

实验报告：金属杨氏模量的测量

郑志恒 2300012559

2024 年 12 月 2 日

1 CCD 成像法测量金属丝的杨氏模量

1.1 实验设备

测定杨氏模量专用支架：支架和金属丝，金属丝下端连接一小圆柱，圆柱中部方形窗中有细横丝供读数用；

显微镜：总放大率 25 倍，目镜距 10mm，目镜前分划板刻度范围 0 至 6.5mm，分度值 0.05mm，允差 0.005mm；每隔 1mm 刻一数字；

CCD 成像系统：CCD 摄像机，监视器；

米尺：带有卡口，分度值：1mm，允差：0.15mm

螺旋测径器：量程：0 25mm，分度值：0.01mm，允差：0.004mm

电子天平：分度值 0.01g，允差：0.02g

1.2 实验原理

根据胡克定理，材料在弹性限度内，正应力的 σ 与应变 ϵ 成正比，即

$$\sigma = E\epsilon$$

E 称为弹性模量，又称杨氏模量，其单位为 Pa。对于长为 L 、截面积为 S 的均匀金属丝或棒，在沿长度方向的外力 F 作用下伸长 δL ，有 $\sigma = F/S = \delta L/L$ ，则有

$$E = \frac{FL}{S\delta L}$$

利用此式测定杨氏模量的方法称为伸长法，

1.3 实验过程

1. 调节仪器

- 调支架铅直，调小圆柱两侧小螺丝，限制小圆柱转动，并使金属丝下端的小圆柱与钳形平台间无摩擦地上下移动。
- 先调显微镜目镜，用眼睛看到清晰的分划板像，再调物镜对小圆柱中部方形窗内细横刻线聚焦。
- 连接 CCD 和监视器，打开监视器，仔细调节 CCD 位置及镜头光圈的焦距，直到在监视器屏幕上看到清晰的像。

2. 观测金属丝受外力拉伸后的伸长变化

称量 9 个砝码的质量。在砝码托盘上逐次加砝码，金属丝伸长后，对应的读数 $r(i=0,1,2,\dots,8,9)$ 。再将所加砝码逐个减去，记下对应的读数 $r'(i=0, 1,2,\dots,8,9)$

3. 测量金属丝 L (一次测量) 和金属丝直径 d (测 10 次)

用米尺测量金属丝可伸长部分 (两固定点之间) 的长度，用螺旋测微器测量金属丝不同位置的直径，测量 10 次。

1.4 数据记录

i	m_i/g	r_{i1}/mm	r_{i2}/mm	\bar{r}/mm	$\delta L/mm$
0	0	2.33	2.33	2.33	/
1	199.52	2.47	2.50	2.485	/
2	399.30	2.62	2.64	2.63	/
3	599.17	2.75	2.77	2.76	/
4	799.16	2.87	2.89	2.88	/
5	999.12	3.00	3.03	3.015	0.775
6	1198.92	3.11	3.13	3.12	0.635
7	1398.84	3.25	3.26	3.255	0.625
8	1598.57	3.36	3.37	3.365	0.605
9	1798.46	3.50	3.50	3.50	0.620

1.4.1 逐差法处理数据

(因为不同砝码的质量略有不同，因此这里使用逐差法先求出每一个 δL 对应的 $\delta L/\Delta m$ ，再求平均) 利用上表的 δL 算出 $\frac{\Delta L}{\Delta m}$ 的平均值有

$$\frac{\Delta L}{\Delta m} = 0.00064298mm/g$$

测量十次金属丝直径有：

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$d(cm)$	0.033	0.032	0.032	0.032	0.032	0.033	0.032	0.032	0.032	0.032

得到金属丝直径 $d = 0.032cm$ ，单次测量得到金属丝长度为 $L = 78.1cm$ ，代入公式计算得到：

$$E = \frac{4\delta mgL}{\pi d^2 \delta L} = 1.48 \times 10^{11} Pa$$

不确定度分析：

$$\sigma_{re} = 0.005/\sqrt{3}mm$$

逐差法得到系统误差有：

$$\sigma_{\delta La} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^5 (\delta L - \bar{\delta L})^2}{5 \times 4}} = 0.031mm$$

故有：

$$\sigma_{\delta L} = \sqrt{\sigma_{La}^2 + 2\sigma_{re}^2} = 0.031mm$$

$$\sigma_{\delta m} = \sqrt{2} \times 0.02g/\sqrt{3}$$

$$\sigma_d = \sqrt{(0.1 \times \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{10} (d - \bar{d})^2}{10 \times 9}})^2 + (\sigma_{de}/\sqrt{3})^2} = 0.0023mm$$

$$\sigma_L = 1/\sqrt{3}mm$$

故有总的不确定度：

$$\sigma_E = 4.3 \times 10^9 Pa$$

综上逐差法处理结果为：

$$E = (1.48 \pm 0.043) \times 10^{11} Pa$$

1.4.2 最小二乘法处理数据

得到 $\Delta L - \Delta m$ 直线有：

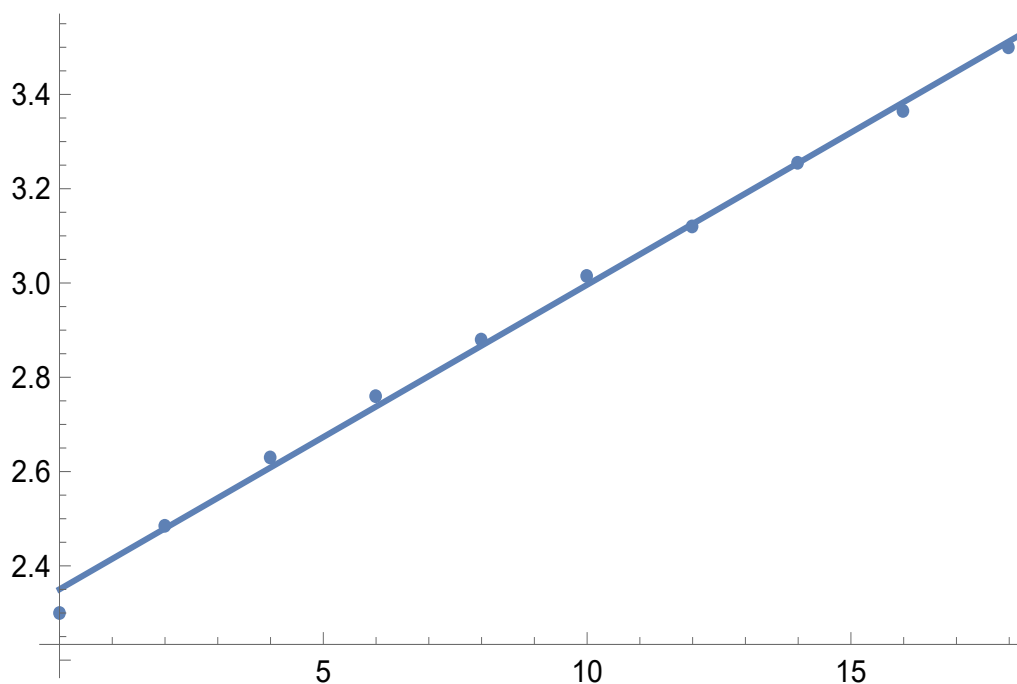


图 1: fig1

斜率的计算：

$$k = \frac{\sum_{i=1}^{10} (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^{10} (x_i - \bar{x})^2} = 0.064(mm/kg), r = 0.998333$$

斜率的不确定度：

$$\sigma_k = \sqrt{(k \times \sqrt{\frac{1/r^2 - 1}{8}})^2 + (0.005/\sqrt{3})^2} = 0.0032mm/kg$$

其它不确定度同前，故有总的不确定度：

$$\sigma_E = 7.7 \times 10^9 Pa$$

综上，最小二乘法的处理结果为：

$$E = (1.48 \pm 0.077) \times 10^{11} Pa$$

2 光杠杆法测杨氏模量

2.1 实验过程

i. 调整光杠杆系统：

将光杠杆后足尖放在夹紧钢丝的夹具的小圆平台上，以确保钢丝因受力伸长时，光杠杆平面镜倾斜；调整望远镜，调节目镜，使叉丝位于目镜的焦平面上，调整望远镜上下、左右、前后及物镜焦距，直到在望远镜中能看到清晰的直尺像。

ii. 加砝码和记录数据：

在钢丝下逐个加砝码，每加一个砝码，记下相应的直尺刻度值。再逐个减砝码，每减一个砝码，记下相应的直尺刻度值。

测量其它数据：

根据原理公式，还需要测量金属丝长度 L ，光杠杆系统到平面镜距离 R ，光杠杆系统的径向长度 D ，金属丝的直径 d

2.2 数据处理

原理公式：

$$E = \frac{8FLR}{\pi d^2 D \Delta L}$$

实验数据如下：

i	m_i/g	r_{i1}/cm	r_{i2}/cm	\bar{r}/cm
0	0	4.32	4.30	4.31
1	199.52	3.98	4.00	3.99
2	399.30	3.66	3.65	3.655
3	599.17	3.38	3.35	3.565
4	799.16	3.06	3.00	3.03
5	999.12	2.70	2.65	2.68
6	1198.92	2.35	2.35	2.35
7	1398.84	2.04	2.02	2.03
8	1598.57	1.72	1.74	1.73
9	1798.46	1.39	1.39	1.39

得到

$$\overline{(\Delta L/F)} = 0.001657m/N$$

测得其它数据有：

$$L = 78.1cm$$

$$R = 139.5cm$$

$$D = 9.5cm$$

$$d = 0.032cm$$

根据公式有：

$$E = 1.72 \times 10^{11} Pa$$

3 梁的弯曲测杨氏模量

3.1 实验过程

- i. 将待测金属梁放置在两个刀刃上，并在梁的中点悬挂砝码，记录梁的弯曲程度。
- ii. 使用读数显微镜测量微小位移，逐渐增加砝码，记录每次增加砝码后梁的弯曲情况。
- iii. 测量其它数据：根据原理公式，还需要测量梁的长度 l 、厚度 h 和宽度 a

3.2 数据处理

原理公式：

$$E = \frac{Gl^3}{4\lambda ah^3}$$

实验数据如下：

i	m_i/g	$s(mm)$
0	0	32.5
1	199.52	32.0
2	399.30	31.2
3	599.17	30.3
4	799.16	29.5
5	999.12	28.7

得到

$$\overline{(\lambda/G)} = 0.000388m/N$$

测得其他数据有：

$$l = 21.3cm$$

$$a = 1.20cm$$

$$h = 1.35mm$$

得到杨氏模量的计算结果：

$$E = 2.10 \times 10^{11} Pa$$

4 分析与讨论

i. 开始加第一、二个砝码的时候 r 的变化量较大

第一，这可能因为金属丝在自由下垂的时候自身存在一定弯曲，因此第一、二个砝码不仅由于拉伸作用使得金属丝长度增长了一部分，并且还将金属丝从弯曲的状态拉直了一些，因此此时测得的长度变化较大于后续长度的变化。第二，也可能是由于调节后金属丝上下未夹紧，增加砝码时金属丝有一定的下滑。

i. 开始加第一、二个砝码的时候 r 的变化量较小

这可能是由于金属丝与支架之间存在一定摩擦，在砝码较小的时候，这些摩擦造成的影响相对较大，导致金属丝拉伸的长度小于正常值。