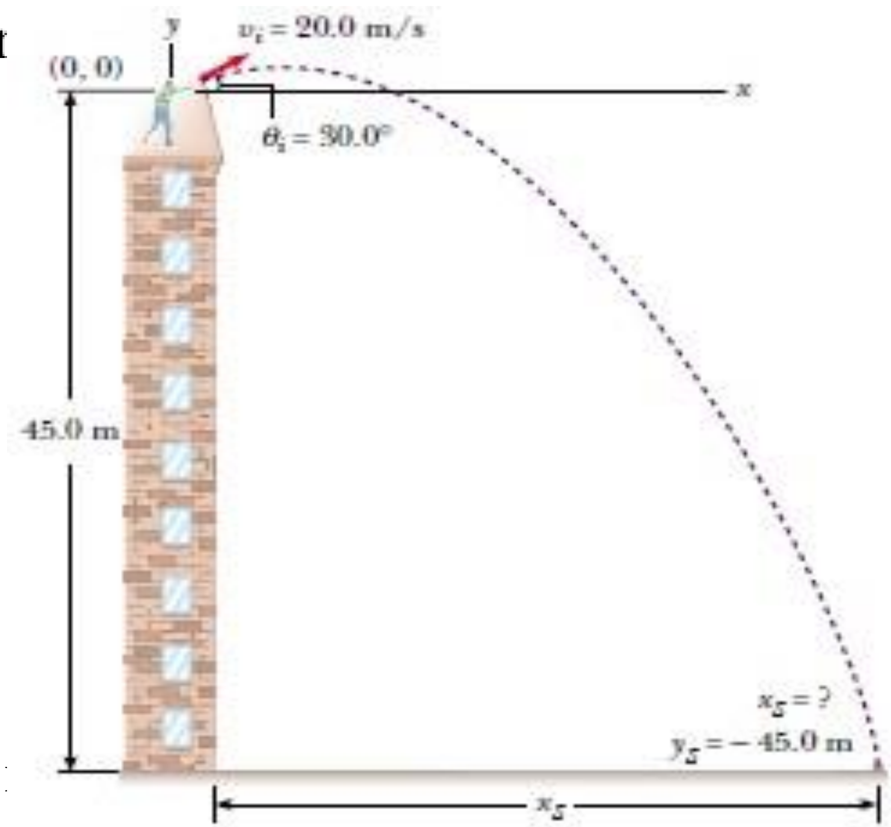
Şekilde, belli bir hızla (v_i=50 m/s) farklı açılarda atılan bir cismin aldığı değişik yollar görünüyor.

Örnek : Bir taş, yükseklği 45 molan bir binanın tepesinden yatayla 30° açı yapacak şekilde v_0 = 20 m/s' lik ilk hızla fırlatılıyor.

a−) Taş, ne kadar sürede yere düşer?

b−) Taş, atıldığı noktadan ne kadar uzakta yere düşer?

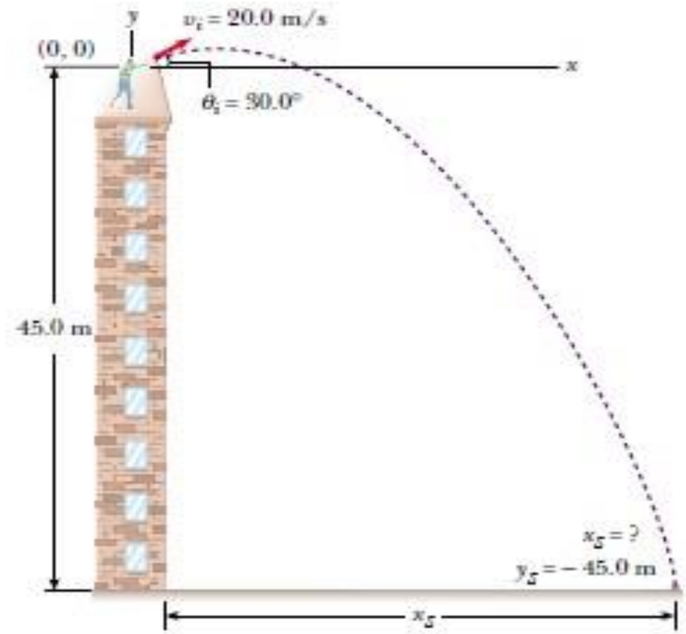
c−) Taş, yere hangi hızla çarpaı



Çözüm:

$$v_{xi} = v_i \cos\theta_i = (20.0\ \text{m/s})\cos 30.0° = 17.3\ \text{m/s}$$

$$v_{yi} = v_i \sin\theta_i = (20.0\ \text{m/s})\sin 30.0° = 10.0\ \text{m/s}$$



a−) $y - y_0 = v_{0y}t - \frac{1}{2}gt^2 \rightarrow -5t^2 + 20.\sin(30)t + 45 = 0 \rightarrow t = 4{,}22\ \text{s}$

b−) $x - x_0 = v_{0x}t + \cancel{\frac{1}{2}a_x t^2} \rightarrow \quad x = 20.\cos(30)t = 73\ \text{m}$

c−) $v_x = v_{0x} = 20.\cos(30) = 17{,}3\ \text{m/s}$

$v_y = v_{0y} - gt = 20.\sin(30) - (9{,}8).(4{,}22) = -31{,}4\ \text{m/s}$

$\vec{v} = 17{,}3\hat{i} - 31{,}4\hat{j}\ \text{m/s}$ $\boxed{v = 35{,}9\ \text{m/s}}$

SEÇİLMİŞ PROBLEMLER

Problem 3

Bir golf topuna, bir uçurum kenarındaki kum tepesinden dışarı vurulmaktadır. Zamana göre x ve y koordinatları aşağıdaki ifadelerle verilmektedir. (a) i ve j birim vektörlerini kullanarak, r konumu için zamana göre vektörel bir ifade yazınız. Sonuçlarınızın türevlerini kullanarak, zamanın fonksiyonu olarak (b) hız vektörü (c) ivme vektörü için bağıntılar yazınız. Topun t=3 s de, (d) konum (e) hız ve (f) ivme ifadelerini yazmak için birim vektör notasyonunu kullanınız.

$$x = (18 \text{ m/s})t$$
$$y = (4 \text{ m/s})t - (4.9 \text{ m/s}^2)t^2$$

ÇÖZÜM:

(a) $\mathbf{r} = \boxed{18.0t\hat{\mathbf{i}} + (4.00t - 4.90t^2)\hat{\mathbf{j}}}$

(b) $\mathbf{v} = \boxed{(18.0 \text{ m/s})\hat{\mathbf{i}} + [4.00 \text{ m/s} - (9.80 \text{ m/s}^2)t]\hat{\mathbf{j}}}$

(c) $\mathbf{a} = \boxed{(-9.80 \text{ m/s}^2)\hat{\mathbf{j}}}$

(d) $\mathbf{r}(3.00 \text{ s}) = \boxed{(54.0 \text{ m})\hat{\mathbf{i}} - (32.1 \text{ m})\hat{\mathbf{j}}}$

(e) $\mathbf{v}(3.00 \text{ s}) = \boxed{(18.0 \text{ m/s})\hat{\mathbf{i}} - (25.4 \text{ m/s})\hat{\mathbf{j}}}$

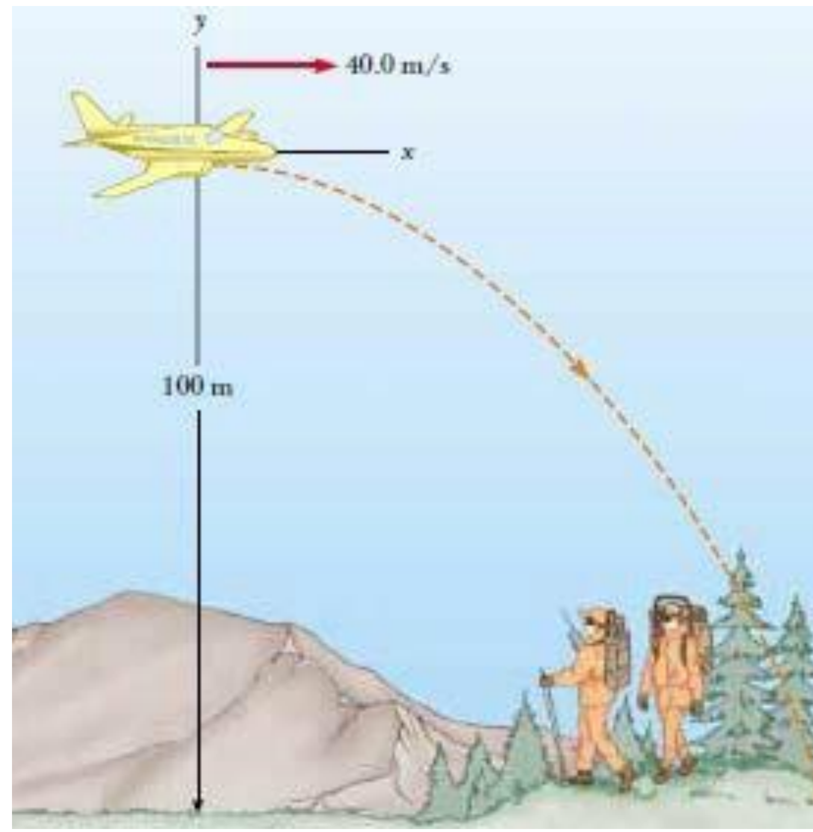
(f) $\mathbf{a}(3.00 \text{ s}) = \boxed{(-9.80 \text{ m/s}^2)\hat{\mathbf{j}}}$

Soru: Bir kurtarma uçağı yerden 100 m yükseklikte, 40 m/s yatay hızla giderken, mahsur kalmış bir grubun bulunduğu noktaya yardım paketi ulaştırmak istiyor.

a–) Paketin grubun bulunduğu noktaya düşmesi için geçen süre nedir?

b–) Hangi yatay uzaklıktan bırakılmalıdır?

c–) Paket hangi hızla yere çarpar?



$$a\text{–)}\quad y - y_0 = \cancel{v_{0y}t} - \frac{1}{2}gt^2 \rightarrow -100 = -\frac{1}{2}(9{,}8)t^2$$

$$t = 4{,}52 \text{ s}$$

$$b\text{–)}\quad x - x_0 = v_{0x}t + \frac{1}{2}a_x t^2 \rightarrow x = v_{0x}t = 40.(4{,}52) = 181 \text{ m}$$

$$c\text{–)}\quad v_x = v_{0x} = 40 \text{ m/s}$$

$$v_y = v_{0y} - gt = -(9{,}8).(4{,}52) = -44{,}3 \text{ m/s}$$

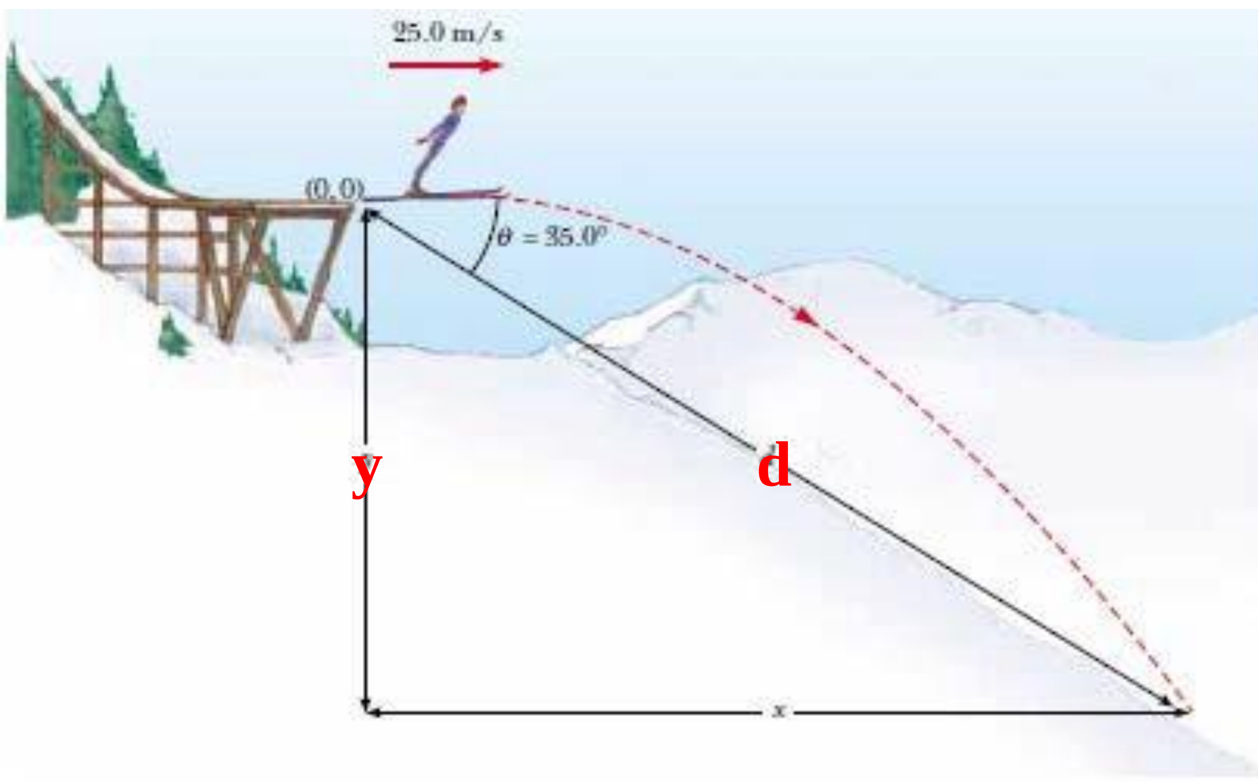
$$\vec{v} = 40\hat{\imath} - 44{,}3\hat{\jmath} \text{ m/s}$$

Örnek : Bir kayakçı, şekildeki gibi 25 m/s' lik yatay bir hızla atlayış yapıyor ve rampanın alt ucuna düşüyor. Rampanın eğim açısı 35° 'dir.

$a-$) Kayakçı ne kadar süre havada kalır?

$b-$) Rampanın uzunluğu (d) ne kadardır?

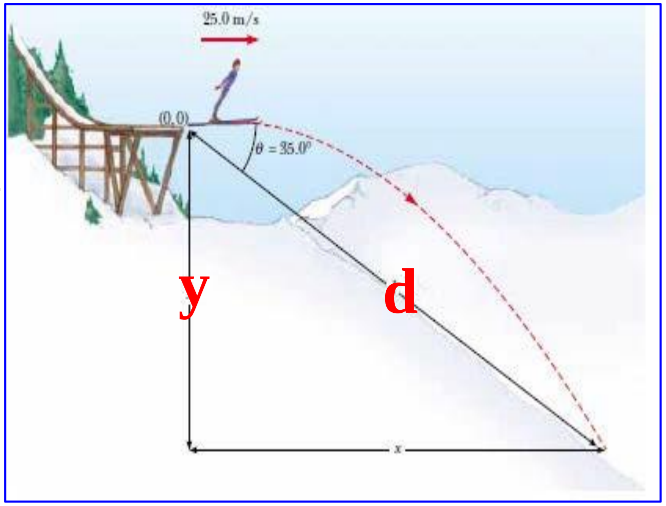
$c-$) Kayakçı rampaya hangi hızla çarpar?



$$a-)\ x = v_{0x}t = 25t = d\cos(35) \quad ; \quad y = -\frac{1}{2}gt^2 = -4.9t^2 = -d\sin(35)$$

$$-\tan(35) = \frac{-4.9t^2}{25t} \rightarrow t = \frac{25\ .\tan(35)}{4.9} = 3.57\ \text{s}$$

$$b-)\ 25t = d\cos(35) \rightarrow d = \frac{25\ .(3.57)}{\cos(35)} = 109\ \text{m}$$



$$c-)\ v_x = v_{0x} = 25\ \text{m/s} \quad ;$$

$$v_y = v_{0y} - gt = -(9.8).(3.57) = -35\ \text{m/s}$$

$$\vec{v} = 25\hat{\text{i}} - 35\hat{\text{j}}\ \text{m/s}$$

Problem 14

Garip bir gezegende bulunan bir astronot, ilk hızı 3 m/s iken maksimum 15 m lik yatay bir uzaklığa atlayabilmektedir. Gezegendeki serbest düşme ivmesi nedir?

ÇÖZÜM: Eğik atıştaki menzil bağıntımızı kullanırsak;

$$\boxed{R = \frac{v_i^2 \sin 2\theta_i}{g}}$$

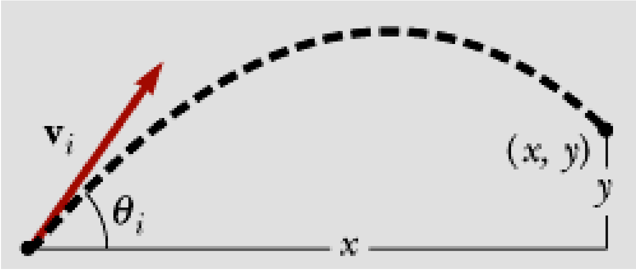
$$R = 15.0 \text{ m}, \; v_i = 3.00 \text{ m/s}, \; \theta_{\max} = 45.0°$$

$$g = \frac{v_i^2}{R} = \frac{9.00}{15.0} = \boxed{0.600 \text{ m/s}^2}$$

Problem 17

Namlu hızı 1000 m/s olan bir top bir dağın yamacı üzerinde bir çığ başlatmak için kullanılmaktadır. Hedef toptan yatay olarak 2000 m ve yukarı doğru 800 m uzaktadır. Top yatayın yukarısında, hangi açı altında ateşlenmelidir?

ÇÖZÜM: v_i=1000 m/s, x=2000 m, y=800 , θ=?



Topun ulaşma zamanı;

$$x = v_{xi}t \qquad \cos\theta = \frac{v_{xi}}{v_i} \qquad v_{xi} = v_i\cos\theta$$

$$t = \frac{x}{v_{xi}} = \frac{x}{v_i\cos\theta} = \frac{2}{\cos\theta}$$

$$y = v_{yi}t + \tfrac{1}{2}a_y t^2$$

$$v_{yi} = v_i \sin\theta_i$$

$$y = v_i(\sin\theta)t - \tfrac{1}{2}gt^2$$

$$800 = 1000(\sin\theta)(\tfrac{2}{\cos\theta}) - \tfrac{1}{2}(9.8)(\tfrac{2}{\cos\theta})^2$$

Her iki tarafı da $\cos^2\theta$ ile çarparak 2. derece denklem haline getirirsek;

$$800\cos^2\theta = 2000\sin\theta\cos\theta - 19.6$$

$$\cos\theta = 0.925 \quad \text{veya} \quad \cos\theta = 0.00984$$

$$\theta = 22.4° \quad \text{veya} \quad \theta = 89.4°$$

Problem 27

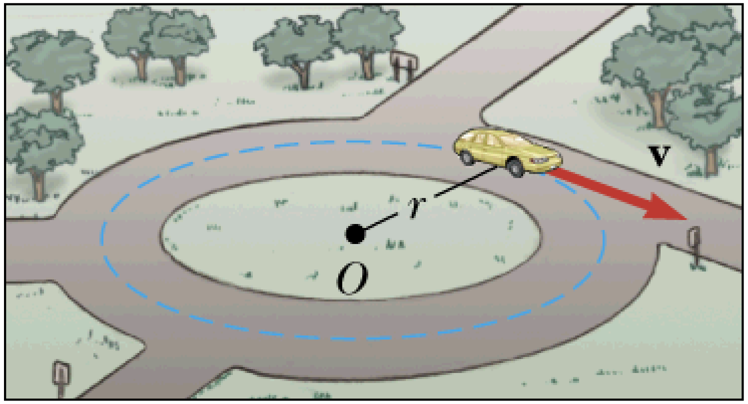
0.5 m yarıçapında bir tekerlek, dakikada 200 devirlik sabit bir hızda dönmektedir. Tekerleğin tırnağı içerisine gömülü küçük (en dış kenarı üzerinde) bir taş parçasının hızını ve ivmesini bulunuz.

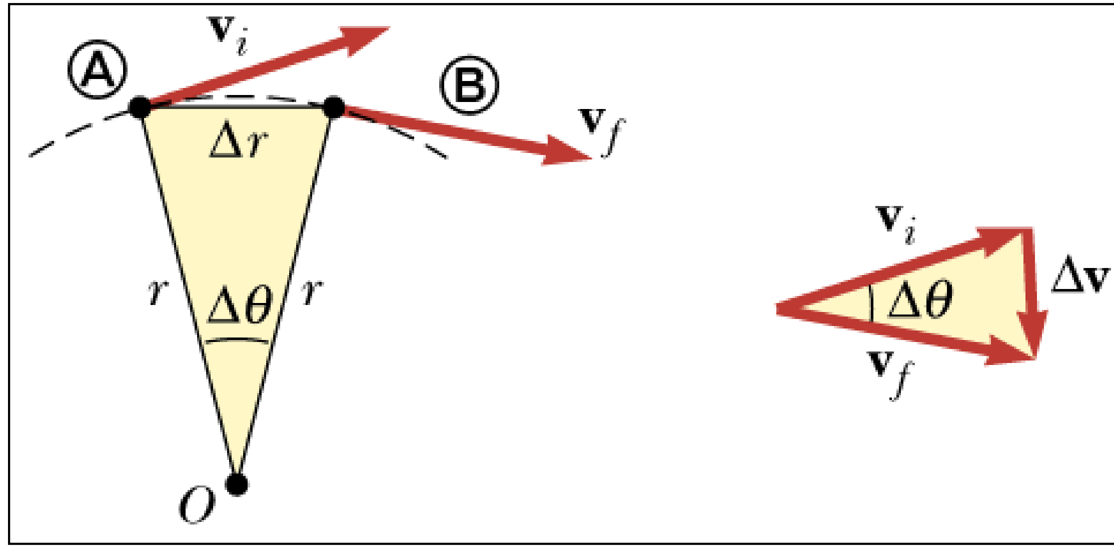
ÇÖZÜM: $r = 0.500\ \text{m};$

$$v_t = \frac{2\pi r}{T} = \frac{2\pi(0.500\ \text{m})}{\frac{60.0\ \text{s}}{200\ \text{rev}}} = 10.47\ \text{m/s} = \boxed{10.5\ \text{m/s}}$$

$$a = \frac{v^2}{R} = \frac{(10.47)^2}{0.5} = \boxed{219\ \text{m/s}^2\ \text{inward}}$$

DÜZGÜN DAİRESEL HAREKET

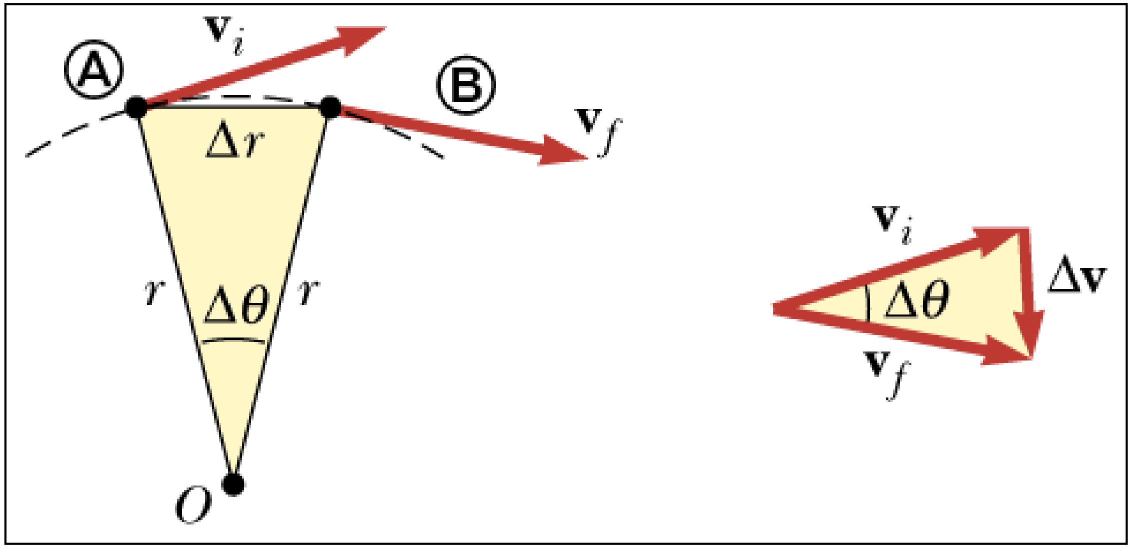




→ **Sabit hızda dairesel bir yörüngede hareket.**

- Hız değişiyor!!, bu nedenle bir ivme var.
- Araba t_i zamanında v_i hızında (A noktası)
- Araba t_s zamanında v_s hızında (B noktası)
- Sürat = hızın büyüklüğü = $v_i = v_s = v$
- Ancak hızlar farklı $\vec{v}_i \neq \vec{v}_s$ çünkü yönleri farklı (vektör!)
- İvme hıza diktir.

DÜZGÜN DAİRESEL HAREKET



Ortalama ivme: (sıfır değil)

$$\bar{a} = \frac{\vec{v}_s - \vec{v}_i}{t_s - t_i} = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}$$

Üçgenlerin benzerliğinden $\frac{\Delta\vec{v}}{v} = \frac{\Delta\vec{r}}{r}$ ya da $\Delta\vec{v} = \frac{v\Delta\vec{r}}{r}$ olur.

İvmede yerine yazılırsa ortalama ivme: $\bar{a} = \frac{v\,\Delta\vec{r}}{r\,\Delta t}$

A ve **B** noktaları birbirine çok yaklaşırsa $\Delta t \to 0$ ve $v \to \frac{\Delta r}{\Delta t}$ olacağından buradan ivmenin büyüklüğü:

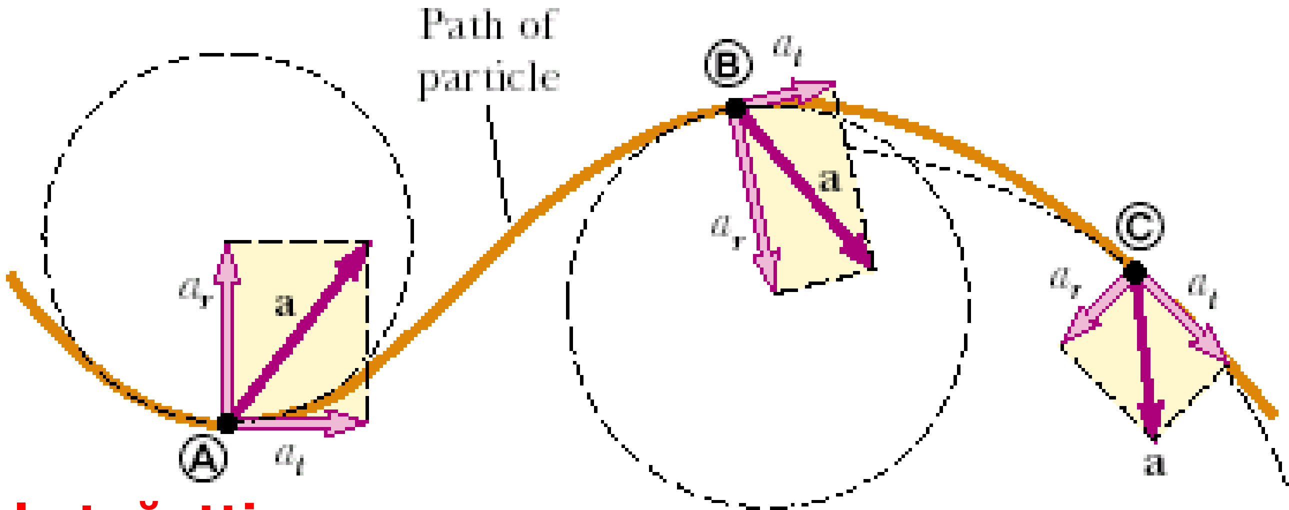
$$a_r = \frac{v^2}{r} \quad \text{(Merkezcil ivme)}$$

Periyot:

$$T = \frac{2\pi \times r}{v}$$

Burada **r** yarıçap, ***v*** sürat, **r** radyal (merkezcil) doğrultudur.
Merkezcil ivme dairenin merkezine doğrudur.

Teğetsel ve merkezcil (radyal) ivme



- **Hız vektörü daima yola teğettir.**
- **İvme vektörünün doğrultusu noktadan noktaya değişiyor.**
- İvme vektörünü; radyal ivme (**a_r**) ve teğetsel ivme (**a_t**) vektör bileşenleriyle yazarsak:

$$\vec{a} = \vec{a}_r + \vec{a}_t \qquad 16 \quad \text{(toplam ivme)}$$

- Teğetsel ivme, parçacığın hızının büyüklüğündeki değişimden kaynaklanır. Ani hıza paraleldir ve büyüklüğü:

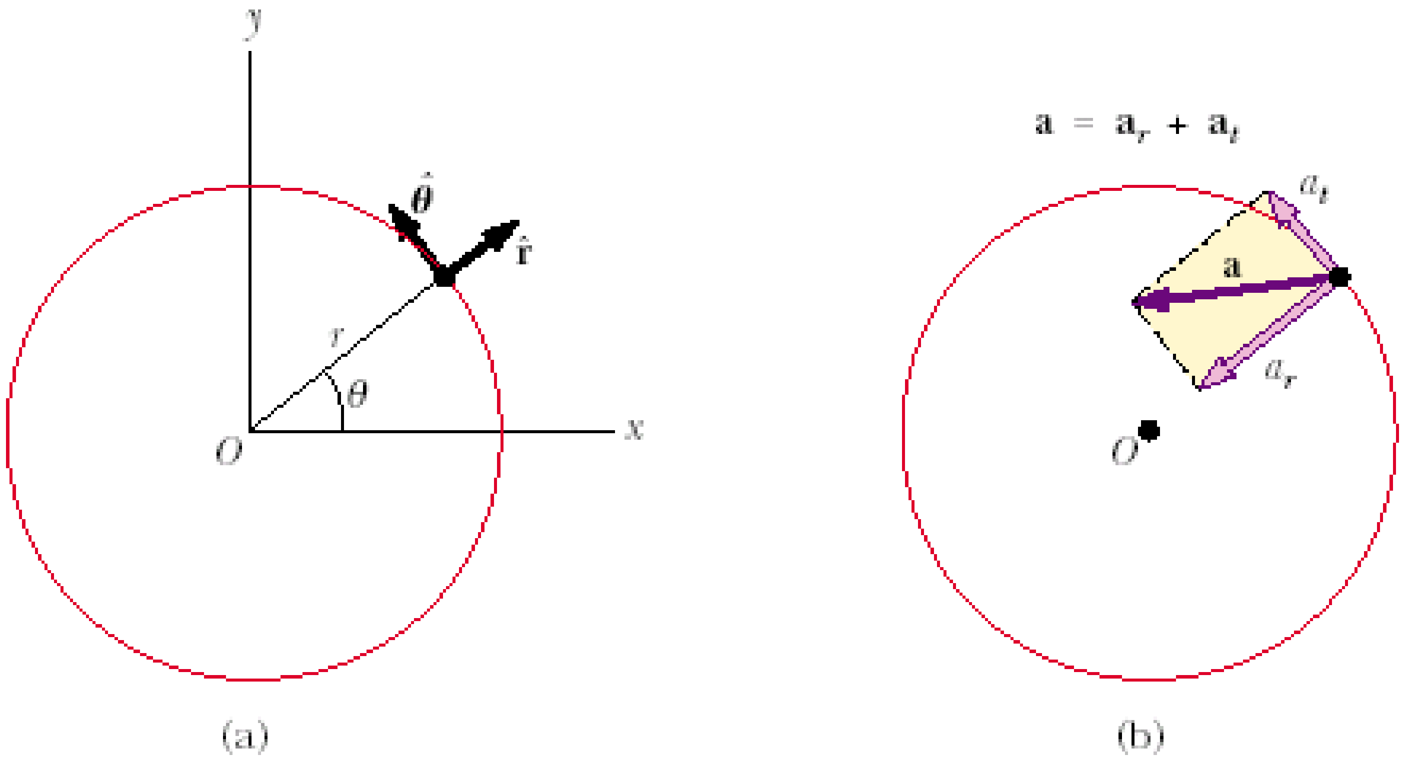
$$a_t = \frac{d|\vec{v}|}{dt} \qquad 17 \quad \text{(teğetsel ivme)}$$

- Radyal ivme hız vektörünün doğrultusundaki değişimden kaynaklanır, eğri merkezine doğrudur ve büyüklüğü:

$$a_r = \frac{v^2}{r} \qquad 18 \quad \text{(radyal ivme)}$$

- **İvmenin büyüklüğü**: $a = \sqrt{a_r^2 + a_t^2}$

Teğetsel ve merkezcil (radyal) ivme

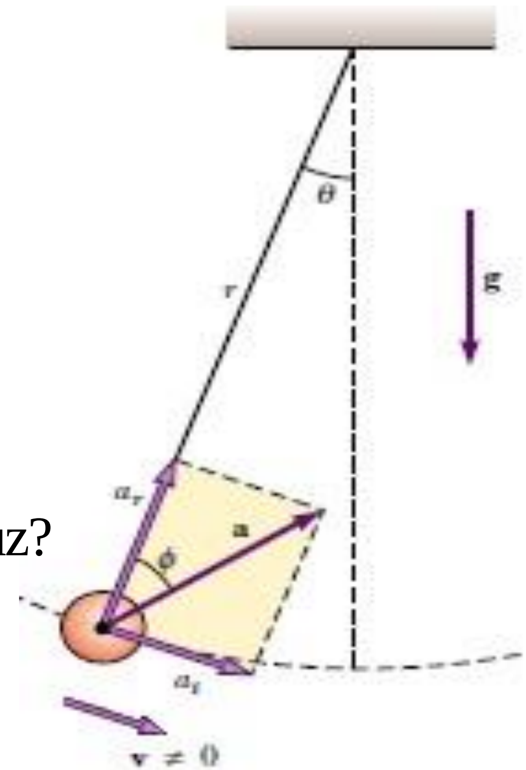


- $\hat{r}$ ve $\hat{\theta}$ birim vektörleri şekildeki gibi tanımlayalım
- Toplam ivme :

$$\vec{a} = \vec{a}_t + \vec{a}_r = \frac{d|\vec{v}|}{dt}\hat{\theta} - \frac{v^2}{r}\hat{r}$$

\- işareti radyal ivmenin, birim r vektörü ile ters yönde olmasından

Örnek: Bir taş, 0.5 m uzunluğundaki bir ipin ucuna asılmış ve şekildeki gibi düşey düzlemde çembersel bir yörünge üzerinde salınım yapmaktadır. İp, düşey eksenle 20°' lik açı yaptığında, taşın hızı 1.5 m/s' dir.



a–) Tam bu anda, radyal ve teğetsel yönlerdeki ivme nedir?

b–) Tam bu anda, net ivmenin büyüklüğünü ve yönünü bulunuz?

$$a\text{–)}\ a_r = \frac{v^2}{r} = \frac{(1.5)^2}{0.5} = 4.50\ \text{m/s}^2$$

$$a_t = g\sin(\theta) = 9.8\ \sin(20) = 3.35\ \text{m/s}^2$$

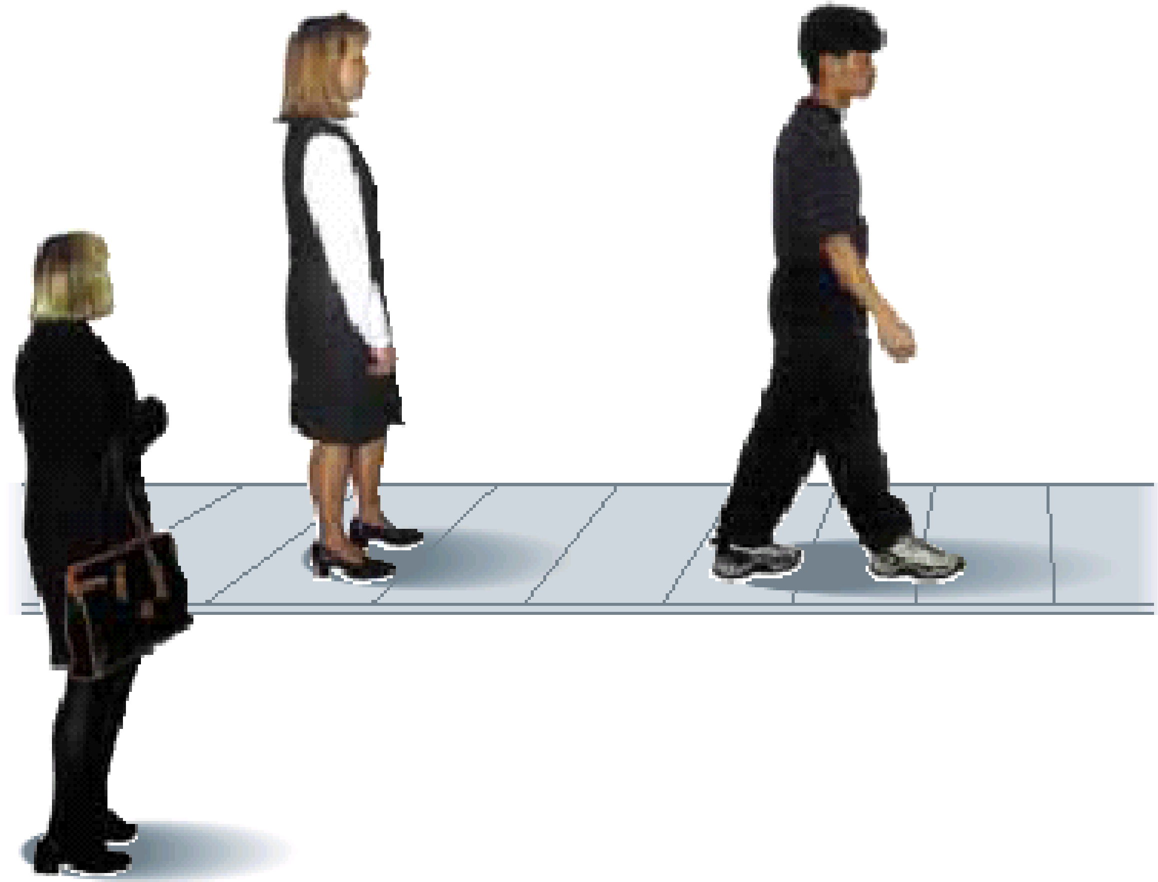
$$b\text{–)}\ a = \sqrt{a_r^2 + a_t^2} = \sqrt{(4.50)^2 + (3.35)^2} = 5.61\ \text{m/s}^2$$

$$\phi = \tan^{-1}\left(\frac{3.35}{4.50}\right) = 36.7^o$$ (ivmenin ip doğrultusu ile yaptığı açı)

Bağıl (göreli) hız ve bağıl ivme

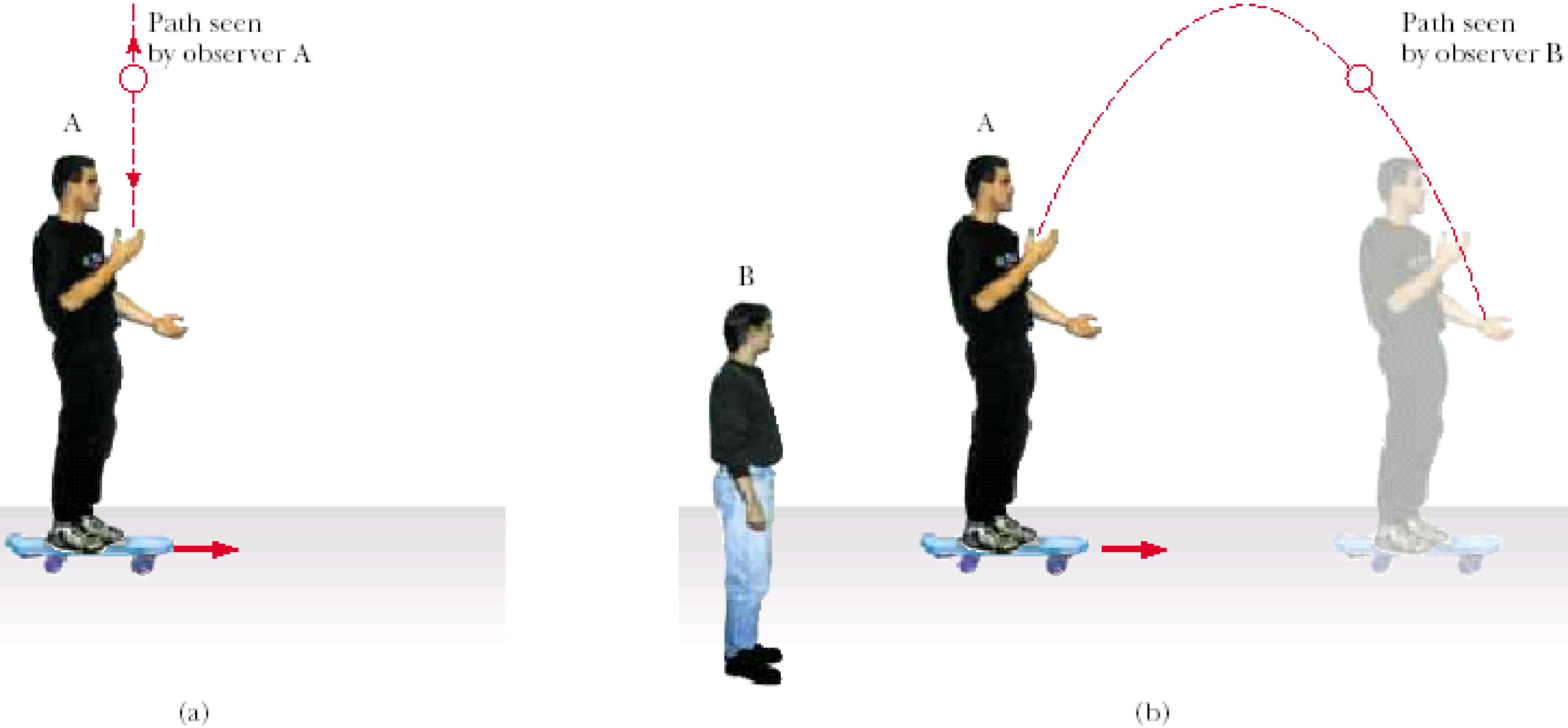
- Farklı gözlem çerçevesindeki gözlemciler birbirlerini nasıl görürler?
- Gözlemcilerin birbirlerine göre konumları, hızları ve ivmeleri nasıldır?
- Yol kenarındaki bir kişi aynı yönde giden iki otomobilin hızını 50 km/saat ve 60 km/saat ölçsün. Yavaş arabadaki bir kişi hızlı arabanın hızını 10 km/saat ölçecektir. Her iki ölçüm de doğrudur. Çünkü bir cismin hızı içinde ölçüldüğü referans sistemine bağlıdır.
- Yani birbirlerine göre göreli hareket eden gözlemcilerin sonuçları farklı olacaktır.

Bağıl hareket



Biri hareketli yolda diğeri kenarda bulunan iki gözlemci kadın hareketli yolda yürüyen adamın hızını farklı ölçecektir. Hareketli yolda duran kadın yürüyen adamın hızının kenarda sabit duran kadına göre daha yavaş olduğunu söyler.

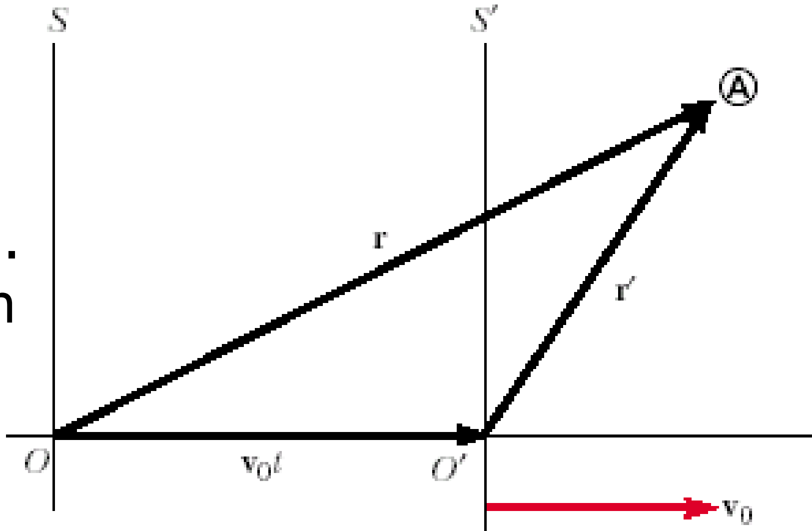
Bağıl hareket



(a) Kaykay ile kayan bir kişi elindeki topu yukarı atsa, topun topun dikey olarak yukarı çıkıp aşağı düştüğünü gözler.
(b) Aynı hareketi kenardaki **B** gözlemcisi ise topun hareketini parabol şeklinde gözler.

Bağıl hareket

A noktasındaki bir parçacığın sabit **S** referans sistemine göre konumu **r** olsun. Sağa doğru sabit v_0 hızıyla hareket eden **S′** referans sistemine göre konumu **r′** olsun. Buna göre:



$$\vec{r} = \vec{r}\,' + \vec{v}_0 t \qquad \vec{r}\,' = \vec{r} - \vec{v}_0 t$$

Eşitliğin zamana göre türevini alırsak (v_o:sabit):

$$\frac{d\vec{r}\,'}{dt} = \frac{d\vec{r}}{dt} - \vec{v}_0$$

$$\vec{v}\,' = \vec{v} - \vec{v}_0$$

v′: parçacığın S′ sistemindeki hızı

v: parçacığın S sistemindeki hızı

Bu eşitlikler Galileo dönüşüm denklemleridir. Ancak hızlar farklı ölçülse de v_0 sabit ise aynı ivme ölçülecektir. Yani zamana göre türev alırsak;

$$\frac{d\vec{v}\,'}{dt} = \frac{d\vec{v}}{dt} - \frac{d\vec{v}_0}{dt}$$

v_o sabitse; $\dfrac{d\vec{v}_0}{dt} = 0$

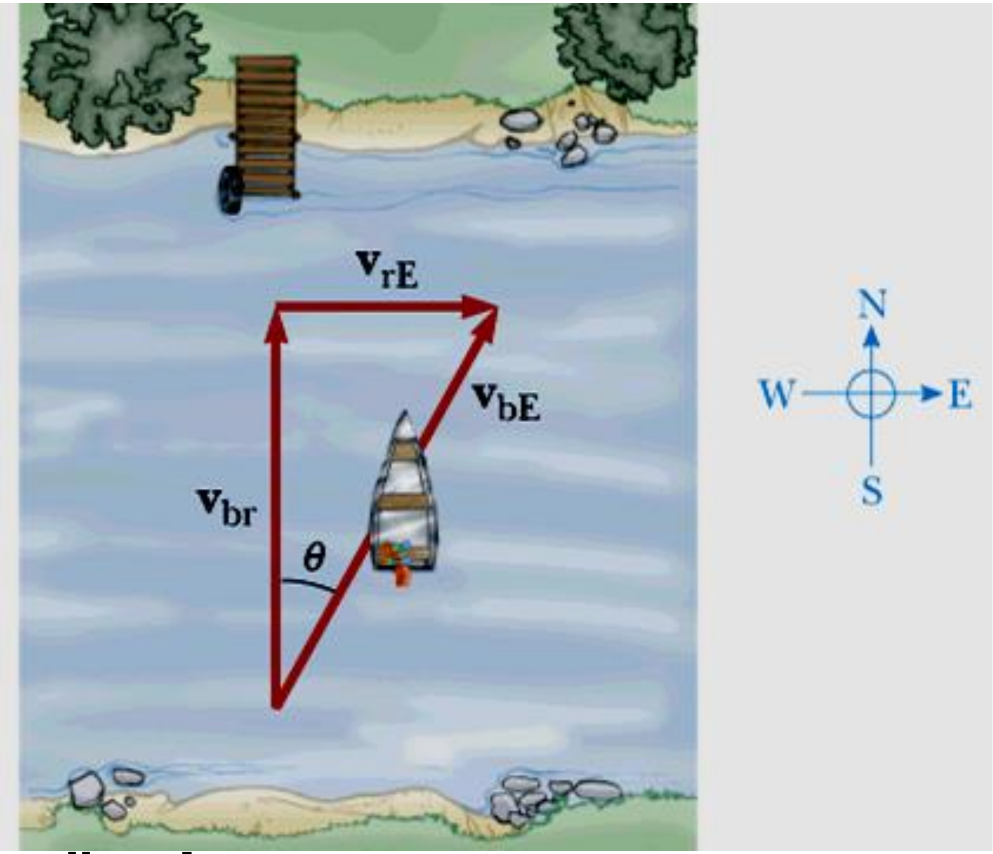
$$\vec{a}\,' = \frac{d\vec{v}\,'}{dt} \qquad \vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} \qquad \vec{a}\,' = \vec{a}$$

Yani; sabit duran bir gözlemcinin ölçtüğü ivme, sabit hızla giden bir gözlemcinin ölçtüğü ivme ile aynı değerdedir.

ÖRNEK: Göreli hareket

Kuzeye yönelmiş bir tekne bir nehri 10.0 km/saat lik bir hızla geçiyor. Nehir suyu 5.0 km/saat hızla doğuya akıyor.

- Teknenin hızını belirleyin.
- Nehrin genişliği 3.0 km ise geçmek ne kadar zaman alır?



(a) Teknenin kenardaki birine göre hızı:

$\mathbf{v}_{br}$: teknenin nehre göre, $\mathbf{v}_{rE}$: nehrin yere göre, $\mathbf{v}_{bE}$: teknenin yere göre hızları olsun. Hızın büyüklüğü ve yönü:

$$\vec{v}_{bE} = \vec{v}_{br} + \vec{v}_{rE}$$

$$v_{bE} = \sqrt{v_{br}^2 + v_{rE}^2} = \sqrt{10^2 + 5^2} = 11.2 \text{ km/saat}$$

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{v_{rE}}{v_{br}}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{5}{10}\right) = 26.6^0$$

(b) Nehrin genişliği 3.0 km ise;

$$t = \frac{x}{v} = \frac{3\text{ km}}{10\text{ km/saat}} = 0.3\text{ saat} = 18\text{ dakika}$$

3) Bir helikopter 9.5 m sabit yükseklikte 6.2 m/s'lik sabit hızla bir doğru boyunca uçuyor. Helikoptere göre ilk hızı 12 m/s olan bir cisim yatay olarak helikopterin hareketine ters yönde atılıyor.

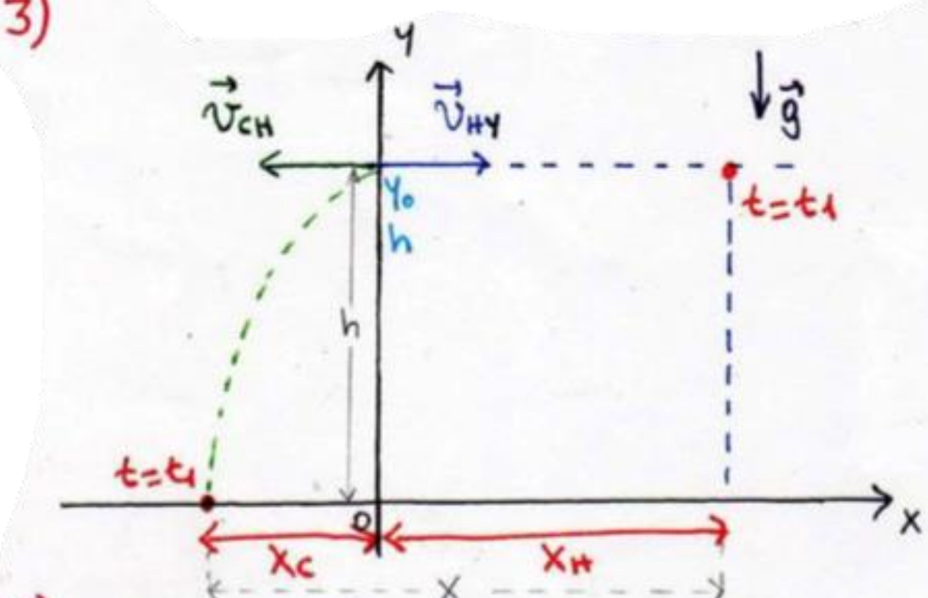
a) Cismin yere göre ilk hızını,

b) Cisim yere çarparken, helikopter ile cisim arasındaki yatay uzaklığı,

c) Cisim yere çarparken, hız vektörü ile yer arasındaki açıyı

bulunuz.

3)



v_{HY} : Helikopterin yere göre hızı

v_{CH} : Cismin helikoptere göre hızı

v_{CY} : Cismin yere göre hızı

$v_{HY} = 6{,}2 \text{ m/s}$ $\quad \vec{v}_{HY} = v_{HY}\,\hat{i}$

$v_{CH} = 12 \text{ m/s}$ $\quad \vec{v}_{CH} = -v_{CH}\,\hat{i}$

$h = 9{,}5 \text{ m}$

a)

$$\vec{v}_{CY} = \vec{v}_{CH} + \vec{v}_{HY}$$

$$\vec{v}_{CY} = (-12 + 6{,}2)\,\hat{i} = \underline{-5{,}8\,\hat{i}}\ (\text{m/s}) = v_{ix} = v_x$$

(hareket boyunca sabit)

b) $h = \frac{1}{2} g t_1^2$

$t = t_1 ;\quad y = 0$

$9{,}5 = \frac{1}{2} \cdot 9{,}8\, t_1^2$

$\boxed{t_1 = 1{,}39\ s}$

$x_C = v_{Cy} \cdot t_1$

$x_C = 5{,}8 \cdot 1{,}39 \cong \underline{\underline{8{,}1\ m}}$

$x_H = v_{H4} \cdot t_1$

$x_H = 6{,}2 \cdot 1{,}39 = \underline{\underline{8{,}6}}\ m$

$X = X_C + X_H$

$\boxed{X = 16{,}7\ m}$

c) $v_x = v_{C4} = -5{,}8\ m/s$

$v_y = -g t_1$

$v_y = -9{,}8 \cdot 1{,}39 \cong -13{,}7\ m/s$

$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{v_y}{v_x}\right)$

$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{-13{,}7}{-5{,}8}\right) = \boxed{67{,}1^\circ}$