命题逻辑

Lijie W.

作理规则

演绎法推珥

命题逻辑

自然演绎法推理

王丽杰

Email: ljwang@uestc.edu.cn

电子科技大学 计算机学院

2016

推理规则

命题逻辑

Liiie W.

推理规则

寅绎法推理

Theorem

- 规则 P (称为前提引用规则):在推导的过程中,可随时引入前提集合中的任意一个前提;
- 规则 T(x) 逻辑结果引用规则):在推导的过程中,可以随时引入公式 S , 该公式 S 是由其前的一个或多个公式推导出来的逻辑结果。
- 规则 CP (称为附加前提规则): 如果能从给定的前提集合 Γ 与公式 P 推导出 S , 则能从此前提集合 Γ 推导出 $P \to S$ 。

☞ 关于规则 CP

- 原理: $P \rightarrow (Q \rightarrow R) = (P \land Q) \rightarrow R$ 。
- 使用场合: 当结论公式是蕴涵式或析取式时使用。

自然演绎法

命题逻辑

Lijie W

推理规则

演绎法推理

能理的应用

三个推理规则加上全部的基本等价公式和基本蕴涵公式,可作为推理与演绎的基础,从而构造一个完整的命题演算推理系统。即所有命题逻辑的定理都可以用这些规则严格地证明出来。

Definition

从前提集合 Γ 推出结论 H 的一个 $\overline{\mathbf{a}}$ 是构造命题公式的一个有限序列:

$$H_1, H_2, H_3, \cdots, H_{n-1}, H_n$$

其中, H_i 或者是 Γ 中的某个前提,或者是前面的某些 $H_j(j < i)$ 的有效结论,并且 H_n 就是 H,则称公式 H 为该演绎的有效结论,或者称从前提 Γ 能够演绎出结论 H 来。

演绎-直接证明法

命题逻辑

Lijie W

推理规则

演绎法推理

主理的应用

Example

设前提集合 $\Gamma = \{P \lor Q, Q \to R, P \to S, \neg S\}$, 结论 $H = R \land (P \lor Q)$ 。

证明 $\Gamma \Rightarrow H$ 。

Proof.

(1)
$$P \rightarrow S$$

$$(2) \neg S$$

$$(3) \neg P$$

$$T$$
, (1), (2), I

$$(4) P \vee Q$$

$$(5)$$
 Q

(6)
$$Q \rightarrow R$$

$$(7)$$
 R

$$T$$
, (5), (6), I

(8)
$$R \wedge (P \vee Q)$$

演绎-规则 CP 证明法

命题逻辑

Lijie W

推理规则

演绎法推理

運的成月

Example

设前提集合 $\Gamma = \{P \to (Q \to S), \neg R \lor P, Q\}$, 结论 $H = R \to S$ 。

证明 $\Gamma \Rightarrow H$ 。

Proof.

(1) R

P(附加前提)

(2) $\neg R \lor P$

F

(3) P

T, (1), (2), I

(4) $P \rightarrow (Q \rightarrow S)$

Ρ

(5) $Q \rightarrow S$

T, (3), (4), I

(6) Q

Ρ

(7) S

T, (5), (6), I

(8) $R \rightarrow S$

CP, (1), (7)

演绎-间接证明法(反证法,归谬法)

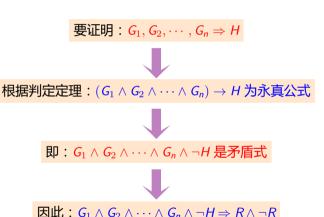
〕题逻辑

Lijie W

惟理规则

演绎法推理

推理的应用





演绎-间接证明法(反证法,归谬法)

命题逻辑

Lijie W

推理规则

演绎法推理

Example

设前提集合 $\Gamma = \{P \lor Q, P \to R, Q \to R\}$, 结论 H = R。证明 $\Gamma \Rightarrow H$ 。

Proof.

- (1) ¬*R P*(附加前提)
- (2) $P \rightarrow R$
- (3) $\neg P$ T, (1), (2), I
- (4) $Q \rightarrow R$
- (5) $\neg Q$ T, (1), (4), I
- (6) $P \vee Q$
- (7) P T, (5), (6), I
- (8) $P \wedge \neg P$ T, (3), (7), I

演绎-间接证明法

命题逻辑

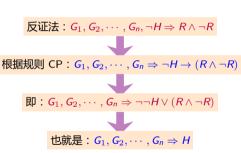
Liiie W

准理规则

演绎法推理

☞ 说明

反证法在逻辑推理中有时也十分 方便。(想一下,什么时候会特别有用?)然而,总可以不使用 它而用规则 CP 证明法来代替 它。因为,它实际上本身就是规则 CP 的一种变型。



命题演绎举例一

命题逻辑

Lijie W

住理规则

演绎法推理

推理的应用

Example

符号化下面的语句,并使用演绎法证明:

"若数 a 是实数,则它不是有理数就是无理数。若 a 不能表示成分数,则它不是有理数。 a 是实数目它不能表示成分数。所以,a 是无理数。"

解

设命题 P:a 是实数;

Q: a 是有理数;

R: a 是无理数;

S:a 能表示成分数.

则推理符号化成:

$$P \rightarrow (Q \lor R), \neg S \rightarrow \neg Q, P \land \neg S \Rightarrow R$$

命题演绎举例一

命题逻辑

Lijie W.

推理规则

演绎法推理

推理的应用

$ P \to (Q \lor R), \neg S \to \neg Q, P \land \neg S \Rightarrow R $

Ρ				c
\boldsymbol{P}	r	റ	റ	т.

- (1) $P \wedge \neg S$
- $(2) \quad P \qquad \qquad T, (1), I$

Ρ

- $(3) \quad \neg S \qquad \qquad T, (1), I$
 - $(4) \quad P \to (Q \lor R) \qquad \qquad P$
- (5) $Q \vee R$ T, (2), (4), I
- (6) $\neg S \rightarrow \neg Q$ P
- (7) $\neg Q$ T, (3), (6), I
- (8) R T, (5), (7), I

命题演绎举例二

推理的应用

Example

符号化下面的语句,并使用演绎法证明:

"如果马会飞或羊吃草,则母鸡就会是飞鸟;如果母鸡是飞鸟,那么烤熟的鸭子还会跑; 烤熟的鸭子不会跑。所以羊不吃草。"

解

设命题 P: 马会飞:

Q: 羊吃草:

R: 母鸡是飞鸟:

S: 烤熟的鸭子会跑.

则推理符号化成:

$$(P \lor Q) \to R, R \to S, \neg S \Rightarrow \neg Q$$

命题演绎举例二

命题逻辑

Lijie W

推理规则

演绎法推理

推理的应用

$$(P \lor Q) \to R, R \to S, \neg S \Rightarrow \neg Q$$

Proof.

$$(1) \neg S$$

(2)
$$R \rightarrow S$$

$$R \rightarrow S$$

$$(3) \neg R$$

$$(4) \quad (P \lor Q) \to R$$

Ρ

Ρ

$$(5) \neg (P \lor Q)$$

(6)
$$\neg P \land \neg Q$$

$$(7)$$
 \neg

命题逻辑

Lijie W.

推理规则

演绎法推理

作理的应用



THE END, THANKS!