

谓词的引入

王丽杰

Email: ljwang@uestc.edu.cn

电子科技大学 计算机学院

2016-



命题逻辑的局限性

谓词的引入

Lijie Wang

引入谓词逻辑

个体词和谓词

Example (苏格拉底三段论)

所有的人都是要死的；苏格拉底是人。所以，苏格拉底是要死的。

Example (含变量的语句)

如： $x > 3$ ； $x = y + 3$ ； $x + y = z...$ 等。



为了研究简单命题句子内部的逻辑关系，我们需要对简单命题进行分解，利用个体词，谓词和量词来描述它们，并研究个体与总体的内在联系和数量关系，这就是谓词逻辑或一阶逻辑。

个体词和谓词

谓词的引入

Lijie Wang

引入谓词逻辑

个体词和谓词

简单命题分解

命题是具有真假意义的陈述句，从语法上分析，一个陈述句由主语和谓语两部分组成。

Example

考虑如下两个命题：

- 陈华是电子科技大学的学生
- 张强是电子科技大学的学生

设 $P(x)$ ： x 是电子科技大学的学生。

则上述两个句子可写为：

$P(\text{陈华}) ; P(\text{张强})$ 。

个体词和谓词

谓词的引入

Lijie Wang

引入谓词逻辑

个体词和谓词

Example

- 语句“ x 大于 3”可用 $Q(x)$ 表示。
 $Q(x)$ 无固定真值，一旦给变量 x 赋一个值，则成为命题，具有一个或真或假的真值。如 $x = 5$ ，则 $Q(5) = 1$ 。
- 语句“ $x=y+3$ ”可用 $R(x, y)$ 表示。
 $R(x, y)$ 无固定真值，一旦给变量 x, y 赋一个值，则成为命题，具有一个或真或假的真值。如 $x = 5, y = 3$ ，则 $R(5, 3) = 0$ 。

Definition

在原子命题中，可以独立存在的客体（句子中的主语、宾语等），称为个体词。而用以刻划客体的性质或客体之间的关系即是谓词。

个体词

谓词的引入

Lijie Wang

引入谓词逻辑

个体词和谓词

Definition

个体词可分为两种，个体常量和个体变量，均在个体域内取值。

- ① 表示具体或特定的个体词称为**个体常量**。一般用带或不带下标的小写英文字母 $a, b, c, \dots, a_1, b_1, c_1, \dots$ 等表示。
- ② 表示抽象的或泛指个体词称为**个体变量**。一般用带或不带下标的小写英文字母 $x, y, z, \dots, x_1, y_1, z_1, \dots$ 等表示。
- ③ 个体词的取值范围称为**个体域** (或论域)，常用 D 表示；
- ④ 宇宙间的所有个体域聚集在一起所构成的个体域称为**全总个体域**。若无特别说明，均使用全总个体域。

谓词

谓词的引入

Lijie Wang

引入谓词逻辑

个体词和谓词

Definition

设 D 为非空的个体域，定义在 D^n (表示 n 个个体都在个体域 D 上取值) 上取值于 $\{0, 1\}$ 上的 n 元函数，称为 n 元命题函数或 n 元谓词，记为 $P(x_1, x_2, \dots, x_n)$ 。其中，个体变量 $x_1, x_2, \dots, x_n \in D$ 。

- ① 表示具体性质或关系的谓词称为谓词常量。
- ② 表示抽象的或泛指的性质或关系的谓词称为谓词变量。

谓词均使用大写英文字母 $P, Q, R, \dots, F, G, H, \dots$ 来表示。

Example

- 小张和小李同岁。可描述为： $F(a, b)$ ，其中 a ：小张， b ：小李，这里的 F 是谓词常量。
- x 与 y 具有关系 L 。可描述为： $L(x, y)$ ，这里的 L 是谓词变量。

复合命题的谓词符号化

谓词的引入

Lijie Wang

引入谓词逻辑

个体词和谓词

Example

- 如果王童是一个三好学生，那么她的学习成绩一定很好。
设 $S(x)$: x 是一个三好学生, $H(x)$: x 学习成绩好, a : 王童,
则该命题符号化为: $S(a) \rightarrow H(a)$
- 李新华是李兰的父亲并且李兰和张三是同班同学。
设 $F(x, y)$: x 是 y 的父亲, $M(x, y)$: x 与 y 是同班同学, b : 李新华, c : 李兰, d : 张三,
则该命题符号化为: $F(b, c) \wedge M(c, d)$
- 北京是中国的首都当且仅当 2 是偶数。
设 $C(x)$: x 是中国的首都, $E(x)$: x 是偶数, b : 北京, c : 2,
则该命题符号化为: $C(b) \leftrightarrow E(c)$

说明和总结

- 谓词中个体词的顺序是十分重要的，不能随意变更。 $F(b, c) \neq F(c, b)$
- 一元谓词用以描述某一个个体的某种特性，而 n 元谓词 ($n \geq 2$) 则用以描述 n 个个体之间的关系。
- 谓词 $P(x_1, x_2, \dots, x_n)$ 包含了个体变量，因而本身并不是命题，只有用谓词常量取代 P ，用个体常量取代 x_1, x_2, \dots, x_n 后才会成为命题。
- 一般将没有任何个体变量的谓词称为 0 元谓词，如 $F(a), G(a, b), H(a_1, a_2, \dots, a_n)$ 等。当 F, G, H 为谓词常量时，0 元谓词就成为了命题。此时，命题逻辑中的所有命题都可以表示成 0 元谓词。

谓词的引入

Lijie Wang

引入谓词逻辑

个体词和谓词



THE END, THANKS!