

命题逻辑

Lijie W.

否定联结词

合取联结词

析取联结词

蕴涵联结词

等价联结词

命题逻辑

命题联结词

王丽杰

Email: ljwang@uestc.edu.cn

电子科技大学 计算机学院

2016

引入

命题逻辑

Lijie W.

否定联结词

合取联结词

析取联结词

蕴涵联结词

等价联结词

注意

回顾复合命题中，一般是通过联结词和标点符号将简单命题联结成复杂的语句，最常见的联结词主要有以下五种：

“或者”、“并且”、“不”、“如果…… 则……”、“当且仅当”

Example

- ① 四川不是一个国家；
- ② 3既是素数又是奇数；
- ③ 张谦是大学生或是运动员；
- ④ 如果周末天气晴朗，则我们将到郊外旅游；
- ⑤ 两个三角形全等当且仅当三角形的三条边全部相等。

否定联结词

命题逻辑

Lijie W.

否定联结词

合取联结词

析取联结词

蕴涵联结词

等价联结词

Definition

设 P 是任意一个命题，复合命题“非 P ”(或“ P 的否定”)称为 P 的**否定式**(negation)，记作 $\neg P$ ，“ \neg ”为**否定联结词**。 P 为真当且仅当 $\neg P$ 为假。

Example

- P ：四川是一个国家。
- $\neg P$ ：四川不是一个国家。

P	$\neg P$
0	1
1	0

“ \neg ”是自然语言中的“非”、“不”、“没有”等的逻辑抽象。

合取联结词

命题逻辑

Lijie W.

否定联结词

合取联结词

析取联结词

蕴涵联结词

等价联结词

Definition

设 P 、 Q 是任意两个命题，复合命题“ P 并且 Q ”(或 “ P 和 Q ”)称为 P 与 Q 的**合取式**(conjunction)，记作 $P \wedge Q$ ，“ \wedge ”为**合取联结词**。 $P \wedge Q$ 为真当且仅当 P ， Q 同为真。

Example

- P : 3 是素数；
- Q : 3 是奇数。
- $P \wedge Q$: 3 既是素数又是奇数。

P	Q	$P \wedge Q$
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

合取联结词

命题逻辑

Lijie W.

否定联结词

合取联结词

析取联结词

蕴涵联结词

等价联结词

注意

“ \wedge ”是自然语言中的“并且”、“既...又...”、“但”、“和”、“与”、“不仅...而且...”、“虽然...但是...”、“一面..., 一面...”等的逻辑抽象；但不是所有的“和”，“与”都要使用合取联结词表示，要根据句子的语义进行分析。

Example

- ① 2 和 3 的最小公倍数是 6；
- ② 点 a 位于点 b 与点 c 之间。

这两个命题都是简单命题，不能再分。

析取联结词

命题逻辑

Lijie W.

否定联结词

合取联结词

析取联结词

蕴涵联结词

等价联结词

Definition

设 P 、 Q 是任意两个命题，复合命题“ P 或 Q ”称为 P 与 Q 的析取式(disjunction)，记作 $P \vee Q$ ，“ \vee ”为析取联结词。 $P \vee Q$ 为真当且仅当 P ， Q 至少有一个为真。

Example

- P ：张谦是大学生；
- Q ：张谦是运动员。
- $P \vee Q$ ：张谦是大学生或是运动员。

P	Q	$P \vee Q$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

析取联结词

命题逻辑

Lijie W.

否定联结词

合取联结词

析取联结词

蕴涵联结词

等价联结词

注意

联结词“ \vee ”是自然语言中的“或”、“或者”等的逻辑抽象。自然语言中的“或”有“可兼或”(或称为同或)、“不可兼或”(即异或)两种。严格来讲,析取联结词实际上代表的是可兼或,异或有时会使用单独的异或联结词“ \oplus ”或“ $\bar{\vee}$ ”来表示。

Example

命题: 张红生于 1982 年或 1983 年, 令

- ① P : 张红生于 1982 年;
- ② Q : 张红生于 1983 年。

P 与 Q 不能同时为真, 即为“不可兼或”。

蕴涵联结词

命题逻辑

Lijie W.

否定联结词

合取联结词

析取联结词

蕴涵联结词

等价联结词

Definition

设 P 、 Q 是任两个命题，复合命题“如果 P ，则 Q ”称为 P 与 Q 的蕴涵式(implication)，记作 $P \rightarrow Q$ ，“ \rightarrow ”为蕴涵联结词。 $P \rightarrow Q$ 为假当且仅当 P 为真且 Q 为假。一般把蕴涵式 $P \rightarrow Q$ 中的 P 称为该蕴涵式的前件， Q 称为蕴涵式的后件。

Example

- P ：周末天气晴朗；
- Q ：我们将到郊外旅游。
- $P \rightarrow Q$ ：如果周末天气晴朗，则我们将到郊外旅游。

P	Q	$P \rightarrow Q$
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1

蕴涵联结词

命题逻辑

Lijie W.

否定联结词

合取联结词

析取联结词

蕴涵联结词

等价联结词

注意

在自然语言中，前件为假，不管结论真假，整个语句的意义，往往无法判断。但对于数理逻辑中的蕴涵联结词来说，当前件 P 为假时，不管 Q 的真假如何，则 $P \rightarrow Q$ 都为真。此时称为“善意推定”。

Example

命题：如果角 A 和角 B 是对顶角，则角 A 等于角 B 。

这个命题是我们非常熟悉的一个定理，当然是真命题。当前件为假时，这个定理依然成立。

蕴涵联结词

命题逻辑

Lijie W.

否定联结词

合取联结词

析取联结词

蕴涵联结词

等价联结词

Example

设 P ：约翰学习微积分， Q ：约翰是大学一年级学生。则以下的复合命题均可用 $P \rightarrow Q$ 表示。

- ① 如果约翰学习微积分，则他是大学一年级学生。如果 P ，则 Q
- ② 因为约翰学习微积分，所以他是大学一年级学生。因为 P ，所以 Q
- ③ 只要约翰学习微积分，他就是大学一年级学生。只要 P ，就 Q
- ④ 约翰学习微积分仅当他是大学一年级学生。 P 仅当 Q
- ⑤ 只有约翰是大学一年级学生，他才能学习微积分。只有 Q ，才 P
- ⑥ 除非约翰是大学一年级学生，他才能学习微积分。除非 Q ，才 P
- ⑦ 除非约翰是大学一年级学生，否则他不学习微积分。除非 Q ，否则 $\neg P$

等价联结词

命题逻辑

Lijie W.

否定联结词

合取联结词

析取联结词

蕴涵联结词

等价联结词

Definition

设 P 、 Q 是任两个命题，复合命题“ P 当且仅当 Q ”称为 P 与 Q 的**等价式**(equivalence)，记作 $P \leftrightarrow Q$ ，“ \leftrightarrow ”为**等价联结词**(也称作**双条件联结词**)。 $P \leftrightarrow Q$ 为真当且仅当 P 、 Q 同为真假。

Example

- P ：两个三角形全等；
- Q ：三角形的三条边全部相等。
- $P \leftrightarrow Q$ ：两个三角形全等当且仅当三角形的三条边全部相等。

P	Q	$P \leftrightarrow Q$
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

“ \leftrightarrow ”是自然语言中的“等价”、“充分必要条件”、“当且仅当”等的逻辑抽象。

命题逻辑

Lijie W.

否定联结词

合取联结词

析取联结词

蕴涵联结词

等价联结词



THE END, THANKS!