

综合推理方法

王丽杰

Email: ljwang@uestc.edu.cn

电子科技大学 计算机学院

2016-



谓词的演绎推理

综合推理方法

Lijie Wang

基本方法

演绎举例

推理难点

特殊演绎

推理应用

假定推导过程都是在相同的个体域内进行的（通常是全总个体域）。

综合推理方法

- 推导过程中可以引用命题演算中的规则 P 和规则 T；
- 如果结论是以条件形式或析取形式给出，则可使用规则 CP；
- 若需消去量词，可以引用规则 US 和规则 ES；
- 当所求结论需定量时，可引用规则 UG 和规则 EG 引入量词；
- 证明时可采用如命题演算中的直接证明方法和间接证明方法；
- 在推导过程中，对消去量词的公式或公式中不含量词的子公式，可以引用命题演算中的基本等价公式和基本蕴涵公式；
- 在推导过程中，对含有量词的公式可以引用谓词中的基本等价公式和基本蕴涵公式。

谓词演绎举例一、苏格拉底三段论

综合推理方法

Lijie Wang

基本方法

演绎举例

推理难点

特殊演绎

推理应用

例

“所有的人都是要死的；苏格拉底是人。所以苏格拉底是要死的。”

解：

设 $H(x)$: x 是人； $M(x)$: x 是要死的； s : 苏格拉底。

则推理符号化成：

$$(\forall x)(H(x) \rightarrow M(x)), H(s) \Rightarrow M(s)$$

证明.

(1)	$(\forall x)(H(x) \rightarrow M(x))$	P
(2)	$H(y) \rightarrow M(y)$ $H(s) \rightarrow M(s)$	$US, (1), I$
(3)	$H(s)$	P
(4)	$M(s)$	$T, (2), (3), I$



谓词演绎举例二：三步走策略

综合推理方法

Lijie Wang

基本方法

演绎举例

推理难点

特殊演绎

推理应用

例

演绎法证明: $(\forall x)(P(x) \rightarrow Q(x)), (\exists x)P(x) \Rightarrow (\exists x)Q(x)$

证明.

- | | | |
|-----|---|------------------|
| (1) | $(\forall x)(P(x) \rightarrow Q(x))$ | P |
| (2) | $P(y) \rightarrow Q(y)$ $P(a) \rightarrow Q(a)$ | $US, (1), I$ |
| (3) | $(\exists x)P(x)$ | P |
| (4) | $P(a)$ | $ES, (3)$ |
| (5) | $Q(a)$ | $T, (2), (4), I$ |
| (6) | $(\exists x)Q(x)$ | $EG, (5)$ |



谓词演绎举例二：三步走策略

综合推理方法

Lijie Wang

基本方法

演绎举例

推理难点

特殊演绎

推理应用

$$(\forall x)(P(x) \rightarrow Q(x)), (\exists x)P(x) \Rightarrow (\exists x)Q(x)$$

以上推理的正确推导应为：

证明.

(1)	$(\exists x)P(x)$	P
(2)	$P(a)$	$ES, (1), I$
(3)	$(\forall x)(P(x) \rightarrow Q(x))$	P
(4)	$P(a) \rightarrow Q(a)$	$US, (3)$
(5)	$Q(a)$	$T, (2), (4), I$
(6)	$(\exists x)Q(x)$	$EG, (5)$



谓词的推理难点

Lijie Wang

推理难点

👉 难点总结

- 在推导过程中，如既要使用规则 US 又要使用规则 ES 消去量词，而且选用的个体是同一个符号，则必须先使用规则 ES，再使用规则 US。然后再使用命题演算中的推理规则，最后使用规则 UG 或规则 EG 引入量词，得到所求结论。
- 如一个变量是用规则 ES 消去量词，对该变量在添加量词时，则只能使用规则 EG；如使用规则 US 消去量词，对该变量在添加量词时，则可使用规则 EG 和规则 UG。
- 在用规则 US 和规则 ES 消去量词时，此量词必须位于整个公式的最前端，且辖域为其后的整个公式。
- 在添加量词 ($\forall x$) 和 ($\exists x$) 时，所选用的 x 不能在公式 $G(y)$ 或 $G(c)$ 中出现。

谓词演绎举例三：CP 规则证明法

综合推理方法

Lijie Wang

基本方法

演绎举例

推理难点

特殊演绎

推理应用

演绎法证明: $(\forall x)(P(x) \vee Q(x)) \Rightarrow (\forall x)P(x) \vee (\exists x)Q(x)$

证明.

(1)	$\neg(\forall x)P(x)$	$P(\text{附加前提})$
(2)	$(\exists x)\neg P(x)$	$T, (1), E$
(3)	$\neg P(c)$	$ES, (2)$
(4)	$(\forall x)(P(x) \vee Q(x))$	P
(5)	$P(c) \vee Q(c)$	$US, (4)$
(6)	$Q(c)$	$T, (3), (5), I$
(7)	$(\exists x)Q(x)$	$EG, (6)$
(8)	$\neg(\forall x)P(x) \rightarrow (\exists x)Q(x)$	$CP, (1), (7)$
(9)	$(\forall x)P(x) \vee (\exists x)Q(x)$	$T, (8), E$

□

谓词演绎举例四：反证法

综合推理方法

Lijie Wang

基本方法

演绎举例

推理难点

特殊演绎

推理应用

演绎法证明: $(\forall x)(P(x) \vee Q(x)) \Rightarrow (\forall x)P(x) \vee (\exists x)Q(x)$

(1)	$\neg((\forall x)P(x) \vee (\exists x)Q(x))$	$P(\text{附加前提})$
(2)	$\neg(\forall x)P(x) \wedge \neg(\exists x)Q(x)$	$T, (1), E$
(3)	$\neg(\forall x)P(x)$	$T, (2), I$
(4)	$\neg(\exists x)Q(x)$	$T, (2), I$
(5)	$(\exists x)\neg P(x)$	$T, (3), E$
(6)	$\neg P(c)$	$ES, (5)$
(7)	$(\forall x)\neg Q(x)$	$T, (4), E$
(8)	$\neg Q(c)$	$US, (7)$
(9)	$\neg P(c) \wedge \neg Q(c)$	$T, (6), (8), I$
(10)	$\neg(P(c) \vee Q(c))$	$T, (9), E$
(11)	$(\forall x)(P(x) \vee Q(x))$	P
(12)	$P(c) \vee Q(c)$	$US, (11)$
(13)	$(P(c) \vee Q(c)) \wedge (\neg(P(c) \vee Q(c)))$	$T, (10), (12), I$

谓词逻辑推理的应用

综合推理方法

Lijie Wang

基本方法

演绎举例

推理难点

特殊演绎

推理应用

例

证明下述论断的正确性：“所有的哺乳动物都是脊椎动物；并非所有的哺乳动物都是胎生动物；故有些脊椎动物不是胎生的。”

解

设 $P(x)$: x 是哺乳动物;

$Q(x)$: x 是脊椎动物;

$R(x)$: x 是胎生动物.

则推理符号化成:

$$(\forall x)(P(x) \rightarrow Q(x)), \neg(\forall x)(P(x) \rightarrow R(x)) \Rightarrow (\exists x)(Q(x) \wedge \neg R(x))$$

正确推导过程

综合推理方法

Lijie Wang

基本方法

演绎举例

推理难点

特殊演绎

推理应用

$$(\forall x)(P(x) \rightarrow Q(x)), \neg(\forall x)(P(x) \rightarrow R(x)) \Rightarrow (\exists x)(Q(x) \wedge \neg R(x))$$

(1)	$\neg(\forall x)(P(x) \rightarrow R(x))$	P
(2)	$(\exists x)\neg(\neg P(x) \vee R(x))$	$T, (1), E$
(3)	$\neg(\neg P(c) \vee R(c))$	$ES, (2)$
(4)	$P(c) \wedge \neg R(c)$	$T, (3), E$
(5)	$P(c)$	$T, (4), I$
(6)	$\neg R(c)$	$T, (4), I$
(7)	$(\forall x)(P(x) \rightarrow Q(x))$	P
(8)	$P(c) \rightarrow Q(c)$	$US, (7)$
(9)	$Q(c)$	$T, (5), (8), I$
(10)	$Q(c) \wedge \neg R(c)$	$T, (6), (9), I$
(11)	$(\exists x)(Q(x) \wedge \neg R(x))$	$EG, (10)$

综合推理方法

Lijie Wang

基本方法

演绎举例

推理难点

特殊演绎

推理应用



THE END, THANKS!