

公式的解释与分类

王丽杰

Email: ljwang@uestc.edu.cn

电子科技大学 计算机学院

2016-



公式的解释

公式的解释与分类

Lijie Wang

公式的解释

公式的分类

Definition

谓词逻辑中公式 G 的每一个解释 I 由如下四部分组成：

- 非空的个体域集合 D ；
- G 中的每个常量符号，指定 D 中的某个特定的元素；
- G 中的每个 n 元函数符号，指定 D^n 到 D 中的某个特定的函数；
- G 中的每个 n 元谓词符号，指定 D^n 到 $\{0, 1\}$ 中的某个特定的谓词。



规定：公式中无自由变元，或将自由变元看成是常量符号。

公式的解释与真值

公式的解释与分
类

Lijie Wang

公式的解释

公式的分类

Example

设有解释 I 为：

- ① 个体域为 $D = \{\alpha, \beta\}$;
- ② a 指定为： α ;
- ③ $f(\alpha) = \beta, f(\beta) = \alpha$;
- ④ $P(\alpha) = 1, P(\beta) = 0, Q(\alpha, \alpha) = 0, Q(\alpha, \beta) = 1, Q(\beta, \alpha) = 1, Q(\beta, \beta) = 1$ 。

判断公式 $(\exists x)(P(f(x)) \wedge Q(x, f(a)))$ 在解释 I 下的真值结果。

解:

当 $x = \alpha$ 时, $P(f(x)) \wedge Q(x, f(a)) = P(f(\alpha) \wedge Q(\alpha, f(\alpha))) = P(\beta) \wedge Q(\alpha, \beta) = 0 \wedge 1 = 0$

当 $x = \beta$ 时, $P(f(x)) \wedge Q(x, f(a)) = P(f(\beta) \wedge Q(\beta, f(\alpha))) = P(\alpha) \wedge Q(\beta, \beta) = 1 \wedge 1 = 1$

可见原公式真值为真。

公式的分类

公式的解释与分
类

Lijie Wang

公式的解释

公式的分类

Example

- ① $(\forall x)(\forall y)(P(x, y) \wedge Q(x, y) \rightarrow P(x, y))$; 有效公式
- ② $(\forall x)(\forall y)(\neg P(x, y) \vee P(x, y))$; 有效公式
- ③ $(\forall x)(\forall y)(\neg P(x, y) \wedge P(x, y))$ 。 矛盾公式

Definition

- ① 如果公式 G 在它所有的解释下都取值为真，则称 G 为有效公式。
- ② 如果公式 G 在它所有的解释下都取值为假，则称 G 为矛盾公式。
- ③ 如果至少有一种解释使得公式 G 取值为真，则称 G 为可满足公式。

公式的判定问题

公式的解释与分类

Lijie Wang

公式的解释

公式的分类

谓词公式的可判定性

- 谓词逻辑是不可判定的；
- 只含有一元谓词变项的公式是可判定的；
- 如下形式的公式：
$$(\forall x_1)(\forall x_2) \cdots (\forall x_n) P(x_1, x_2, \cdots, x_n),$$
$$(\exists x_1)(\exists x_2) \cdots (\exists x_n) P(x_1, x_2, \cdots, x_n)。$$
若 P 中无量词和其它自由变元时，也是可判定的；
- 个体域有穷时的谓词公式是可判定的。



THE END, THANKS!