

# 东南大学考试卷 (A 卷)

课程名称 算法设计与分析 考试学期 2018-2019-2 得分  
 适用专业 计算机 考试形式 开卷 考试时间长度 150 分钟  
 (可携带纸质教材、课件、讲义、笔记)

- 判断题 (共 10 分, 每小题 2 分)
  - 贪心算法是最优求解算法.....( )
  - KMP 算法为长度为  $m$  的串计算 next 数组的复杂度为  $O(\log m)$ .....( )
  - 已知一个 NP 完全问题 A 和一个 NP 问题 B, 若 A 可多项式时间规约到 B 问题的一个实例, 则 B 也可多项式时间规约到 A 的一个实例.....( )
  - 算法 A 的时间复杂度为  $T_A = O(n \log n)$ , 则  $T_A = O(n^2)$  也正确.....( )
  - 动态规划算法可以多项式时间求解.....( )
- 给定两个字符串  $A[1,2, \dots, m]$  和  $B[1,2, \dots, n]$ , 请设计方法求这两个字符串的最长公共子串。(共 10 分)
- 给定平面上  $n$  个坐标点  $P = \{p_1, p_2, \dots, p_n\}$ , 请完成以下方法构建凸包。(共 10 分)
  - 如何将这  $n$  个点均分成两部分, 使得两部分坐标点数相差最多为 1 个? (4 分)
  - 如何合并两部分结果得到最终结果? (4 分)
  - 算法的时间代价主要包含哪些部分? 时间复杂度为多少? (2 分)
- 有  $n$  个小朋友, 每个小朋友手里拿着一张数字牌, 第  $i$  个小朋友的数字牌为  $p_i$ , 每张牌  $p_i \leq B$ 。小朋友  $i$  和小朋友  $j$  能匹配当且仅当  $p_i + p_j \leq B$ 。请设计贪心策略匹配最多对小朋友, 分析是否可得最优解。(共 10 分)
- 给定  $n$  个整数  $a = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$ , 以及一个整数  $B$ 。要求在  $n$  个整数中找一子集, 使得这些子集中整数和刚好等于  $B$ 。请设计动态规划算法求解该问题。(共 10 分)
  - 请写出伪多项式时间复杂度的动态规划迭代公式。(6 分)
  - 请特别讨论初始化条件。(4 分)
- 给定一无向图  $G = (V, E)$ , 每条边  $e \in E$  有一非负权值  $\omega(e)$ , 每个顶点  $v \in V$  有一非负权值  $\omega(v)$ , 一条顶点  $s$  到顶点  $t$  的路径上所有顶点和边的权值和是这条路径的长度。请设计方法求顶点  $s$  到顶点  $t$  的最短路径长度。(共 10 分)
- 给定一个数组  $T[1,2, \dots, n]$ , 存储了第 1 天到第  $n$  天的平均气温。假设气温变化没有规律。现要求为每一天  $i$  计算一个  $Warmer[i]$ , 记录后续气温中第一个更高气温的日期。 $Warmer[i] = \min\{k | i \leq k \leq n, T[k] > T[i]\}$ 。如果不存在, 则设置  $Warmer[i] = n + 1$ 。例如下面是一个共 7 天的例子。(共 10 分)

$i =$	1	2	3	4	5	6	7
$T[i] =$	33	24	24	32	35	29	36
$Warmer[i] =$	5	4	4	5	7	7	8

请完成下面 a 或 b 小题。

a) 请设计一算法计算数组 *Warmer*  $[1, 2, \dots, n]$ 。(6 分)

b) 请设计一时间复杂度为  $O(n)$  的算法求解该问题。(10 分)

8. 若数组中某一元素出现次数超过一半，则称该元素为 **majority** 元素。给定一个整型数组  $a[1, 2, \dots, n]$ ，请按要求设计方法寻找 **majority** 元素。请完成 a 或 b 小题。(共 10 分)

a) 请设计一时间复杂度为  $O(n \log n)$  的方法寻找 **majority** 元素。(6 分)

b) 请设计一时间复杂度为  $O(n)$  的方法寻找 **majority** 元素。(10 分)

9. 骨牌是一种游戏用具（如下所示），请解决骨牌排放搜索问题。(共 10 分)



一副骨牌共 28 张，由以下点数组组合构成：

骨牌号	点数	骨牌号	点数	骨牌号	点数	骨牌号	点数
1	0   0	8	1   1	15	2   3	22	3   6
2	0   1	9	1   2	16	2   4	23	4   4
3	0   2	10	1   3	17	2   5	24	4   5
4	0   3	11	1   4	18	2   6	25	4   6
5	0   4	12	1   5	19	3   3	26	5   5
6	0   5	13	1   6	20	3   4	27	5   6
7	0   6	14	2   2	21	3   5	28	6   6

这 28 张牌可以摆成  $7 \times 8$  的点数网格，其对应的骨牌号如下所示：

点数网格

骨牌号图

6	6	2	6	5	2	4	1	28	28	14	7	17	17	11	11
1	3	2	0	1	0	3	4	10	10	14	7	2	2	21	23
1	3	2	4	6	6	5	4	8	4	16	25	25	13	21	23
1	0	4	3	2	1	1	2	8	4	16	15	15	13	9	9
5	1	3	6	0	4	5	5	12	12	22	22	5	5	26	26
5	5	4	0	2	6	0	3	27	24	24	3	3	18	1	19
6	0	5	3	4	2	0	3	27	6	6	20	20	18	1	19

使用搜索算法从点数网格求对应的骨牌号图，描述状态空间的组织，有可能的话，给出相关剪枝策略。

10. 一家专卖店连续  $N$  天营业，只经营一种商品，第  $i$  天可以最多进货  $a_i$  台，进货单价  $p_i$ ，可以最多将  $b_i$  台存放在仓库，单位存放费用为  $\omega_i$ ，必须为已签合同的客户供货  $c_i$  台，单价为  $s_i$ ，以该价格该天能卖到断货。请构建一个费用网络流模型，计算利润最大的营销方案。(共 10 分)