

命题逻辑

Lijie Wang

命题变元

命题公式

公式的解释

真值表

# 命题逻辑

## 命题公式和真值表

王丽杰

Email: [ljwang@uestc.edu.cn](mailto:ljwang@uestc.edu.cn)

电子科技大学 计算机学院

2016-

# 命题变元

命题逻辑

Lijie Wang

命题变元

命题公式

公式的解释

真值表

## 定义

一个特定的命题是一个**常值命题**，它不是具有值“T”(“1”)，就是具有值“F”(“0”)。

## 定义

一个任意的没有赋予具体内容的原子命题是一个变量命题，常称它为**命题变量 (或命题变元)**(propositional variable)，该命题变量**无具体的真值**，它的变域是集合{**T, F**}(**或 {0, 1}**)。

复合命题是由原子命题与联结词构成的命题。所以，当其中的原子命题是命题变元时，此复合命题也即为命题变元的函数，且该函数的值仍为“真”或“假”值，这样的函数可形象地称为**“真值函数”或“命题公式”**，此命题公式没有确切的真值。

例如： $G = P \wedge Q \rightarrow \neg R$ 。

# 命题公式

命题逻辑

Lijie Wang

命题变元

命题公式

公式的解释

真值表

## 定义

命题演算的合式公式 (well formed formula, wff), 又称命题公式 (简称公式), 按如下规则生成:

- ① 命题变元本身是一个公式; (如:  $P, Q, R, \dots$ )
- ② 如  $G$  是公式, 则  $(\neg G)$  也是公式; (如:  $\neg P, \neg Q, \neg R, \dots$ )
- ③ 如  $G, H$  是公式, 则  $(G \wedge H)$ 、 $(G \vee H)$ 、 $(G \rightarrow H)$ 、 $(G \leftrightarrow H)$  也是公式; (如:  $P \wedge Q, (\neg Q) \rightarrow R, \dots$ )
- ④ 仅由有限步使用规则 (1)、(2)、(3) 后所得到的包含命题变元、联结词和括号的符号串才是命题公式.  
(如:  $\neg(P \wedge Q) \leftrightarrow R, (\neg Q \vee (P \wedge \neg R)) \rightarrow R, \dots$ )

如果  $G$  是含有  $n$  个命题变元  $P_1, P_2, P_3, \dots, P_n$  的公式, 可记为:  $G(P_1, P_2, P_3, \dots, P_n)$  或简称为  $G$ .

# 关于命题公式的说明

命题逻辑

Lijie Wang

命题变元

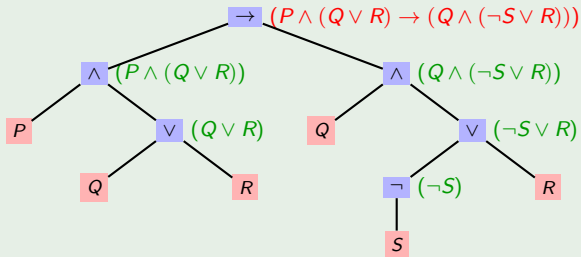
命题公式

公式的解释

真值表

- 1 原子命题变元是最简单的合式公式，称为原子合式公式，简称原子公式；
- 2 命题公式没有真值，只有对其命题变元进行真值指派后，方可确定命题公式的真值；
- 3 整个公式的最外层括号可以省略；公式中不影响运算次序的括号也可以省略。
- 4 在实际应用中，为了便于存储和运算，命题公式常用二元树的方式来表达。

例



# 公式的解释

命题逻辑

Lijie Wang

命题变元

命题公式

公式的解释

真值表

## 定义

设  $P_1, P_2, P_3, \dots, P_n$  是出现在公式  $G$  中的**所有命题变元**, 指定  $P_1, P_2, P_3, \dots, P_n$  一组真值, 则这组真值称为  $G$  的一个**解释**, 常记为  $I$ 。

## 例

设有公式:  $G = P \rightarrow (\neg Q \wedge R)$

- ①  $I_1 : P = 0, Q = 1, R = 0$  是  $G$  的一个解释, 使得  $G$  的真值为 1。
- ②  $I_2 : P = 1, Q = 0, R = 0$  是  $G$  的一个解释, 使得  $G$  的真值为 0。

如果公式  $G$  在解释  $I$  下是真的, 则称  $I$  **满足**  $G$ , 此时  $I$  是  $G$  的**成真赋值**; 如果  $G$  在解释  $I$  下是假的, 则称  $I$  **弄假于**  $G$ , 此时  $I$  是  $G$  的**成假赋值**。

# 真值表

命题逻辑

Lijie Wang

命题变元

命题公式

公式的解释

真值表



- 一般来说, 若有  $n$  个命题变元, 则应有  $2^n$  个不同的解释。
- 利用真值表, 可得到公式的所有成真赋值和成假赋值。

## 定义

由公式  $G$  在其所有可能的解释下所取真值构成的表, 称为  $G$  的**真值表**(truth table)。



## 真值表画法

一般我们将公式中的命题变元放在真值表的左边, 将公式的结果放在真值表的右边。有时为了清楚起见, 可将求公式的中间结果也放在真值表中。

# 真值表

命题逻辑

Lijie Wang

命题变元

命题公式

公式的解释

真值表

例

设有公式:  $G = (P \rightarrow ((\neg P \leftrightarrow Q) \wedge R)) \vee Q$ , 则  $G$  的真值表为:

$P$	$Q$	$R$	$\neg P$	$\neg P \leftrightarrow Q$	$(\neg P \leftrightarrow Q) \wedge R$	$P \rightarrow ((\neg P \leftrightarrow Q) \wedge R)$	$G$
0	0	0	1	0	0	1	1
0	0	1	1	0	0	1	1
0	1	0	1	1	0	1	1
0	1	1	1	1	1	1	1
1	0	0	0	1	0	0	0
1	0	1	0	1	1	1	1
1	1	0	0	0	0	0	1
1	1	1	0	0	0	0	1

# 真值表

命题逻辑

Lijie Wang

命题变元

命题公式

公式的解释

真值表

例

可进一步简化为：

$P$	$Q$	$R$	$G = (P \rightarrow ((\neg P \leftrightarrow Q) \wedge R)) \vee Q$
0	0	0	1
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1





THE END, THANKS!