

第四部分： 计算机基础

一、网络

1 UDP

1.1 面向报文

UDP 是一个面向报文（报文可以理解为一段段的数据）的协议。意思就是 UDP 只是报文的搬运工，不会对报文进行任何拆分和拼接操作

具体来说

- 在发送端，应用层将数据传递给传输层的 UDP 协议，UDP 只会给数据增加一个 UDP 头标识下是 UDP 协议，然后就传递给网络层了
- 在接收端，网络层将数据传递给传输层，UDP 只去除 IP 报文头就传递给应用层，不会任何拼接操作

1.2 不可靠性

- UDP 是无连接的，也就是说通信不需要建立和断开连接。
- UDP 也是不可靠的。协议收到什么数据就传递什么数据，并且也不会备份数据，对方能不能收到是不关心的
- UDP 没有拥塞控制，一直会以恒定的速度发送数据。即使网络条件不好，也不会对发送速率进行调整。这样实现的弊端就是在网络条件不好的情况下可能会导致丢包，但是优点也很明显，在某些实时性要求高的场景（比如电话会议）就需要使用 UDP 而不是 TCP

1.3 高效

- 因为 UDP 没有 TCP 那么复杂，需要保证数据不丢失且有序到达。所以 UDP 的头部开销小，只有八字节，相比 TCP 的至少二十字节要少得多，在传输数据报文时是很高效的

头部包含了以下几个数据

- 两个十六位的端口号，分别为源端口（可选字段）和目标端口 整个数据报文的长度

- 整个数据报文的检验和（IPv4 可选 字段），该字段用于发现头部信息和数据中的错误

1.4 传输方式

UDP 不止支持一对一的传输方式，同样支持一对多，多对多，多对一的方式，也就是说 UDP 提供了单播，多播，广播的功能

2 TCP

2.1 头部

TCP 头部比 UDP 头部复杂的多

对于 TCP 头部来说，以下几个字段是很重要的

- Sequence number，这个序号保证了 TCP 传输的报文都是有序的，对端可以通过序号顺序的拼接报文
- Acknowledgement Number，这个序号表示数据接收端期望接收的下一个字节的编号是多少，同时也表示上一个序号的数据已经收到
- Window Size，窗口大小，表示还能接收多少字节的数据，用于流量控制

标识符

- URG=1：该字段为一表示本数据报的数据部分包含紧急信息，是一个高优先级数据报文，此时紧急指针有效。紧急数据一定位于当前数据包数据部分的最前面，紧急指针标明了紧急数据的尾部。
- ACK=1：该字段为一表示确认号字段有效。此外，TCP 还规定在连接建立后传送的所有报文段都必须把 ACK 置为一 PSH=1：该字段为一表示接收端应该立即将数据 push 给应用层，而不是等到缓冲区满后再提交。
- RST=1：该字段为一表示当前 TCP 连接出现严重问题，可能需要重新建立 TCP 连接，也可以用于拒绝非法的报文段和拒绝连接请求。
- SYN=1：当 SYN=1，ACK=0 时，表示当前报文段是一个连接请求报文。当 SYN=1，ACK=1 时，表示当前报文段是一个同意建立连接的应答报文。
- FIN=1：该字段为一表示此报文段是一个释放连接的请求报文

2.2 状态机

HTTP 是无连接的，所以作为下层的 **TCP** 协议也是无连接的，虽然看似 **TCP** 将两端连接了起来，但是其实只是两端共同维护了一个状态

- **TCP** 的状态机是很复杂的，并且与建立断开连接时的握手息息相关，接下来就来详细描述下两种握手。
- 在这之前需要了解一个重要的性能指标 **RTT**。该指标表示发送端发送数据到接收到对端数据所需的往返时间

建立连接三次握手

- 在 **TCP** 协议中，主动发起请求的一端为客户端，被动连接的一端称为服务端。不管是客户端还是服务端，**TCP** 连接建立完后都能发送和接收数据，所以 **TCP** 也是一个全双工的协议。
- 起初，两端都为 **CLOSED** 状态。在通信开始前，双方都会创建 **TCB**。服务器创建完 **TCB** 后进入 **LISTEN** 状态，此时开始等待客户端发送数据

第一次握手

客户端向服务端发送连接请求报文段。该报文段中包含自身的数据通讯初始序号。请求发送后，客户端便进入 **SYN-SENT** 状态，**x** 表示客户端的数据通信初始序号。

第二次握手

服务端收到连接请求报文段后，如果同意连接，则会发送一个应答，该应答中也会包含自身的数据通讯初始序号，发送完成后便进入 **SYN-RECEIVED** 状态。

第三次握手

当客户端收到连接同意的应答后，还要向服务端发送一个确认报文。客户端发完这个报文段后便进入 **ESTABLISHED** 状态，服务端收到这个应答后也进入 **ESTABLISHED** 状态，此时连接建立成功。

- PS：第三次握手可以包含数据，通过 TCP 快速打开（TFO）技术。其实只要涉及到握手的协议，都可以使用类似 TFO 的方式，客户端和服务端存储相同 cookie，下次握手时发出 cookie 达到减少 RTT 的目的

你是否有疑惑明明两次握手就可以建立起连接，为什么还需要第三次应答？

- 因为这是为了防止失效的连接请求报文段被服务端接收，从而产生错误

可以想象如下场景。客户端发送了一个连接请求 A，但是因为网络原因造成了超时，这时 TCP 会启动超时重传的机制再次发送一个连接请求 B。此时请求顺利到达服务端，服务端应答完就建立了请求。如果连接请求 A 在两端关闭后终于抵达了服务端，那么这时服务端会认为客户端又需要建立 TCP 连接，从而应答了该请求并进入 ESTABLISHED 状态。此时客户端其实是 CLOSED 状态，那么就会导致服务端一直等待，造成资源的浪费

PS：在建立连接中，任意一端掉线，TCP 都会重发 SYN 包，一般会重试五次，在建立连接中可能会遇到 SYN FLOOD 攻击。遇到这种情况你可以选择调低重试次数或者干脆在不能处理的情况下拒绝请求

断开链接四次握手

TCP 是全双工的，在断开连接时两端都需要发送 FIN 和 ACK。

第一次握手

若客户端 A 认为数据发送完成，则它需要向服务端 B 发送连接释放请求。

第二次握手

B 收到连接释放请求后，会告诉应用层要释放 TCP 链接。然后会发送 ACK 包，并进入 CLOSE_WAIT 状态，表示 A 到 B 的连接已经释放，不接收 A 发的数据了。但是因为 TCP 连接时双向的，所以 B 仍旧可以发送数据给 A。

第三次握手

B 如果此时还有没发完的数据会继续发送， 完毕后会向 A 发送连接释放请求，然后 B 便进入 LAST-ACK 状态。

PS：通过延迟确认的技术（通常有时间限制， 否则对方会误认为需要重传），可以将第二次和第三次握手合并，延迟 ACK 包的发送。

第四次握手

- A 收到释放请求后， 向 B 发送确认应答，此时 A 进入 TIME-WAIT 状态。该状态会持续 2MSL（最大段生存期，指报文段在网络中生存的时间，超时会被抛弃）时间，若该时间段内没有 B 的重发请求的话，就进入 CLOSED 状态。当 B 收到确认应答后，也便进入 CLOSED 状态。

为什么 A 要进入 TIME-WAIT 状态， 等待 2MSL 时间后才进入 CLOSED 状态？

- 为了保证 B 能收到 A 的确认应答。若 A 发完确认应答后直接进入 CLOSED 状态， 如果确认应答因为网络问题一直没有到达，那么会造成 B 不能正常关闭

3 HTTP

HTTP 协议是个无状态协议，不会保存状态

3.1 Post 和 Get 的区别

- Get 请求能缓存， Post 不能
- Post 相对 Get 安全一点点， 因为 Get 请求都包含在 URL 里，且会被浏览器保存历史纪录， Post 不会，但是在抓包的情况下都是一样的。
- Post 可以通过 request body 来传输比 Get 更多的数据， Get 没有这个技术
- URL 有长度限制，会影响 Get 请求，但是这个长度限制是浏览器规定的，不是 RFC 规定的
- Post 支持更多的编码类型且不对数据类型限制

3.2 常见状态码

2XX 成功

- 200 OK，表示从客户端发来的请求在服务器端被正确处理

- 204 No content ，表示请求成功，但响应报文不含实体的主体部分
- 205 Reset Content ，表示请求成功，但响应报文不含实体的主体部分，但是与 204 响应不同在于要求请求方重置内容
- 206 Partial Content ，进行范围请求

3XX 重定向

- 301 moved permanently ，永久性重定向，表示资源已被分配了新的 URL
- 302 found ，临时性重定向，表示资源临时被分配了新的 URL
- 303 see other ，表示资源存在着另一个 URL，应使用 GET 方法丁香获取资源
- 304 not modified ，表示服务器允许访问资源，但因发生请求未满足条件的情况
- 307 temporary redirect ，临时重定向，和302含义类似，但是期望客户端保持请求方法不变向新的地址发出请求

4XX 客户端错误

- 400 bad request ，请求报文存在语法错误
- 401 unauthorized ，表示发送的请求需要有通过 HTTP 认证的认证信息
- 403 forbidden ，表示对请求资源的访问被服务器拒绝
- 404 not found ，表示在服务器上没有找到请求的资源

5XX 服务器错误

- 500 internal sever error ，表示服务器端在执行请求时发生了错误
- 501 Not Implemented ，表示服务器不支持当前请求所需要的某个功能
- 503 service unavailable ，表明服务器暂时处于超负载或正在停机维护，无法处理请求

3.3 HTTP 首部

通用字段	作用
Cache-Control	控制缓存的行为
Connection	浏览器想要优先使用的连接类型，比如 keep-alive
Date	创建报文时间
Pragma	报文指令
Via	代理服务器相关信息
Transfer-Encoding	传输编码方式

通用字段	作用
Upgrade	要求客户端升级协议
Warning	在内容中可能存在错误

请求字段	作用
Accept	能正确接收的媒体类型
Accept-Charset	能正确接收的字符集
Accept-Encoding	能正确接收的编码格式列表
Accept-Language	能正确接收的语言列表
Expect	期待服务端的指定行为
From	请求方邮箱地址
Host	服务器的域名
If-Match	两端资源标记比较
If-Modified-Since	本地资源未修改返回 304（比较时间）
If-None-Match	本地资源未修改返回 304（比较标记）
User-Agent	客户端信息
Max-Forwards	限制可被代理及网关转发的次数
Proxy-Authorization	向代理服务器发送验证信息
Range	请求某个内容的一部分
Referer	表示浏览器所访问的前一个页面
TE	传输编码方式

响应字段	作用
Accept-Ranges	是否支持某些种类的范围
Age	资源在代理缓存中存在的时间
ETag	资源标识

响应字段	作用
Location	客户端重定向到某个 URL
Proxy-Authenticate	向代理服务器发送验证信息
Server	服务器名字
WWW-Authenticate	获取资源需要的验证信息

实体字段	作用
Allow	资源的正确请求方式
Content-Encoding	内容的编码格式
Content-Language	内容使用的语言
Content-Length	request body 长度
Content-Location	返回数据的备用地址
Content-MD5	Base64 加密格式的内容 MD5 检验值
Content-Range	内容的位置范围
Content-Type	内容的媒体类型
Expires	内容的过期时间
Last_modified	内容的最后修改时间

4 DNS

DNS 的作用就是通过域名查询到具体的 IP。

- 因为 IP 存在数字和英文的组合（IPv6），很不利于人类记忆，所以就出现了域名。你可以把域名看成是某个 IP 的别名，DNS 就是去查询这个别名的真正名称是什么

在 TCP 握手之前就已经进行了 DNS 查询，这个查询是操作系统自己做的。
当你在浏览器中想访问 `www.google.com` 时，会进行一下操作

- 操作系统会首先在本地缓存中查询

没有的话会去系统配置的 DNS 服务器中查询

如果这时候还没得话，会直接去 DNS 根服务器查询，这一步查询会找出负责 com 这个一级域名的服务器

然后去该服务器查询 google 这个二级域名

接下来三级域名的查询其实是我们配置的，你可以给 www 这个域名配置一个 IP，然后还可以给别的三级域名配置一个 IP

以上介绍的是 DNS 迭代查询，还有种是递归查询，区别就是前者是由客户端去做请求，后者是由系统配置的 DNS 服务器做请求，得到结果后将数据返回给客户端。

二、数据结构

2.1 栈

概念

- 栈是一个线性结构，在计算机中是一个相当常见的数据结构。
- 栈的特点是只能在某一端添加或删除数据，遵循先进后出的原则

实现

每种数据结构都可以用很多种方式来实现，其实可以把栈看成是数组的一个子集，所以这里使用数组来实现

```
class Stack {  
  constructor() {  
    this.stack = []  
  }  
  push(item) {  
    this.stack.push(item)  
  }  
  pop() {  
    this.stack.pop()  
  }  
  peek() {  
    return this.stack[this.getCount() - 1]  
  }  
}
```

js

```
}  
getCount() {  
    return this.stack.length  
}  
isEmpty() {  
    return this.getCount() === 0  
}  
}
```

应用

匹配括号， 可以通过栈的特性来完成

```
var isValid = function (s) {  
    let map = {  
        '(': -1,  
        ')': 1,  
        '[': -2,  
        ']': 2,  
        '{': -3,  
        '}': 3  
    }  
    let stack = []  
    for (let i = 0; i < s.length; i++) {  
        if (map[s[i]] < 0) {  
            stack.push(s[i])  
        } else {  
            let last = stack.pop()  
            if (map[last] + map[s[i]] !== 0) return false  
        }  
    }  
    if (stack.length > 0) return false  
    return true  
};
```

js

2.2 队列

概念

队列一个线性结构，特点是在某一端添加数据，在另一端删除数据，遵循先进先出的原则

实现

这里会讲解两种实现队列的方式，分别是单链队列和循环队列

- 单链队列

```
class Queue {  
  constructor() {  
    this.queue = []  
  }  
  enqueue(item) {  
    this.queue.push(item)  
  }  
  dequeue() {  
    return this.queue.shift()  
  }  
  getHeader() {  
    return this.queue[0]  
  }  
  getLength() {  
    return this.queue.length  
  }  
  isEmpty() {  
    return this.getLength() === 0  
  }  
}
```

js

因为单链队列在出队操作的时候需要 $O(n)$ 的时间复杂度，所以引入了循环队列。循环队列的出队操作平均是 $O(1)$ 的时间复杂度

- 循环队列

```
class SqQueue {  
  constructor(length) {  
    this.queue = new Array(length + 1)  
    // 队头  
    this.first = 0  
    // 队尾  
    this.last = 0  
  }  
}
```

js

```
// 当前队列大小
this.size = 0
}
enqueue(item) {
  // 判断队尾 + 1 是否为队头
  // 如果是就代表需要扩容数组
  // % this.queue.length 是为了防止数组越界
  if (this.first === (this.last + 1) % this.queue.length) {
    this.resize(this.getLength() * 2 + 1)
  }
  this.queue[this.last] = item
  this.size++
  this.last = (this.last + 1) % this.queue.length
}
dequeue() {
  if (this.isEmpty()) {
    throw Error( 'Queue is empty')
  }
  let r = this.queue[this.first]
  this.queue[this.first] = null
  this.first = (this.first + 1) % this.queue.length
  this.size--
  // 判断当前队列大小是否过小
  // 为了保证不浪费空间, 在队列空间等于总长度四分之一时
  // 且不为 2 时缩小总长度为当前的一半
  if (this.size === this.getLength() / 4 && this.getLength() / 2 !== 0) {
    this.resize(this.getLength() / 2)
  }
  return r
}
getHeader() {
  if (this.isEmpty()) {
    throw Error( 'Queue is empty')
  }
  return this.queue[this.first]
}
getLength() {
  return this.queue.length - 1
}
isEmpty() {
  return this.first === this.last
}
resize(length) {
  let q = new Array(length)
  for (let i = 0; i < length; i++) {
    q[i] = this.queue[(i + this.first) % this.queue.length]
  }
}
```

```
    this.queue = q
    this.first = 0
    this.last = this.size
  }
}
```

2.3 链表

概念

链表是一个线性结构， 同时也是一个天然的递归结构。链表结构可以充分利用计算机内存空间， 实现灵活的内存动态管理。但是链表失去了数组随机读取的优点， 同时链表由于增加了结点的指针域， 空间开销比较大

实现

- 单向链表

```
class Node {
  constructor(v, next) {
    this.value = v
    this.next = next
  }
}

class LinkList {
  constructor() {
    // 链表长度
    this.size = 0
    // 虚拟头部
    this.dummyNode = new Node(null, null)
  }

  find(header, index, currentIndex) {
    if (index === currentIndex) return header
    return this.find(header.next, index, currentIndex + 1)
  }

  addNode(v, index) {
    this.checkIndex(index)
    // 当往链表末尾插入时， prev.next 为空
    // 其他情况时， 因为要插入节点，所以插入的节点
    // 的 next 应该是 prev.next
  }
}
```

js

```
// 然后设置 prev.next 为插入的节点
let prev = this.find(this.dummyNode, index, 0)
prev.next = new Node(v, prev.next)
this.size++
return prev.next
}
insertNode(v, index) {
    return this.addNode(v, index)
}
addToFirst(v) {
    return this.addNode(v, 0)
}
addToLast(v) {
    return this.addNode(v, this.size)
}
removeNode(index, isLast) {
    this.checkIndex(index)
    index = isLast ? index - 1 : index
    let prev = this.find(this.dummyNode, index, 0)
    let node = prev.next
    prev.next = node.next
    node.next = null
    this.size--
    return node
}
removeFirstNode() {
    return this.removeNode(0)
}
removeLastNode() {
    return this.removeNode(this.size, true)
}
checkIndex(index) {
    if (index < 0 || index > this.size) throw Error( 'Index error')
}
getNode(index) {
    this.checkIndex(index)
    if (this.isEmpty()) return
    return this.find(this.dummyNode, index, 0).next
}
isEmpty() {
    return this.size === 0
}
getSize() {
    return this.size
}
}
```

2.4 树

二叉树

- 树拥有很多种结构， 二叉树是树中最常用的结构， 同时也是一个天然的递归结构。
- 二叉树拥有一个根节点， 每个节点至多拥有两个子节点， 分别为：左节点和右节点。树的最底部节点称之为叶节点， 当一颗树的叶数量数量为满时， 该树可以称之为满二叉树

二分搜索树

- 二分搜索树也是二叉树， 拥有二叉树的特性。但是区别在于二分搜索树每个节点的值都比他的左子树的值大， 比右子树的值小
- 这种存储方式很适合于数据搜索。如下图所示， 当需要查找 6 的时候， 因为需要查找的值比根节点的值大， 所以只需要在根节点的右子树上寻找， 大大提高了搜索效率

• 实现

```
class Node {
    constructor(value) {
        this.value = value
        this.left = null
        this.right = null
    }
}

class BST {
    constructor() {
        this.root = null
        this.size = 0
    }
    getSize() {
        return this.size
    }
    isEmpty() {
        return this.size === 0
    }
    addNode(v) {
        this.root = this._addChild(this.root, v)
    }
}
```

```
// 添加节点时，需要比较添加的节点值和当前
// 节点值的大小
_addChild(node, v) {
  if (!node) {
    this.size++
    return new Node(v)
  }
  if (node.value > v) {
    node.left = this._addChild(node.left, v)
  } else if (node.value < v) {
    node.right = this._addChild(node.right, v)
  }
  return node
}
}
```

- 以上是最基本的二分搜索树实现，接下来实现树的遍历。

对于树的遍历来说，有三种遍历方法，分别是先序遍历、中序遍历、后序遍历。三种遍历的区别在于何时访问节点。在遍历树的过程中，每个节点都会遍历三次，分别是遍历到自己，遍历左子树和遍历右子树。如果只需要实现先序遍历，那么只需要第一次遍历到节点时进行操作即可

```
// 先序遍历可用于打印树的结构
// 先序遍历先访问根节点，然后访问左节点，最后访问右节点。
preTraversal() {
  this._pre(this.root)
}
_pre(node) {
  if (node) {
    console.log(node.value)
    this._pre(node.left)
    this._pre(node.right)
  }
}
// 中序遍历可用于排序
// 对于 BST 来说，中序遍历可以实现一次遍历就
// 得到有序的值
// 中序遍历表示先访问左节点，然后访问根节点，最后访问右节点。
midTraversal() {
  this._mid(this.root)
}
_mid(node) {
```

js


```

    if (node) {
        this._mid(node.left)
        console.log(node.value)
        this._mid(node.right)
    }
}
// 后序遍历可用于先操作子节点
// 再操作父节点的场景
// 后序遍历表示先访问左节点，然后访问右节点，最后访问根节点。
backTraversal() {
    this._back(this.root)
}
_back(node) {
    if (node) {
        this._back(node.left)
        this._back(node.right)
        console.log(node.value)
    }
}

```

以上的这几种遍历都可以称之为深度遍历，对应的还有种遍历叫做广度遍历，也就是一层层地遍历树。对于广度遍历来说，我们需要利用之前讲过的队列结构来完成

```

breadthTraversal() {
    if (!this.root) return null
    let q = new Queue()
    // 将根节点入队
    q.enqueue(this.root)
    // 循环判断队列是否为空，为空
    // 代表树遍历完毕
    while (!q.isEmpty()) {
        // 将队首出队，判断是否有左右子树
        // 有的话，就先左后右入队
        let n = q.dequeue()
        console.log(n.value)
        if (n.left) q.enqueue(n.left)
        if (n.right) q.enqueue(n.right)
    }
}

```

js

接下来先介绍如何在树中寻找最小值或最大数。因为二分搜索树的特性，所以最小值一定在根节点的最左边，最大值相反

js

```
getMin() {  
    return this._getMin(this.root).value  
}  
_getMin(node) {  
    if ( !node.left) return node  
    return this._getMin(node.left)  
}  
getMax() {  
    return this._getMax(this.root).value  
}  
_getMax(node) {  
    if ( !node.right) return node  
    return this._getMin(node.right)  
}
```

向上取整和向下取整，这两个操作是相反的，所以代码也是类似的，这里只介绍如何向下取整。既然是向下取整，那么根据二分搜索树的特性，值一定在根节点的左侧。只需要一直遍历左子树直到当前节点的值不再大于等于需要的值，然后判断节点是否还拥有右子树。如果有的话，继续上面的递归判断

js

```
floor(v) {  
    let node = this._floor(this.root, v)  
    return node ? node.value : null  
}  
_floor(node, v) {  
    if ( !node) return null  
    if (node.value === v) return v  
    // 如果当前节点值还比需要的值大，就继续递归  
    if (node.value > v) {  
        return this._floor(node.left, v)  
    }  
    // 判断当前节点是否拥有右子树  
    let right = this._floor(node.right, v)  
    if (right) return right  
    return node  
}
```

排名，这是用于获取给定值的排名或者排名第几的节点的值，这两个操作也是相反的，所以这个只介绍如何获取排名第几的节点的值。对于这个操作而言，我们需要略微的改造点代码，让每个节点拥有一个 size 属性。该属性表示该节点下有多少子节点（包含自身）

js

```
class Node {
  constructor(value) {
    this.value = value
    this.left = null
    this.right = null
    // 修改代码
    this.size = 1
  }
}
// 新增代码
_getSize(node) {
  return node ? node.size : 0
}
_addChild(node, v) {
  if (!node) {
    return new Node(v)
  }
  if (node.value > v) {
    // 修改代码
    node.size++
    node.left = this._addChild(node.left, v)
  } else if (node.value < v) {
    // 修改代码
    node.size++
    node.right = this._addChild(node.right, v)
  }
  return node
}
select(k) {
  let node = this._select(this.root, k)
  return node ? node.value : null
}
_select(node, k) {
  if (!node) return null
  // 先获取左子树下有几个节点
  let size = node.left ? node.left.size : 0
  // 判断 size 是否大于 k
  // 如果大于 k，代表所需要的节点在左节点
  if (size > k) return this._select(node.left, k)
  // 如果小于 k，代表所需要的节点在右节点
```

```
// 注意这里需要重新计算 k，减去根节点除了右子树的节点数量
if (size < k) return this._select(node.right, k - size - 1)
return node
}
```

接下来讲解的是二分搜索树中最难实现的部分：删除节点。因为对于删除节点来说，会存在以下几种情况

- 需要删除的节点没有子树
- 需要删除的节点只有一条子树
- 需要删除的节点有左右两条树
- 对于前两种情况很好解决，但是第三种情况就有难度了，所以先来实现相对简单的操作：删除最小节点，对于删除最小节点来说，是不存在第三种情况的，删除最大节点操作是和删除最小节点相反的，所以这里也就不再赘述

```
deleteMin() {
  this.root = this._deleteMin(this.root)
  console.log(this.root)
}
_deleteMin(node) {
  // 一直递归左子树
  // 如果左子树为空，就判断节点是否拥有右子树
  // 有右子树的话就把需要删除的节点替换为右子树
  if ((node !== null) & !node.left) return node.right
  node.left = this._deleteMin(node.left)
  // 最后需要重新维护下节点的 `size`
  node.size = this._getSize(node.left) + this._getSize(node.right) + 1
  return node
}
```

js

- 最后讲解的就是如何删除任意节点了。对于这个操作，T.Hibbard 在 1962 年提出了解决这个难题的办法，也就是如何解决第三种情况。
- 当遇到这种情况时，需要取出当前节点的后继节点（也就是当前节点右子树的最小节点）来替换需要删除的节点。然后将需要删除节点的左子树赋值给后继节点，右子树删除后继节点后赋值给他。
- 你如果对于这个解决办法有疑问的话，可以这样考虑。因为二分搜索树的特性，父节点一定比所有左子节点大，比所有右子节点小。那么当需要删除父节点时，势必需要拿出一个比父节点大的节点来替换父节点。这个节点肯定不存在于左子树，必然存在于右子树。然后又需要保持父节点都是比右子节点小的，那么就可以取出右子树中最小的那个节点来替换父节点

```

delete(v) {
  this.root = this._delete(this.root, v)
}
_delete(node, v) {
  if ( !node) return null
  // 寻找的节点比当前节点小，去左子树找
  if (node.value < v) {
    node.right = this._delete(node.right, v)
  } else if (node.value > v) {
    // 寻找的节点比当前节点大，去右子树找
    node.left = this._delete(node.left, v)
  } else {
    // 进入这个条件说明已经找到节点
    // 先判断节点是否拥有左右子树中的一个
    // 是的话，将子树返回出去，这里和 `_deleteMin` 的操作一样
    if ( !node.left) return node.right
    if ( !node.right) return node.left
    // 进入这里，代表节点拥有左右子树
    // 先取出当前节点的后继结点，也就是取当前节点右子树的最小值
    let min = this._getMin(node.right)
    // 取出最小值后，删除最小值
    // 然后把删除节点后的子树赋值给最小值节点
    min.right = this._deleteMin(node.right)
    // 左子树不动
    min.left = node.left
    node = min
  }
  // 维护 size
  node.size = this._getSize(node.left) + this._getSize(node.right) + 1
  return node
}

```

2.5 堆

概念

- 堆通常是一个可以被看做一棵树的数组对象。
- 堆的实现通过构造二叉堆，实为二叉树的一种。这种数据结构具有以下性质。
- 任意节点小于（或大于）它的所有子节点 堆总是一棵完全树。即除了最底层，其他层的节点都被元素填满，且最底层从左到右填入。
- 将根节点最大的堆叫做最大堆或大根堆，根节点最小的堆叫做最小堆或小根堆。
- 优先队列也完全可以用堆来实现，操作是一模一样的。

实现大根堆

堆的每个节点的左边子节点索引是 $i * 2 + 1$ ，右边是 $i * 2 + 2$ ，父节点是 $(i - 1) / 2$ 。

- 堆有两个核心的操作，分别是 `shiftUp` 和 `shiftDown`。前者用于添加元素，后者用于删除根节点。
- `shiftUp` 的核心思路是一路将节点与父节点对比大小，如果比父节点大，就和父节点交换位置。
- `shiftDown` 的核心思路是先将根节点和末尾交换位置，然后移除末尾元素。接下来循环判断父节点和两个子节点的大小，如果子节点大，就把最大的子节点和父节点交换

```
class MaxHeap {  
  constructor() {  
    this.heap = []  
  }  
  size() {  
    return this.heap.length  
  }  
  empty() {  
    return this.size() == 0  
  }  
  add(item) {  
    this.heap.push(item)  
    this._shiftUp(this.size() - 1)  
  }  
  removeMax() {  
    this._shiftDown(0)  
  }  
  getParentIndex(k) {  
    return parseInt((k - 1) / 2)  
  }  
  getLeftIndex(k) {  
    return k * 2 + 1  
  }  
  _shiftUp(k) {  
    // 如果当前节点比父节点大，就交换  
    while (this.heap[k] > this.heap[this.getParentIndex(k)]) {  
      this._swap(k, this.getParentIndex(k))  
      // 将索引变成父节点  
      k = this.getParentIndex(k)  
    }  
  }  
}
```

```
    }  
  }  
  _shiftDown(k) {  
    // 交换首位并删除末尾  
    this._swap(k, this.size() - 1)  
    this.heap.splice(this.size() - 1, 1)  
    // 判断节点是否有左孩子， 因为二叉堆的特性，有右必有左  
    while (this.getLeftIndex(k) < this.size()) {  
      let j = this.getLeftIndex(k)  
      // 判断是否有右孩子， 并且右孩子是否大于左孩子  
      if (j + 1 < this.size() && this.heap[j + 1] > this.heap[j]) j++  
      // 判断父节点是否已经比子节点都大  
      if (this.heap[k] >= this.heap[j]) break  
      this._swap(k, j)  
      k = j  
    }  
  }  
  _swap(left, right) {  
    let rightValue = this.heap[right]  
    this.heap[right] = this.heap[left]  
    this.heap[left] = rightValue  
  }  
}
```

三、算法

3.1 时间复杂度

- 通常使用最差的时间复杂度来衡量一个算法的好坏。
- 常数时间 $O(1)$ 代表这个操作和数据量没关系， 是一个固定时间的操作， 比如说四则运算。
- 对于一个算法来说， 可能会计算出如下操作次数 $aN + 1$ ， N 代表数据量。那么该算法的时间复杂度就是 $O(N)$ 。因为我们在计算时间复杂度的时候，数据量通常是非常大的， 这时候低阶项和常数项可以忽略不计。
- 当然可能会出现两个算法都是 $O(N)$ 的时间复杂度，那么对比两个算法的好坏就要通过对比低阶项和常数项了

3.2 位运算

- 位运算在算法中很有用， 速度可以比四则运算快很多。
- 在学习位运算之前应该知道十进制如何转二进制， 二进制如何转十进制。这里说明下简单的计算方式

- 十进制 33 可以看成是 $32 + 1$, 并且 33 应该是六位二进制的 (因为 33 近似 32 , 而 32 是 2 的五次方, 所以是六位), 那么十进制 33 就是 100001 , 只要是 2 的次方, 那么就是 1 否则都为 0 那么二进制 100001 同理, 首位是 2^5 , 末位是 2^0 , 相加得出 33

左移 <<

```
10 << 1 // -> 20
```

左移就是将二进制全部往左移动, 10 在二进制中表示为 1010 , 左移一位后变成 10100 , 转换为十进制也就是 20 , 所以基本可以把左移看成以下公式 $a * (2 \wedge b)$

算数右移 >>

```
10 >> 1 // -> 5
```

- 算数右移就是将二进制全部往右移动并去除多余的右边, 10 在二进制中表示为 1010 , 右移一位后变成 101 , 转换为十进制也就是 5 , 所以基本可以把右移看成以下公式 $\text{int } v = a / (2 \wedge b)$
- 右移很好用, 比如可以用在二分算法中取中间值

```
13 >> 1 // -> 6
```

按位操作

- 按位与

每一位都为 1, 结果才为 1

```
8 & 7 // -> 0  
// 1000 & 0111 -> 0000 -> 0
```

- 按位或

其中一位为 1， 结果就是 1

```
8 | 7 // -> 15
// 1000 | 0111 -> 1111 -> 15
```

▪ 按位异或

每一位都不同， 结果才为 1

```
8 ^ 7 // -> 15
8 ^ 8 // -> 0
// 1000 ^ 0111 -> 1111 -> 15
// 1000 ^ 1000 -> 0000 -> 0
```

面试题：两个数不使用四则运算得出和

这道题中可以按位异或， 因为按位异或就是不进位加法， $8 \wedge 8 = 0$ 如果进位了， 就是 16 了， 所以我们只需要将两个数进行异或操作， 然后进位。 那么也就是说两个二进制都是 1 的位置， 左边应该有一个进位 1， 所以可以得出以下公式 $a + b = (a \wedge b) + ((a \& b) \ll 1)$ ， 然后通过迭代的方式模拟加法

```
function sum(a, b) {
  if (a == 0) return b
  if (b == 0) return a
  let newA = a ^ b
  let newB = (a & b) << 1
  return sum(newA, newB)
}
```

js

3.3 排序

冒泡排序

冒泡排序的原理如下，从第一个元素开始，把当前元素和下一个索引元素进行比较。如果当前元素大，那么就交换位置，重复操作直到比较到最后一个元素，那么此时最后一个元素就是该数组中最大的数。下一轮重复以上操作，但是此时最后一个元素已经是最大数了，所以不需要再比较最后一个元素，只需要比较到 `length - 1` 的位置

以下是实现该算法的代码

```
function bubble(array) {  
  checkArray(array);  
  for (let i = array.length - 1; i > 0; i--) {  
    // 从 0 到 `length - 1` 遍历  
    for (let j = 0; j < i; j++) {  
      if (array[j] > array[j + 1]) swap(array, j, j + 1)  
    }  
  }  
  return array;  
}
```

js

该算法的操作次数是一个等差数列 $n + (n - 1) + (n - 2) + 1$ ，去掉常数项以后得出时间复杂度是 $O(n * n)$

插入排序

入排序的原理如下。第一个元素默认是已排序元素，取出下一个元素和当前元素比较，如果当前元素大就交换位置。那么此时第一个元素就是当前的最小数，所以下次取出操作从第三个元素开始，向前对比，重复之前的操作

以下是实现该算法的代码

```
function insertion(array) {  
  checkArray(array);  
  for (let i = 1; i < array.length; i++) {
```

js

```
for (let j = i - 1; j >= 0 && array[j] > array[j + 1]; j--)  
    swap(array, j, j + 1);  
}  
return array;  
}
```

该算法的操作次数是一个等差数列 $n + (n - 1) + (n - 2) + 1$ ，去掉常数项以后得出时间复杂度是 $O(n * n)$

选择排序

选择排序的原理如下。遍历数组，设置最小值的索引为 0，如果取出的值比当前最小值小，就替换最小值索引，遍历完成后，将第一个元素和最小值索引上的值交换。如上操作后，第一个元素就是数组中的最小值，下次遍历就可以从索引 1 开始重复上述操作

以下是实现该算法的代码

```
function selection(array) {  
    checkArray(array);  
    for (let i = 0; i < array.length - 1; i++) {  
        let minIndex = i;  
        for (let j = i + 1; j < array.length; j++) {  
            minIndex = array[j] < array[minIndex] ? j : minIndex;  
        }  
        swap(array, i, minIndex);  
    }  
    return array;  
}
```

js

该算法的操作次数是一个等差数列 $n + (n - 1) + (n - 2) + 1$ ，去掉常数项以后得出时间复杂度是 $O(n * n)$

归并排序

归并排序的原理如下。递归的将数组两两分开直到最多包含两个元素，然后将数组排序合并，最终合并为排序好的数组。假设我有一组数组 `[3, 1, 2, 8, 9, 7, 6]`，中间数索引是 3，先排序数组 `[3, 1, 2, 8]`。在这个左边数组上，继续拆分直到变成数组包含两个元素（如果数组长度是奇数的话，会有一个拆分数组只包含一个元素）。然后排序数组 `[3, 1]` 和 `[2, 8]`，然后再排序数组 `[1, 3, 2, 8]`，这样左边数组就排序完成，然后按照以上思路排序右边数组，最后将数组 `[1, 2, 3, 8]` 和 `[6, 7, 9]` 排序

以下是实现该算法的代码

```
function sort(array) {  
  checkArray(array);  
  mergeSort(array, 0, array.length - 1);  
  return array;  
}  
  
function mergeSort(array, left, right) {  
  // 左右索引相同说明已经只有一个数  
  if (left === right) return;  
  // 等同于 `left + (right - left) / 2`  
  // 相比 `(left + right) / 2` 来说更加安全，不会溢出  
  // 使用位运算是因为位运算比四则运算快  
  let mid = parseInt(left + ((right - left) >> 1));  
  mergeSort(array, left, mid);  
  mergeSort(array, mid + 1, right);  
  
  let help = [];  
  let i = 0;  
  let p1 = left;  
  let p2 = mid + 1;  
  while (p1 <= mid && p2 <= right) {  
    help[i++] = array[p1] < array[p2] ? array[p1++] : array[p2++];  
  }  
  while (p1 <= mid) {  
    help[i++] = array[p1++];  
  }  
  while (p2 <= right) {  
    help[i++] = array[p2++];  
  }  
  for (let i = 0; i < help.length; i++) {  
    array[left + i] = help[i];  
  }  
}
```

js

```
}  
return array;  
}
```

以上算法使用了递归的思想。递归的本质就是压栈，每递归执行一次函数，就将该函数的信息（比如参数，内部的变量，执行到的行数）压栈，直到遇到终止条件，然后出栈并继续执行函数。对于以上递归函数的调用轨迹如下

```
mergeSort(data, 0, 6) // mid = 3  
  mergeSort(data, 0, 3) // mid = 1  
    mergeSort(data, 0, 1) // mid = 0  
      mergeSort(data, 0, 0) // 遇到终止，回退到上一步  
    mergeSort(data, 1, 1) // 遇到终止，回退到上一步  
  // 排序 p1 = 0, p2 = mid + 1 = 1  
  // 回退到 `mergeSort(data, 0, 3)` 执行下一个递归  
mergeSort(2, 3) // mid = 2  
  mergeSort(3, 3) // 遇到终止，回退到上一步  
// 排序 p1 = 2, p2 = mid + 1 = 3  
// 回退到 `mergeSort(data, 0, 3)` 执行合并逻辑  
// 排序 p1 = 0, p2 = mid + 1 = 2  
// 执行完毕回退  
// 左边数组排序完毕，右边也是如上轨迹
```

该算法的操作次数是可以这样计算：递归了两次，每次数据量是数组的一半，并且最后把整个数组迭代了一次，所以得出表达式 $2T(N/2) + T(N)$

（ T 代表时间， N 代表数据量）。根据该表达式可以套用该公式得出时间复杂度为 $O(N * \log N)$

快排

快排的原理如下。随机选取一个数组中的值作为基准值，从左至右取值与基准值对比大小。比基准值小的放数组左边，大的放右边，对比完成后将基准值和第一个比基准值大的值交换位置。然后将数组以基准值的位置分为两部分，继续递归以上操作。

以下是实现该算法的代码

```
function sort(array) {
  checkArray(array);
  quickSort(array, 0, array.length - 1);
  return array;
}

function quickSort(array, left, right) {
  if (left < right) {
    swap(array, , right)
    // 随机取值，然后和末尾交换，这样做比固定取一个位置的复杂度略低
    let indexs = part(array, parseInt(Math.random() * (right - left + 1)) +
    quickSort(array, left, indexs [0]);
    quickSort(array, indexs [1] + 1, right);
  }
}

function part(array, left, right) {
  let less = left - 1;
  let more = right;
  while (left < more) {
    if (array[left] < array[right]) {
      // 当前值比基准值小，`less` 和 `left` 都加一
      ++less;
      ++left;
    } else if (array[left] > array[right]) {
      // 当前值比基准值大，将当前值和右边的值交换
      // 并且不改变 `left`，因为当前换过来的值还没有判断过大小
      swap(array, --more, left);
    } else {
      // 和基准值相同，只移动下标
      left++;
    }
  }
  // 将基准值和比基准值大的第一个值交换位置
  // 这样数组就变成 `[比基准值小，基准值，比基准值大]`
  swap(array, right, more);
  return [less, more];
}
```

该算法的复杂度和归并排序是相同的，但是额外空间复杂度比归并排序少，只需 $O(\log N)$ ，并且相比归并排序来说，所需的常数时间也更少

Sort Colors: 该题目来自 LeetCode, 题目需要我们将 `[2,0,2,1,1,0]` 排序成 `[0,0,1,1,2,2]`, 这个问题就可以使用三路快排的思想

js

```
var sortColors = function(nums) {  
    let left = -1;  
    let right = nums.length;  
    let i = 0;  
    // 下标如果遇到 right, 说明已经排序完成  
    while (i < right) {  
        if (nums[i] == 0) {  
            swap(nums, i++, ++left);  
        } else if (nums[i] == 1) {  
            i++;  
        } else {  
            swap(nums, i, --right);  
        }  
    }  
};
```

3.4 链表

反转单向链表

该题目来自 LeetCode, 题目需要将一个单向链表反转。思路很简单, 使用三个变量分别表示当前节点和当前节点的前后节点, 虽然这题很简单, 但是却是一道面试常考题

js

```
var reverseList = function(head) {  
    // 判断下变量边界问题  
    if (!head || !head.next) return head  
    // 初始设置为空, 因为第一个节点反转后就是尾部, 尾部节点指向 null  
    let pre = null  
    let current = head  
    let next  
    // 判断当前节点是否为空  
    // 不为空就先获取当前节点的下一节点  
    // 然后把当前节点的 next 设为上一个节点  
    // 然后把 current 设为下一个节点, pre 设为当前节点  
    while(current) {  
        next = current.next  
        current.next = pre  
        pre = current  
        current = next  
    }  
    return pre  
};
```

```
        pre = current
        current = next
    }
    return pre
};
```

3.5 树

二叉树的先序， 中序， 后序遍历

- 先序遍历表示先访问根节点， 然后访问左节点， 最后访问右节点。
- 中序遍历表示先访问左节点， 然后访问根节点， 最后访问右节点。
- 后序遍历表示先访问左节点， 然后访问右节点， 最后访问根节点

递归实现

递归实现相当简单， 代码如下

```
function TreeNode(val) {
    this.val = val;
    this.left = this.right = null;
}
var traversal = function(root) {
    if (root) {
        // 先序
        console.log(root);
        traversal(root.left);
        // 中序
        // console.log(root);
        traversal(root.right);
        // 后序
        // console.log(root);
    }
};
```

js

对于递归的实现来说， 只需要理解每个节点都会被访问三次就明白为什么这样实现了

非递归实现

非递归实现使用了栈的结构， 通过栈的先进后出模拟递归实现。

以下是先序遍历代码实现

```
function pre(root) {  
  if (root) {  
    let stack = [];  
    // 先将根节点 push  
    stack.push(root);  
    // 判断栈中是否为空  
    while (stack.length > 0) {  
      // 弹出栈顶元素  
      root = stack.pop();  
      console.log(root);  
      // 因为先序遍历是先左后右，栈是先进后出结构  
      // 所以先 push 右边再 push 左边  
      if (root.right) {  
        stack.push(root.right);  
      }  
      if (root.left) {  
        stack.push(root.left);  
      }  
    }  
  }  
}
```

js

以下是中序遍历代码实现

```
function mid(root) {  
  if (root) {  
    let stack = [];  
    // 中序遍历是先左再根最后右  
    // 所以首先应该先把最左边节点遍历到底依次 push 进栈  
    // 当左边没有节点时，就打印栈顶元素，然后寻找右节点  
    // 对于最左边的叶节点来说，可以把它看成是两个 null 节点的父节点  
    // 左边打印不出东西就把父节点拿出来打印，然后再看右节点  
    while (stack.length > 0 || root) {  
      if (root) {  
        stack.push(root);  
        root = root.left;  
      } else {  
        root = stack.pop();  
        console.log(root);  
        root = root.right;  
      }  
    }  
  }  
}
```

js

```
}  
}
```

以下是后序遍历代码实现，该代码使用了两个栈来实现遍历，相比一个栈的遍历来说要容易理解很多

```
function pos(root) {  
  if (root) {  
    let stack1 = [];  
    let stack2 = [];  
    // 后序遍历是先左再右最后根  
    // 所以对于一个栈来说，应该先 push 根节点  
    // 然后 push 右节点，最后 push 左节点  
    stack1.push(root);  
    while (stack1.length > 0) {  
      root = stack1.pop();  
      stack2.push(root);  
      if (root.left) {  
        stack1.push(root.left);  
      }  
      if (root.right) {  
        stack1.push(root.right);  
      }  
    }  
    while (stack2.length > 0) {  
      console.log(s2.pop());  
    }  
  }  
}
```

js

中序遍历的前驱后继节点

实现这个算法的前提是节点有一个 `parent` 的指针指向父节点，根节点指向 `null`

如图所示，该树的中序遍历结果是 4, 2, 5, 1, 6, 3, 7

前驱节点

对于节点 2 来说，他的前驱节点就是 4，按照中序遍历原则，可以得出以下结论

- 如果选取的节点的左节点不为空，就找该左节点最右的节点。对于节点 1 来说，他有左节点 2，那么节点 2 的最右节点就是 5
- 如果左节点为空，且目标节点是父节点的右节点，那么前驱节点为父节点。对于节点 5 来说，没有左节点，且是节点 2 的右节点，所以节点 2 是前驱节点
- 如果左节点为空，且目标节点是父节点的左节点，向上寻找到第一个是父节点的右节点的节点。对于节点 6 来说，没有左节点，且是节点 3 的左节点，所以向上寻找到节点 1，发现节点 3 是节点 1 的右节点，所以节点 1 是节点 6 的前驱节点

以下是算法实现

```
function predecessor( node)  {  
    if ( !node) return  
    // 结论 1  
    if (node.left) {  
        return getRight(node.left)  
    } else {  
        let parent = node.parent  
        // 结论 2 3 的判断  
        while(parent && parent.right === node) {  
            node = parent  
            parent = node.parent  
        }  
        return parent  
    }  
}  
  
function getRight(node) {  
    if ( !node) return  
    node = node.right  
    while(node) node = node.right  
    return node  
}
```

后继节点

对于节点 2 来说，他的后继节点就是 5，按照中序遍历原则，可以得出以下结论

- 如果有右节点，就找到该右节点的最左节点。对于节点 1 来说，他有右节点 3，那么节点 3 的最左节点就是 6
- 如果没有右节点，就向上遍历直到找到一个节点是父节点的左节点。对于节点 5 来说，没有右节点，就向上寻找到节点 2，该节点是父节点 1 的左节点，所以节点 1 是后继节点 以下是算法实现

```
function successor(node) {
  if (!node) return
  // 结论 1
  if (node.right) {
    return getLeft(node.right)
  } else {
    // 结论 2
    let parent = node.parent
    // 判断 parent 为空
    while(parent && parent.left === node) {
      node = parent
      parent = node.parent
    }
    return parent
  }
}

function getLeft(node) {
  if (!node) return
  node = node.left
  while(node) node = node.left
  return node
}
```

js

树的深度

树的最大深度：该题目来自 Leetcode，题目要求出一颗二叉树的最大深度

以下是算法实现

```
var maxDepth = function(root) {
  if (!root) return 0
  return Math.max(maxDepth(root.left), maxDepth(root.right)) + 1
};
```

js

对于该递归函数可以这样理解：一旦没有找到节点就会返回 0，每弹出一次递归函数就会加一， 树有三层就会得到3