

BÖLÜM 7

İŞ VE KINETİK ENERJİ

KONULAR

1. Sabit kuvvetin yaptığı iş
2. İki vektörün skaler çarpımı
3. Değişken bir kuvvetin yaptığı iş
4. Kinetik enerji ve İş-kinetik enerji teoremi
6. Güç



Rüzgar tarlasında hareket eden hava yelpaze üzerine iş yapar ve elektrik motorunun rotorunu döndürür. Enerji rüzgar değirmeni sisteminden elektrik enerjisine dönüşür.

İş ve

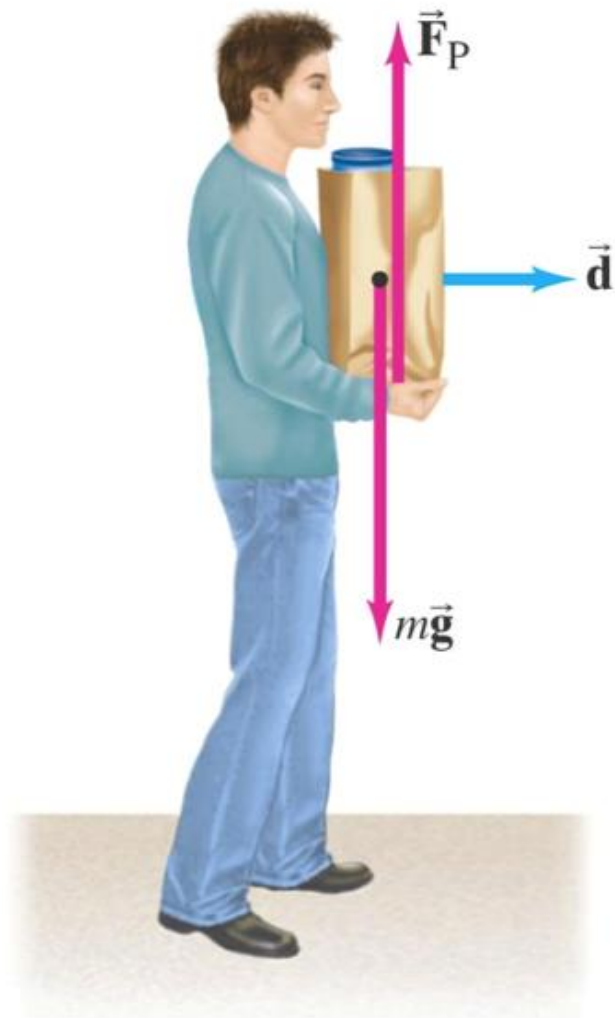
Kinetik Enerji

- Enerji kavramı (ve enerjinin korunumu), en önemli fizik konularından birisidir.
- Enerji, genel olarak iş yapabilme yeteneği olarak bilinir.
- Buraya kadar bir parçacığın konumu, hızı, ivmesi ve parçacığa etki eden kuvveti Newton'un ikinci yasasından yararlanarak anlamaya çalıştık. Her problem Newton'un ikinci yasası ile çözümlenemez. Bazen başka yolları denemek lazım. Bu çözüm yollarından biriside enerjidir.

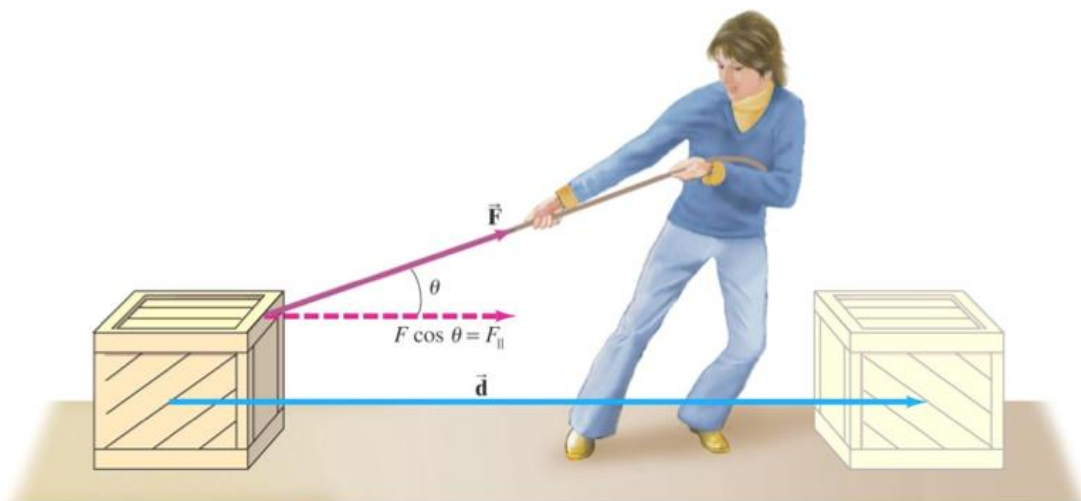




Copyright © 2008 Pearson Education, Inc.



Copyright © 2008 Pearson Education, Inc.



Copyright © 2008 Pearson Education, Inc.

Sabit bir kuvvetin yaptığı İŞ

Hız, ivme, kuvvet ve benzeri fizik terimleri günlük hayatımızda aynı anlamda kullanırız. Fizikte **iş** günlük hayatımızdaki anlamından farklı kullanılır.

Aşağıdaki resimde tahta silgisi görülmektedir. Silgi yatay düzlem üzerinde farklı açılarda aynı büyüklükte kuvvetler ile kaydırılmaya çalışılmaktadır. (Üç farklı yönde aynı büyüklükte F kuvveti uygulanıyor)



(a)



(b)



(c)

a) Silgi kaydırılabilir
(Zor hareket)

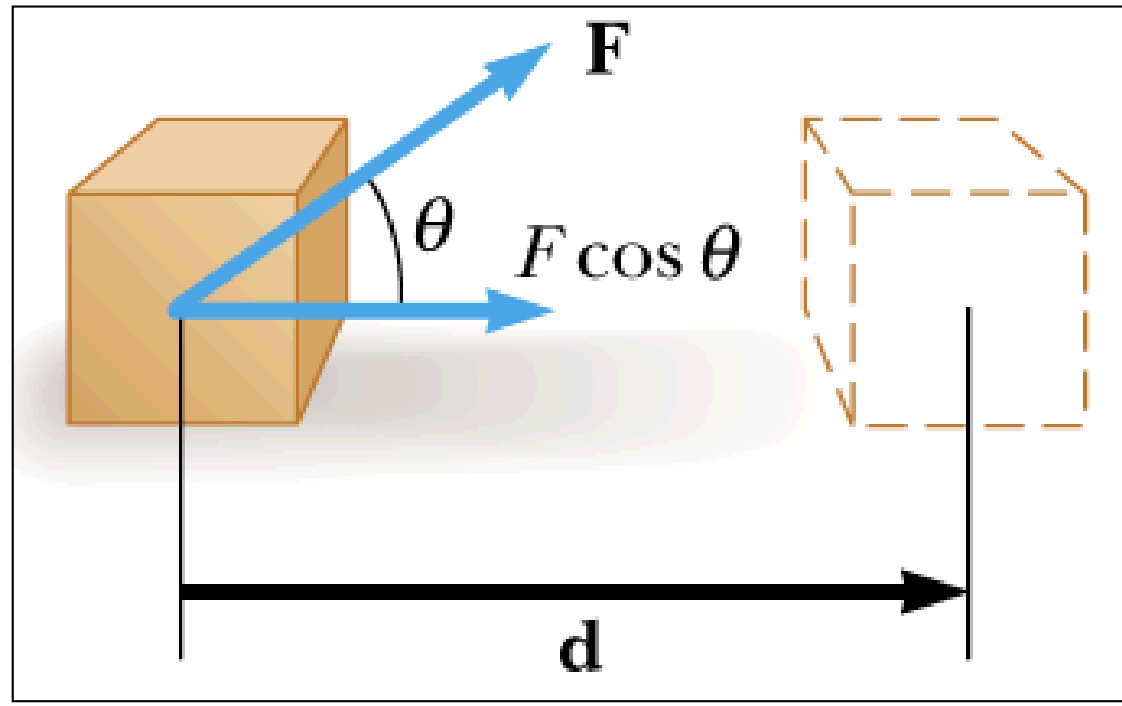
b) Silgi kaydırılabilir
(Kolay hareket)

c) Silgi kaydırılamamaktadır.
(Hareket yok)

Bir kuvvetin iş yapıyor olması için büyüklüğü ve yönü önemli.

Sabit bir kuvvetin yaptığı iş

(bir fizikçi tanımıyla)



Eğer bir kuvvet cisme uygulandığında onun konumunu değiştiriyorsa cisim üzerine iş yapılmış olur.

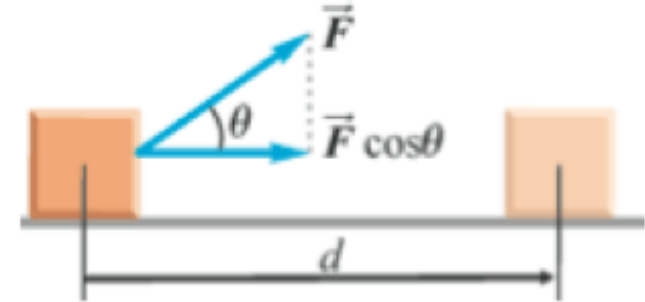
Tanım: Bir cisim net bir **F** kuvvetinin etkisiyle **d** yerdeğiştirmesi yaparsa, bu kuvvetin yaptığı iş:

$$W = F \cdot d \cdot \cos \theta$$

Sabit Bir Kuvvetin Yaptığı İş

Bir F kuvvetinin d kadar yerdeğiştirme sırasında cisim üzerinde yaptığı iş

$$W = Fd \cos \theta$$



- Birimi: newton \times metre = Joule (J)
- Kuvvet var ama cisim yerdeğiştirmiyorsa ($d = 0$), yapılan iş sıfırdır.
- Kuvvet yerdeğiştirmeye dik ise ($\cos 90^\circ = 0$), yaptığı iş sıfırdır.
- Kuvvet gidilen yönle geniş açı yapıyorsa, yani kuvvetin izdüşümü ters yönde ise, yapılan iş negatif olur.

- İşin Skaler Çarpım olarak ifadesi: $W = Fd \cos \theta = \vec{F} \cdot \vec{d}$



Cisme enerji aktarılmışsa W pozitiftir ($W > 0$) ve F kuvveti cisim üzerinde pozitif iş yapmıştır denir.

Aksine, cisimden dışarıya enerji alınmışsa W negatiftir ($W < 0$) ve F kuvveti cisim üzerinde negatif iş yapmıştır denir.

SI: $F \rightarrow 1 \text{ Newton (N)} = 1 \text{ kg.m/s}^2$

CGS: $F \rightarrow 1 \text{ Dyne (din)} = 1 \text{ g.cm/s}^2$

$1 \text{ Newton (N)} = 1 \text{ kg.m/s}^2$

$1\text{N} = 10^3\text{g}.10^2\text{cm/s}^2 = 10^5 \text{ Din}$

$1\text{Dyn} = 10^{-5} \text{ N} ; \quad 1\text{N} = 10^5 \text{ Din}$

**$1 \text{ Joule (J)} = 1 \text{ N.m} = (10^5 \text{ Din})(10^2\text{cm}) = 10^7$
erg**

SI: $W \rightarrow \text{Joule (J)}$

Ağırlık çalışan bir
kişi ne kadar iş
yapar?

$$W = F \cdot d \cdot \cos \theta$$

$$W =$$



Kuvveti cisim
üzerine dik
uygularsak ne kadar
iş yaparız?

$$W = F \cdot d \cdot \cos \theta$$

$$W =$$



Yerçekimi Kuvvetinin Yaptığı İş :

Kütlesi m olan bir cisim A noktasından v_0 ilk hızıyla yukarı doğru fırlatılsın.

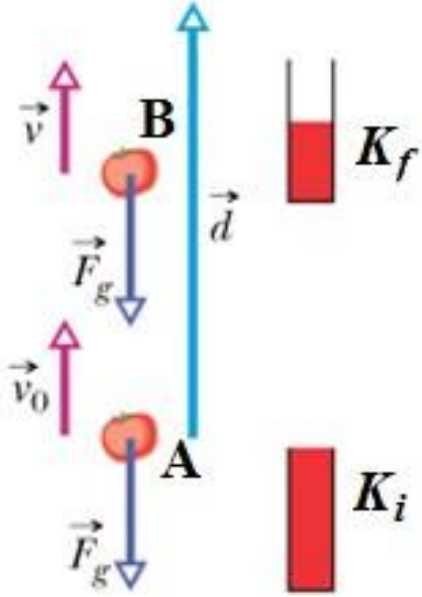
Cisim yükseldikçe, yer-çekimi kuvveti ($F_g = mg$) tarafından yavaşlatılır ve B noktasında daha düşük bir v hızına sahip olur.

Cisim A noktasından B noktasına giderken, yer-çekimi kuvvetinin yaptığı iş:

$$W_{mg} (A \rightarrow B) = F_g \cdot d = mgd \cos 180^\circ = -mgd$$

Cisim B noktasından A noktasına dönerken, yer-çekimi kuvveti tarafından yapılan iş:

$$\vec{W}_{mg} (B \rightarrow A) = F_g \cdot d = mgd \cos 0^\circ = +mgd$$



Ağırlık kaldırmayla yapılan iş!

Güçlü bir adam taşı kaldırıyor ve yatay olarak **d** kadar uzağa götürüyor.

- a) Adamın taş üzerinde yaptığı iş nedir?
- b) Kütle-çekim kuvvetinin taş üzerinde yaptığı iş nedir?

$$W = F \cdot d \cdot \cos \theta$$

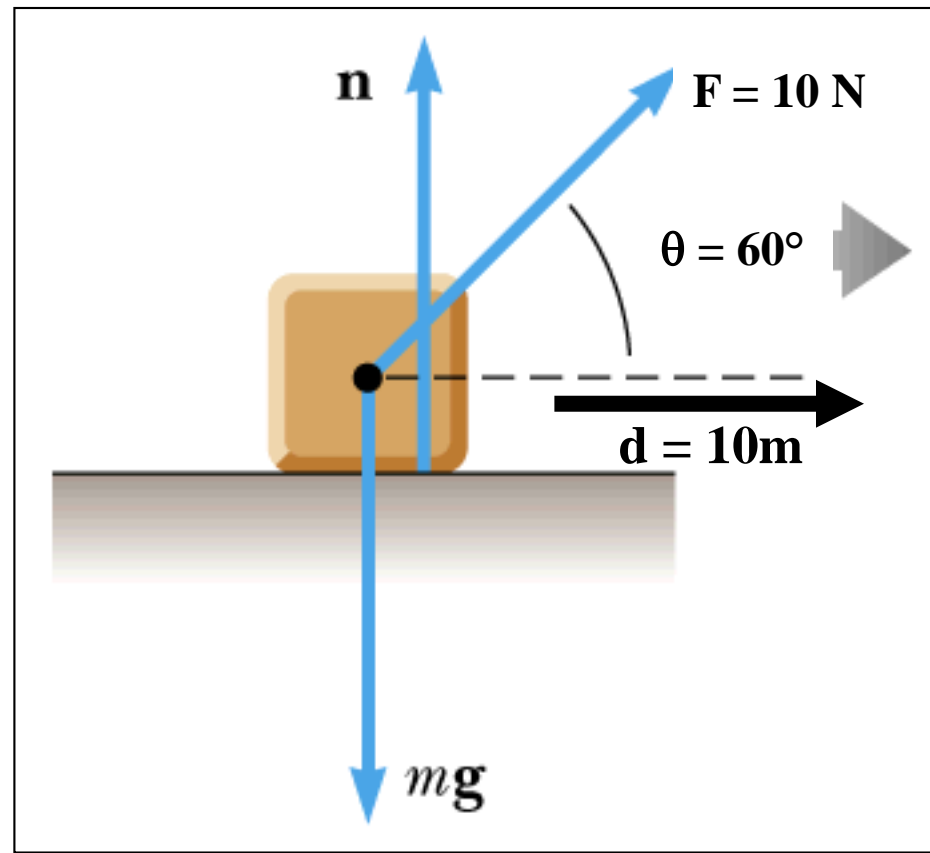


- a) Taş **mg** ağırlığında bir kuvvetle **h** kadar kaldırıldığında, düşey yerdeğiştirme sırasında yapılan iş **$W = F d \cos 0 = mgh$** dır. Yatay yerdeğiştirme sırasında taşa uygulanan kuvvet dik olduğundan yapılan iş sıfırdır. Yapılan net **iş=mgh** dır.
 - b) Düşey yerdeğiştirme sırasında yerçekimi kuvveti yerdeğiştirmeye ters olduğundan taş üzerinde yaptığı iş **$W=-mgh$** dır. Yatay yerdeğiştirme sırasında yapılan iş sıfırdır.
- Taş üzerinde yapılan toplam iş **$W=mgh-mgh=0$** olur.

SABİT BİR KUVVETİN YAPTIĞI İŞ

Blok sürtünmesiz ortamda yatay yerdeğiştirme yaparsa

- kütle çekim kuvveti
 - normal kuvvet
 - F kuvveti
- tarafından yapılan iş nedir?



Sürtünmesiz yatay düzlemdeki bu cisme etki eden kütle çekim kuvveti ve n normal kuvveti cisim üzerinde bir iş yapmıyorlar.

Cisim üzerinde iş yapan tek kuvvet F kuvvetidir.

$$W = (10)(10)\cos 60 = 50 \text{ Newton-metre}$$

İŞ KAVRAMI HAKKINDA

- İş bir enerji aktarımıdır.
- İş skaler bir niceliktir (vektör değil)
- Birimi (SI sistemde) Joule (J)(=Newton-metre)
- Bir cisim bir çok kuvvetin etkisinde sabit yada değişken hızla hareket ediyorsa, yapılan toplam iş, tüm kuvvetlerin yaptığı iş miktarlarının cebirsel toplamıdır. Yada

$$W_{toplam} = \vec{F}_{net} \bullet \vec{d}_{net}$$

İşaret geleneği:

W pozitif:

Eğer **F** ve **d** paralelse

Eğer enerji sisteme (cisme) aktarılırsa,

W negatif:

Eğer **F** ve **d** anti paralelse

Eğer enerji sistemden dışarı aktarılırsa.

ÖRNEK:

Bir eşek yatayla 30° açıda $F = 500 \text{ N}$ büyüklüğünde bir kuvvetle bir yük arabası çekiyor.

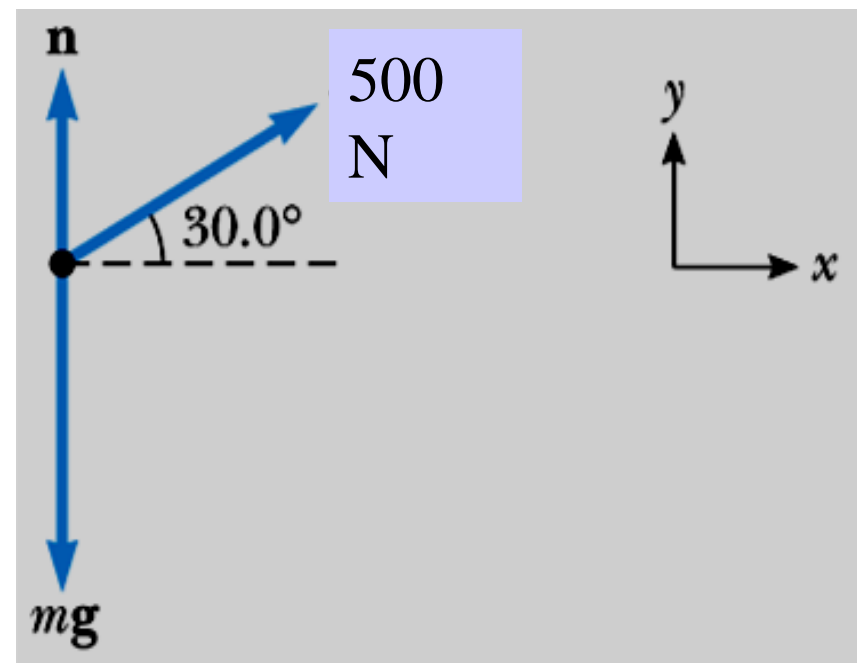
Yük arabası 1 mil (1648 m) çekildiğinde eşek tarafından yapılan işi hesaplayın.

ÇÖZÜM:

$$W = F \cdot d \cdot \cos \theta$$

$$W = (500)(1648) \cos 30$$

$$W = 713605 \text{ J}$$

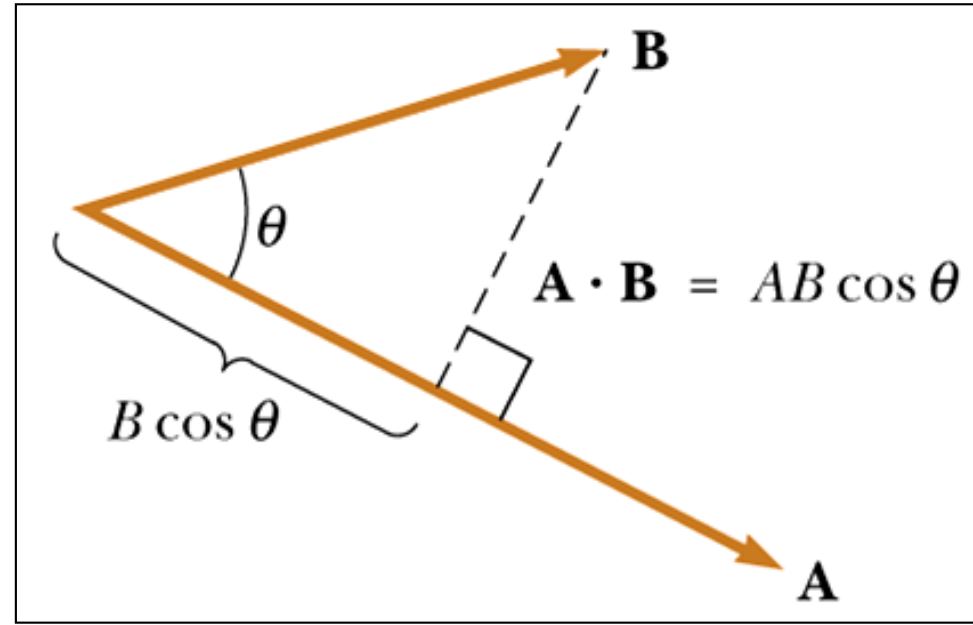


NOKTA ÇARPIM:

A ve **B** vektörlerinin
skaler çarpımı:

Tanım:

$$\vec{A} \bullet \vec{B} = AB \cdot \cos \theta$$



A ve B vektörlerinin skaler (nokta) çarpımı B nin A üzerine izdüşümü ile A büyüklüklerinin çarpımıdır.

İki vektörün skaler çarpımında sonuç skalerdir.

Skaler çarpımın özellikleri:

$$\vec{A} \bullet \vec{B} = \vec{B} \bullet \vec{A}$$

(Değişme özelliği)

$$\vec{A} \bullet (\vec{B} + \vec{C}) = \vec{A} \bullet \vec{B} + \vec{A} \bullet \vec{C}$$

(Dağılma özelliği)

NOKTA ÇARPIM ve İŞ

İş; \mathbf{F} kuvveti ile \mathbf{d} yerdeğiştirmenin skaler (nokta) çarpımıdır.

$$W = \vec{F} \bullet \vec{d} = F \cdot d \cdot \cos \theta$$

\mathbf{F} ve \mathbf{d} vektördür.

W skaler bir niceliktir.

Birim vektörleri kullanarak skaler çarpım

Birim vektörlerin büyüklükleri 1 birim, aralarındaki açı 90° dir

$$\vec{i} \cdot \vec{i} = \vec{j} \cdot \vec{j} = \vec{k} \cdot \vec{k} = 1$$

$$\vec{i} \cdot \vec{j} = \vec{i} \cdot \vec{k} = \vec{j} \cdot \vec{k} = 0$$

Herhangi iki **A** ve **B** vektörünü birim vektörler cinsinden yazarsak:

$$\vec{A} = A_x \vec{i} + A_y \vec{j} + A_z \vec{k}$$

$$\vec{B} = B_x \vec{i} + B_y \vec{j} + B_z \vec{k}$$

Buradan:

$$\vec{A} \bullet \vec{B} = A_x B_x + A_y B_y + A_z B_z$$

$$\vec{A} \bullet \vec{A} = A_x^2 + A_y^2 + A_z^2 = A^2$$

ÖRNEK:

x-y düzleminde hareket eden bir parçacık, $\mathbf{F} = (5.0\mathbf{i} + 2.0\mathbf{j})$ N luk sabit bir kuvvetin etkisiyle $\mathbf{d} = (2.0\mathbf{i} + 3.0\mathbf{j})$ m lik yerdeğiştirme yapıyor.

(a) Yerdeğiştirme ve kuvvetin büyüklüklerini hesaplayın.

(b) \mathbf{F} Tarafından yapılan işi hesaplayın.

(c) \mathbf{F} ve \mathbf{d} arasındaki açıyı hesaplayın.

ÇÖZÜM:

$$(a) \quad d = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{2^2 + 3^2} = 3.6 \text{ m}$$

$$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} = \sqrt{5^2 + 2^2} = 5.4 \text{ N}$$

$$\begin{aligned} (b) \quad W &= \mathbf{F} \cdot \mathbf{d} = (5\mathbf{i} + 2\mathbf{j}) \cdot (2\mathbf{i} + 3\mathbf{j}) \\ &= 5\mathbf{i} \cdot 2\mathbf{i} + 5\mathbf{i} \cdot 3\mathbf{j} + 2\mathbf{j} \cdot 2\mathbf{i} + 2\mathbf{j} \cdot 3\mathbf{j} \\ &= 10 + 0 + 0 + 6 = 16 \text{ Nm} = 16 \text{ J} \end{aligned}$$

$$(c) \quad \mathbf{A} \cdot \mathbf{B} = AB \cos \theta \quad \theta = \cos^{-1} \frac{16}{(3.6)(5.4)} = 35^\circ$$

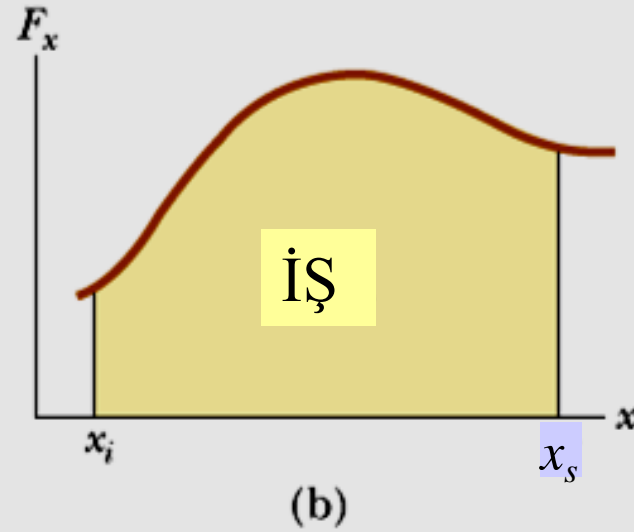
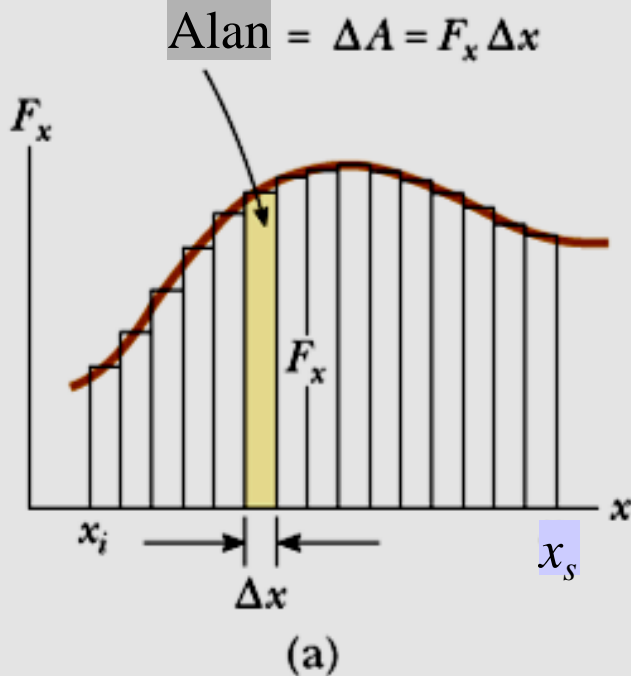
DEĞİŞKEN BİR KUVVETİN YAPTIĞI İŞ

Bir cisim x eksenini üzerinde x_i 'den x_s 'ye yerdeğiştirsin. Ancak kuvvet şekildeki gibi değişkense öğrendiğimiz iş denklemini, sabit kuvvet altında geçerli olduğundan kullanamayız. Şekildeki gibi küçük bir Δx yerdeğiştirmesi için kuvvet yaklaşık olarak sabittir.

Bu durumda bu küçük Δx yerdeğiştirmesi için kuvvetin yaptığı iş: $\Delta W = F_x \Delta x$

Bu ifade işaretli dikdörtgenin alanıdır. F_x in x ile değişen ifadesini bu tür dikdörtgenlere bölersek yapılan toplam iş:

$$W \approx \sum_{x_i}^{x_s} F_x \Delta x$$



DEĞİŞKEN BİR KUVVETİN YAPTIĞI İŞ

Δx yerdeğştirmeleri sıfıra yaklaştırılırsa toplamdaki terimlerin sayısı sonsuza gider. Ancak toplamın değeri F_x eğrisi altındaki alana eşit olur:

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \sum_{x_i}^{x_s} F_x \Delta x = \int_{x_i}^{x_s} F_x \Delta x$$

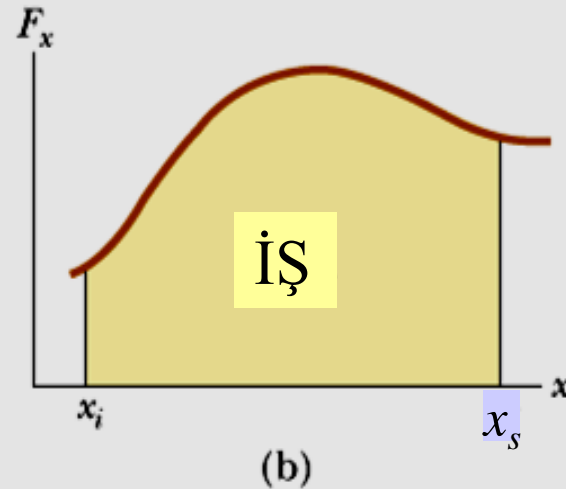
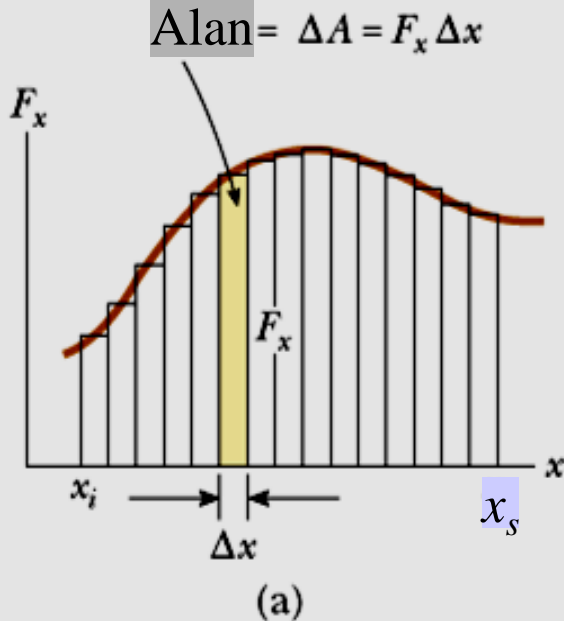
Bu belirli integral sayısal olarak F_x in x 'e göre değışim eğrisinin altındaki alana, $x_i - x_s$ arası için, eşittir. O halde cismin x_i den x_s 'a yerdeğştirmesi halinde F_x kuvvetinin yaptığı iş:

$$W = \int_{x_i}^{x_s} F_x dx$$

Değışken kuvvetin yaptığı iş

Bir parçacık üzerine birden fazla kuvvet etki ederse yapılan iş bileşke kuvvetin yaptığı iştir:

$$\sum W = W_{net} = \int_{x_i}^{x_s} (\sum F_x) dx$$



İş; $F_x - x$ eğrisi altında kalan alana eşittir.

Örnek : $F = (4x\hat{i} + 3y\hat{j})$ N' luk kuvvetin etkisindeki bir cisim orijinden başlayarak $x = 5\text{ m}$ noktasına hareket etmektedir. Kuvvetin yaptığı işi bulunuz.

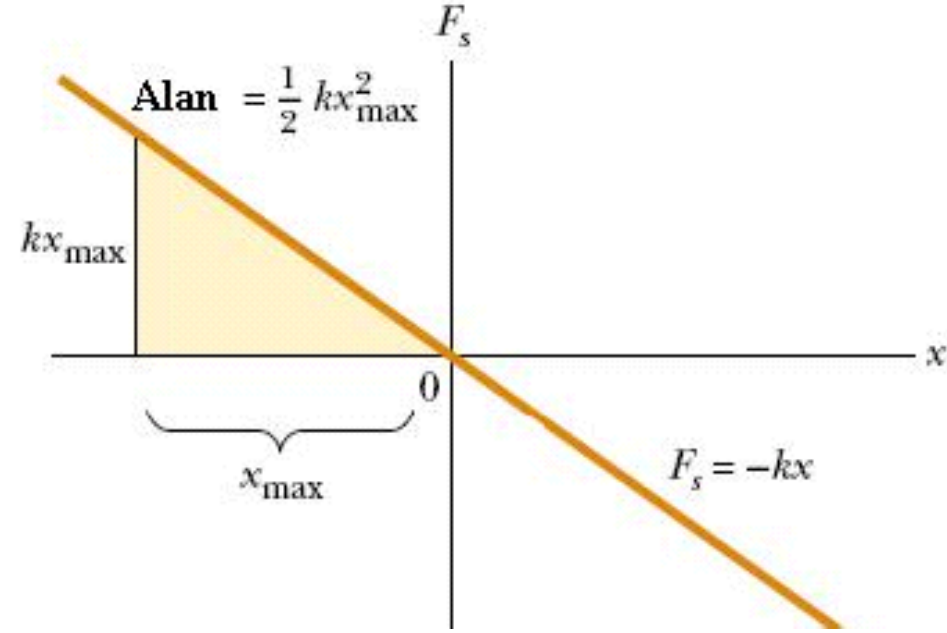
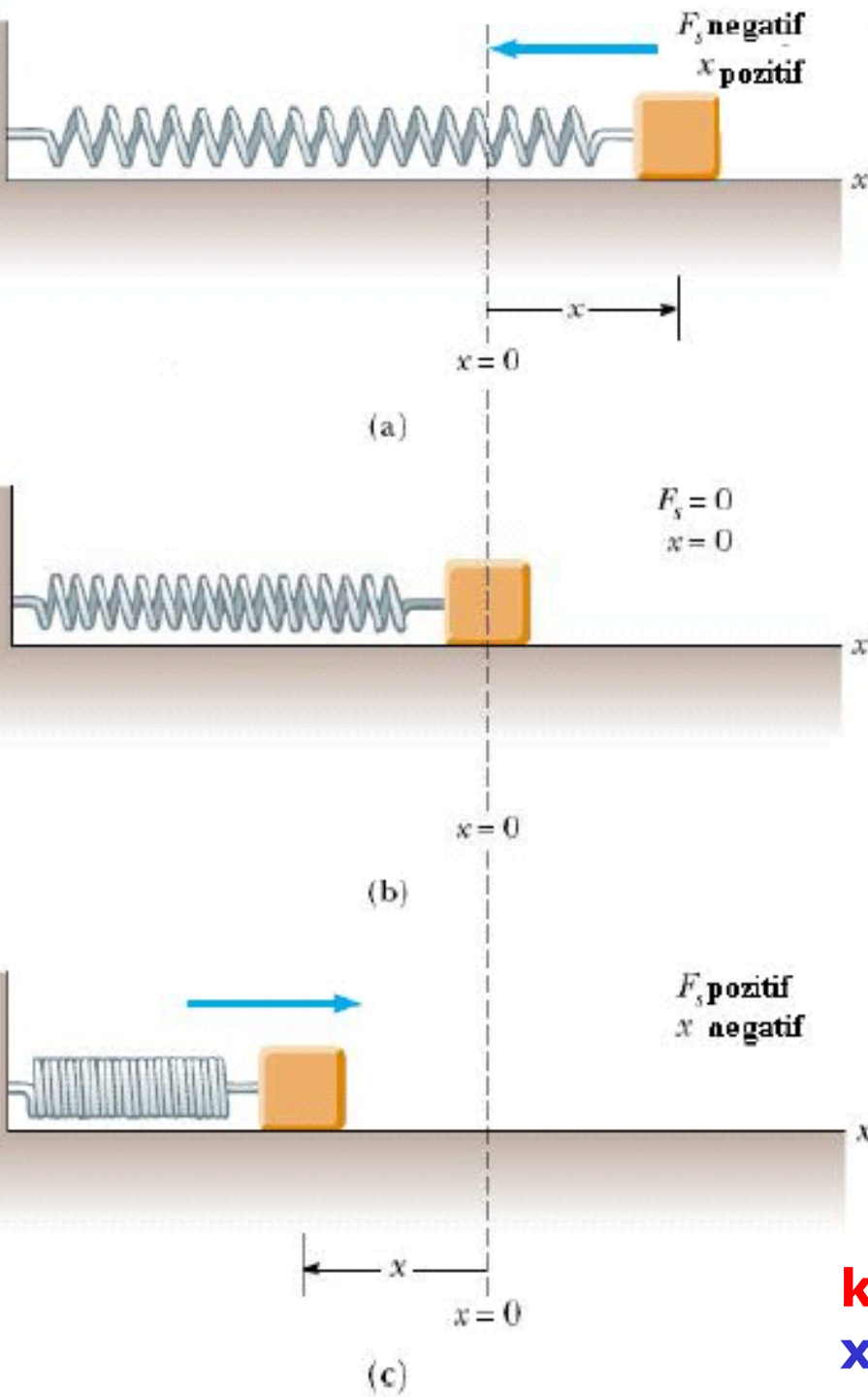
$$W = \int_{r_i}^{r_s} \vec{F} \cdot d\vec{r} \quad ; \quad d\vec{r} = dx\hat{i} + dy\hat{j}$$

$$W = \int_{r_i}^{r_s} (4x\hat{i} + 3y\hat{j}) \cdot (dx\hat{i} + dy\hat{j})$$

$$W = \int_{r_i}^{r_s} (4x dx + 3y dy) = \int_0^5 4x dx + \int_0^0 3y dy$$

$$W = 4 \left(\frac{x^2}{2} \right)_0^5 = 50 \text{ J}$$

Bir Yayın Yaptığı İş



Yay gerilir yada sıkıştırılırsa cisim üzerine uygulanan kuvvet:

$$F_s = -k \cdot x$$

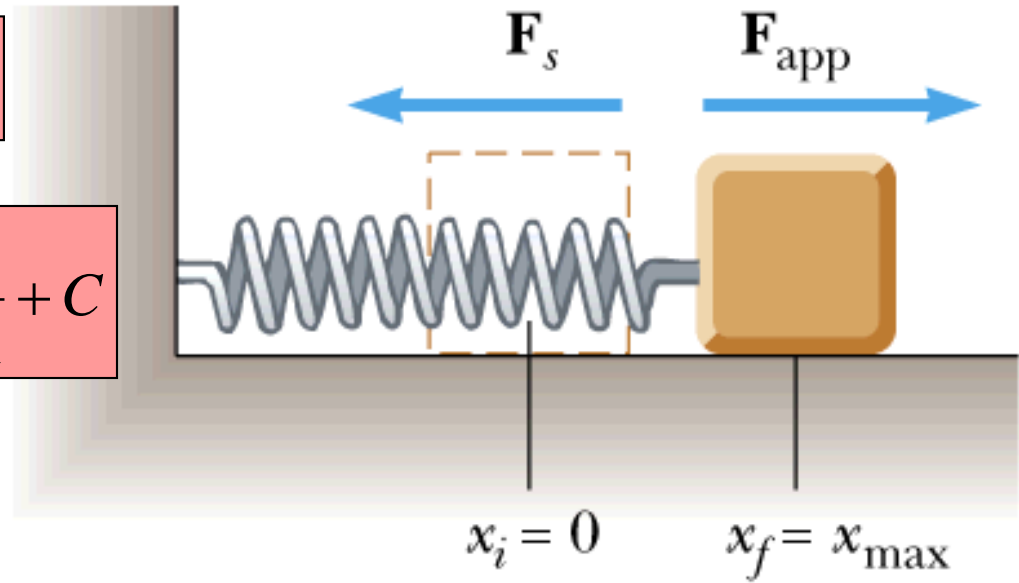
İşareti: yayın etkidiği kuvvet ile yerdeğiştirme zıt yönlüdür

k: yay sabiti (sert yay için büyüktür)
x: cismin yer değiştirmesidir.

Bir Yayın Yaptığı İş

İntegral hatırlama:
n sabitse integral:

$$\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C$$



Yayın etkidiği kuvvet denge noktasına doğru olduğu için geri çağırıcı kuvvet olarak adlandırılır.

Bir cismi denge konumunda sola doğru x_{\max} kadar iletelim. Serbest bıraktığımızda cisim $x=0$ dan geçip sağ yönde x_{\max} 'a ulaşip gidip gelme hareketi yapacaktır (sürtünmesiz düzlemde).

Cisim $x_i = -x_{\max}$ 'dan $x_s = 0$ 'a hareket ederken yay kuvvetinin yaptığı iş:

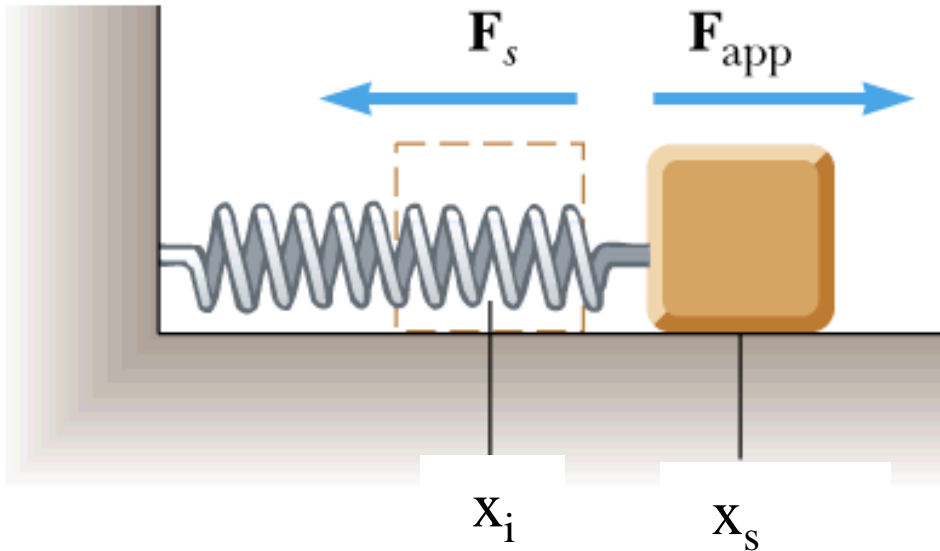
$$W_s = \int_{x_i}^{x_s} F_s dx = \int_{-x_{maks}}^0 (-kx) dx = \frac{1}{2} kx_{maks}^2$$

Bir Yayın Yaptığı İş

Cisim $x_i = -x_{\max}$ 'dan $x_s = +x_{\max}$ 'a giderken yayın uyguladığı kuvvetin yaptığı **net iş sıfırdır**.

Cisim $x = x_i$ 'den $x = x_s$ 'ye keyfi yaptığı yer-değiştirmede yay **kuvvetinin yaptığı iş**:

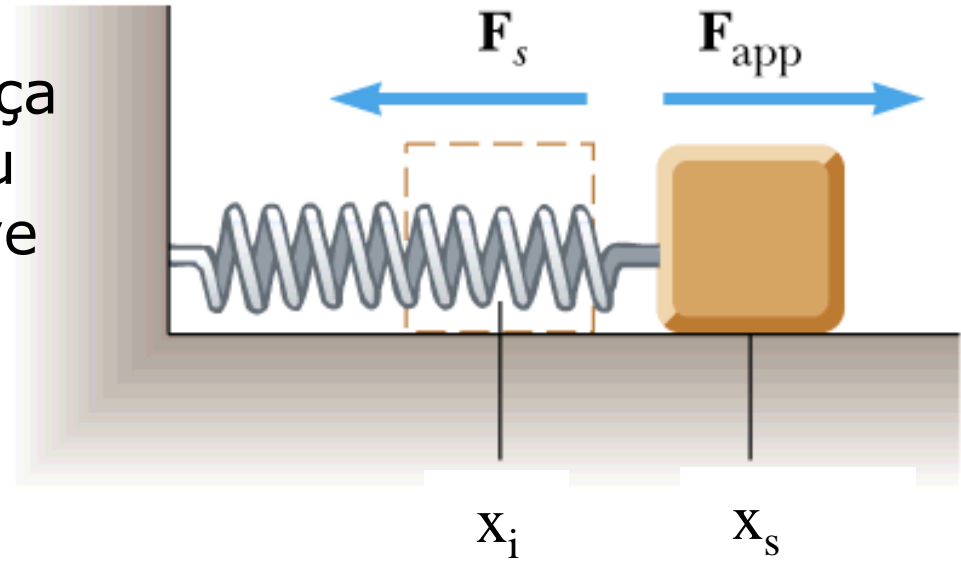
$$W_s = \int_{x_i}^{x_s} (-kx) dx = \frac{1}{2} kx_i^2 - \frac{1}{2} kx_s^2$$



Kuvvetin Yay üzerine Yaptığı İş

Yayı $x_i=0$ 'dan $x_s=x_{max}$ 'a yavaşça geren bir dış kuvvet F_{uy} ise, bu kuvvet F_s yay kuvveti ile eşit ve zıt yönlü olacaktır.

$$F_{uy} = -(-kx) = kx$$

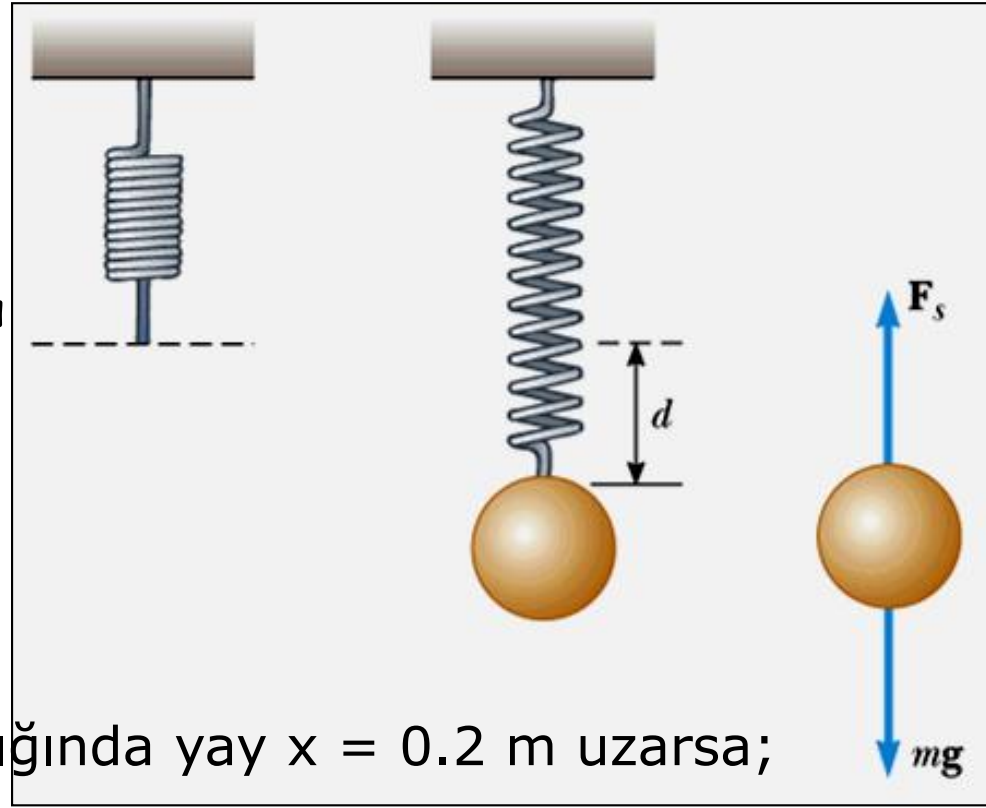


Dolayısıyla bir dış kuvvetin yaptığı iş:

$$W_{F_{uy}} = \int_0^{x_{maks}} F_{uy} dx = \int_0^{x_{maks}} kx dx = \frac{1}{2} kx_{maks}^2$$

ÖRNEK 7.6 Yayın kuvvet sabitinin bulunması

Bir m kütlesi yaya asılınca yay d kadar gerilir ve dengeye gelir. Yukarı doğru olan yay kuvveti aşağı doğru olan mg kuvvetiyle dengelenir. m kütlesini biliyorsak d mesafesini ölçerek yayın kuvvet sabiti bulunur.



0.50 kg kütleli bir cisim yay asıldığında yay $x = 0.2$ m uzarsa;

- (a) Yayın yay sabiti nedir?
- (b) Kütle çekim kuvvetinin cisim üzerinde yaptığı iş nedir?
- (c) Yay kuvvetinin cisim üzerinde yaptığı iş nedir?

$$|F_s| = kd = mg$$

$$k = \frac{mg}{d} = \frac{(0.5)(9.80)}{0.2} = 24.5 \text{ N/m}$$

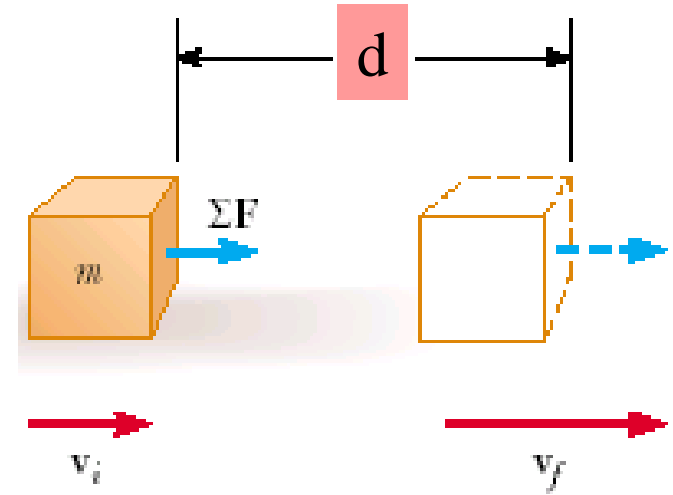
$$W_{F_{uy}} = \frac{1}{2} kd^2 = \frac{1}{2} (24.5)(0.2)^2 = 0.49 \text{ J}$$

$$W = 0 - \frac{1}{2} kd^2 = -\frac{1}{2} (24.5)(0.2)^2 = -0.49 \text{ J}$$

KİNETİK ENERJİ VE İŞ-KİNETİK ENERJİ TEOREMİ

Sabit net bir $\sum F$ kuvvetinin, **m** kütleli bir parçacığa **d** yer-değiştirmesi sonucu yaptığı iş:

$$\sum W = (\sum F)d = (ma)d$$



Sabit ivmeli bir parçacık için (2. bölümden)

$$d = \frac{1}{2}(v_i + v_s)t$$

$$a = \frac{v_s - v_i}{t}$$

$$\begin{aligned} t = 0 &\rightarrow v_i \\ t = t &\rightarrow v_s \end{aligned}$$

Bunları yerine yazarsak

$$\sum W = m \left(\frac{v_s - v_i}{t} \right) \frac{1}{2} (v_s + v_i) t$$

$$\sum W = \frac{1}{2} m v_s^2 - \frac{1}{2} m v_i^2$$

KİNETİK ENERJİ VE İŞ-KİNETİK ENERJİ TEOREMİ

v süratiyle hareket eden m kütleli bir parçacığın kinetik enerjisinin tanımı:

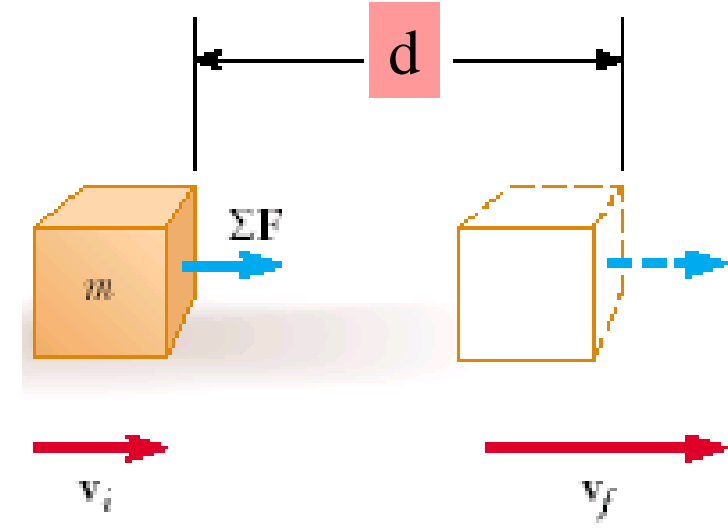
$$K \equiv \frac{1}{2}mv^2$$

Buna göre sabit net bir $\sum F$ kuvvetinin parçacık üzerinde yaptığı **iş** onun **kinetik enerjisindeki değişime eşittir**:

$$\sum W = K_s - K_i = \Delta K \quad (\text{İş-kinetik enerji teoremi})$$

Kinetik enerji skalerdir ve iş ile aynı birime sahiptir.

Bu eşitliği sabit bir net kuvvet için türettik ancak bu eşitlik kuvvet değişken olsa da geçerlidir. GÖRELİM:



KİNETİK ENERJİ VE İŞ-KİNETİK ENERJİ TEOREMİ

Parçacık üzerine x yönünde etkiyen net kuvvet Newton'un 2. yasasına göre

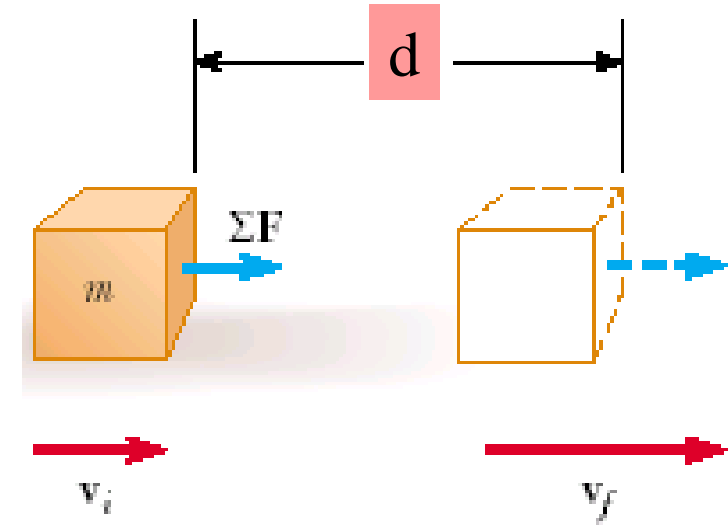
$$\sum F_x = ma_x$$

Buna göre yapılan net iş (bileşke kuvvetin yaptığı iş eşitliğinden)

$$\sum W = \int_{x_i}^{x_s} (\sum F_x) dx = \int_{x_i}^{x_s} ma_x dx$$

$$\sum W = \int_{x_i}^{x_s} mv \frac{dv}{dx} dx = \int_{v_i}^{v_s} mv dv$$

$$\sum W = m \frac{v^2}{2} \Big|_{v_i}^{v_s} = \frac{m}{2} (v_s^2 - v_i^2)$$



$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{dv}{dx} \frac{dx}{dt} = v \frac{dv}{dx} \quad (\text{bunu yerine yazarsak})$$

$$\sum W = \frac{1}{2} mv_s^2 - \frac{1}{2} mv_i^2$$

Bir parçacık üzerinde yapılan net iş kinetik enerjisindeki değişime eşittir.

ÖRNEK:

$m = 0.020$ kg kütleli bir mermi 500 m/s de hareket ediyor.

$m = 1000$ kg kütleli bir kamyon 5 m/s hareket ediyor.

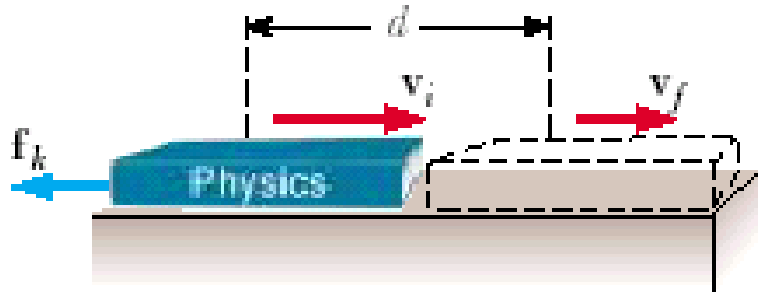
Hangisinin kinetik enerjisi daha fazla?

$$K \equiv \frac{1}{2}mv^2$$

$$K = \frac{1}{2}(0.020)(500)^2 = 2500 \text{ J}$$

$$K = \frac{1}{2}(1000)(5)^2 = 12500 \text{ J}$$

KİNETİK SÜRTÜNMEYİ İÇEREN DURUMLAR



Bir cisim yatay yüzeyde **d** kadar kaysın.
 v_i ilk hız, v_s son hız olsun.

Newton'un 2. yasasına göre **x** yönünde cisme etkiyen tek kuvvet sürtünme kuvveti olduğundan;

$$-f_k = ma_x$$

Her iki tarafı da **d** ile çarpar
ve $v_{xs}^2 - v_{xi}^2 = 2a_x d$
eşitliğini kullanırsak

$$-f_k d = (ma_x)d = \frac{1}{2}mv_{xs}^2 - \frac{1}{2}mv_{xi}^2$$

$$\Delta K_{\text{sürtünme}} = -f_k \cdot d$$

(Sürtünmeden dolayı
kinetik enerji kaybı)

Kaybolan bu kinetik enerji cismin ve yüzeyin ısınmasına harcanır.
Böylece bir cismin üzerine diğer kuvvetler ile sürtünme kuvveti de etkiğinde **iş-kinetik enerji teoremi**:

$$K_i + \sum W_{\text{diğer}} - f_k \cdot d = K_s$$

$$\sum W_{\text{diğer}}$$

Sürtünme dışındaki kuvvetlerin
yaptığı işlerin toplamı

ÖRNEK:

Bir adam tüm kuvvetiyle (2000 N) kütlesi 10,000 kg olan bir kamyonu sürtünmesiz bir yüzeyde 10.0 m çekiyor.

- (a) Adam ne kadar iş yapar?
- (b) 10 m sonra kamyonun hızı nedir?
- (c) Eğer sürtünme olsaydı (sürtünme katsayısı 0.0153) kamyonun 10 m sonraki hızı ne olur?

ÇÖZÜM:

(a) Ağırlık normal kuvvetle dengeleniyor. Yerdeğiştirme yatay doğrultuda yani bu iki kuvvet iş yapmaz. Sürtünme kuvveti olmadığından etkiyen net dış kuvvet 2000 N dur. Bu kuvvetin yaptığı iş:

$$W = F \cdot d \cdot \cos \theta = (2000)(10) = 20000 \text{ J}$$

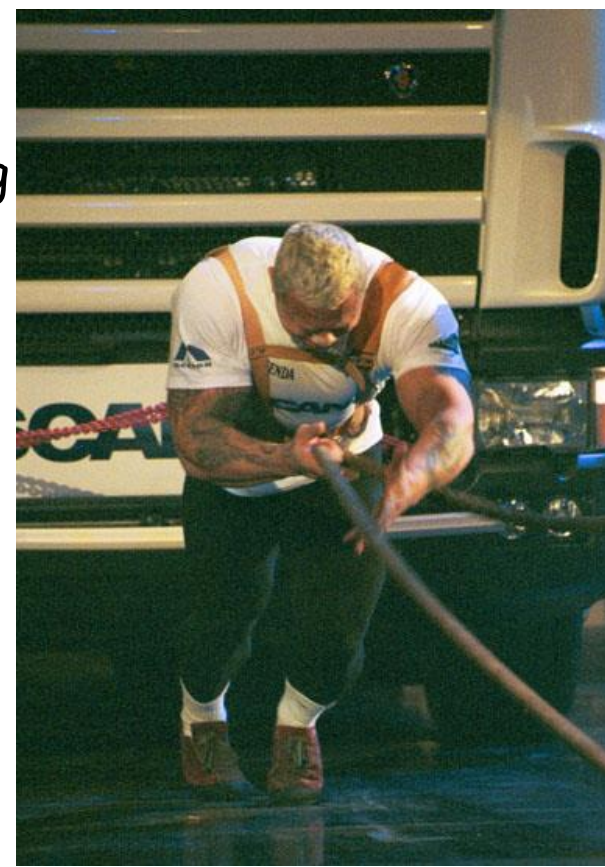
(b) Kinematik eşitliklerini kullanabiliriz (ivmeyi bulup zamansız hız formülünü kullan).

Enerji yaklaşımını kullanırsak: İlk kinetik enerji sıfır olduğundan;

$$W = K_s - K_i = \frac{1}{2}mv_s^2 - 0$$

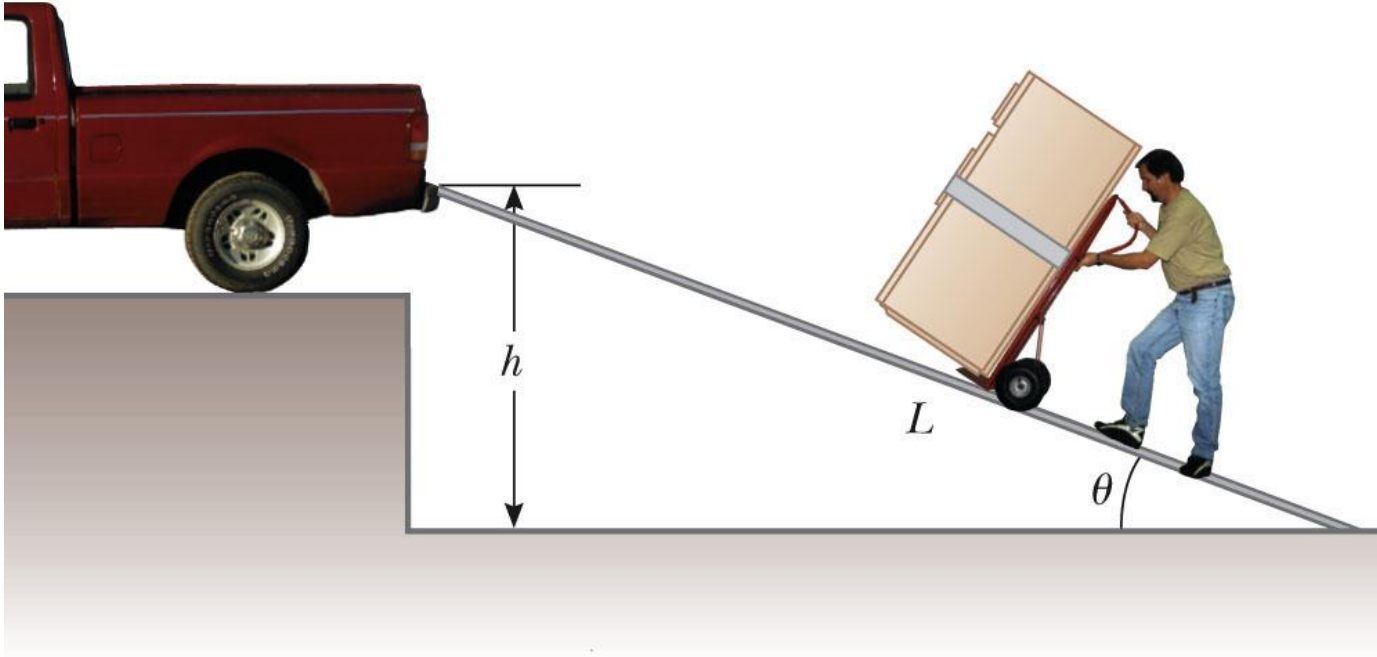
$$v_s^2 = \frac{2W}{m} = \frac{40000}{10000} = 4$$

$$v = 2 \text{ m/s}$$



ÖRNEK 7.9 Eğik düzlem gerekli işi azaltır mı?

Bir adam bir buzdolabını bir eğik düzlem yardımıyla kamyonete yüklemek istiyor. Eğik düzlemin uzunluğu artarsa adam daha az iş yapar mı? Sürtünmeyi ihmal edin.



© 2007 Thomson Higher Education

Uzun eğik düzlem daha az kuvvet ama daha fazla yol demektir. Yapılan iş aynı kalır ve mgh kadardır.

GÜÇ

Bir cisme bir dış kuvvet uygulanırsa ve bu kuvvetin Δt süresinde yaptığı iş W ise bu sürede harcanan **ortalama güç**:

$$\bar{P} \equiv \frac{W}{\Delta t}$$

Güç genel olarak enerji aktarma hızıdır.

Ani güç: Δt sifıra yaklaşırken ortalama gücün limit değeri olarak tanımlanır:

$$P \equiv \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{W}{\Delta t} = \frac{dW}{dt} \quad (dW: \text{iş artışı})$$

Bir ds yer-değiştirmesi için yapılan iş artışı $dW = Fds$ dir.

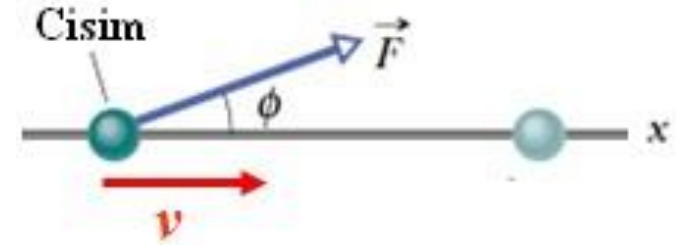
Buradan **ani güç**:

$$P = \frac{dW}{dt} = \vec{F} \cdot \frac{d\vec{s}}{dt} = \vec{F} \cdot \vec{v}$$

SI sisteminde güç birimi: **Watt (W) = Joule/saniye (J/s)**

1 kilowatt-saat (kWh): 1 saatte sabit hızla 1 kW lık tüketilen veya dönüştürülen enerji miktarı: $1 \text{ kWh} = (10^3 \text{ W})(3600 \text{ s}) = 3.6 \times 10^6 \text{ J}$

Hıza Bağlı Güç İfadesi :



Hareket eden bir cisme, hareket doğrultusu ile ϕ açısı yapacak şekilde bir F kuvveti uygulayalım.

Uygulanan F kuvvetinin iş yapma hızı

$$P = \frac{dW}{dt} = \frac{F \cos \phi dx}{dt} = F \cos \phi \frac{dx}{dt} = Fv \cos \phi$$

$$P = F \cdot v$$

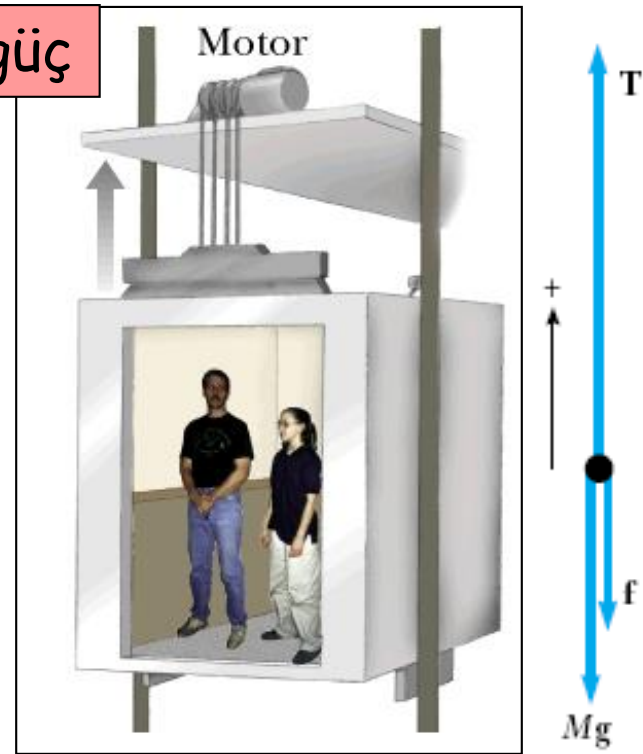
verilir.

ÖRNEK 7.12 Bir asansör motorunun verdiği güç

Bir asansör kabini 1000 kg ve toplam 800 kg kütleli yolcu taşımaktadır. 4000 N luk sabit bir sürtünme kuvveti ile şekildeki gibi harekete karşı koyuyor. (a) Asansör kabini 3 m/s lik sabit bir süratte kaldırmak için motorun verdiği minimum güç ne olmalıdır?

ÇÖZÜM:

Motor asansörü yukarı çekmek için T kuvvetini sağlamalıdır. Sürat sabit olduğundan



$$\sum F_y = T - f - Mg = 0$$

$$T = f + Mg$$

$$= 4.00 \times 10^3 \text{ N} + (1.80 \times 10^3 \text{ kg})(9.80 \text{ m/s}^2)$$

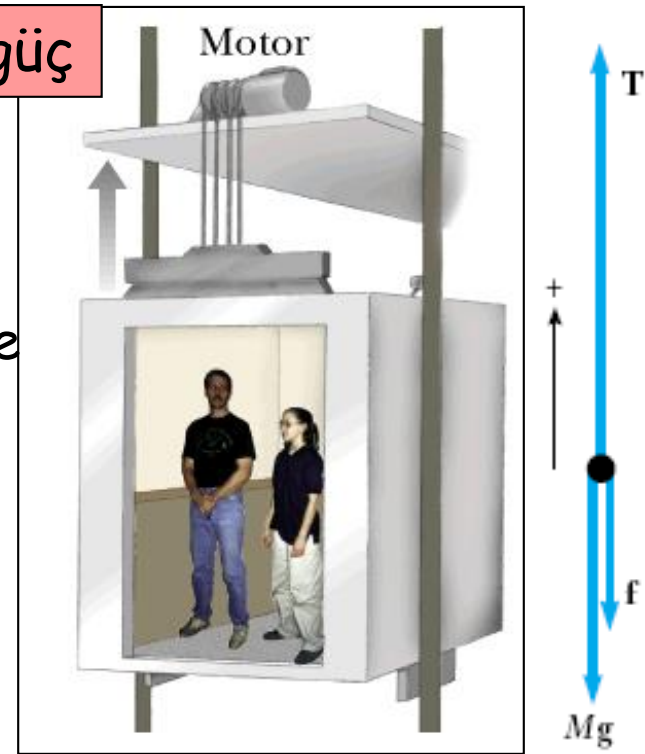
$$= 2.16 \times 10^4 \text{ N}$$

$$\mathcal{P} = \mathbf{T} \cdot \mathbf{v} = T v$$

$$= (2.16 \times 10^4 \text{ N})(3.00 \text{ m/s}) = 6.48 \times 10^4 \text{ W}$$

ÖRNEK 7.12 Bir asansör motorunun verdiği güç

Bir asansör kabini 1000 kg ve toplam 800 kg kütleli yolcu taşımaktadır. 4000 N luk sabit bir sürtünme kuvveti ile şekildeki gibi harekete karşı koyuyor. (b) Motoru yukarı doğru 1.0 m/s^2 lik ivme sağlayacak şekilde tasarlanmış ise herhangi bir anda ne kadar güç vermelidir?



ÇÖZÜM:

Şimdi ivme sıfır değil.

$$\sum F_y = T - f - Mg = Ma$$

$$T = M(a + g) + f$$

$$= (1.80 \times 10^3 \text{ kg}) (1.00 \text{ m/s}^2 + 9.80 \text{ m/s}^2)$$

$$+ 4.00 \times 10^3 \text{ N}$$

$$= 2.34 \times 10^4 \text{ N}$$

$$\mathcal{P} = T v = (2.34 \times 10^4 \text{ N}) v$$

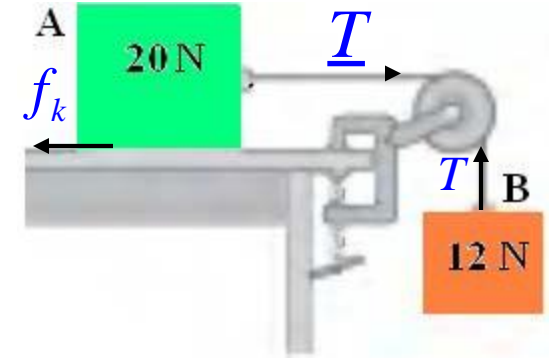
Bu gücü (a) daki ile kıyaslarsak, aynı hız için daha büyük güç elde ederiz.

$$\mathcal{P} = (2.34 \times 10^4 \text{ N}) (3.00 \text{ m/s}) = 7.02 \times 10^4 \text{ W}$$

BÖLÜM 6

SEÇİLMİŞ PROBLEMLER

Örnek : İki blok hafif bir ip, sürtünmesiz ve ağırlıksız bir makara üzerinden birbirlerine bağlanmıştır. Sistem serbest bırakıldığında, bloklar sabit hızla hareket etmektedirler.



A bloğu sağa doğru, B bloğu aşağı doğru 75 cm hareket ettiğinde, bloklara etkiyen kuvvetlerin yaptıkları işleri bulunuz.

Hız sabit ise ivme sıfırdır.

$$\left. \begin{array}{l} \text{Blok A: } \sum F_x = T - f_k = 0 \\ \text{Blok B: } \sum F_y = T - 12 = 0 \end{array} \right\} T = f_k = 12 \text{ N}$$

$$\text{Blok A: } W_T = 12 \cdot (0,75) \cdot \cos(0) = 9 \text{ J} \quad ; \quad W_{f_k} = 12 \cdot (0,75) \cdot \cos(\pi) = -9 \text{ J}$$

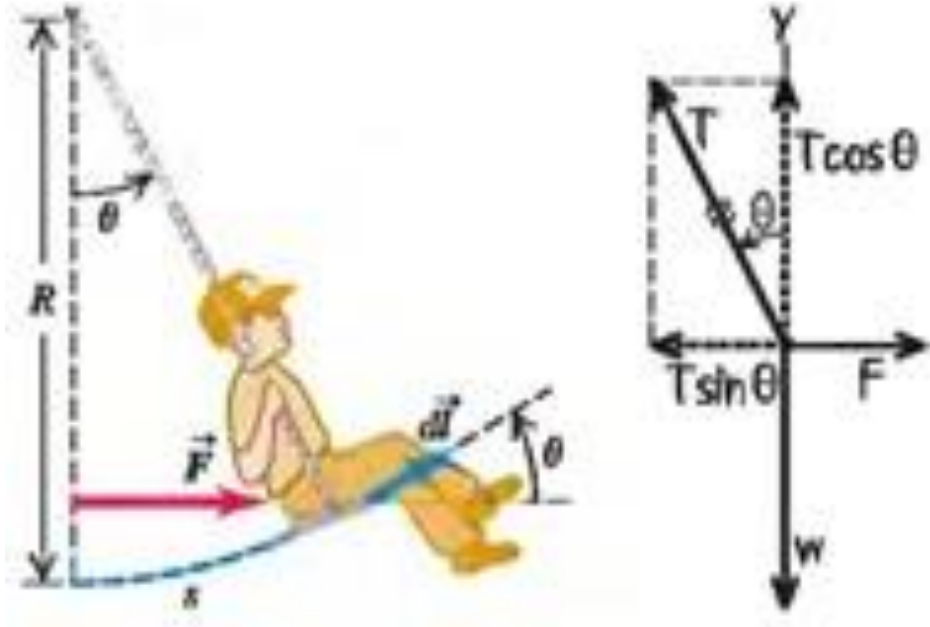
$$W_{mg} = 20 \cdot (0,75) \cdot \cos(\pi/2) = 0 \quad ; \quad W_N = 20 \cdot (0,75) \cdot \cos(\pi/2) = 0$$

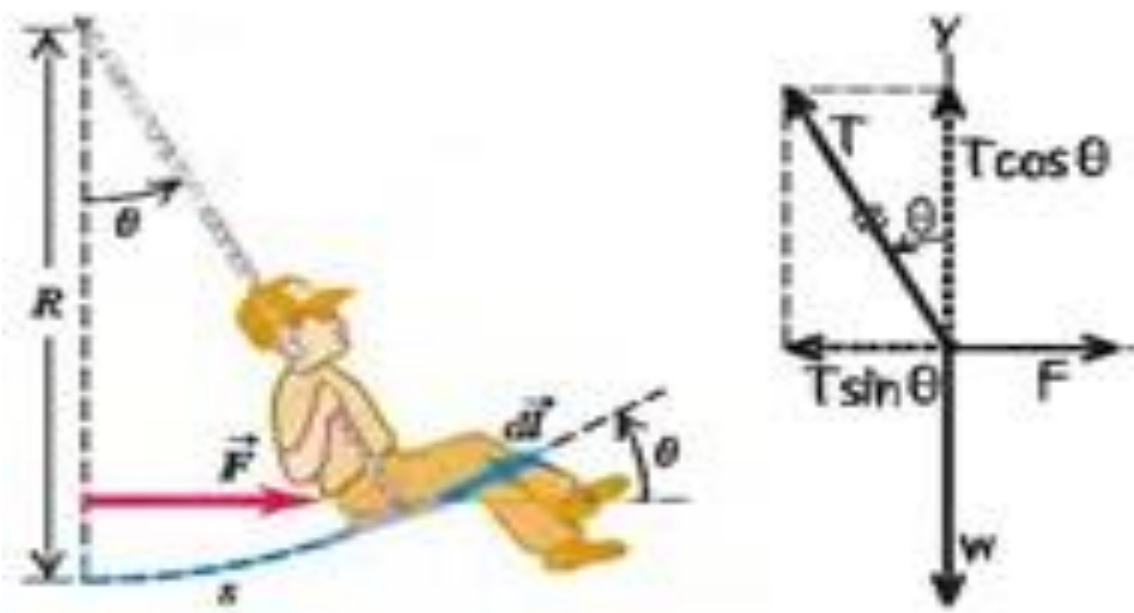
$$\text{Blok B: } W_T = 12 \cdot (0,75) \cdot \cos(\pi) = -9 \text{ J} \quad ; \quad W_{mg} = 12 \cdot (0,75) \cdot \cos(0) = 9 \text{ J}$$

Not: Her iki blokta sabit hızla hareket ettiği için, her iki blok üzerine etki eden kuvvetlerin yaptığı net iş=0' dır.

Örnek : Salıncağa binmiş $W(=mg)$ ağırlığındaki bir çocuğu, ipler düşeyle θ_0 açısı yapana kadar (burada çocuk durgundur) yatay bir F kuvvetiyle ittiğinizi düşünün.

Bunun için uygulamanız gereken kuvveti, sıfırdan başlayarak çocuk dengeye gelene kadar belirli bir maksimum değere kadar artırmanız gerekir. Uyguladığınız F kuvvetinin yaptığı işi bulunuz.



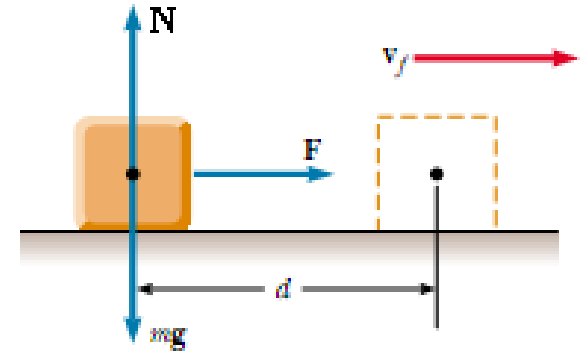


Denge durumunda : $\sum F_x = F - T \sin \theta = 0 \quad ; \quad F = T \sin \theta$
 $\sum F_y = T \cos \theta - \underbrace{w}_{\text{ağırlık}} = 0 \quad ; \quad T = w / \cos \theta$

$$F = w \tan \theta \rightarrow W = \int \vec{F} \cdot d\vec{l} = \int_0^{\theta_0} F(\underbrace{Rd\theta}_{dl}) \cos \theta = wR \int_0^{\theta_0} \sin \theta d\theta$$

$$W = -wR \cos \theta \Big|_0^{\theta_0} = wR(1 - \cos \theta_0)$$

Örnek : Kütlesi 6 kg olan bir blok sürtünmesiz bir düzlemde duruyorken, 12 N' luk sabit bir yatay kuvvetin etkisiyle harekete başlıyor. Blok yatayda 3 m yol adıktan sonra hızı ne olur?



$$W = \vec{F} \cdot \vec{d} = 12 \cdot 3 \cdot \cos(0) = 36 \text{ J} \quad \rightarrow \quad K_s - \cancel{K_i} = \frac{1}{2} m v_s^2 - 0 = 36 \text{ J}$$

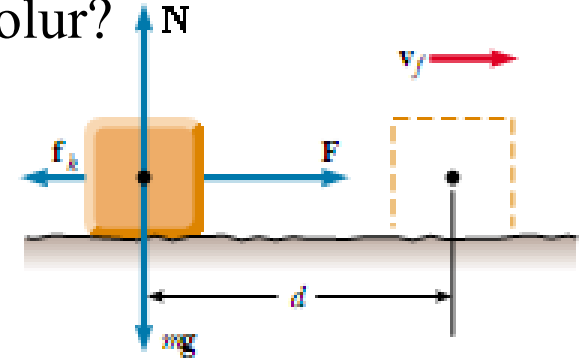
$$v_s = \sqrt{\frac{72}{6}} = \sqrt{12} = 3,5 \text{ m/s}$$

Aynı problemi kinematikten yola çıkarak tekrar çözelim:

$$\sum F_x = 12 = m a_x \rightarrow a_x = \frac{12}{6} = 2 \text{ m/s}^2$$

$$\cancel{v_s^2} = \cancel{v_i^2} + 2 a_x \Delta x = 2 \cdot 2 \cdot 3 = 12 \rightarrow v_s = \sqrt{12} = 3,5 \text{ m/s}$$

Örnek : Kütlesi 6 kg olan bir blok kinetik sürtünme katsayısı $\mu_k = 0,15$ olan bir düzlemde duruyorken, 12 N' luk sabit bir yatay kuvvetin etkisiyle harekete başlıyor. Blok yatayda 3 m yol aldıktan sonra hızı ne olur?



$$W = F \cdot d = 12 \cdot 3 \cdot \cos(0) = 36 \text{ J} \quad (F' \text{ nin yaptığı iş})$$

$$f_k = \mu_k mg = 0,15 \cdot 6 \cdot 9,8 = 8,82 \text{ N}$$

$$W_f = \vec{f}_k \cdot \vec{d} = \mu_k mg d \cos(\pi) = -8,82 \cdot 3 = -26,5 \text{ J} \quad (f_k' \text{ nin yaptığı iş})$$

$$W + W_f = 36 - 26,5 = 9,5$$

$$W + W_f = \frac{1}{2} m v_s^2 - \cancel{\frac{1}{2} m v_i^2} = \frac{1}{2} m v_s^2 = 9,5 \rightarrow v_s = \sqrt{\frac{19}{6}} = 1,8 \text{ m/s}$$

Aynı problemi kinematikten yola çıkarak tekrar çözelim.

$$\sum F_x = 12 - f_k = 12 - 8,82 = 3,18 = m a_x \rightarrow a_x = \frac{3,18}{6} = 0,53 \text{ m/s}^2$$

$$v_s^2 = \cancel{v_i^2} + 2 a_x \Delta x = 2 \cdot 0,53 \cdot 3 = 3,18 \rightarrow v_s = \sqrt{3,18} = 1,8 \text{ m/s}$$

Örnek : Kütlesi 1.6 kg olan bir blok, yay sabiti $k = 1 \times 10^3 \text{ N/m}$ olan yatay bir yaya bağlıdır. Yay 2 cm sıkıştırılıp durgun halden serbest bırakılıyor. (Yüzey sürtünmesizdir).

a) Blok denge noktasından ($x = 0$) geçerken hızı ne olur?

b) Aynı soruyu, sabit ve 4 N büyüklüğünde bir sürtünme kuvveti olması durumunda tekrar cevaplayınız.

$$a) W_{\text{yay}} = \frac{1}{2} k x_m^2 = \frac{1}{2} (1 \times 10^3) (-2 \times 10^{-2})^2 = 0.2 \text{ J}$$

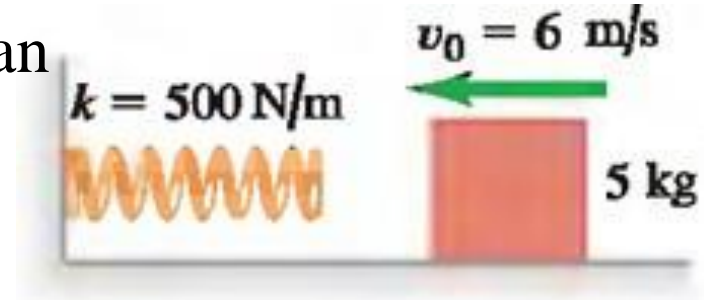
$$W_{\text{yay}} = \frac{1}{2} m v_s^2 - \cancel{\frac{1}{2} m v_i^2} \rightarrow v_s = \sqrt{\frac{2W_{\text{yay}}}{m}} = \sqrt{\frac{2(0.2)}{1.6}} = 0.5 \text{ m/s}$$

$$b) W_f = -f_k x_m = -4 (2 \times 10^{-2}) = -0.08 \text{ J} \text{ sürtünme kuvvetinin yaptığı iş.}$$

$$\Delta K = W_{\text{yay}} + W_f \rightarrow \frac{1}{2} m v_s^2 = 0.2 - 0.08 \rightarrow v_s = \sqrt{\frac{2 \cdot (0.12)}{1.6}} = 0.39 \text{ m/s}$$

Örnek : Kütlesi 5 kg olan bir blok sürtünmesiz

bir yüzeyde, yay sabiti $k = 500 \text{ N/m}$ olan yatay bir yaya $v_0 = 6 \text{ m/s}$ hızla çarpıyor ve yayı sıkıştırıyor.



a-) Yaydaki sıkışma ne kadardır?

b-) Yay en fazla 15 cm sıkışabiliyorsa, v_0 hızı en fazla ne olur?

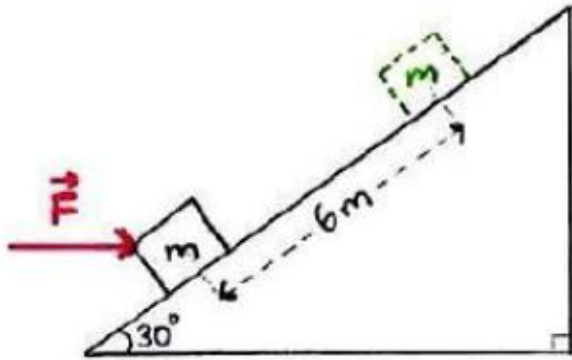
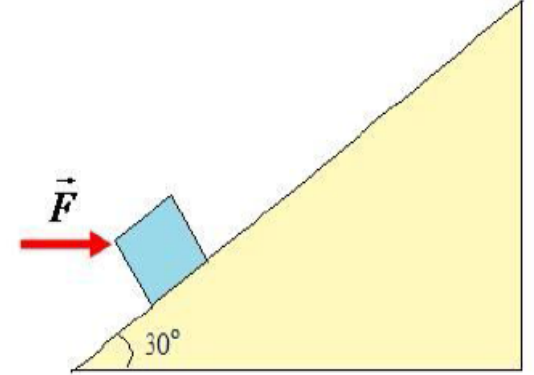
$$a) W_{\text{yay}} = \frac{1}{2} k x_i^2 - \frac{1}{2} k x_m^2 = \frac{1}{2} m v_s^2 - \frac{1}{2} m v_i^2$$

$$\frac{1}{2} k x_m^2 = \frac{1}{2} m v_i^2 \rightarrow x_m = \sqrt{\frac{m}{k}} v_i = \sqrt{\frac{5}{500}} \cdot (6) = 0,6 \text{ m}$$

$$b) x_m = \sqrt{\frac{m}{k}} v_i \rightarrow v_i = \sqrt{\frac{k}{m}} x_m = \sqrt{\frac{500}{5}} \cdot (0,15) = 1,5 \text{ m/s}$$

7) Kütlesi 50 kg olan bir bavul, Şekil 'de görüldüğü gibi, yatay doğrultuda uygulanmakta olan \vec{F} kuvveti ile 30° lik eğik düzlem boyunca yukarı doğru sabit hızla 6 m itiliyor. Eğik düzlem ile bavul arasındaki kinetik sürtünme katsayısı 0.2'dir.

- Uygulanan kuvvetin yaptığı işi,
- Sürtünme kuvvetinin yaptığı işi,
- Yerçekimi kuvveti tarafından yapılan işi,
- Eğik düzlemin yüzeyi tarafından bavula uygulanan normal kuvvetin yaptığı işi,
- Hareket süresince yapılan toplam işi hesaplayınız.

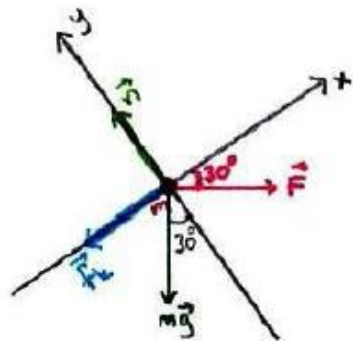


$$\Sigma \vec{F} = m\vec{a}$$

$$\Sigma \vec{F} = 0$$

$$(\vec{v} = \text{sabit} ; \vec{a} = 0)$$

a)

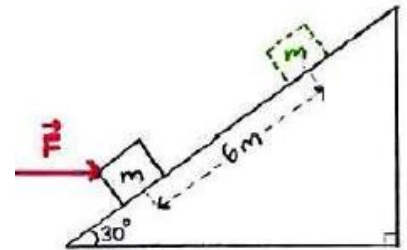
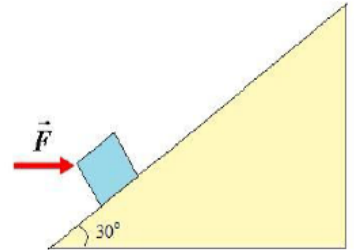


$$\Sigma F_x = F \cos 30^\circ - F_k - mg \sin 30^\circ = 0$$

$$F \cos 30^\circ - \mu_k n - mg \sin 30^\circ = 0 \quad (1)$$

$$\Sigma F_y = n - F \sin 30^\circ - mg \cos 30^\circ = 0$$

$$n = F \sin 30^\circ + mg \cos 30^\circ \quad (2)$$



(2), (1) de yerine konulursa;

$$F \cos 30^\circ - \mu_k (F \sin 30^\circ + mg \cos 30^\circ) - mg \sin 30^\circ = 0$$

$$F (\cos 30^\circ - \mu_k \sin 30^\circ) = mg (\sin 30^\circ + \mu_k \cos 30^\circ)$$

$$F = \frac{mg (\sin 30^\circ + \mu_k \cos 30^\circ)}{\cos 30^\circ - \mu_k \sin 30^\circ}$$

$$F = \frac{50 \cdot 10 (\sin 30^\circ + 0,2 \cos 30^\circ)}{\cos 30^\circ - 0,2 \cdot \sin 30^\circ}$$

$$F = 439,4 \text{ (N)}$$

$$W_F = \vec{F} \cdot \vec{d} = F d \cos 30^\circ = 439,4 \cdot 6 \cos 30^\circ$$

$$W_F = 2283,2 \text{ (J)}$$

$$\begin{aligned} m &= 50 \text{ kg} \\ \mu_k &= 0,2 \\ g &= 10 \text{ m/s}^2 \end{aligned}$$

$$b) W_{fk} = \vec{f}_k \cdot \vec{d} = f_k d \cos 180^\circ$$

$$W_{fk} = -\mu n d$$

$$(2) \rightarrow n = F \sin 30^\circ + mg \cos 30^\circ$$

$$W_{fk} = -\mu (F \sin 30^\circ + mg \cos 30^\circ) d$$

$$W_{fk} = -0,2 (439,4 \sin 30^\circ + 50 \cdot 10 \cdot \cos 30^\circ) \cdot 6$$

$$W_{fk} = -783,2 \text{ (J)}$$

$$c) W_g = m \vec{g} \cdot \vec{d} = mgd \cos 240^\circ$$

$$W_g = 50 \cdot 10 \cdot 6 \cdot \cos 240^\circ$$

$$W_g = -1500 \text{ (J)}$$

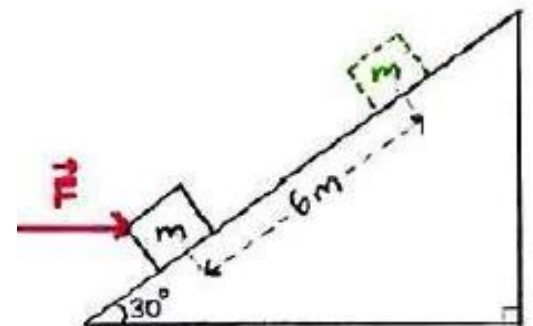
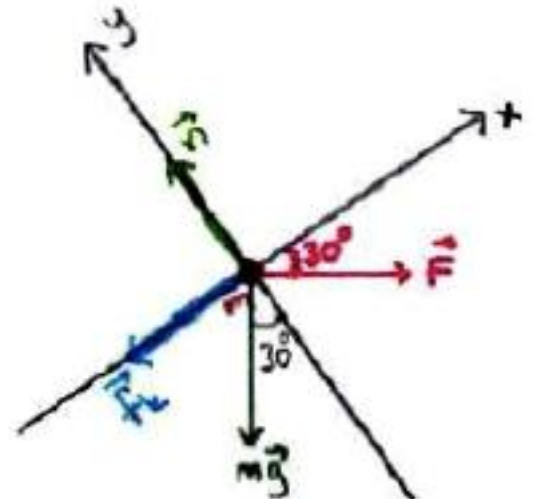
$$d) W_n = \vec{n} \cdot \vec{d} = nd \cos 90^\circ$$

$$W_n = 0$$

$$e) \Sigma W = W_F + W_{fk} + W_g + W_n$$

$$\Sigma W = 2283,2 - 783,2 - 1500 + 0$$

$$\Sigma W = 0$$



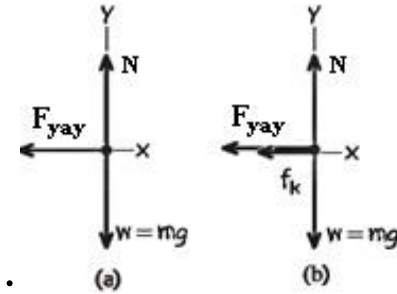
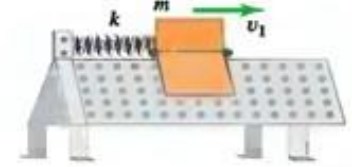
Örnek : Kütlesi 0.1 kg olan bir blok hava-rayı üzerinde yay sabiti $k = 20 \text{ N/m}$ olan yatay bir yaya bağlıdır. Blok denge noktasından sağa doğru 1.5 m/s hızla geçiyor.

a) Hava-rayı sürtünmesiz ise, blok ne kadar sağa gidebilir?

b) Hava-rayı sürtünmeli ise ($\mu_k = 0.47$), blok ne kadar sağa gidebilir?

$$a) \quad W_{\text{yay}} = \frac{1}{2} kx_i^2 - \frac{1}{2} kx_m^2 = \frac{1}{2} \cancel{mv_i^2} - \frac{1}{2} \cancel{mv_s^2}$$

$$\frac{1}{2} kx_m^2 = \frac{1}{2} mv_i^2 \rightarrow x_m = \sqrt{\frac{m}{k}} v_i = \sqrt{\frac{0,1}{20}} (1,5) = 0,106 \text{ m}$$



b) $W_f = -f_k x_m = -(\mu_k mg) x_m$ sürtünme kuvvetinin yaptığı iş.

$$\Delta K = W_{\text{yay}} + W_f \rightarrow -\frac{1}{2} mv_i^2 = -\frac{1}{2} kx_m^2 - \mu_k mg x_m \rightarrow \text{İş-kinetik enerji teorimi}$$

$$-\frac{1}{2} 0,1 \cdot (1,5)^2 = -\frac{1}{2} 20 \cdot x_m^2 - 0,47 \cdot 0,1 \cdot 9,8 x_m$$

$$10x_m^2 + 0,461x_m - 0,113 = 0 \rightarrow x_m = 0,086 \text{ m} = 8,6 \text{ cm}$$