谓词逻辑

公式的解释与分 类

Lijie Wang

公式的解释

公式的分数

公式的解释与分类

王丽杰

Email: ljwang@uestc.edu.cn

电子科技大学 计算机学院

2016-



公式的解释



Lijie Wang

Zム、エしロソ用キャ

Definition

谓词逻辑中公式 G 的每一个解释 / 由如下四部分组成:

- 非空的个体域集合 D;
- G 中的每个常量符号,指定 D 中的某个特定的元素;
- G 中的每个 n 元函数符号 , 指定 D" 到 D 中的某个特定的函数 ;
- G 中的每个 n 元谓词符号 , 指定 D^n 到 $\{0,1\}$ 中的某个特定的谓词。

F

规定:公式中无自由变元,或将自由变元看成是常量符号。

公式的解释与真值



Lijie Wang

公式的解释

公式的分

Example

设有解释 / 为:

- ① 个体域为 $D = \{\alpha, \beta\}$;
- a 指定为: α;

判断公式 $(\exists x)(P(f(x)) \land Q(x, f(a)))$ 在解释 I 下的真值结果。

解:

当
$$\mathbf{x} = \alpha$$
时, $P(f(\mathbf{x})) \wedge Q(\mathbf{x}, f(\mathbf{a})) = P(f(\alpha) \wedge Q(\alpha, f(\alpha))) = P(\beta) \wedge Q(\alpha, \beta) = 0 \wedge 1 = 0$

当
$$x = \beta$$
时, $P(f(x)) \land Q(x, f(a)) = P(f(\beta) \land Q(\beta, f(\alpha))) = P(\alpha) \land Q(\beta, \beta) = 1 \land 1 = 1$

可见原公式真值为真。

公式的分类



公式的解释

公式的分类

Example

- ① $(\forall x)(\forall y)(P(x,y) \land Q(x,y) \rightarrow P(x,y))$; 有效公式
- ② $(\forall x)(\forall y)(\neg P(x,y) \lor P(x,y))$; 有效公式
- ③ $(\forall x)(\forall y)(\neg P(x,y) \land P(x,y))$ 。矛盾公式

Definition

- 如果公式 G 在它所有的解释下都取值为真,则称 G 为有效公式。
- ② 如果公式 G 在它所有的解释下都取值为假,则称 G 为矛盾公式。
- ⑤ 如果至少有一种解释使得公式 G 取值为真,则称 G 为可满足公式。

公式的判定问题



Lijie Wang

公式的解釋

公式的分类

☞ 谓词公式的可判定性

- 谓词逻辑是不可判定的;
- 只含有一元谓词变项的公式是可判定的;
- 如下形式的公式:

$$(\forall x_1)(\forall x_2)\cdots(\forall x_n)P(x_1,x_2,\cdots,x_n),$$

$$(\exists x_1)(\exists x_2)\cdots(\exists x_n)P(x_1,x_2,\cdots,x_n)_{\bullet}$$

若 P 中无量词和其它自由变元时, 也是可判定的;

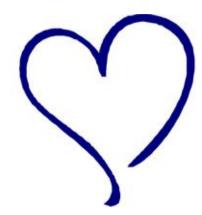
• 个体域有穷时的谓词公式是可判定的。

公式的解释与分 类

Lijie Wang

公式的解释

公式的分类



THE END, THANKS!